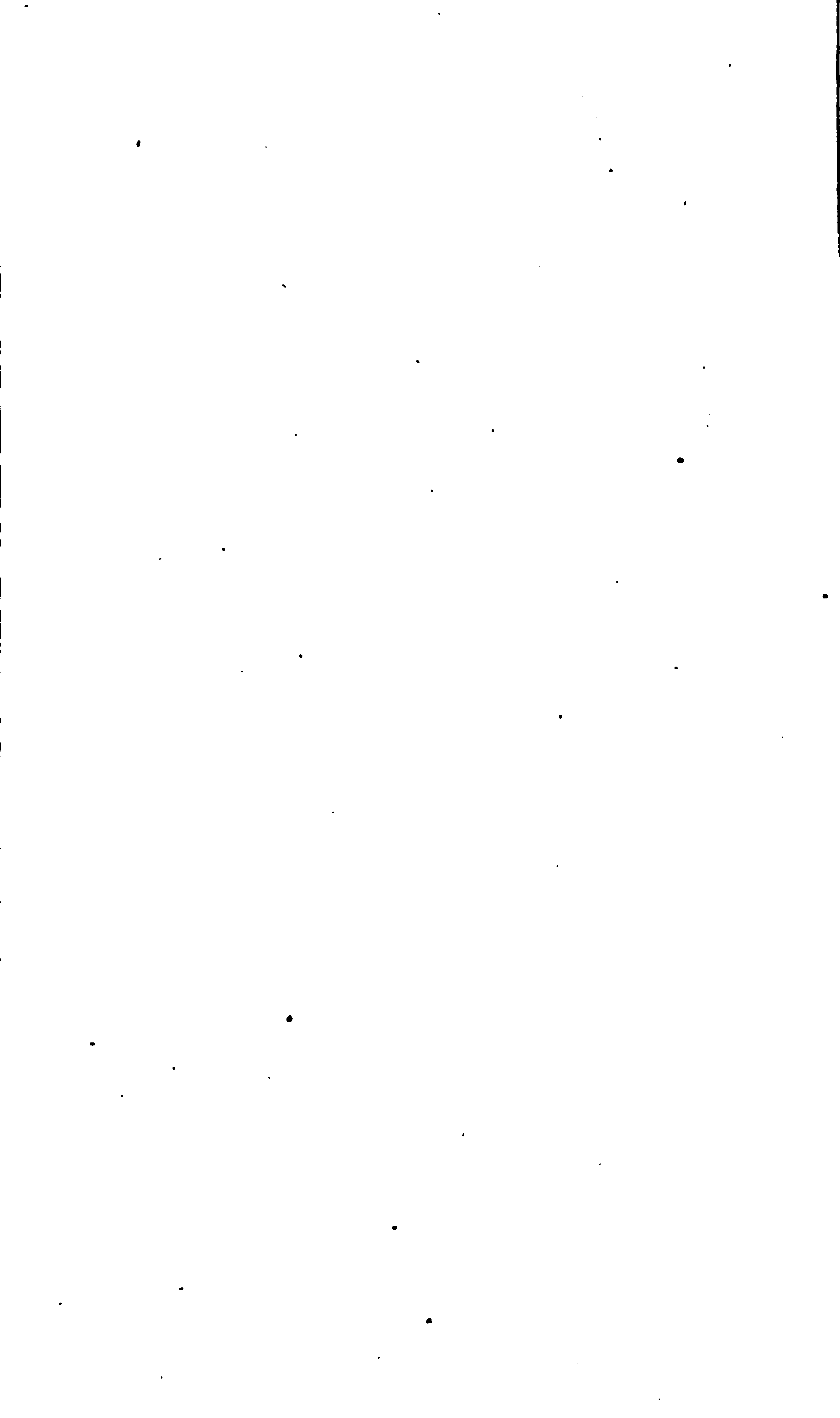




SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

EINUNDSIEBZIGSTER BAND.

WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI CARL GEROLD'S SOHN,

BUCHHÄNDLER DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1875.

SITZUNGSBERICHTE

DER

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

LXXI. BAND. II. ABTHEILUNG.

JAHRGANG 1875. — HEFT I BIS V.

(Mit 18 Tafeln.)

WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

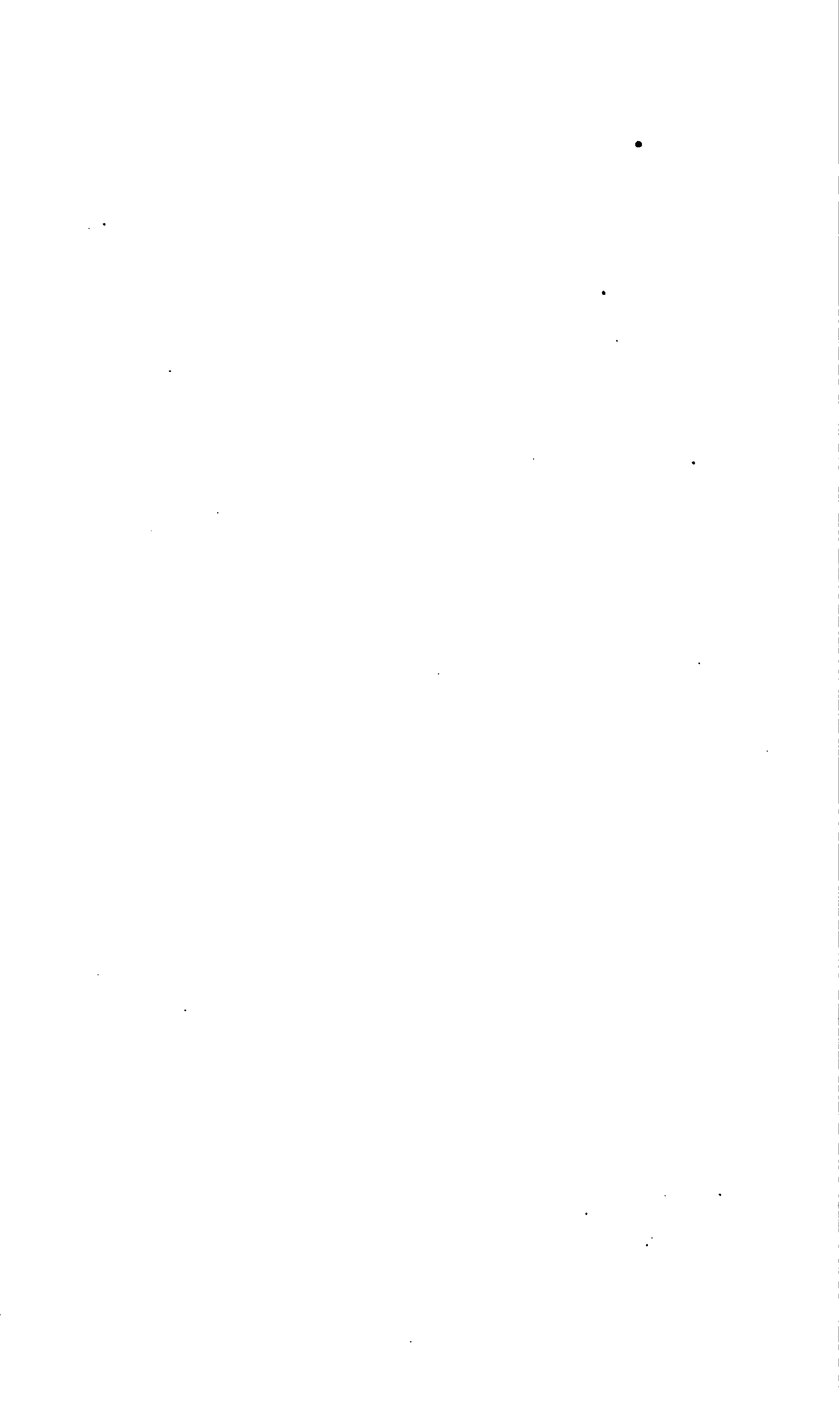
IN COMMISSION BEI CARL GEROLD'S SOHN,

BUCHHÄNDLER DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1875.

Minot Fund.
Feb. 1. 1875 —
Feb. 1. 1876.

INHALT.



SITZUNGSBERICHTE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LXXI. BAND. I. HEFT.

Jahrgang 1875. — Jänner.

(Mit 8 Tafeln.)

ZWEITE ABTHEILUNG.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Mechanik, Meteorologie und Astronomie.

WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI KARL GEROLD'S SOHN,
BUCHHÄNDLER DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1875.

INHALT

des 1. Heftes (Jänner 1875) des 71. Bandes, II. Abth. der Sitzungsberichte der mathem.-naturw. Classe.

Preis des ganzen Heftes: 2 fl. 50 kr. = 1 Thlr. 20 Ngr.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LXXI. Band.

ZWEITE ABTHEILUNG.

1.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Mechanik, Meteorologie und Astronomie.



I. SITZUNG VOM 7. JÄNNER 1875.

Der Secretär legt das eben beendigte vierte Heft der von weil. Rudolf Felder und Alois F. Rogenhofer bearbeiteten Lepidoptera des Novara-Reisewerkes vor.

Derselbe legt ferner folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Neue Construction der Perspectiv-Conturen für Oberflächen zweiter Ordnung", von Herrn Karl Zipernovszky, Techniker in Budapest.

„Alphabetischer Index zu den sechs Mittheilungen über neue und ungenügend bekannte Vögel von Neu-Guinea und den Inseln der Geelvinksbai", von Herrn Dr. Ad. B. Meyer, Director des naturhistorischen Museums zu Dresden.

„Über Volumveränderung des Kautschuks durch Wärme", von Herrn Professor K. Puschl in Seitenstetten.

Herr Regierungsrath Dr. K. v. Littrow berichtet über die am 6. December v. J. durch Herrn A. Borelly in Marseille gemachte Entdeckung eines neuen teleskopischen Kometen.

Herr Prof. Dr. Ed. Suess legt eine Abhandlung vor, betitelt: „Der Vulkan Venda bei Padua".

Herr Prof. Dr. A. Winckler überreicht eine Abhandlung: „Integration zweier linearer Differentialgleichungen."

Herr Dr. C. Doelter übergibt eine „vorläufige Mittheilung über den geologischen Bau der pontinischen Inseln".

Herr Dr. Arthur v. Littrow überreicht eine Abhandlung: „Über die relative Wärmeleitungsfähigkeit verschiedener Bodenarten und den betreffenden Einfluss des Wassers."

Herr Dr. E. Lippmann spricht „über die Einwirkung von Jod auf Quecksilberoxyd unter verschiedenen Umständen".

Herr Jos. Schlesinger, Prof. an der forstl. Hochschule zu Mariabrunn, legt eine Abhandlung vor, betitelt: „Der Barostat. Erster selbständiger Metall-Barometer ohne Quecksilber.“

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Accademia Pontificia de' nuovi Lincei: Atti. Anno XXVII, Sess. 7ª. Roma, 1874; 4º.

Akademie der Wissenschaften, Königl. Bayer., zu München: Sitzungsberichte der mathem.-physikal. Classe. 1872. Heft III. München; 8º.

American Chemist. Vol. V, Nrs. 4—5. New York, 1874; 4º.

Apotheker-Verein, Allgem. österr.: Zeitschrift (nebst Anzeigen-Blatt). 12. Jahrgang (1874), Nr. 36; 13. Jahrgang (1875), Nr. 1. Wien, 1874; 8º.

Archiv der Mathematik und Physik. Gegründet von J. A. Grunert, fortgesetzt von R. Hoppe. LVII. Theil, 1. Heft. Leipzig, 1874; 8º.

Arneth, Le Chevalier Alfred de, et A. Geffroy, Marie-Antoinette. Correspondance secrète entre Marie-Thérèse et le Cte de Mercy-Argenteau etc. Tomes I—III. Paris, 1875; gr. 8º.

Astronomische Nachrichten. Nr. 2017—2019. (Bd. 85. 1—3.) Kiel, 1874; 4º.

Ateneo di Brescia: Commentari per l'anno 1874. Brescia; 8º.

Baumhauer, E. H. von, Sur un Météorographe Universel destiné aux observatoires solitaires. Harlem, 1874; 8º.

Comitato, R., geologico d'Italia: Bollettino. Anno 1874, Nr. 9 e 10. Roma; 4º.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXXIX, Nrs. 23—25. Paris, 1874; 4º.

Cosmos di Guido Cora. IV—V. Torino, 1874; 4º.

Favaro, Antonio, Intorno ai mezzi usati dagli antichi per attenuare le disastrose conseguenze dei terremoti. Venezia, 1874; 8º.

Gesellschaft, böhmische chemische: Berichte. II. Jahrgang, 2. Heft. Prag, 1874; 8º. (Böhmisch.)

— Naturforschende, in Zürich: Vierteljahrsschrift. XVIII. Jahrgang, 1.—4. Heft. Zürich, 1873; 8º.

Gesellschaft, Physikal.-medicin., zu Würzburg: Die pennatulide Umbellula und zwei neue Typen der Alcyonarien. Von Albert Kölliker. Festschrift zur Feier des 25jährigen Bestehens dieser Gesellschaft. Würzburg, 1875; 4°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXXV. Jahrg. (1874), Nr. 51—52; XXXVI. Jahrgang (1875). Nr. 1. Wien, 4°.

Gradmessung, Europäische: Protokolle über die Verhandlungen der vierten allgemeinen Conferenz derselben, abgehalten vom 23. bis 28. September 1874 in Dresden. 4°. — Protokolle der Verhandlungen der permanenten Commission derselben vom 21., 22., 23. und 29. September 1874 in Dresden. 4°.

Institution, The Royal, of Great Britain: Proceedings. Vol. VII, Parts 3—4. Nrs. 60—61. London, 1874; 8°.

Jahres-Bericht über die Studien-Anstalt im Benedictiner-Stifte Metten für die Studienjahre 1843/44, 1849/50 bis 1854/55, 1856/57 bis 1873/74. 4°.

Journal für praktische Chemie, von H. Kolbe. N. F. Band X, 9. Heft. Leipzig, 1874; 8°.

Landbote, Der steirische. 7. Jahrgang, Nr. 26. Graz, 1874; 4°.

Landwirthschafts-Gesellschaft, k. k., in Wien: Verhandlungen und Mittheilungen. Jahrgang 1874, Nr. 19. Wien; 4°.

Mittheilungen aus J. Perthes' geographischer Anstalt. 20. Band. 1874, Heft XII. Gotha; 4°.

Moniteur scientifique du D[teur]. Quesneville. 396[e] Livraison. Paris, 1874; 4°.

Moritillet, Gabriel de, Géologie du Tunnel de Fréjus ou percée du Mont-Cénis. Annecy, 1872; 8°. — Classification des diverses périodes de l'âge de la pierre. Bruxelles, 1873; 8°.

Nachrichten über Industrie, Handel und Verkehr aus dem Statistischen Departement im k. k. Handels-Ministerium. III. Band, 1. & 2. Heft. Wien, 1873 & 1874;

Nature. Nrs. 268—270, Vol. XI. London. 1874; 4°.

Onderzoekingen gedaan in het physiologisch Laboratorium der Utrechtsche Hoogeschool. III. Reeks. III. Aflev. 1. Utrecht, 1874; 8°.

Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri: Bullettino meteorologico. Vol. IX, Nr. 2—3. Torino, 1874; 4°.

Plantamour, E., Résumé météorologique de l'année 1873 pour Genève et le Grand Saint-Bernard. Genève, 1874; 8°.

Rechnungs-Abschluss des Comités für die österr.-ungar. Nordpol-Expedition. Wien, 1874; gr. 8°.

Reichsanstalt, k. k. geologische: Verhandlungen. Jahrgang 1874, Nr. 15. Wien; 4°.

Repertorium für Experimental-Physik etc. Von Ph. Carl. X. Band, 5. Heft. München, 1874; 8°.

„Revue politique et littéraire" et „Revue scientifique de la France et de l'étranger." IVe Année, 2me Série, Nrs. 25—27. Paris, 1874; 4°.

Rossetti, Francesco, Nuovi studii sulle correnti delle macchine elettriche. Venezia, 1874; 8°.

Wiener Medizin. Wochenschrift. XXIV. Jahrgang, Nr. 51—52. Wien, 1874; 4°.

Integration zweier linearen Differentialgleichungen.

Von dem w. M. Dr. **Anton Winckler.**

Die Frage nach der Integration der Differentialgleichung

$$(H_0 t^2 + 2H_1 t + H_2) \frac{d^2y}{dt^2} + (K_0 t + K_1) \frac{dy}{dt} + L_0 y = 0 \quad \ldots (1)$$

macht bekanntlich die Unterscheidung der beiden Fälle nöthig, ob der Coëfficient von $\frac{d^2y}{dt^2}$ ein vollständiges Quadrat ist oder nicht. Die zwei entsprechenden, von einander wesentlich verschiedenen Differentialgleichungen lassen sich durch Transformation von (1) auf die Formen

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + [c + (a + b + 1)\, x] \frac{dy}{dx} + ab\, y = 0 \quad \ldots (2)$$

$$x(1 - x) \frac{d^2y}{dx^2} + [c - (a + b + 1)\, x] \frac{dy}{dx} - ab\, y = 0 \quad \ldots (3)$$

reduciren, unter a, b, c sowohl in der ersten als in der zweiten feste Werthe verstanden.

Für die Gleichung (2) sind in einer Anzahl von Abhandlungen entsprechende Integrale, zum Theile früher bekannte wiederholt, gefunden worden, welche in einigen, durch die Werthe der Constanten a, b, c und der Veränderlichen x bestimmten Fällen durch einfache Quadraturen ausgedrückt sind, in anderen Fällen aber in Form von Differentialquotienten mit gebrochenen Indices oder als mehrfache Integrale auftreten und keineswegs leichter als die Differentialgleichung selbst discutirt werden können. Aber auch einfache bestimmte Integrale,

welche, um y zu liefern, noch Differentiationen zu unterwerfen sind, deren (ganze) Ordnungszahl sich erst angeben lässt, wenn a, b, c numerisch bestimmt sind, lassen sich kaum als zur weiteren Untersuchung wohl geeignet bezeichnen, und sollten, insoweit dies möglich ist, durch übersichtlichere Ausdrücke ersetzt werden.

Obgleich nun die Lösung durch unbestimmte Integrale, welche ohne Zweifel die natürlichste wäre, im Allgemeinen nicht möglich ist, so wird sich aus dem Nachstehenden doch ergeben, dass die Integration der Gleichung (2) in allen Fällen durch einfache, endliche und bestimmte Quadraturen geschehen kann, bei welchen Differentiationen der einen oder anderen Art nicht vorkommen.

Die Gleichung (3) gehört der hypergeometrischen Reihe an und ist hinsichtlich ihrer Integration andauernder und erschöpfender als vielleicht irgend eine andere ihrer Gattung von Euler, Legendre, Gauss u. A. erörtert, zuletzt aber von Jacobi (Journal von Crelle, Bd. 56) insofern vollständig erledigt worden, als er das allgemeine Integral in allen möglichen Fällen, deren Anzahl 18 beträgt, durch einfache Quadraturen dargestellt hat. Allerdings finden sich unter diesen Lösungen mehrere, welche Differentiationen der erwähnten Art (jedoch nur mit ganzzahligen Indices) erheischen, auch ist jene grosse Zahl von Fällen einer nicht unbedeutenden Reduction fähig, aber davon wird hier nicht die Rede sein.

Den zweiten Gegenstand der vorliegenden Arbeit bildet die Integration der Riccati'schen Differentialgleichung, mit welcher jene der Gleichung (2) insbesondere auch darum in Verbindung gebracht worden ist, weil diese beiden Integrationen auf derselben Grundformel beruhen und in beinahe gleicher Weise durchgeführt werden können.

1.

Auf den Fall, in welchem der Coëfficient von $\frac{d^2y}{dt^2}$ in die Form eines Quadrates gebracht werden kann, ist folgende Transformation anwendbar.

Angenommen, es sei

$$H_0 t^2 + 2H_1 t + H_2 = H_0 (t-h)^2$$

oder also

$$H_1^2 - H_0 H_2 = 0, \quad h = -\frac{H_1}{H_0}$$

so geht, wenn man

$$t = x + h$$

und zugleich der Kürze wegen

$$k_0 = \frac{K_0}{H_0}, \quad k = \frac{H_0 K_1 - K_0 H_1}{H_0^2}, \quad l_0 = \frac{L_0}{H_0}$$

setzt, die Gleichung (1) über in die folgende:

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + (k_0 x + k) \frac{dy}{dx} + l_0 y = 0 \qquad \ldots(1)$$

Es seien ferner, um die Rechnung zu vereinfachen, a, b, c drei Hilfsgrössen, welche durch die Gleichungen:

$$a = \frac{1}{2}[k_0 - 1 - \sqrt{(k_0-1)^2 - 4l_0}]$$

$$b = \frac{1}{2}[k_0 - 1 + \sqrt{(k_0-1)^2 - 4l_0}]$$

$$c = k$$

bestimmt sind, und wofür man

$$a+b+1 = k_0, \quad ab = l_0$$

hat. Die vorhin erhaltene Gleichung (1) erscheint dann in folgender Form

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \left[\frac{a+b+1}{x} + \frac{c}{x^2}\right]\frac{dy}{dx} + \frac{ab}{x^2} \cdot y = 0 \qquad \ldots(2)$$

welche mit der früher angeführten Gleichung übereinstimmt.

Man hätte übrigens die Gleichung (1) auch in anderer Art transformiren und dadurch bewirken können, dass die Coëfficienten insgesammt lineare Functionen der Veränderlichen geworden wären. Da aber durch diese Umformung weder die Rechnung vereinfacht, noch die Integration erleichtert würde, so soll die Gleichung (2) dem Folgenden zu Grunde gelegt werden. Die Integration kann dann direct durch die Formeln geschehen, welche ich in der Abhandlung „Integration der linearen Differentialgleichung zweiter Ordnung, deren Coëfficienten lineare Functionen der unabhängigen Veränderlichen sind“ (Sitzungsb. Bd. 67) ausführlich angegeben habe.

Man erhält nämlich, wenn der Gleichung

$$\frac{d^2y}{dx^2}+p\frac{dy}{dx}+qy=0$$

das Integral

$$y=x^m e^{Ax^n}\int_{u_0}^{u_1} u^{\alpha-1}(B-u)^{\beta-1}e^{\gamma x^n\cdot u}.du \qquad \ldots(3)$$

für von x unabhängige Werthe der Grenzen u_0 und u_1 genügen soll, auf dem von Euler befolgten Wege die Bedingungen:

$$p=-[n(1-\alpha-\beta)+2m-1].\frac{1}{x}-n(2A+\gamma B)x^{n-1},$$

$$\left.\begin{aligned}q=m[n(1-\alpha-\beta)+m].\frac{1}{x^2}+n^2A(A+\gamma B)x^{2n-2}\\ +n[m(2A+\gamma B)-n(\alpha+\beta)A-n\alpha\gamma B]x^{n-2}\end{aligned}\right\} \qquad \ldots(4)$$

und

$$\gamma.x^{m+n-2}e^{Ax^n}\Big[e^{\gamma x^n\cdot u}u^\alpha(B-u)^\beta+Const\Big]_{u_0}^{u_1}=0 \qquad \ldots(5)$$

Damit nun die vorhin angenommene Differentialgleichung mit (2) zusammenfalle, muss

$$p=\frac{a+b+1}{x}+\frac{c}{x^2},\quad q=\frac{ab}{x^2}$$

sein, was offenbar der Fall ist, wenn man $n=-1$ und zugleich

$$1-\alpha-\beta-2m+1=a+b+1$$

$$2A+\gamma B=c$$

$$m(\alpha+\beta-1+m)=ab \qquad \ldots(6)$$

$$m(2A+\gamma B)+(\alpha+\beta)A+\alpha\gamma B=0$$

$$A(A+\gamma B)=0$$

setzt, und wenn ausserdem die Grenzen u_0, u_1 so gewählt werden, dass auch die Gleichung (5) erfüllt wird.

Aus den Gleichungen (6), worin γ und B nicht einzeln, sondern nur in der Verbindung γB vorkommen, lassen sich die Grössen α, β, A, γB, m finden.

Die letzte dieser Gleichungen wird erfüllt, wenn man $A=0$ setzt, wofür aus den übrigen:

$$\alpha=-m, \quad \beta-1=-(a+b+m)$$

$$m(\beta-1)=ab, \qquad \gamma B=c$$

und für m die Gleichung

$$m^2+(a+b)m+ab=0$$

folgt, deren Wurzeln

$$m_1=-a, \quad m_2=-b$$

sind. Man hat daher zunächst die beiden Auflösungen:

$$A=0, \quad \alpha_1=a, \quad \beta_1=1-b, \quad m_1=-a, \quad \gamma_1 B_1=c$$

$$A=0, \quad \alpha_2=b, \quad \beta_2=1-a, \quad m_2=-b, \quad \gamma_2 B_2=c$$

Der letzten der Gleichungen (6) wird aber auch entsprochen, wenn man $A+\gamma B=0$ setzt, und hierfür ergibt sich aus den übrigen Gleichungen

$$\beta-1=-(a+b+m), \quad \beta=-m$$

$$m(\alpha-1)=ab, \qquad \gamma B=-c$$

und für m wieder die Gleichung

$$m^2+(a+b)m+ab=0$$

Hieraus findet man die zwei weiteren Auflösungen:

$$A=c\,,\quad \alpha_3=1-b\,,\quad \beta_3=a\,,\quad m_3=-a\,,\quad \gamma_3 B_3=-c$$

$$A=c\,,\quad \alpha_4=1-a\,,\quad \beta_4=b\,,\quad m_4=-b\,,\quad \gamma_4 B_4=-c$$

Damit die Gleichung für γB hier dieselbe wie in den beiden vorigen Auflösungen sei, führe man γ_3 und γ_4 mit entgegengesetztem Zeichen ein, was dann, wie sich von selbst versteht, auch in (3) und (5) geschehen muss.

2.

Diese Bestimmungen führen zu den folgenden Formen des Integrals der Gleichung (2) des vorigen Artikels

$$x^{-a}\int u^{a-1}(B-u)^{-b}\, e^{\frac{\gamma}{x}.u}\, du \qquad \ldots(1)$$

$$x^{-b}\int u^{b-1}(B-u)^{-a}\, e^{\frac{\gamma}{x}.u}\, du \qquad \ldots(2)$$

$$x^{-a}\, e^{\frac{c}{x}}\int u^{-b}\,(B-u)^{a-1}\, e^{-\frac{\gamma}{x}.u}\, du \qquad \ldots(3)$$

$$x^{-b}\, e^{\frac{c}{x}}\int u^{-a}\,(B-u)^{b-1}\, e^{-\frac{\gamma}{x}.u}\, du \qquad \ldots(4)$$

bei welchen insgesammt die Bedingung

$$\gamma B=c$$

erfüllt werden muss. Es braucht übrigens kaum bemerkt zu werden, dass (3) aus (1) und (4) aus (2) einfach dadurch erhalten wird, dass man $B-u$ für u setzt. Jedes einzelne dieser vier Integrale ist zwischen zwei Grenzen u_0 und u_1 zu nehmen, durch welche der Gleichung (5) des vorigen Artikels Genüge geschieht, wofür also bei (1) und (2)

$$\left[e^{\frac{\gamma}{x}.u}\, u^{\alpha}(B-u)^{\beta}+Const\right]_{u_0}^{u_1}=0 \qquad \ldots(5)$$

und bei (3) und (4):

$$\left[e^{-\frac{\gamma}{x}.u}\, u^{\alpha}(\bar{B}-u)^{\beta}+Const\right]_{u_0}^{u_1}=0 \qquad \ldots(6)$$

ist, und zugleich jedes der vier Integrale eine endliche bestimmte Function von x darstellt.

Bei der Ermittlung der Grenzen u_0, u_1, auf welche jetzt die Aufgabe zurückgeführt ist, können a, b, c als von Null verschieden angenommen werden. Denn wären die Coëfficienten k_0, k', l_0 der Gleichung (1) des vorigen Artikels so beschaffen, dass a oder b verschwindet, so müsste nothwendig auch $l_0=0$ sein, und liesse sich jene Gleichung wie eine lineare erster Ordnung sofort integriren. Wäre aber $c=0$, so hätte man es mit der Gleichung

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2}+k_0x\frac{dy}{dx}+l_0y=0$$

zu thun, deren particuläre Integrale

$$y_1=x^{-a}, \quad y_2=x^{-b}$$

sich unmittelbar angeben lassen.

Im Übrigen sollen in voller Allgemeinheit unter a, b, c, x beliebige complexe Grössen verstanden werden, wie es wenigstens die beiden ersten ihrer Bedeutung nach leicht sein können.

Um nun in allen Fällen die Frage erledigen zu können, muss man von einer Bemerkung Gebrauch machen, welche auch in dem früher erwähnten Aufsatz wiederholt angewendet wurde, und auf welche ich hier zurückkomme.

Da die Gleichung

$$\gamma B=c$$

rücksichtlich der beiden Unbekannten γ und B unendlich viele, sowohl reelle als complexe Auflösungen zulässt, so kann man stets bewirken, dass die in den Exponenten auftretende Grösse

$\frac{\gamma}{x}$ einen reellen Theil von gegebenem Zeichen hat, und dass zugleich der imaginäre Theil von B nicht Null ist.

Wenn nämlich

$$c = \lambda_0 + \mu_0 \sqrt{-1}$$

und

$$\frac{1}{x} = \lambda + \mu \sqrt{-1}$$

gegeben und weder λ_0 und μ_0, noch λ und μ gleichzeitig Null sind, so lässt sich γ immer in der Form

$$\gamma = \sigma + \tau \sqrt{-1}$$

so bestimmen, dass in der Gleichung

$$\frac{\gamma}{x} = \lambda\sigma - \mu\tau + (\mu\sigma + \lambda\tau) \sqrt{-1}$$

der reelle Theil

$$\lambda\sigma - \mu\tau = \Delta$$

irgend einen von Null verschiedenen Werth und ein gegebenes Zeichen erhält, und dass ferner in der Gleichung

$$B = \frac{\lambda_0 \sigma + \mu_0 \tau}{\sigma^2 + \tau^2} + \frac{\mu_0 \sigma - \lambda_0 \tau}{\sigma^2 + \tau^2} \cdot \sqrt{-1}$$

der imaginäre Theil

$$\mu_0 \sigma - \lambda_0 \tau = \Delta_0$$

irgend einen, dem Zeichen und der Grösse nach gleichgiltigen, jedoch von Null verschiedenen Werth erhält.

Es bedarf nur der Kenntniss der Zeichen, keineswegs auch der Werthe von c und x, resp. von λ_0, μ_0, λ, μ, um σ und τ diesen Bedingungen gemäss wählen zu können. Dass die Werthe von σ und τ, immer unabhängig von dem Werthe der Variabeln x, auf die positive oder negative Einheit beschränkt bleiben können, bedarf wohl keiner weiteren Auseinandersetzung.

Diese Bemerkungen reichen zur Ermittlung je zweier particulärer Integrale der Differentialgleichung (2) des Art. 1 in allen Fällen aus, welche rücksichtlich der Zeichen und Werthe der Grössen a und b unterschieden werden müssen.

Die ausser a und b noch in Rechnung kommenden Grössen c und x führen keine Vermehrung der Fälle herbei, da ihr Einfluss auf σ und τ beschränkt bleibt. Der zu unterscheidenden Fälle sind es vier, weil es darauf ankommt, ob die reellen Theile von a und b gleiche oder entgegengesetzte Zeichen haben.

3.

1. Es seien die reellen Theile von a und b positiv. Wählt man die Zahlen σ und τ so, dass Δ negativ und Δ_0 von Null verschieden wird, so können in den Integralen (1) und (2) des vorigen Artikels die Factoren $(B-u)^{-b}$ und $(B-u)^{-a}$ für keinen reellen Werth von u unendlich gross werden, und stellen jene Integrale zwischen den Grenzen $u_0=0$, $u_1=\infty$ genommen endliche, bestimmte Werthe dar, während durch diese Grenzen die Gleichung (5) wie es sein soll, erfüllt wird. Da nun

$$B=\frac{c}{\sigma+\tau\sqrt{-1}}$$

ist, so sind

$$\left.\begin{aligned} y_1&=x^{-a}\int_0^\infty u^{a-1}\left[\frac{c}{\sigma+\tau\sqrt{-1}}-u\right]^{-b}.e^{\frac{\sigma+\tau\sqrt{-1}}{x}.u}du\\ y_2&=x^{-b}\int_0^\infty u^{b-1}\left[\frac{c}{\sigma+\tau\sqrt{-1}}-u\right]^{-a}.e^{\frac{\sigma+\tau\sqrt{-1}}{x}.u}du\end{aligned}\right\}\ldots(\mathrm{I})$$

zwei offenbar von einander verschiedene Lösungen der gegebenen Differentialgleichung.

Sie fallen nur dann mit einander zusammen, wenn a und b sich auf $\frac{1}{2}(k_0-1)$ reduciren, wenn also

$$(k_0-1)^2=4l_0$$

wird, und man es mit der Gleichung

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2}+(k_0x+k)\frac{dy}{dx}+\left(\frac{k_0-1}{2}\right)^2.y=0 \quad \ldots(1)$$

zu thun hat. In diesem Falle aber ergibt sich auf bekannte Art aus y_2 ein von y_1 verschiedenes Integral, wenn man

$$a=\frac{1}{2}(k_0-1)+\omega\,,\quad b=\frac{1}{2}(k_0-1)-\omega$$

setzt und y_2 nach Potenzen von ω entwickelt, dann das erste Glied dieser Entwicklung, welches mit y_1 übereinstimmt, weglässt, die übrigen Glieder mit ω dividirt, und zuletzt $\omega=0$ setzt.

Als Integrale der Gleichung (1) findet man hiernach, wenn

$$a=\frac{1}{2}(k_0-1)\,,\quad c=k$$

gesetzt wird, die folgenden Ausdrücke:

$$y_1=x^{-a}\times$$

$$\int_0^\infty u^{a-1}\left[\frac{c}{\sigma+\tau\sqrt{-1}}-u\right]^{-a}.e^{\frac{\sigma+\tau\sqrt{-1}}{x}.u}.du$$

$$y_2=x^{-a}\times$$

$$\int_0^\infty u^{a-1}\left[\frac{c}{\sigma+\tau\sqrt{-1}}-u\right]^{-a}.e^{\frac{\sigma+\tau\sqrt{-1}}{x}.u}\,log\left[\frac{u}{x}\left(\frac{c}{\sigma+\tau\sqrt{-1}}-u\right)\right].du$$

In besonderen, hinsichtlich der Grössen c und x möglichen Fällen, von denen namentlich jener hervorzuheben, in welchem x reell ist, lassen sich die Integrale (I) insofern einfacher darstellen, als es dann der Zahlen σ und τ nicht bedarf.

Ist z. B. x positiv und zugleich auch der reelle Theil von c positiv, so kann man die Gleichung $\gamma B=c$ durch die Werthe $\gamma=-c$, $B=-1$ auflösen, und erhält mittelst der Ausdrücke (1) und (2) des vorigen Artikels die beiden folgenden,

allen Anforderungen entsprechenden Lösungen der gegebenen Differentialgleichung:

$$y_1 = x^{-a} \int_0^\infty u^{a-1} (1+u)^{-b} e^{-\frac{c}{x}.u} du$$

$$y_2 = x^{-b} \int_0^\infty u^{b-1} (1+u)^{-a} e^{-\frac{c}{x}.u} du$$

Dass für den Fall $b = a$ auf dem oben befolgten Wege immer noch zwei verschiedene Integrale erhalten werden können, bedarf keiner weiteren Auseinandersetzung.

Die vorigen Formeln gelten offenbar auch dann, wenn wie vorhin x reell und zugleich der reelle Theil von c negativ ist.

Anders verhält es sich, wenn x nicht dasselbe Zeichen wie der reelle Theil von c hat. Dann muss man, selbst auch wenn c reell ist, von den Formeln (I) Gebrauch machen, um giltige Lösungen zu finden. Es entsteht darin nur insofern eine Vereinfachung, als man die Zahlen σ und τ sofort angeben kann.

Ist z. B. ausser x auch c reell, dagegen x positiv und c negativ, so hat man:

$$\mu_0 = 0, \quad \mu = 0, \quad \lambda_0 \text{ negativ}, \quad \lambda \text{ positiv}$$

und kann daher $\sigma = -1$, $\tau = -1$ gesetzt werden.

Aus (I) folgt also

$$y_1 = x^{-a} \int_0^\infty u^{a-1} \left[\frac{c}{1+\sqrt{-1}} + u\right]^{-b} e^{-\frac{1+\sqrt{-1}}{x}.u} du$$

$$y_2 = x^{-b} \int_0^\infty u^{b-1} \left[\frac{c}{1+\sqrt{-1}} + u\right]^{-a} e^{-\frac{1+\sqrt{-1}}{x}.u} du$$

Für den entgegengesetzten Fall, dies ist x negativ, c positiv, ist $\sigma = +1$, $\tau = +1$ zu setzen, und erhält man

$$y_1 = x^{-a} \int_0^\infty u^{a-1} \left[\frac{c}{1+\sqrt{-1}} - u \right]^{-b} e^{\frac{1+\sqrt{-1}}{x} . u} du$$

$$y_2 = x^{-b} \int_0^\infty u^{b-1} \left[\frac{c}{1+\sqrt{-1}} - u \right]^{-a} e^{\frac{1+\sqrt{-1}}{x} . u} du$$

Allen diesen Resultaten liegt die Voraussetzung zu Grund, dass die reellen Theile von a und b positiv seien; ihre Zahlenwerthe sind dabei gleichgiltig.

In dem besonderen Fall jedoch, wenn die reellen Theile von a und b zwischen 0 und $+1$ liegen, erhält man auch richtige Lösungen, wenn $u_0 = 0$, $u_1 = 1$ gesetzt und die Gleichung $\gamma B = c$ durch die Werthe $\gamma = c$, $B = +1$ aufgelöst wird. Die Ausdrücke (1) und (2) führen dann zu dem Resultat

$$y_1 = x^{-a} \int_0^1 u^{a-1} (1-u)^{-b} e^{\frac{c}{x} . u} du$$

$$y_2 = x^{-b} \int_0^1 u^{b-1} (1-u)^{-a} e^{\frac{c}{x} . u} du$$

Die Grössen c und x unterliegen hier keiner Bedingung.

4.

2. Die reellen Theile von a und b seien negativ. Obschon auch in diesem Fall die Ausdrücke (1) und (2) des Art. 2 geeignete Lösungen geben würden, so haben doch jene (3) und (4) den Vortheil, die reellen Grenzen 0 und ∞ für die Integrale zuzulassen. Werden nämlich die Zahlen σ und τ so gewählt, dass Δ positiv und Δ_0 von Null verschieden wird, so stellen die Integrale in (3) und (4) für $u_0 = 0$, $u_1 = \infty$ endliche Werthe dar, und wird die Bedingung (6) erfüllt. Es sind daher

$$y_1 = x^{-a} e^{\frac{c}{x}} \int_0^\infty u^{-b} \left[\frac{c}{\sigma+\tau\sqrt{-1}} - u\right]^{a-1} e^{-\frac{\sigma+\tau\sqrt{-1}}{x} \cdot u} . du$$

$$\ldots (II)$$

$$y_2 = x^{-b} e^{\frac{c}{x}} \int_0^\infty u^{-a} \left[\frac{c}{\sigma+\tau\sqrt{-1}} - u\right]^{b-1} e^{-\frac{\sigma+\tau\sqrt{-1}}{x} \cdot u} . du$$

zwei Lösungen der gegebenen Gleichung.

Dieselben fallen mit einander zusammen, wenn b und a sich auf $\frac{1}{2}(k_0-1)$ reduciren. Man erhält aber aus y_2 ein von y_1 verschiedenes Integral, wenn, wie früher $a=\frac{1}{2}(k_0-1)+\omega$, $b=\frac{1}{2}(k_0-1)-\omega$ gesetzt und dann auf bekannte Art verfahren wird. Die Differentialgleichung ist in diesem Falle wieder:

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + (k_0 x + k) \frac{dy}{dx} + \left(\frac{k_0-1}{2}\right)^2 y = 0$$

oder also:

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + [(2a+1)x+c] \frac{dy}{dx} + a^2 y = 0$$

und, wenn der reelle Theil von $a=\frac{1}{2}(k_0-1)$ negativ ist, so ergeben sich die Ausdrücke

$$y_1 = x^{-a} e^{\frac{c}{x}} \times$$

$$\int_0^\infty u^{-a} \left[\frac{c}{\sigma+\tau\sqrt{-1}} - u\right]^{a-1} e^{-\frac{\sigma+\tau\sqrt{-1}}{x} \cdot u} . du$$

$$y_2 = x^{-a} e^{\frac{c}{x}} \times$$

$$\int_0^\infty u^{-a} \left[\frac{c}{\sigma+\tau\sqrt{-1}} - u\right]^{a-1} e^{-\frac{\sigma+\tau\sqrt{-1}}{x} \cdot u} . log\left[\frac{u}{x}\left(\frac{c}{\sigma+\tau\sqrt{-1}} - u\right)\right] . du$$

als zwei particuläre Integrale jener Gleichung.

Wenn x reell ist, so können auch hier die Gleichungen (II) in gewissen Fällen durch einfachere ersetzt werden,

Nimmt man z. B. an, es sei x positiv, dagegen der reelle Theil von c negativ, so genügt es, die Gleichung $\gamma B = c$ durch die Werthe $\gamma = -c$, $B = -1$ aufzulösen, und erhält man mittelst der Ausdrücke (3) und (4) des Art. 2 die folgenden Integrale:

$$y_1 = x^{-a} e^{\frac{c}{x}} \int_0^\infty u^{-b} (1+u)^{a-1} e^{\frac{c}{x}.u} du$$

$$y_2 = x^{-b} e^{\frac{c}{x}} \int_0^\infty u^{-a} (1+u)^{b-1} e^{\frac{c}{x}.u} du$$

welche unter den gemachten Annahmen offenbar endliche Grössen darstellen. Sie behalten ihre Giltigkeit auch noch in dem Falle, wenn x negativ, dagegen der reelle Theil von c positiv ist.

In dem Fall jedoch, wenn x, wieder als reell vorausgesetzt, mit dem reellen Theil von c das gleiche Zeichen hat, muss man von den Formeln (II) Gebrauch machen, worin übrigens insofern wieder eine Vereinfachung eintritt, als man die Zahlen σ und τ sofort angeben kann.

Sind z. B. x und der reelle Theil von c positiv, also $\mu_0 = 0$, $\mu = 0$, λ_0 und λ positiv, so kann $\sigma = +1$, $\tau = +1$ gesetzt werden, und erhält man aus (II) die Integrale:

$$y_1 = x^{-a} e^{\frac{c}{x}} \int_0^\infty u^{-b} \left[\frac{c}{1+\sqrt{-1}} - u\right]^{a-1} e^{-\frac{1+\sqrt{-1}}{x}.u} \cdot du$$

$$y_2 = x^{-b} e^{\frac{c}{x}} \int_0^\infty u^{-a} \left[\frac{c}{1+\sqrt{-1}} - u\right]^{b-1} e^{-\frac{1+\sqrt{-1}}{x}.u} \cdot du$$

Sind dagegen x und der reelle Theil von c negativ, also λ_0 und λ negativ, so entsprechen die Werthe $\sigma = -1$, $\tau = -1$ den Bedingungen und erhält man

$$y_1 = x^{-a} e^{\frac{c}{x}} \int_0^\infty u^{-b} \left[\frac{c}{1+\sqrt{-1}} + u\right]^{a-1} e^{\frac{1+\sqrt{-1}}{x}.u} du$$

$$y_2 = x^{-b} e^{\frac{c}{x}} \int_0^\infty u^{-a} \left[\frac{c}{1+\sqrt{-1}} + u\right]^{b-1} e^{\frac{1+\sqrt{-1}}{x}.u} du.$$

In allen diesen Resultaten unterliegen a und b nur der einen Bedingung, dass ihre reellen Theile negativ seien.

5.

3. Es sei jetzt der reelle Theil von a positiv, jener von b negativ. Unter diesen Voraussetzungen ergibt sich aus (1), Art. 2, ein particuläres Integral, wenn man darin $\gamma = c$, $B = 1$, $u_0 = 0$, $u_1 = 1$ setzt. Jenes Integral ist dann eine endliche Grösse und findet die Bedingung (5) statt. Aus (1) ergibt sich noch ein zweites Integral, wenn man die Zahlen σ und τ so wählt, dass Δ negativ und B von Null verschieden, gleichgiltig ob reell oder imaginär wird; es kann dann $u_0 = 0$, $u_1 = \infty$ gesetzt werden. Die beiden Integrale sind daher

$$y_1 = x^{-a} \int_0^1 u^{a-1} (1-u)^{-b} e^{\frac{c}{x}.u} du$$

$$\ldots (\text{III})$$

$$y_2 = x^{-a} \int_0^\infty u^{a-1} \left[\frac{c}{\sigma+\tau\sqrt{-1}} - u\right]^{-b} e^{\frac{\sigma+\tau\sqrt{-1}}{x}.u} du$$

Um auch hier den Fall zu betrachten, in welchem x reell ist, nehme man an, es sei x und der reelle Theil von c positiv; dann lässt sich die Gleichung $\gamma B = c$ durch die Werthe $\gamma = -c$, $B = -1$ befriedigen, so dass der reelle Theil von $\frac{\gamma}{x}$ negativ, folglich y_2 eine endliche Grösse wird. In diesem Fall sind also

$$y_1 = x^{-a} \int_0^1 u^{a-1} (1-u)^{-b} e^{\frac{c}{x}.u} . du$$

$$y_2 = x^{-a} \int_0^\infty u^{a-1} (1+u)^{-b} e^{-\frac{c}{x}.u} . du$$

zwei richtige Lösungen, die offenbar auch dann noch gelten, wenn x und der reelle Theil von c gleichzeitig negativ sind.

Nimmt man dagegen an, es sei x positiv, der reelle Theil von c aber negativ, so genügt es, $\gamma = +c$, $B = +1$ in y_2 zu setzen, weil dann der reelle Theil von $\frac{\gamma}{x}$ negativ ist.

Die beiden Integrale sind daher

$$y_1 = x^{-a} \int_0^1 u^{a-1} (1-u)^{-b} e^{\frac{c}{x}.u} du$$

$$y_2 = x^{-a} \int_0^\infty u^{a-1} (1-u)^{-b} e^{\frac{c}{x}.u} du$$

welche ihre Giltigkeit auch dann behalten, wenn x negativ und der reelle Theil von c positiv ist.

6.

4. Ist der reelle Theil von a negativ, jener von b aber positiv, so ergeben sich die diesem Fall entsprechenden Lösungen aus jenen des vorigen Artikels, wenn man darin a und b mit einander vertauscht; jede weitere Ausführung wäre daher überflüssig.

Hiermit sind die am Schlusse des Art. 2 unterschiedenen Fälle erschöpft und ist zugleich erwiesen, dass es zur Herstellung der jenen Fällen entsprechenden Integrale weiterer Unterscheidungen nicht bedarf. In diesen Integralen kommt, wie ersichtlich ist, die Variable x unter dem Zeichen immer in derselben Weise vor, und lässt sich die in Rede stehende Differentialgleichung in allen möglichen Fällen durch einfache be-

stimmte Integrale vollständig integriren, was meines Wissens bis jetzt nicht dargethan worden ist. Die Frage, ob gerade die hier so umständlich erörterte Differentialgleichung in den Anwendungen oft vorkomme, ist ziemlich gleichgiltig; dass aber die Integration wenigstens der einfachsten Differentialgleichungen, wozu die vorliegende ohne Zweifel gehört, soweit als möglich erledigt und auf ihre einfachsten Formen gebracht werde, ist auch rücksichtlich der Anwendungen zu wünschen.

Von dieser Seite mögen auch die folgenden Bemerkungen angesehen werden.

7.

Die nach Riccati benannte Differentialgleichung

$$\frac{dz}{dx} + b z^2 = a x^m$$

verwandelt sich durch die schon von Euler (Instit. calc. integr. Vol. II, art. 825) angewendete Substitution

$$z = \frac{1}{by} \cdot \frac{dy}{dx}$$

in die folgende lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - a x^m . y = 0$$

so dass, wenn y_1, y_2 zwei particuläre Integrale der letztern sind, und daher $y = C_1 y_1 + C_2 y_2$ ihr allgemeines Integral vorstellt, jenes der Riccati'schen Gleichung durch die Formel

$$z = \frac{1}{b} \cdot \frac{C y_1' + y_2'}{C y_1 + y_2}$$

ausgedrückt ist, worin C eine willkürliche Constante bezeichnet.

Die stets von Neuem wieder bearbeitete Aufgabe, jene Gleichung in allen möglichen Fällen vollständig durch giltige Formen zu integriren, hat meines Wissens ihre Lösung bis jetzt

nicht gefunden. Manche der nicht selten als vollkommen bezeichneten Auflösungen führen schon bei der Anwendung auf besondere Fälle zu offenbar unrichtigen Resultaten, und andere liefern die particulären Integrale in Formen, deren Discussion mindestens ebenso schwierig, als jene der Differentialgleichung selbst wäre. Allerdings ist, wenn y_1 eine particuläre Lösung der Gleichung zweiter Ordnung bezeichnet, eine zweite durch die Formel

$$y_2 = y_1 \int \frac{dx}{y_1^2}$$

dargestellt, aber die letztere kann, wenn y_1 ein in endlicher Form nicht findbares bestimmtes Integral ist, offenbar als eine irgendwie brauchbare Lösung nicht betrachtet werden, obgleich dies von Duhamel (Eléments de calc. infinit. 1861, p. 269) und nach ihm auch in einem deutschen Lehrbuche [1] geschehen ist.

Nun lässt sich aber mittelst der hier oben entwickelten Formeln leicht zeigen, dass die Integration der Riccati'schen Gleichung in allen Fällen, namentlich auch für complexe Werthe aller in ihr vorkommenden Grössen, durch einfache bestimmte Integrale von endlichem Werthe möglich ist.

Es entstehen einige Vereinfachungen, wenn man $m = 2n-2$ setzt, also die zu betrachtende Differentialgleichung in der Form

$$\frac{d^2y}{dx^2} - a\,x^{2n-2}\,.\,y = 0 \qquad \ldots(1)$$

schreibt; aus den Gleichungen (3), (4) und (5) des Art. 1 ergeben sich dann sofort alle erforderlichen Bedingungen.

Denn setzt man in der dort zu Grunde gelegten Gleichung

$$\frac{d^2y}{dx^2} + p\frac{dy}{dx} + qy = 0$$

dem hier vorliegenden Fall entsprechend

---

[1] „Die höhere Analysis" von Natani. Berlin 1866. S 300.

$$p = 0\,, \quad q = -a\,x^{2n-2}$$

so wird der Ausdruck

$$y = x^m\, e^{Ax^n} \int_{u_0}^{u_1} u^{\alpha-1}\,(B-u)^{\beta-1}\, e^{\gamma x^n . u} . du \qquad \ldots(2)$$

ein Integral der Gleichung (1) sein, wenn u_0 und u_1 so gewählt werden, dass

$$\left[e^{\gamma x^n . u} . u^\alpha\,(B-u)^\beta + Const\right]_{u_0}^{u_1} = 0 \qquad \ldots(3)$$

ist, und ausserdem die Gleichungen

$$\begin{aligned} n(1-\alpha-\beta)+2m-1 &= 0 \\ 2A+\gamma B &= 0 \\ m\,[n(1-\alpha-\beta)+m] &= 0 \qquad \ldots(4) \\ n^2 A(A+\gamma B) &= -a \\ n^2\,[(\alpha+\beta)\,A+\alpha\gamma B] &= 0 \end{aligned}$$

stattfinden. Da a nicht Null ist, so würde die vierte dieser Gleichungen nicht bestehen können, wenn $n=0$ wäre; es ist daher alles Folgende auf die Differentialgleichung

$$\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{a}{x^2}\,y = 0$$

nicht anwendbar, deren Integral übrigens unmittelbar angegeben werden kann. Es ist

$$y = \sqrt{x}\left[C_1\,x^{\sqrt{\frac{1}{4}+a}} + C_2\,x^{-\sqrt{\frac{1}{4}+a}}\right]$$

Der Fall $n=0$ kann daher ausgeschlossen bleiben.

Dies vorausgesetzt, erhält man aus der zweiten und fünften der Gleichungen (4) die folgende:

$$(\beta-\alpha)\,A = 0$$

aus welcher, da A nicht Null sein kann, nothwendig $\beta = \alpha$ folgt. Jene Gleichungen können somit durch die einfacheren:

$$\left.\begin{aligned} n(2\alpha-1) &= 2m-1 \\ \gamma B &= -2A \\ m(m-1) &= 0 \\ n^2 A^2 &= a \end{aligned}\right\} \ldots(5)$$

ersetzt werden, deren dritte die beiden Auflösungen $m = 0$ und $m = 1$ zulässt.

Der ersten Auflösung $m = 0$ entspricht der Werth

$$\alpha_1 = \beta_1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2n}$$

und der zweiten $m = 1$ der Werth

$$\alpha_2 = \beta_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2n}$$

Diesen beiden Auflösungen gemeinschaftlich sind die Werthe

$$A = \frac{\sqrt{a}}{n}, \quad \gamma B = -\frac{2\sqrt{a}}{n}$$

Da hieraus

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 1$$

folgt, so sieht man, dass, wenn der reelle Theil von α_1 oder α_2 negativ ist, jener von α_2 oder α_1 nothwendig positiv sein muss, und daher die reellen Theile dieser beiden Grössen nicht gleichzeitig negativ sein können.

Zugleich erhellt, dass nur die drei Fälle zu unterscheiden sind, ob die reellen Theile von α_1 und α_2 positiv sind, oder ob der reelle Theil von α_1 oder jener von α_2 negativ ist.

Die in den Formeln (2) und (3) vorkommende Grösse x^n macht keine weiteren Unterscheidungen nöthig, weil, wie sich aus der Gleichung für γB ergibt, auch hier die Constante γ erst

bestimmt werden kann, wenn B angenommen ist, und umgekehrt, so dass man immer bewirken kann, dass der reelle Theil des Exponenten γx^n ein gegebenes Zeichen habe, namentlich also negativ werde.

Die drei bezeichneten Fälle lassen sich nun wie folgt erörtern.

8.

1. Es seien die reellen Theile von α_1 und α_2 positiv, also zwischen 0 und $+1$ liegende Brüche.

Diese Voraussetzung findet beispielsweise dann statt, wenn n reell ist und entweder zwischen $+1$ und $+\infty$ oder zwischen -1 und $-\infty$ liegt.

Wird $B=1$, $u_0=0$, $u_1=1$ gesetzt, wofür $\gamma=-\frac{2\sqrt{a}}{n}$ erhalten wird, und legt man den Exponenten m, α, β die Werthe bei, welche den vorhin gefundenen zwei Auflösungen entsprechen, so ergeben sich aus der Gleichung (2) des vorigen Artikels die beiden particulären Integrale

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= e^{\frac{\sqrt{a}}{n}.x^n}\int_0^1 [u(1-u)]^{-\frac{1}{2}-\frac{1}{2n}}.e^{-\frac{2\sqrt{a}}{n}x^n.u}.du \\ y_2 &= xe^{\frac{\sqrt{a}}{n}.x^n}\int_0^1 [u(1-u)]^{-\frac{1}{2}+\frac{1}{2n}}.e^{-\frac{2\sqrt{a}}{n}x^n.u}.du \end{aligned}\right\}\ldots(\mathrm{I})$$

Diese haben endliche Werthe, da die beiden Exponenten von $u(1-u)$ unter den gemachten Voraussetzungen echte Brüche sind; auch genügen diese Integrale der in Rede stehenden Differentialgleichung, weil die Bedingung (3) des vorigen Artikels erfüllt wird. Abgesehen von der Form sind indessen diese beiden Lösungen schon lange bekannt. Man findet aus ihnen, was gelegentlich bemerkt werden mag, die ebenfalls bekannten Fälle, in welchen sich eines der particulären Integrale durch eine endliche Anzahl von Gliedern darstellen lässt, und welche offenbar den Werthen von n entsprechen, wofür entweder

$$-\frac{1}{2}-\frac{1}{2n} \quad \text{oder} \quad -\frac{1}{2}+\frac{1}{2n}$$

eine positive ganze Zahl wird.

Es ist nun aber, wie ich glaube, sehr bemerkenswerth, dass sich unter den zu Grunde liegenden Voraussetzungen ein im Allgemeinen von (I) verschiedenes Paar particulärer Lösungen, ebenfalls in Form bestimmter Integrale angeben lässt, wenn man wieder von dem Umstande Gebrauch macht, dass eine der Constanten γ und B erst gefunden werden kann, wenn die andere beliebig angenommen ist. Da nämlich im vorigen Artikel für jene beiden Grössen nur die eine Gleichung

$$\gamma B = -\frac{2\sqrt{a}}{n}$$

sich ergab, so kann γ in der Gleichung (2) so gewählt werden, dass der reelle Theil von γx^n negativ wird. Dies kann selbst dann geschehen, wenn a, n, x reelle oder complexe Grössen sind. Denn setzt man

$$x^n = \lambda + \mu\sqrt{-1}$$

und

$$\gamma = \sigma + \tau\sqrt{-1}$$

so folgt

$$\gamma x^n = \lambda\sigma - \mu\tau + (\lambda\tau + \mu\sigma)\sqrt{-1}$$

woraus nun leicht zu erkennen ist, dass für σ und τ beliebig viele reelle, blos von den Zeichen der Grössen a, n, x, nicht aber von den Werthen dieser abhängige, constante Zahlen gefunden werden können, für welche der reelle Theil von γx^n von Null verschieden und negativ wird.

Ist z. B. x^n reell, also $\mu = 0$, so kann auch $\tau = 0$ gesetzt werden und ist für $\gamma = \sigma$ die negative oder positive Einheit zu nehmen, je nachdem x^n positiv oder negativ ist.

Wenn nun auf solche Weise der reelle Theil von γx^n negativ wird, so sind die Grenzen $u_0 = 0$, $u_1 = \infty$ zulässig, denn das Integral in der Gleichung (2) des vorigen Artikels erhält dann,

auch wenn die obere Grenze unendlich ist, einen endlichen Werth, und verschwindet der Ausdruck in (3) an jenen beiden Grenzen, wie es sein soll.

Da aus der Gleichung für γB sich

$$B = -\frac{2\sqrt{a}}{n(\sigma + \tau\sqrt{-1})}$$

ergibt, so hat man, gleichgiltig, welches der hieraus folgende Werth von B sei, die beiden Integrale

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= e^{\frac{\sqrt{a}}{n}.x^n} \cdot \int_0^\infty [u(B-u)]^{-\frac{1}{2}-\frac{1}{2n}} e^{(\sigma+\tau\sqrt{-1})x^n.u} . du \\ y_2 &= x e^{\frac{\sqrt{a}}{n}.x^n} \cdot \int_0^\infty [u(B-u)]^{-\frac{1}{2}+\frac{1}{2n}} e^{(\sigma+\tau\sqrt{-1})x^n.u} . du \end{aligned}\right\} \ldots (I^*)$$

welche wie (I) der in Rede stehenden Differentialgleichung Genüge leisten, wenn die rücksichtlich des Exponenten n gemachten Voraussetzungen stattfinden.

In allen bisher angegebenen Formeln kann $\sqrt{a}$ sowohl mit dem positiven als negativen Vorzeichen genommen werden. Die Integrale (I) aber bleiben dieselben, wenn man darin $-\sqrt{a}$ statt $+\sqrt{a}$ setzt, weil diese Änderung auch durch blosse Transformation jener Integrale, indem nämlich $1-u$ für u gesetzt wird, bewirkt werden kann.

Dasselbe ist bei den Integralen (I*) nicht der Fall, und geht im Allgemeinen jedes derselben durch die Änderung des Vorzeichens von $\sqrt{a}$ in eine andere Function von x über.

Für die beiden Grenzfälle $n = +1$ und $n = -1$ ist jedesmal nur eine der Formeln (I) und (I*) brauchbar, aber man erhält daraus immer noch zwei verschiedene particuläre Integrale. Es ergibt sich nämlich, dass der Gleichung

$$\frac{d^2y}{dx^2} - ay = 0$$

welche dem Fall $n = +1$ entspricht, das allgemeine Integral

$$y = C_1 e^{x\sqrt{a}} + C_2 e^{-x\sqrt{a}}$$

angehört. Ferner findet man, dass der für $n = -1$ sich ergebenden Gleichung

$$\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{a}{x^4}y = 0$$

als allgemeines Integral

$$y = x\left[C_1 e^{\frac{\sqrt{a}}{x}} + C_2 e^{-\frac{\sqrt{a}}{x}}\right]$$

entspricht. Es ist bekannt, dass diese beiden Resultate richtig sind.

9.

2. Der reelle Theil von α_1 sei positiv, jener von α_2 negativ.

Dieser Fall findet statt, wenn z. B. n reell ist und zwischen -1 und 0 liegt.

Da die Voraussetzung, es sei der reelle Theil von α_1 positiv, dieselbe ist, welche auch der ersten der Gleichungen (I^*) zu Grunde liegt, so ist das dort mit y_1 bezeichnete Integral auch im vorliegenden Fall eine particuläre Lösung der Aufgabe, wozu sich sogleich eine zweite ergibt, wenn man $-\sqrt{a}$ für $\sqrt{a}$ schreibt.

Bezeichnen daher wieder σ und τ zwei Zahlen, wofür $\lambda\sigma - \mu\tau$ negativ wird, und setzt man, ebenfalls wie im vorigen Artikel

$$B = -\frac{2\sqrt{a}}{n(\sigma + \tau\sqrt{-1})}$$

so sind nunmehr

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= e^{\frac{\sqrt{a}}{n}.x^n} \cdot \int_0^\infty [u(B-u)]^{-\frac{1}{2}-\frac{1}{2n}} e^{(\sigma+\tau\sqrt{-1})x^n.u} . du \\ y_2 &= e^{-\frac{\sqrt{a}}{n}.x^n} \cdot \int_0^\infty [u(B+u)]^{-\frac{1}{2}-\frac{1}{2n}} e^{(\sigma+\tau\sqrt{-1})x^n.u} . du \end{aligned}\right\} \quad \ldots (II)$$

zwei der Gleichung (1) des Art. 7 genügende particuläre Integrale.

Ein einzelnes Integral ergibt sich übrigens auch aus der ersten der Formeln (I) des vorigen Artikels, da dort dieselben Bedingungen wie hier bestehen.

Man kann daher beifügen, dass auch der Ausdruck

$$y_3 = e^{\frac{\sqrt{a}}{n} \cdot x^n} \cdot \int_0^1 [u(1-u)]^{-\frac{1}{2}-\frac{1}{2n}} e^{-\frac{2\sqrt{a}}{n} x^n \cdot u} \cdot du$$

der erwähnten Differentialgleichung Genüge leistet. Ein zweites Integral dieser Art (mit den Grenzen 0 und 1) kann aber jetzt nicht mehr dadurch erhalten werden, dass man von der zweiten Auflösung α_2 Gebrauch macht, weil hier der reelle Theil derselben negativ ist, und sich aus diesem Grund keine Grenzwerthe u_0, u_1 mehr finden lassen, wofür das bestimmte Integral einen endlichen Werth erhält und der Ausdruck (3) des Art. 7 verschwindet.

Aus (II) ergeben sich beispielsweise als der Gleichung

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{a}{x^2 \sqrt[3]{x^2}} \cdot y = 0$$

angehörig, wenn x reell und positiv ist, abgesehen vom Zeichen, die beiden particulären Integrale

$$y_1 = e^{-\frac{3\sqrt{a}}{\sqrt[3]{x}}} \int_0^\infty (u^2 + 6\sqrt{a} \cdot u) e^{-\frac{u}{\sqrt[3]{x}}} \cdot du$$

$$y_2 = e^{\frac{3\sqrt{a}}{\sqrt[3]{x}}} \int_0^\infty (u^2 - 6\sqrt{a} \cdot u) e^{-\frac{u}{\sqrt[3]{x}}} \cdot du$$

oder, abgesehen von constanten Factoren derselben

$$y_1 = [x + 3\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{x^2}] e^{-\frac{3\sqrt{a}}{\sqrt[3]{x}}}$$

$$y_2 = [x - 3\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{x^2}] e^{+\frac{3\sqrt{a}}{\sqrt[3]{x}}}$$

Das Integral y_3 stellt eine lineare Verbindung von y_1 und y_2 dar.

10.

3. Es sei der reelle Theil von α_1 negativ, jener von α_2 dagegen positiv.

Dies ist z. B. der Fall, wenn n reell ist und zwischen 0 und +1 liegt.

Die hinsichtlich α_2 gemachte Voraussetzung ist dieselbe, welche der zweiten der Gleichungen (I*) des Art. 8 zu Grunde liegt; man erhält nun sofort aus dem daselbst für y_2 angegebenen Ausdruck noch ein zweites particuläres Integral, wenn $-\sqrt{a}$ für $\sqrt{a}$ gesetzt wird.

Angenommen also, es seien wie früher σ und τ zwei Zahlen, wofür $\lambda\sigma-\mu\tau$ negativ wird, und es werde

$$B=-\frac{2\sqrt{a}}{n(\sigma+\tau\sqrt{-1})}$$

gesetzt, so sind

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= x e^{\frac{\sqrt{a}}{n}.x^n}.\int_0^\infty [u(B-u)]^{-\frac{1}{2}+\frac{1}{2n}} e^{(\sigma+\tau\sqrt{-1})x^n.u}.du \\ y_2 &= x e^{-\frac{\sqrt{a}}{n}.x^n}.\int_0^\infty [u(B+u)]^{-\frac{1}{2}+\frac{1}{2n}} e^{(\sigma+\tau\sqrt{-1})x^n.u}.du \end{aligned}\right\}\ldots\text{(III)}$$

zwei particuläre Integrale der Gleichung (1) des Art. 7.

Ein einzelnes particuläres Integral, welches jedoch nur eine lineare Verbindung von y_1 und y_2 ist, erhält man wieder aus der zweiten der Formeln (I) des Art. 8. Es ist dies:

$$y_3 = e^{\frac{\sqrt{a}}{n}.x^n}.\int_0^1 [u(1-u)]^{-\frac{1}{2}+\frac{1}{2n}} e^{-\frac{2\sqrt{a}}{n}x^n.u}.du$$

Ein zweites Integral dieser Art aber lässt sich ebensowenig wie im analogen Falle des vorigen Artikels angeben.

Aus (III) erhält man z. B. für reelle und positive Werthe von x und wenn die Gleichung

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{a}{x\sqrt[3]{x}} \cdot y = 0$$

gegeben ist, abgesehen vom Zeichen:

$$y_1 = x e^{3\sqrt{a}.\sqrt[3]{x}} \cdot \int_0^{\infty} (u^2 - 6\sqrt{a}.u)\, e^{-u.\sqrt[3]{x}} . du$$

$$y_2 = x e^{-3\sqrt{a}.\sqrt[3]{x}} \cdot \int_0^{\infty} (u^2 + 6\sqrt{a}.u)\, e^{-u.\sqrt[3]{x}} . du$$

woraus, ebenfalls ohne Rücksicht auf constante Factoren:

$$y_1 = [1 - 3\sqrt{a}.\sqrt[3]{x}]\, e^{3\sqrt{a}.\sqrt[3]{x}}$$

$$y_2 = [1 + 3\sqrt{a}.\sqrt[3]{x}]\, e^{-3\sqrt{a}.\sqrt[3]{x}}$$

erhalten wird.

Durch das Vorangehende ist nun erwiesen, dass in jedem der drei, rücksichtlich des Zeichens der reellen Theile von α_1 und α_2 unterschiedenen Fälle zwei von einander verschiedene particuläre Lösungen der Riccati'schen Gleichung in Form einfacher bestimmter Integrale angegeben werden können, es mögen die Grössen a, n, x irgend welche reelle oder complexe Werthe haben.

Ist n reell, so kommen jene drei Fälle, wie bereits erwähnt wurde, damit überein, dass n entweder in einem der beiden Intervalle $-\infty$ und -1, $+1$ und $+\infty$, oder zwischen -1 und 0, oder endlich zwischen 0 und $+1$ liegt. Gerade für die beiden letzten Fälle (Art. 9 und 10) konnte man bis jetzt, so viel mir bekannt, nur ein einziges, als wirkliche Lösung zulässiges bestimmtes Integral y_1 angeben, und war man genöthigt, die im Art. 7 bezeichnete, jeder nähern Untersuchung sich entziehende Form

$$y_1 \int \frac{dx}{y_1^2}$$

als Lösung anzusehen. Der Grund liegt darin, dass die nothwendige Unterscheidung der beiden Intervalle $-1 < n < 0$ und $0 < n < 1$ nicht gemacht und auch nicht bemerkt wurde, dass, wie die Formeln (II) und (III) zeigen, die Integrale passend transformirt, immer zwischen den Grenzen 0 und ∞ genommen werden können.

Neue Construction der Perspectiv-Conturen für Oberflächen zweiter Ordnung.

(Mit 4 Tafeln.)

Von **Karl Zipernovszky.**

Einleitung.

§. 1. Es sei (Fig. 1) F eine Fläche vom zweiten Grade und P ein ausserhalb derselben liegender Punkt; ziehen wir durch denselben eine Sekante, so schneidet sie die Fläche im Allgemeinen in zwei Punkten t_1 s_1.

Betrachten wir diese beiden Punkte als zusammengehörig, so ist der geometrische Ort des zu P conjugirten 4. harmonischen Punktes π_1 eine Ebene. Betrachten wir den Punkt P als Pol, so ist diese Ebene die demselben in Bezug auf die Fläche zugeordnete Polarebene.

Wählen wir in dieser Ebene einen beliebigen Punkt π_2, legen durch denselben eine Sekante und bestimmen ihre Schnittpunkte mit der Fläche, ferner suchen wir zu diesen beiden als zugeordneten Punkten und den in der Polarebene liegenden Punkt π_2 den vierten harmonischen Punkt P_1, so ist dessen geometrischer Ort ebenfalls eine Ebene, und zwar die Polarebene des Punktes π_2 als Pol in Bezug auf die Fläche F. Dieselbe wird durch den Punkt P hindurchgehen, denn P und P_2 sind conjugirte Punkte in Bezug auf die Fläche.

Denken wir uns den Punkt π_1 und π_2 durch eine Gerade verbunden, ebenso die Punkte P und P_1, so werden dies zwei conjugirte Punktreihen, oder kurz: ein Paar conjugirte Geraden sein; denn wählen wir einen beliebigen Punkt in einer derselben als Pol und construiren seine Polarebene, so wird dieselbe durch die andere der conjugirten Geraden hindurchgehen. Construiren wir die Polarebenen für sämmtliche Punkte dieser Geraden in

Bezug auf die Fläche, so schneiden sich dieselben in der anderen conjugirten Geraden.

Wir wollen diese beiden Geraden conjugirte Polaren[1] nennen, und zwar, je nach ihrer Lage zur Fläche, innere oder äussere Polare.

Construiren wir in den beiden Durchstosspunkten der inneren Polare die Berührungsebenen, so schneiden sich dieselben in der äusseren zur inneren conjugirten Polare. Legen wir durch die äussere Polare die beiden Berührungsebenen an die Fläche, so sind ihre Berührungspunkte die Durchstosspunkte der inneren zur äusseren conjugirten Polare.

Es ist leicht einzusehen, dass es solche conjugirte Polaren unendlich viele gibt; dieselben gehören zwei Systemen an, näm lich solche, welche die Fläche in zwei Punkten schneiden, dem inneren, die denselben conjugirten aber dem äusseren; ferner dass zwei beliebige, jedoch demselben System angehörigen Polaren, welche sieh in einem Punkte durchschneiden, eine Ebene bestimmen, welcher, im anderen System durch zwei entsprechend conjugirte Polaren bestimmt, eine andere Ebene entspricht, ferner dass diese beide Ebenen conjugirte Polarebenen für den Schnittpunkt der beiden Bestimmungsgeraden als Pole sind.

Auch hier können wir die früher eingeführte Bezeichnung, die relative Lage der Ebene zur Fläche andeutend, beibehalten, indem wir diejenige Polarebene, welche die Fläche schneidet, innere, ihre conjugirte aber die äussere Polarebene nennen.

§. 2. Von sämmtlichen aus P gezogenen Sekanten wählen wir diejenigen zum Gegenstand eingehender Betrachtung, welchen die besondere Eigenschaft zukömmt, dass ihre Durchstosspunkte unendlich nahe zusammenfallen, oder welche die Fläche berühren. Der dem Pol P zugeordnete vierte harmonische Punkt, wird zwischen diese beiden Punkte hineinfallen, da der Werth des aus vier harmonisch liegenden Punkten gebildeten Doppelverhältnisses $(s t \pi P) = -1$ sich durchaus nicht verändert, wenn zwei zugeordnete Punkte zusammenfallen. Da die Punkte $s_x t_x$ (x be-

---

[1] Siehe auch: „Die neue Geometrie des Raumes" von Julius Pluecker. „Elemente der analytischen Geometrie des Raumes" von George Salmon. Deutsch von W. Fiedler.

deute einen für diesen speciellen Fall eingeführten beliebigen Index) auf der Fläche liegen, der Punkt π_x aber einer Ebene angehört, so wird der geometrische Ort dieses dreifachen Punktes der Durchschnitt beider Flächen sein.

Sämmtliche von *P* aus an die Fläche gelegten Tangenten bestimmen einen Kegel, welcher dieselbe in diesem Durchschnitt berührt; auch ist dieser Kegel die einhüllende Fläche sämmtlicher von *P* aus an die Fläche gelegter Berührungsebenen.

Da eine Fläche zweiten Grades nur in einer Curve vom nämlichen Grade geschnitten werden kann, so ist die Schnittlinie der Fläche *F* mit der Polarebene ein Kegelschnitt; da aber derselbe die Leitlinie eines Kegels ist, so kann diese nur vom zweiten Grade sein. Da derselbe durch eine Ebene in jeder der Kegelschnittslinien geschnitten werden kann, dieser Schnitt aber die centrale Projection (Perspective) der Fläche respective des Schnittes derselben mit der Polarebene auf dieser Ebene ist, so folgt hieraus der Satz:

Die Perspective (Bildcontur) einer Fläche zweiten Grades kann jede der Kegelschnittslinien sein.

Um dieselbe zu verzeichnen, schlagen wir folgendes Verfahren ein:

1. Wir bestimmen die Polarebene des Centrums als Pol in Bezug auf die darzustellende Fläche,
2. construiren deren Durchschnitt und
3. verzeichnen die Perspective dieses Schnittes.

Die Construction der Polarebene.

§. 3. Da eine Ebene durch drei nicht in einer Geraden liegende Punkte vollkommen bestimmt ist, so ergibt sich hieraus ein allgemeines Verfahren zur Construction der Polarebene wie folgt:

Wir ziehen durch *P* drei beliebige Sekante, welche nicht in einer Ebene liegen, construiren ihre Durchstosspunkte $s_1 s_2 s_3$, $t_1 t_2 t_3$ mit der Fläche, bestimmen die dem Pol zugeordneten harmonischen Mittel und legen durch dieselben die Polarebene. Ein wie jedes allgemeine ziemlich umständliches Verfahren, welches

aber durch die vorhergehenden Betrachtungen ungemein vereinfacht wird.

Betrachten wir den Fall, wo ein Hauptschnitt der Fläche in der Bildebene liegt. Denken wir uns durch das Centrum und den Flächenmittelpunkt eine bildflächprojicirende Ebene gelegt, so schneidet sie die Fläche in einen Diametralkegelschnitt. Dieselbe sei die in Fig. 2 abgebildete Ellipse E und C_1 das Centrum. Projiciren wir dasselbe orthogonal auf die Bildfläche nach C_3, so ist dies der Centralpunkt. Ermitteln wir den Pol D dieses Strahles in Bezug auf E, so schneiden sich in demselben bekannter Weise die Polaren für sämmtliche Punkte der Geraden $C_1 C_3$ als Pole; dieselben sind aber die Tracen der Polarebene auf der durch das Centrum und den Flächenmittelpunkt gehenden bildflächprojicirenden Diametralebene, für die Punkte von $C_1 C_3$ als Pole in Bezug auf die Fläche; dieselben schneiden sich sämmtlich in einer Geraden, welche der Richtung nach zu der früher erwähnten Diametralebene conjugirt ist; dieselbe ist somit die conjugirte Polare des orthogonalen Projectionsstrahles. Da aber die Bildfläche selbst die Polarebene des auf $C_1 C_3$ unendlich entfernten Punktes als Pol ist, so geht sie ebenfalls durch diese Gerade hindurch, wie auch die Polarebene des Centralpunktes. Dieselbe schneidet die Fläche in einem Kegelschnitt, welcher mit dem in der Bildfläche liegenden Hauptschnitt die dem orthogonalen Projectionsstrahl conjugirte Polare als Sehne gemeinsam hat; dieselbe ergibt sich somit als Polare des Centralpunktes für den Hauptschnitt.

Hieraus folgt der Satz:

Liegt ein Hauptschnitt einer Fläche zweiten Grades in der Bildebene, so fallen die Tracen der Polarebenen für sämmtliche auf $C_1 C_3$ liegende Punkte als Pole mit der Polare des Centralpunktes, bezüglich des Hauptschnittes, zusammen oder allgemein.

Die Trace der Polarebene auf einer beliebigen Diametralebene ist die Polare desjenigen Punktes als Pol, in Bezug auf den Diametralkegelschnitt, in welchem sich das Centrum durch einen zur conjugirten Richtung der Diametralebene parallelen Projectionsstrahl auf dieselbe projicirt.

Dies vor Augen haltend, können wir selbst bei der allgemeinsten Lage der Fläche die Polarebene leicht bestimmen; denn vollführt man die vorige Construction zweimal, so erhält man zwei sich schneidende Gerade, durch welche die Polarebene nunmehr vollkommen bestimmt ist. Es ist sehr zweckmässig, die Diametralebenen bildflächprojicirend zu wählen, denn in diesem Falle ist ihre conjugirte Richtung parallel zur Bildfläche, wir erhalten daher in diesen beiden Geraden zwei Durchmesser der Perspective. Gibt man den Diametralebenen eine solche Lage, dass die Durchmesser conjugirt seien, so bestimmt sich mit den Tracen der Polarebene auch die Bildcontur der Fläche.

§. 4. Die Construction der Polarebene lässt bei speciellen Lagen der Fläche noch Vereinfachungen zu, hier wird aber weiter nicht darauf eingegangen, da dieselben entsprechenden Ortes ohnedies eingehender behandelt werden; nur für die Auffindung der Polarfluchtlinie soll hier für den Fall, wo der Flächenmittelpunkt in der Bildfläche liegt, ein einfaches Verfahren abgeleitet werden, welches umsomehr interessant ist, insofern dies auch für Rotations- oder elliptische Flächen, welche den zweiten Grad übersteigen, seine Anwendung finden wird.

Es liege die Axe einer Fläche in der Bildebene und zwar senkrecht auf die Horizontlinie, so kann der sichtbare Umriss der Fläche mit Zuhilfenahme von berührenden Kegeln, respective Cylindern, ermittelt werden. Man wendet bei Hilfskegeln dieselben immer am zweckmässigsten so an, dass die Axe derselben mit der Flächenaxe zusammenfällt. Die Construction selbst geschieht, indem man die Conturmantellinien dieser Flächen bestimmt, wodurch sich im Schnittpunkte derselben mit der Berührungscurve Conturpunkte der Fläche ergeben. Diese Methode ist allgemein, und besonders für Rotationsflächen beliebigen Grades zweckdienlich; nur die Flächen zweiter Ordnung lassen, da hier die Conturcurve eben ist, die vereinfachende und directe Methode der Polarebene in Anwendung bringen. Mittelst dieser Hilfsflächen lassen sich aber die Conturen nur punktweise, gewöhnlich ein Paar Punkte zugleich, bestimmen, welches Punktepaar einem der Parallelkreise angehört; die Verbindung desselben ist aber die Schnittgerade der Polarebene desjenigen Kegels mit der Parallelkreisebene, welcher die Fläche in dem genannten

Parallelkreis berührt. Da aber sämmtliche Kegel ähnliche Curven zu Leitlinien und eine gemeinschaftliche Axe haben, so werden ihre Polarebenen zu einer festen Geraden parallel sein, es kommt denselben also ein gemeinschaftlicher Fluchtpunkt zu. Ebenso werden die Schnittgeraden dieser Polarebenen mit den einzelnen Parallelkreisebenen parallel sein, folglich einen gemeinschaftlichen Fluchtpunkt besitzen. Ist derselbe bekannt, so vereinfacht sich die Construction und gewinnt an Genauigkeit.

§. 5. Die Auffindung der Conturmantellinien für die Hilfsflächen geschieht, indem man für das Centrum als Pol im Bezug auf ihre Durchschnitte mit der Horizontebene die Polaren construirt, wodurch die entsprechenden Erzeugenden erhalten werden.

In Fig. 3 ist eine solche concentrische Kegelschnittschaar (hier Ellipsen) abgebildet. Nun liegen aber bekannter Weise die Durchschnittspunkte der Polaren für einen ausserhalb liegenden Punkt als Pol, in Bezug auf die Schaar, immer auf einem ähnlichen Kegelschnitt, der die nämliche Axenrichtung hat, durch den ausserhalb liegenden und den Mittelpunkt der Schaar aber hindurchgeht. Seine Axenlängen können vermittelst der ähnlich liegenden Punkte leicht gefunden werden, denn verbinden wir P mit O, so ist dies ein Durchmesser desselben; ziehen wir durch dessen Hälftepunkt die beiden Axen der Richtung nach, verbinden P mit a und b, so schneiden diese die Axenlängen auf den beiden Richtungen ab.

Der Durchmesser PO ist aber offenbar zur Sehnenrichtung, welche den P entsprechenden Polaren parallel ist, conjugirt, an seinen Endpunkten sind daher die Tangenten parallel zur Richtung derselben. Die Polaren selbst sind aber die Schnittgeraden der Polarebenen für die Hilfsflächen mit der Horizontebene, sie deuten die Richtung derselben an, ihr gemeinsamer Fluchtstrahl ist daher die in P an die Ellipse ε gelegte Tangente, welche die Horizontlinie in dem Punkte f_1 trifft, dieser ist somit der Fluchtpunkt sämmtlicher zu PO conjugirten Sehnen. Doch dieser Punkt gehört auch gemeinsam den Fluchtebenen sämmtlicher Polarebenen an. Ihre Bildflächtracen werden zur Trace der Polarebene durch f_1 parallel gezogen. In der Anwendung reducirt sich aber dieses Verfahren auf folgendes.

Wir verbinden das Collineations-Centrum durch eine Gerade mit demjenigen Punkt, in welchem die Horizontlinie von der Flächenaxe getroffen wird, ziehen zu derselben eine Parallele durch den Mittelpunkt eines beliebigen in die Bildfläche umgelegten Normalschnittes der Fläche; ermitteln die demselben in Bezug auf diesen Kegelschnitt conjugirte Richtung und ziehen durch das Collineations-Centrum eine Parallele zu derselben. Diese Gerade trifft die Horizontlinie in einem Punkt f_1, durch welchen man nur eine Parallele zur Bildflächtrace der Polarebene zu ziehen hat.

Läge die Flächenaxe nicht senkrecht zur Horizontlinie, so hätte man nur durch das Centrum auf dieselbe eine senkrechte Ebene zu legen und dieselbe während dieser Construction als Horizontebene zu betrachten, was aber sehr leicht ausgeführt wird, denn wir haben blos durch den Centralpunkt eine Senkrechte auf die Flächenaxe zu fällen, welches die Trace dieser Ebene sein wird.

Ist die Fläche eine Rotationsfläche beliebigen Grades, so verbinden wir das Collineations-Centrum mit dem Punkte, in welchem die Horizontlinie von der Flächenaxe getroffen wird, und ziehen im ersteren Punkte eine Senkrechte darauf, welche die Horizontlinie in f_1 durchstösst. Denn bei den Rotationsflächen sind die Normalschnitte Kreise, die conjugirten Sehnen stehen aber senkrecht auf einander.

Das Schneiden der Fläche mit der Polarebene geschieht nach den Principien der Centralprojection, ebenso die Construction der Perspective dieses Schnittes[1]. Da etwaige Vereinfachungen durch die specielle Lage der Fläche bedingt sind, so wird auf dieselben entsprechenden Ortes aufmerksam gemacht werden.

Cylinderflächen.

§. 6. **Aufgabe 1.** (Fig. 4.) Die Axe eines Rotationscylinders liege in der Bildfläche (der Einfachheit

---

[1] Siehe: Peschka-Koutni „Freie Perspective", Tilscher „System der techn. malerischen Perspective", W. Fiedler „Die darstellende Geometrie."

halber wurde ein Kreiscylinder gewählt, indessen bleibt die Construction für jeden Kegelschnitt als Normaldirectrix dieselbe), seine Normaldirectrix ist ein in der Ebene $F'D'$ liegender Kreis. Man bestimme die Contur der Fläche.

Lösung. Da die Bildcontur die Perspective jener beiden Erzeugenden ist, in welchen die aus dem Centrum an die Fläche gelegten Berührungsebenen dieselbe berühren, so werden die Bildflächtracen dieser Ebenen zugleich die Bilder der Conturmantellinien dieser Fläche sein, in welchen Mantellinien dieselbe von der Polarebene geschnitten wird. Es ist hieraus ersichtlich, dass die Polarebene selbst zu den Cylindererzeugenden parallel sein muss.

Den Meridian dieser Flächen bilden die beiden Erzeugenden $a_1 a_2$, in welchen die Fläche von der Bildebene geschnitten wird; wir verzeichnen für diesen Meridian die Polare des Centralpunktes, indem wir eine beliebige Sekante ziehen, welche diesen in α, β, schneidet, und zu α, β, C_1 den vierten harmonischen Punkt p construiren. Wir haben durch denselben eine zu den Cylindererzeugenden parallele Gerade zu führen, um die Bildflächtrace der Polarebene zu erhalten. Ihre Fluchtlinie ergibt sich, indem wir C_0 mit ω verbinden, und hierauf in C_0 ein Perpendickel errichten, welches F' in f_1 trifft, und durch diesen letzteren Punkt eine Parallele F_p parallel zur Bildflächtrace der Polarebene D_p führen.

Die Polarebene schneidet die Ebene der Normaldirectrix in der Geraden $d_1 f_1$; legen wir dieselbe sammt dem Kreis in die Bildfläche um, das heisst, ziehen wir eine Parallele aus d_1 zu $C_0 f_1$, so trifft dieselbe den Kreis K_0 in x_1 und x_2, den verticalen Kreisdurchmesser aber in n. Die Verbindung von $x_1 x_2$ liefert jedenfalls einen Durchmesser $x'x''$ des Bildes der Normaldirectrix und zwar an dessen Endpunkten, die Tangenten vertical sind, das Bild von n gibt den Mittelpunkt der Ellipse.

Da der zu $x'x''$ conjugirte Diameter vertical ist, die Collineationsaxe aber in d_2 trifft, so haben wir $n_0 d_2$ zu ziehen; dieselbe durchstösst den Kreis K_0 in $z_1 z_2$, deren Bilder $z'z''$ verbunden den zweiten Diameter liefern. Ziehen wir in den Punkten $x'x''$ Parallele zu den Cylindererzeugenden, so bilden dieselben die

Conturmantellinien der Fläche, welche man sich noch durch eine beliebige Ebene begrenzt denken kann.

§. 7. **Aufgabe 2.** Die Normaldirectrix einer Rotationscylinderfläche liege in einer beliebigen zur Bildfläche geneigten Ebene, die Cylindererzeugenden stehen somit senkrecht auf dieselbe. Man bestimme die Contur der Fläche.

Lösung. (Fig. 5.) Die Ebene der Normaldirectrix ist gegeben durch ihre Bildfläch- und Fluchttrace $D'F''$. Ist c_1 der Centralpunkt, so ist f^h der Hauptfluchtpunkt, f_n der Normalenfluchtpunkt dieser Ebene. Legen wir dieselbe um D' gedreht in die Bildfläche, so haben wir in C_C ihr Collineationscentrum. Wir beschreiben ferner mit dem gegebenen Radius den Kreis K_0 als Normaldirectrix der Cylinderfläche. Um nun die Polarebene zu finden, könnte man durch die Axe des Cylinders eine Ebene legen, welche denselben in einem Meridian schneiden würde, das Centrum orthogonal darauf projiciren, und für diesen Projectionspunkt als Pol die ihm entsprechende Polare im Bezug auf den Meridian construiren; da aber ein Cylinder unendlich viele Mittelpunkte hat, und jede Ebene, welche die Axe schneidet, mit demselben einen Diametralschnitt gemein hat, so gelangt man hier viel einfacher zum Ziele, wenn wir das Centrum auf die Ebene der Normaldirectrix orthogonal projiciren, den Projectionspunkt in die Bildfläche umlegen und an die ebenfalls umgelegte Normaldirectrix die beiden Tangenten führen, deren Berührungssehne ist die Polare des Projectionspunktes in Bezug auf die Normaldirectrix. Die beiden Schnittpunkte derselben liefern die Conturpunkte der Normaldirectrix.

Denken wir uns durch das Centrum eine auf $D'F''$ senkrechte, bildflächprojicirende Ebene gelegt, so ist $f^h f_n$ sowohl Bildfläch- als Fluchttrace derselben; legen wir ferner dieselbe um $f^h f_n$ gedreht in die Bildfläche, so gelangt das Centrum nach C'_0, die Schnittlinie derselben mit der Ebene der Normaldirectrix aber nach f^h, C'_0, und $m\gamma_0$. Projiciren wir das Centrum orthogonal auf die Ebene nach γ_0 und legen wir den Projectionspunkt als auf $F''D'$ liegend in die Bildfläche, so gelangt derselbe nach γ_1. Construiren wir seine Polare für den Kreis K_0 am einfachsten,

indem wir die beiden Tangenten von γ_I aus an denselben führen, durch die Verbindung der Berührungspunkte $x_1 x_2$, so ist dies der Schnitt der Polarebene mit $F''D'$. In Anbetracht dessen, dass die Polarebene parallel ist zu den Cylindererzeugenden, geht ihre Fluchtlinie durch f_n; diese kann somit leicht construirt werden.

Die Perspectiven von $x_1 x_2$ verbunden mit f_n liefern die Bildcontur der Fläche. Zur Erleichterung der Construction wird es dienen, wenn wir bemerken, dass die Conturmantellinien durch δ_1 und δ_2, den Schnittpunkten der Tangenten mit D' hindurchgehen müssen. Die Fläche selbst kann man sich durch eine beliebige Ebene begrenzt denken. Dass die Construction auch hier dieselbe bliebe, wäre die Normaldirectrix ein beliebiger Kegelschnitt, ist von selbst einleuchtend.

§. 8. **Aufgabe 3.** Es ist gegeben eine Hyperbel als Leitlinie einer Cylinderfläche in einer beliebigen Ebene liegend, jedoch so, dass ihre Perspective eine Ellipse werde. Die Cylindererzeugenden haben eine geneigte Lage gegen die Ebene der Leitlinie, ihre Richtung ist durch den Fluchtpunkt v gegeben. Man verzeichne die Contur der Fläche.

Lösung. Fig. 6 F' und D' sind die Tracen der Leitlinienebene, v der Verschwindungspunkt der Cylindererzeugenden. Denken wir uns durch denselben und das Centrum eine bildflächprojicirende Ebene gelegt, so ist deren Bildfläch- und Fluchttrace vf'. Legen wir dieselbe um ihre Trace gedreht in die Bildfläche, so gelangt das Centrum nach C_0^2; projiciren wir dasselbe auf die Ebene der Leithyperbel, so trifft der Projectionsstrahl die umgelegte Schnittlinie in γ_0. Legt man die Ebene der Leitlinie in die Bildfläche um, so gelangt γ_0 nach γ_I. Nun verzeichnen wir die Axen der Leithyperbel so, dass keine reelle Punkte derselben auf die umgelegte Distanztrace V' der Leitlinienebene fallen können, wodurch die Perspective derselben eine Ellipse sein wird. Ferner construire man die Polare des Punktes γ_I in Bezug auf erstere, dieselbe durchschneidet die Hyperbel in den Punkten $x_1 x_2$, deren Bilder verbunden mit v die Bildcontur der Fläche sein werden.

Da die in der Bildfläche liegende Hyperbel und ihre Perspective centralcollinear sind, so entsprechen den im Unendlichen liegenden Punkten der Hyperbel Punkte auf der Fluchtlinie F'. Da die Asymptoten Tangenten der im Unendlichen liegenden Hyperbelpunkte sind, so werden die Perspectiven derselben in den auf F' liegenden Ellipsenpunkten tangiren. Die Asymptoten schneiden sich bei dieser Annahme in der Distanzebene, ihre Perspectiven werden somit parallel sein, wir erhalten folglich durch Verbindung ihrer Berührungspunkte einen Durchmesser der Ellipse und zwar parallel zur Bildfläche; der denselben conjugirte ist die Perspective der transversalen Hyperbelaxe.

Kegelflächen.

§. 9. Die Contur der Kegelfläche sind Mantellinien, die Polarebene muss folglich durch die Spitze derselben gehen, um den Kegel in Erzeugenden schneiden zu können. Wir wollen auch hier mit dem einfachsten Fall beginnen.

Aufgabe 4. Die Axe eines Rotationskegels liegt in der Bildebene. Seine Normaldirectrix sei ein beliebiger Kreis, dessen Ebene auf die Rotationsaxe senkrecht stehen wird. Man verzeichne die Bildcontur desselben.

Lösung. (Fig. 7.) Es seien $F'D'$ die Tracen der Leitkreisebene; die Bildfläche schneidet die Normaldirectrix in einem Durchmesser, dessen Endpunkte $a_1 a_2$ mit der Kegelspitze S' verbunden den in der Bildfläche liegenden Flächenmeridian ergeben. Da die Bildflächtrace der Polarebene die Polare des Centralpunktes als Pol in Bezug auf diesen Meridian sein wird, so geht unser Bestreben dahin, dieselbe zu verzeichnen, wobei wir uns am zweckmässigsten der harmonischen Eigenschaften eines vollständigen Vierseits bedienen. Ein Punkt f_1' der Polarfluchttrace kann gefunden werden, wenn wir den Punkt ω mit dem Collineationscentrum verbinden, hierauf in C_0 eine Senkrechte fällen, welche die Horizontlinie in f' trifft.

Die Polarebene schneidet die Ebene der Normaldirectrix in $d_1 f'$. Legen wir diese Schnittlinie um D' gedreht in die Bildfläche,

so schneidet dieselbe den Kreis K_0 in $x_1 x_2$, deren Bilder die Conturpunkte der Normaldirectrix sind und mit S' verbunden, die Bildcontur der Fläche liefern, welche die Perspective der Normaldirectrix in $x'x''$ berührt.

Dasselbe Resultat hätte man erhalten, wenn man durch die Spitze des Kegels und das räumliche Centrum eine Gerade geführt, den Durchstoss derselben mit der Leitkreisebene aufgesucht, denselben in die Bildfläche umgelegt hätte. Die Polare des Durchstosspunktes als Pol in Bezug auf die Normaldirectrix schneidet den Kreis ebenfalls in den beiden Punkten $x_1 x_2$. Wir wollen dieses Verfahren in der nächsten Aufgabe anwenden.

§. 10. **Aufgabe 5.** (Fig. 8.) Es ist gegeben eine Ellipse als Leitlinie einer Kegelfläche in einer zur Bildebene geneigten Ebene liegend, ferner ein Punkt S', bestimmt durch die Gerade $f'd'$. Man sucht die Perspectivcontur dieser Fläche.

Lösung. Man lege durch das Centrum und die Spitze des Kegels eine bildflächprojicirende Ebene, deren Trace die Verbindungsgerade von $S'c_1$ ist. Dieselbe schneidet die Ebene der Leitellipse $D'F'$ in $f''d''$. Legen wir diese Schnittgerade um $S'c_1$ gedreht in die Bildebene, so gelangt das Centrum nach C_0'', die Schnittlinie aber nach $f''C_0''$ und $d''\gamma_0$. Die Verbindungsgerade von C_0'' mit S' durchstösst $d''\gamma_0$ in γ_0. Legen wir diesen Punkt als auf $D'F'$ liegend um D' gedreht in die Bildebene, so gelangt derselbe nach γ_1. Für diesen Punkt als Pol bestimmen wir die Polare in Bezug auf die ebenfalls in die Bildfläche umgelegte Leitellipse ε_0, es schneidet dieselbe die Ellipse in zwei Punkten $x_1 x_2$, deren Perspectiven $x'x''$ mit S' verbunden die Bildcontur der Fläche liefern.

Die Tracen der Polarebene ergeben sich einfach, wenn man den Durchstosspunkt d_{II} der Polare $x_1 x_2$ mit S_1 verbindet, ebenso d mit d_{II} und zu dieser Geraden aus f eine Parallele zieht; dieselbe trifft $d_{II}S'$ in f', welches ein Punkt der Polarfluchtlinie sein wird, da dieselbe durch die Kegelspitze gehen muss; ziehen wir ferner aus C_C dem Collineationscentrum eine Parallele zu $x_1 x_2$, so trifft dieselbe die Fluchtlinie F' in dem Fluchtpunkt der Polare; derselbe verbunden mit dem soeben gefundenen Punkt f'

gibt die Polarfluchttrace F_p, zu welcher man nur durch d_{II} eine Parallele D_p zu ziehen hat.

Die Durchmesser der Leitellipsenperspective bestimmt man am einfachsten, wenn man zwei zu D' parallele Tangenten an ε_0 legt, deren Berührungssehne sich perspectivisch als Durchmesser des Ellipsenbildes darstellen wird; durch Hälften desselben erhält man den Ellipsenmittelpunkt n'; durch denselben zieht man eine Parallele zu D', ermittelt die demselben entsprechende Ellipsensehne in ε_0 und verzeichnet die Perspective ihrer Durchstosspunkte. Andere Constructionen der conjugirten Durchmesser werden später behandelt werden.

§. 11. **Aufgabe 6.** Es ist gegeben ein Kreis in einer beliebigen Ebene liegend, als Leitlinie einer Kegelfläche, ferner deren Spitze durch einen in $f'd'$ liegenden Punkt S'. Die Perspective des Leitkreises sei eine Parabel. Man bestimme die Contur der Fläche.

Lösung. (Fig. 9.) Es sei $F'D'$ die Ebene des Leitkreises; man lege dieselbe um D' gedreht in die Bildfläche, wodurch ihre Distanztrace nach V gelangt. Verzeichnen wir nun einen Kreis so, dass er die Distanztrace berührt, so wird seine Perspective eine Parabel sein. Legen wir ferner durch das Bild der Kegelspitze S' und das Centrum eine bildflächprojicirende Ebene, so ist ihre Trace $S'c_1$; dieselbe schneidet die Ebene des Leitkreises in $d''f''$. Legen wir dieselbe um $S'c_1$ gedreht in die Bildfläche, so wird sie nach $f''C_0''$ und $d''\gamma_0$ zu liegen kommen. Verbinden wir nun das umgelegte Centrum und die Spitze des Kegels durch $C_0''S'$, so durchschneidet diese Verbindungsgerade die Schnittlinie in γ_0, welcher Punkt, als auf der Leitlinienebene liegend, um D' die Bildfläche umgelegt wird, wodurch derselbe nach γ_I gelangt. Für diesen Punkt als Pol haben wir nun in Bezug auf den in die Bildebene umgelegten Leitkreis die Polare zu construiren; dieselbe durchschneidet den Kreis in den Punkten $x_1 x_2$, deren Bilder $x'x''$ mit S' verbunden die Bildcontur der Fläche liefern. Um die Tracen der Polarebene zu erhalten, hat man, da dieselbe durch die Spitze des Kegels geht, wie in der vorigen Aufgabe zu verfahren.

Der umgelegte Leitkreis berührt V in θ, dessen entsprechender Punkt für die Parabel im Unendlichen liegt; um also eine Parabelaxe zu erhalten, hat man durch θ eine beliebige Gerade zu führen und die Perspective derselben zu verzeichnen; denn der hierdurch erzeugte Strahlbüschel hat θ zum Mittelpunkt, die denselben entsprechenden Perspectiven sind aber sämmtliche parallel zu $C_c\theta$.

Die Kugel.

§. 12. Die Kugel wird von jeder Ebene in einem Kreis geschnitten, die Perspective derselben kann aber bekanntlich jede der Kegelschnittlinien sein. Es sind folglich drei Hauptfälle möglich, von welchen wir zwei zum Gegenstande unserer Betrachtungen wählen.

Aufgabe 7. (Fig. 10.) Es ist gegeben die zur Bildfläche senkrechte Gerade d_1c_1 als Kugelaxe, und auf derselben ein Punkt Θ' als Perspective des Kugelmittelpunktes. Man sucht die Bildcontur der Fläche.

Lösung. Man lege durch die Kugelaxe und das Centrum eine bildflächprojicirende Ebene, deren Trace d_1c_1 sein wird, lege dieselbe um die letztere gedreht in die Bildfläche. Hiedurch gelangt das Centrum nach C_0, die Kugelaxe aber wird in d_1 senkrecht auf die Trace c_1d_1 zu stehen kommen; verbinden wir C_0 mit Θ', so wird dieselbe verlängert, die umgelegte Kugelaxe in Θ_0 treffen. Von diesem Punkte aus als Mittelpunkt beschreiben wir mit dem gegebenen Kugelradius einen grössten Kugelkreis K_0, construiren für C_0 als Pol in Bezug auf diesen Kreis die Polare, indem wir die beiden Tangenten von C_0 an K_0 führen. Dieselbe durchschneidet den Kreis K_0 in x_1x_2, deren Bilder $x'x''$ sich auf d_1c_1 als Durchschnitt mit den beiden Tangenten ergeben. Verbinden wir ferner C_0 mit Θ_0 durch eine Gerade, so trifft dieselbe die Polare x_1x_2 in Θ_0 dem Mittelpunkte desjenigen Kreises, dessen Perspective die Bildcontur der Kugel ist.

Die Polare trifft c_1d_1 in d_{II}; richten wir in diesem Punkte eine Senkrechte auf c_1d_1, so haben wir die Bildflächtrace der Polarebene D_p. Ziehen wir durch C_0 eine Parallele zu x_1x_2, so

trifft dieselbe die verlängerte Gerade $c_1 d_1$ in f_{II}, durch welchen Punkt eine Parallele zu D_p die Polarfluchttrace sein wird. Der Punkt O_0 liegt auf der Polarebene, legen wir daher denselben um D_p gedreht, in die Bildfläche, so wird derselbe nach O_1 zu liegen kommen. Beschreiben wir aus demselben als Mittelpunkt mit dem Radius $\frac{1}{2} x_1 x_2$ einen Kreis, so haben wir zur Lösung der Aufgabe nur mehr die Perspective dieses Kreises zu verzeichnen. Eine Axe derselben wird sich in der schon früher bestimmten $x'x''$ ergeben; es wird dies eine senkrechte Axe des Bildes sein, denn sie liegt auf einer sich selbst entsprechenden Geraden, und fällt mit demjenigen Durchmesser des Kreises zusammen, dessen conjugirter Durchmesser zur Bildfläche parallel ist. Um die zweite Axe zu finden, bestimmen wir vor Allem das Collineationscentrum der Polarebene, indem wir aus f_{II} mit dem Radius $f_{II} C_0$ einen Kreis beschreiben. Derselbe trifft die Gerade $c_1 d_1$ in C_p Nun hälften wir $x'x''$ in ω', ziehen durch diesen Punkt eine Parallele zu D_p, wodurch wir die Richtung der kleinen Ellipsenaxe erhalten. Um ihre Länge zu finden, suchen wir den ω' entsprechenden Punkt im Kreissystem, indem wir ω' mit C_0 durch eine Gerade verbinden; dieselbe durchschneidet $x_1 x_2$ in ω_0, in welchem Punkt diejenige Kreissehne senkrecht steht auf die grösste Kugelkreisebene, deren Perspective die kleine Ellipsenaxe sein wird. Wir legen daher ω_0 als auf D_p liegend, in die Bildfläche, wodurch derselbe nach ω_1 gelangt, errichten ferner in diesem Punkt eine Senkrechte auf $c_1 d_1$, welche den Kreis K_0' in $y_1 y_2$ durchstösst. Die Perspectiven dieser Durchschnittspunkte $y'y''$ sind die Endpunkte der kleinen Ellipsenaxe.

In der Anwendung dürfte es öfters vorkommen, dass der Punkt f_{II} ausserhalb der Zeichnungsfläche fällt; das Collineationscentrum kann dann unter Beihilfe folgenden Satzes, wie folgt, erhalten werden.

Es sei Fig. (10_a) acd ein rechtwinkliges Dreieck; es soll mit dem Radius dc ein Kreis beschrieben werden, man sucht die auf ad liegenden, eigentlich aber den auf der begrenzten Strecke zwischen ad liegenden Punkt desselben, ohne den Kreis zu verzeichnen.

L ö s u n g. Man denke sich den Kreis mit dem Radius cd auf d wirklich verzeichnet, verbinde den Durchstosspunkt f desselben

mit *c*. Da das hiedurch entstandene Dreieck *dcf* gleichschenkelig ist, so wird das aus *d* auf *cf* gefällte Perpendikel den Winkel *d* hälften. Die Dreiecke *abc* und *bcd* sind aber ähnlich, folglich $\sphericalangle d = \sphericalangle \alpha$. Es wird daher $\beta_1 = \beta_2 = \frac{1}{2} d = \frac{1}{2} \alpha$ sein; doch $\beta_1 = \beta_2 = \beta$, da die Schenkel dieser Winkel gegenseitig senkrecht aufeinander stehen. Es folgt daher daraus, dass die Gerade *cf* den Winkel *acb* hälftet. Um daher den Punkt *f* zu erhalten, haben wir blos den Winkel *acb* zu hälften: wo die winkelhalbirende Gerade die Hypothenuse *ad* und *f* trifft, wird der Durchstosspunkt von *ad* mit dem Kreise sein.

Da nun die Richtung der Polare immer bekannt ist, so haben wir auf dieselbe in C_0 ein Perpendikel zu errichten, den Winkel, den der umgelegte orthogonale Projectionsstrahl des Centrums mit diesem Perpendikel bildet, zu hälften, wodurch sich das Collineationscentrum der Polarebene ergeben wird.

§. 13. **Aufgabe 8.** (Fig. 11.) Eine Kugel ist so zu verzeichnen, dass ihre Bildcontur eine Hyperbel werde. Man bestimme die Axen und Asymptoten derselben.

Lösung. Das Geschlecht der Perspectivcontur lässt sich a priori bestimmen, wenn man die räumliche Lage der Kugel kennt; denn hat dieselbe mit der Distanzebene keinen Punkt gemein, so ist die Perspective derselben immer eine Ellipse, oder ihre Specialität der Kreis, welcher Fall aber nur dann eintritt, wenn der Kugelmittelpunkt auf dem orthogonalen Projectionsstrahl des Centrums liegt; berührt oder schneidet sie hingegen die Distanzebene, so wird ihre Contur eine Parabel, respective Hyperbel sein. Um daher den Anforderungen der Aufgabe Genüge zu leisten, muss man der Kugel eine solche Lage geben, dass dieselbe von der Distanzebene geschnitten werde; denn da der Schnittkreis der Kugel mit der Polarebene zwei Punkte mit der Distanzebene gemein hat, deren entsprechende Punkte der Perspective im Unendlichen liegen, so wird das Bild desselben eine Hyperbel sein. Wir wollen die Axe und Asymptoten derselben bestimmen.

Man nehme eine beliebige Bildflächnormale als Kugelaxe an, lege durch dieselbe und das Centrum eine Ebene, so ist ihre

Trace $d_1 c_1$. Legen wir dieselbe um letztere gedreht in die Bildfläche, so gelangt das Centrum nach C_0, die Kugelaxe wird in d_1 senkrecht auf $d_1 c_1$ zu stehen kommen. Verzeichnen wir nun den grössten Kugelkreis so, dass derselbe die umgelegte Distanztrace von $d_1 c_1$ schneidet, so ist der Anforderung Genüge geleistet. Ziehen wir also durch C_0 eine Parallele zu $c_1 d_1$, so ist dies die umgelegte Distanztrace der Ebene von $c_1 d_1$. Wir nehmen am einfachsten den Kugelmittelpunkt O_0 im Durchschnitte der umgelegten Kugelaxe mit der Distanztrace an, wodurch wir mit einem beliebigen Radius den grössten Kugelkreis verzeichnen können.

Legen wir an den also verzeichneten Kreis K_0 vom umgelegten Centrum C_0 aus die beiden Tangenten, so durchschneiden dieselben verlängert die Trace $d_1 c_1$ in zwei Punkten $x'x''$. Das zwischen denselben liegende Stück wird offenbar die Transversalaxe der Bildhyperbel sein. Die Verbindungsgerade der Berührungspunkte $x_1 x_2$ im Kreise K_0 ist die Polare von C_0 als Pol, in Bezug auf K_0. Dieselbe wird von der Distanztrace in ω, dem Mittelpunkt desjenigen Kreises, dessen Perspective die Hyperbel sein wird, geschnitten. Die Polarebene selbst ergibt sich hier besonders einfach, da sie diesmal senkrecht auf die Bildfläche steht; ziehen wir daher durch c_1 eine Senkrechte auf $c_1 d_1$, so ist dies F_p die Fluchtlinie derselben. Die Bildflächtrace ergibt sich, indem wir in d_{II}, D_p, parallel zu F_p ziehen.

Da die Gerade $x_1 x_2$ die Schnittlinie der Polarebene mit der grössten Kugelkreisebene ist, so haben wir den Kreis, dessen Durchmesser $x_1 x_2$ ist, in die Bildfläche umzulegen, nur ω mittelst eines Kreisbogens von d_{II} aus nach w_0 zu übertragen und aus demselben als Mittelpunkt mit dem Radius $^1/_2\ x_1 x_2$ den Kreis K_0' zu beschreiben. Nun haben wir dessen Perspective zu verzeichnen. Ziehen wir durch ω_0 eine Parallele zu D_p, so ist dies V_p, die umgelegte Distanztrace der Polarebene; die Durchschnittspunkte derselben mit dem Kreis K_0' liefern die unendlich fern liegenden Punkte der Hyperbel; ziehen wir nun in diesen beiden Punkten Δ_1 und Δ_2 die Tangenten an den Kreis K_0', so stehen dieselben auf D_p senkrecht, treffen letztere in δ_1 und δ_2 und haben ihren gemeinschaftlichen Fluchtpunkt in c_1, welcher auch der Mittelpunkt der Hyperbel sein wird; die Verbindung von c_1 mit δ_1 und δ_2 sind die Asymptoten der Bildcontur.

Liegt der Kugelmittelpunkt in der Bildfläche, so gestaltet sich der ganze Vorgang noch einfacher; in diesem Falle lege man durch denselben und das Centrum eine bildflächprojicirende Ebene; dieselbe schneidet die Kugel in einem grössten Kreis, welcher um die Trace dieser Ebene in die Bildfläche umgelegt, mit dem Bildfläch-Durchschnitte der Kugel zusammenfällt. Die Perspective der Polare für das umgelegte Centrum als Pol in Bezug auf diesen Kreis ist die grosse Axe der Perspective, die kleine Axe ergibt sich analog wie in Aufgabe Nr. 7.

Das Ellipsoid.

§. 14. Das Ellipsoid wird von der Polarebene immer in einer Ellipse geschnitten; da aber bekanntlich die Perspective derselben jede der Kegelschnittlinien sein kann, so haben wir auch jede derselben als Bildcontur des Ellipsoids. Um aber a priori bestimmen zu können, welcher Kegelschnitt als Perspective desselben erscheinen wird, haben wir nur zu untersuchen, ob das Ellipsoid die Distanzebene schneidet, berührt oder gar keine Punkte mit derselben gemein hat; in welchen Fällen sich als Bild eine Hyperbel, Parabel, Ellipse oder deren specieller Fall, der Kreis ergibt.

Wir werden hier nur den in der Anwendung am häufigsten vorkommenden Fall betrachten, wo die Bildcontur des Ellipsoids eine Ellipse sein wird und sowohl deren conjugirte Durchmesser als einzelne Punkte mittelst der Polarebene bestimmen.

Aufgabe 9. (Fig. 12.) Eine in der Bildfläche liegende Ellipse E, deren grosse Axe auf die Horizontlinie senkrecht steht und dieselbe in ω trifft, sei der Hauptmeridian eines Rotationsellipsoids; es ist der sichtbare Umriss dieser Fläche zu verzeichnen.

Lösung. Wir legen das Centrum um $\omega\, c_1$ gedreht in die Bildfläche, wodurch dasselbe nach C_0 gelangt, verbinden dasselbe mit ω durch eine Gerade und errichten auf dieselbe in C_0 ein Perpendikel; dasselbe trifft die Trace $\omega\, c_1$ in f_1, wodurch ein Punkt der Polarfluchtlinie erhalten wurde. Die Bildflächtrace der Polarebene wird erhalten, indem wir für den Centralpunkt

c_1 als Pol die Polare in Bezug auf die in der Bildfläche liegende Ellipse E construiren; dieselbe trifft die Ellipse in x' x''. Diese Punkte gehören der Bildcontur an und bleiben als auf D_p liegend, unveränderlich; die Tangenten in denselben verschwinden in c_1

Die conjugirten Durchmesser der Bildcontur ergeben sich höchst einfach als Schnitte einer beliebigen bildflächprojicirenden Diametralebene mit der Polarebene. Die Tangenten an den Endpunkten derselben sind immer parallel zu den Tangenten. an den Tracenendpunkten derjenigen Diametralebenen, in welchen dieselben liegen. Es wird daher ein Leichtes sein, ein conjugirtes Diameterpaar aufzufinden, denn indem man den Schnitt einer beliebigen bildflächprojicirenden Diametralebene mit der Polarebene bestimmt, sind nur zu dem also erhaltenen Durchmesser geometrisch parallel 2 Tangenten an die in der Bildfläche liegende Ellipse zu führen, deren Berührungssehne die Bildflächtrace derjenigen Diametralebene sein wird, deren Schnitt mit der Polarebene den conjugirten Durchmesser liefert.

Zwei Durchmesser ergeben sich besonders einfach. Betrachten wir nämlich die kleine Ellipsenaxe m' m'' als Bildflächtrace einer senkrechten Diametralebene, so ergibt sich hieraus ein Durchmesser, an dessen Endpunkten die Tangenten parallel zur grossen Ellipsenaxe sind; analog betrachten wir die grosse Ellipsenaxe als Trace einer ebenfalls bildflächprojicirenden Diametralebene, so werden an den Endpunkten des hiedurch erhaltenen Diameters die Tangenten parallel zur kleinen Ellipsenaxe sein. Die Tangenten an den Endpunkten dieses Durchmesserpaares stehen senkrecht aufeinander, ohne dass deshalb die Diameter conjugirt wären. Aber auch die senkrechten Axen lassen sich bestimmen, nur hat man zu diesem Zwecke die Schnittcurve selbst, um D_p gedreht in die Bildfläche umzulegen, wodurch sich dann die Aufgabe auf folgende reducirt:

Es ist gegeben eine Ellipse, man bestimme die senkrechten Axen ihrer Perspective.

In Fig. 12 wurde ein Diameter durch den Schnitt der zur Polarebene conjugirten Diametralebene mit ersterer bestimmt. Diese Ebene wird erhalten, wenn wir den Centralpunkt mit dem Mittelpunkte des in der Bildfläche liegenden Hauptmeridians verbinden. Diese Trace schneidet die Ellipse E in 2 Punkten a b,

den Endpunkt derjenigen Ellipsenaxe, in welcher diese Diametralebene das Ellipsoid schneidet; die andere $c\,e$ steht auf derselben senkrecht und ist gleich dem Radius des grössten Parallelkreises. Man legt nun das Centrum mittelst dieser Ebene nach C_0' um und suche den Durchschnitt $y_1 y_2$ der umgelegten Schnittlinie beider Ebenen mit ebenfalls umgelegter Diametralellipse, verbinde die Durchstosspunkte mit C_0', welche Verbindungsgeraden die Ebenentracen in $y' y''$ treffen, deren Verbindung ein Durchmesser der Perspective ist, an dessen Endpunkten die Tangenten zu D_p parallel sind; derselbe könnte auch erhalten werden, wenn man von C_0' aus die beiden Tangenten an diese Diametralellipse legt; diese durchschneiden die Tracen ebenfalls in $y' y''$. Der demselben conjugirte Durchmesser ergibt sich, wenn wir parallel zu $y' y''$ die beiden Tangenten an die Meridianellipse führen und deren Verbindungssehne als Trace einer bildflächprojicirenden Diametralebene betrachten, deren Schnitt mit der Polarebene der zu $y' y''$ conjugirte Durchmesser sein wird. Diese Construction ist, um die Figur durch viele Linien nicht undeutlich zu machen, weggelassen worden.

Schliesslich soll noch gezeigt werden, wie man einzelne Punkte der Bildcontur auffinden kann; es ist zweckmässig, dieselben auf Parallelkreisen aufzusuchen, da sie sich hiedurch am einfachsten ergeben. In Fig. 12 ist die Construction für den Parallelkreis $n' n''$ ausgeführt; wir betrachten dessen in der Bildfläche liegenden Durchmesser $n' n''$ als Bildfläch-Trace einer Ebene; die Trace derselben trifft die Polarebene in d_1; je nachdem wir nun das obere oder untere Collineationscentrum benützen wollen, ziehen wir eine Senkrechte durch d_1 auf die Verbindungsgerade desselben mit ω und suchen die Durchstosspunkte $g_1\,g_2$ derselben mit dem über $n' n''$ als Diameter verzeichneten Kreise; die Perspectiven derselben $g' g''$ sind Conturpunkte des Ellipsoids.

Zu bemerken ist noch, dass der Perspectivenmittelpunkt und der Meridianmittelpunkt immer in einer durch den Centralpunkt gehenden Geraden liegen.

§. 15. **Aufgabe 10.** (Fig. 13.) Es ist gegeben die Perspective einer Bildflächnormale, $c_1\,d_1$ als Rotationsaxe eines Ellipsoids, welches durch Rotation um seine kleine Axe erzeugt wurde, dessen Mittelpunkt aber nicht in der Bildfläche liegt. Man sucht die Contur der Fläche.

Lösung. Wir legen durch die Rotationsaxe und das Centrum eine Ebene, deren Bildflächtrace die Gerade $c_1\ d_1$ ist, legen dieselbe um ihre Trace gedreht in die Bildfläche, wodurch das Centrum nach C_0' gelangt. Die Rotationsaxe aber wird in d_1 senkrecht auf $c_1\ d_1$ stehen. Verzeichnen wir nun den Hauptmeridian ε_0 und führen von C_0' aus die beiden Tangenten an letzteren, so berühren dieselben in $x_1\ x_2$ und durchstossen die Trace $c_1\ d_1$ in $x'\ x''$. Die Verbindung derselben gibt die grosse Axe der Bildellipse. Die Berührungssehne $x_1\ x_2$ ist die Polare des Punktes C_0 als Pol in Bezug auf die Ellipse ε_0 oder die Schnittlinie der Polarebene mit der durch die Rotationsaxe und das Centrum gehenden Ebene $c_1\ d_1$, auf welche die Polarebene senkrecht steht; folglich haben wir um letztere zu erhalten, nur in dem Punkt d_{II}, wo die Polare $x_1 x_2$ die Trace $c_1\ d_1$ trifft, eine Senkrechte auf letztere zu fällen, wodurch wir die Bildflächtrace D_p der Polarebene erhalten; ferner ist auch der Neigungswinkel der Polarebene bekannt, woraus wir die Fluchtlinie einfach finden, indem wir in C_0' eine Parallele zu $x_1\ x_2$ führen. Dieselbe trifft $c_1\ d_1$ in f_{II}; errichten wir in diesem Punkt ein Loth auf $c_1\ d_1$, so haben wir die Fluchttrace F_p der Polarebene. Um das derselben zugeordnete Collineationscentrum zu finden, haben wir von f_{II} mit dem Radius $f_{II}\ C_0'$ einen Kreisbogen zu beschreiben; derselbe trifft $c_1\ d_1$ in C_p dem Collineationscentrum.

Um die kleine Axe der Perspective zu erhalten, haben wir nicht nöthig, die Schnittellipse in die Bildfläche umzulegen, und daselbst zu verzeichnen, sondern wir gelangen einfach zum Resultat durch folgende Betrachtung: Die kleine Axe geht durch den Hälftepunkt O' von $x'\ x''$; suchen wir nun den ihm entsprechenden Punkt auf $x_1\ x_2$, indem wir C_0' mit O' durch eine Gerade verbinden, welche $x_1\ x_2$ in O_0 schneidet; in diesem Punkte steht räumlich eine Sehne des Ellipsoids senkrecht auf $x_1\ x_2$; die Länge derselben ergibt sich, indem wir in O_0 eine Parallele $m\ n$ zur grossen Ellipsenaxe des Meridians führen, in O_0 ein Perpendikel darauf errichten, über $m\ n$ einen Halbkreis schlagen, welcher das Perpendikel in r trifft, somit ist $O_0\ r$ die wahre Länge dieser Sehne; legen wir nun den Punkt O_0 als auf der Polarebene liegend um D_p gedreht in die Bildfläche, so gelangt derselbe nach O_0'; in diesem Punkte errichten wir eine Senkrechte

auf c_1 d_1, tragen die früher gefundene Länge der Sehne beiderseits auf, somit ist y_1 y_2 diejenige Ellipsensehne, deren Perspective die kleine Axe der Bildcontur sein wird. Auf ähnliche Weise können auch noch einzelne Punkte der Bildcontur bestimmt werden, falls man es nicht vorziehen sollte, dieselbe aus ihren senkrechten Axen direct zu construiren.

§. 16. **Aufgabe 11.** Es sei f_1 d_1 die Perspective einer beliebigen Axe eines dreiaxigen Ellipsoids, dessen 3 Hauptschnitte ähnliche Ellipsen sein sollen; einer derselben sei Einfachheit halber so zu wählen, dass er in der centralprojicirenden Ebene von $f'd'$ liege. Man verzeichne den sichtbaren Umriss der Fläche.

Lösung. Fig. 14. Wir legen die Gerade f_1 d_1 mit ihrer centralprojicirenden Ebene, deren Bildflächtrace und Verschwindungslinie f_1 d_1 ist, um letztere gedreht in die Bildfläche, so gelangt das Centrum nach C_0^s; die Lage der in die Bildfläche umgelegten Axe ergibt sich, indem wir C_0^s mit f_1 verbinden, und aus d_1 eine Parallele zu derselben führen. Nun verzeichnen wir auf letzterer, indem wir einen beliebigen Punkt als Mittelpunkt annehmen, eine Axe des Ellipsoids E G, errichten in dem Mittelpunkt eine Senkrechte, und verzeichnen darauf die zweite Axe A B, endlich die Hälfte der dritten Axe sei die Strecke zwischen dem Mittelpunkte und H. Nun verzeichnen wir aus C_0^s die beiden Tangenten an den Hauptschnitt, so berühren dieselben in x_1 x_2; die Verbindung dieser beiden Punkte ist die Schnittlinie der Polarebene mit der centralprojicirenden Ebene von f_1 d_1, wo dieselbe die Trace f_1 d_1 in dem Punkte d_{II} trifft, erhalten wir den Durchstosspunkt der Polare; um den Fluchtpunkt zu finden, ziehen wir aus C_0^s eine Parallele zu x_1 x_2; dieselbe trifft f_1 d_1 in f_{II}. Auch wissen wir, dass, da der Hauptschnitt in der centralprojicirenden Ebene von f_1 d_1 liegt, die Polarebene auf letztere senkrecht stehen muss; so construiren wir den Normalenfluchtpunkt f_n derselben, und verbinden diesen mit f_{II} durch eine Gerade; ferner führen wir aus d_{II} eine Parallele zu derselben, so haben wir dadurch die Bildflächtrace D_p, und die Verschwindungslinie F_p derselben erhalten. Die Aufgabe selbst aber hat sich auf folgende reducirt: Man bestimme die Schnittcurve einer

Ebene mit einem Ellipsoide, lege dieselbe um die Bildflächtrace der Schnittebene gedreht in die Bildfläche und verzeichne die Perspective dieser Ellipse.

Eine Axe der Schnittcurve ergab sich, indem wir an den umgelegten Flächenhauptschnitt von C_0^s aus die beiden Tangenten legten; die Berührungssehne $x_1\, x_2$ ist offenbar eine, und zwar hier die grosse Axe der Schnittellipse. Die kleine Axe geht durch ihren Hälftepunkt O und steht in demselben senkrecht auf die Hauptebene; ihre Länge kann ermittelt werden, wenn wir durch O eine auf den Hauptschnitt Senkrechte, zu $A\, B$ oder zu $E\, G$ parallele Ebene legen, welche das Ellipsoid in einer Ellipse schneidet, deren Axen sich unmittelbar ergeben, und den Durchschnitt der in O auf die Hauptebene senkrechten Geraden mit derselben construirt; was am einfachsten geschieht, wenn wir dieselbe um ihre Trace gedreht in die Bildfläche umlegen; da nun die ebenfalls umgelegte Gerade parallel zu einer der Ellipsenaxen sein wird, so folgt die Bestimmung ihrer Durchschnittspunkte mit der Ellipse sehr leicht aus der bekannten Ellipsen-Constructionsmethode aus 2 Kreisen, welche über die kleine, resp. grosse Axe als Diameter geschlagen wurden; welche Construction aber hier weggelassen worden ist. Indem man auf diese Weise die kleine Axe der Schnittcurve in ihrer wahren Grösse aufgefunden hat, bestimme man das Collineationscentrum der Polarebene, indem man von c_1 eine Senkrechte auf F_p fällt, welche dieselbe in f_p trifft. Zieht man noch in c_1 eine Parallele zu F_p, trägt darauf die Distanz nach C_0'' auf, und beschreibt von f_p als Mittelpunkt mit dem Radius $f_p\, C_0''$ einen Kreisbogen, so trifft derselbe die Verbindungsgerade von $f_p\, c_1$ in C_p dem Collineationscentrum. Da die Schnittcurve in der Polarebene liegt, so legen wir ihre senkrechten Axen um D_p gedreht in die Bildebene, indem wir C_p mit f_{II} verbinden, und aus d_{II} eine Parallele zu derselben führen; tragen wir nun die Länge der grossen Axe auf dieselbe, indem wir $d_{II}\, \xi_2 = d_{II}\, x_2$, ferner $d_{II}\, \xi_1 = d_{II}\, x_1$ machen; hälften dieselbe in O_0, errichten in diesem Punkt eine Senkrechte auf $\xi_1\, \xi_2$, machen dieselbe gleich der früher gefundenen Axenlänge, so haben wir nunmehr die Perspective dieser Ellipse zu verzeichnen, resp. ein paar conjugirte Durchmesser aufzufinden.

Da aber an den Endpunkten eines beliebigen Durchmessers die Tangenten gegenseitig und zu dem den ersteren conjugirten Durchmesser parallel sind, so ergibt sich hieraus ein Verfahren, zur Auffindung eines beliebigen Durchmesserpaares; denn jeder Durchmesser ist die Polare eines im Unendlichen liegenden Punktes, die beiden Pole für ein paar conjugirte Durchmesser (Polaren) liegen aber im Unendlichen auf der Polare des Mittelpunktes. Wir hätten daher nur von der im Unendlichen liegenden Perspective eines Punktes die beiden Tangenten an die Bildellipse zu legen; da aber die Perspective und ihr in der Bildfläche liegendes Original centralcollinear sind, den im Unendlichen liegenden Punkten der Perspective, im Endlichen und zwar in der Distanzebene liegende Punkte entsprechen, so haben wir die Schnittlinie der Ellipsenebene mit der Distanzebene zu ermitteln, wodurch wir jene Gerade erhalten, deren Perspective im Unendlichen liegt; suchen wir nun den Pol dieser Geraden in Bezug auf die Originalellipse, so wird dessen Perspective der Mittelpunkt der Bildcontur sein. Wählen wir weiters einen beliebigen Punkt auf dieser Distanztrace als Pol, so wird die denselben in Bezug auf die Originalellipse entsprechende Polare durch den Pol der Distanztrace hindurchgehen, ihre Perspective daher durch den Mittelpunkt der Ellipse. Die aus dem Pol an die Originalellipse geführten Tangenten werden sich perspectivisch als geometrisch parallel darstellen, da die Perspective ihres Schnittpunktes in's Unendliche fällt. Führen wir von dem Punkte, wo die Polare die Distanztrace trifft, abermals die beiden Tangenten an die Originalellipse, so wird die Perspective ihrer Berührungssehne der zu dem ersteren conjugirte Durchmesser der Bildcontur sein.

In Fig. 14 wurden die beiden Tangenten an die Originalellipse von v_p ausgeführt, deren Berührungssehne $\Delta_1 \Delta_2$ sich perspectivisch als der Durchmesser $\Delta' \Delta''$ dargestellt. An seinen Endpunkten sind die Tangenten parallel zu $C_p v_p$. Durch den Hälftepunkt geht der demselben Conjugirte hindurch, und ist geometrisch parallel zu den beiden Tangenten an den Endpunkten des ersteren. Der demselben entsprechende im System von ε_0 durchsticht die Originalellipse in $\Gamma_1 \Gamma_2$, deren Perspective $\Gamma' \Gamma'$ die Endpunkte des conjugirten Durchmessers bestimmen.

2 Punkte der Perspective haben wir bereits erhalten in den Punkten x' x''; die Verbindung derselben ist die Perspective der grossen Axe von ε_0; da aber an den Endpunkten derselben die Tangenten senkrecht auf die Hauptebene stehen, so werden die Perspectiven derselben in f_n verschwinden.

Das Paraboloid.

Da das Paraboloid von der Polarebene, so lange der Pol sich in endlicher Entfernung von demselben befindet, nur in einer Ellipse, resp. Kreis geschnitten wird, so geht unser Bestreben dahin, die Perspective dieser Ellipse darzustellen; da aber dieselbe jede der Curven 2. Grades sein kann, so sind hier 3 Hauptfälle möglich, welche auch im Folgenden behandelt werden sollen.

§. 17. **Aufgabe 12.** (Fig. 15.) Die Axe eines Rotationsparaboloids liegt in der Bildfläche, wie auch ein Meridian desselben. Man bestimme die Bildcontur der Fläche.

Lösung. Da das Paraboloid mit zur Bildfläche paralleler Axe von der Distanzebene immer, und zwar in einer Parabel geschnitten wird, so ist es leicht einzusehen, dass die Ellipse, in welcher das Paraboloid von der Polarebene geschnitten wird, mit der Distanzebene 2 Punkte gemeinschaftlich hat, was, da die Schnittellipse und ihre Perspective centralcollinearen Systemen angehören, 2 im Unendlichen liegende Punkte der Perspective ergibt; dieselbe wird folglich eine Hyperbel sein, deren Axen aber selbst bei sehr geringer Distanz so gross sind, dass der eine Hyperbelast gewöhnlich ausserhalb der Zeichnungsebene fällt; da aber durch diesen Umstand die Axen zur Construction nicht verwendet werden können, so wollen wir einzelne Punkte und die Tangenten in denselben auf eine leichte Weise bestimmen.

Construiren wir für den Centralpunkt c_1 als Pol die demselben in Bezug auf die Meridianparabel entsprechende Polare, so ist dies D_p die Bildflächtrace der Polarebene, ihre Verschwindungslinie fällt hier ausserhalb der Zeichnungsfläche, wodurch jedoch die Construction kaum beeinträchtigt wird. Da die Axe des Paraboloids senkrecht zur Horizontlinie angenommen wurde, so ist letztere die Verschwindungslinie sämmtlicher Parallel-

kreisebenen; die Bildflächtracen derselben betrachten wir als Ordinaten der Meridianparabel und bestimmen auf denselben die Parabelpunkte, wodurch sich die Diameter der Parallelkreise ergeben.

Um nun einzelne Punkte der Bildcontur aufzufinden, theilen wir vor Allem, da nur mit Dritteldistanz gearbeitet werden soll, die Strecke $c_1\ \omega$ in 3 gleiche Theile, verbinden den Theilpunkt $\frac{\omega}{3}$ mit $\frac{C_0}{3}$ durch eine Gerade, und errichten in $\frac{\omega}{3}$ ein Perpendikel auf dieselbe, so ist dies die Richtung der in die Bildfläche umgelegten Schnittgeraden der einzelnen Parallelkreisebenen mit der Polarebene. Es soll hier die Bestimmung der Conturpunkte nur für den Begrenzungskreis durchgeführt werden, da die Construction für die übrigen Parallelkreise ganz dieselbe bleibt. Errichten wir in $\frac{\omega}{3}$ eine Senkrechte auf die Horizontlinie und verbinden den Kreismittelpunkt O mit c_1, so trifft dieselbe die Verbindungsgerade in $\frac{O}{3}$, dem Mittelpunkte des reducirten Kreises; ziehen wir ferner durch diesen Punkt eine Parallele zur Horizontlinie und verbinden den Diameterendpunkt mit c_1, so wird dieselbe auf der horizontalen Geraden die Länge des reducirten Kreishalbmessers abschneiden, mit welchem aus $\frac{O}{3}$ als Mittelpunkt der Kreis beschrieben werden kann. Auf ähnliche Weise wird der Punkt $\frac{d}{3}$ erhalten, durch welchen man eine Senkrechte auf $\frac{C_0}{3}\ \frac{\omega}{3}$ fällt; dieselbe durchschneidet den Kreis in $\frac{x_1}{3}\ \frac{x_2}{3}$; die Perspective derselben wird nun für das reducirte System construirt. Führen wir nun durch d eine Parallele zu $\frac{x_1}{3}\ \frac{x_2}{3}$, so durchsticht diese den in die Bildfläche umgelegten Begrenzungskreis in $x_1\ x_2$; die Perspective derselben ergibt sich, indem wir z. B. durch x_2 eine Parallele zu $\frac{x_2}{3}\ \frac{x''}{3}$ ziehen, welche die verlängerte $c_1\ \frac{\delta}{3}$ in x'' trifft. Die Tangenten in den Punkten

$x' x''$ können auf folgende Weise bestimmt werden: wir errichten in den auf $d\ O$ liegenden Parabelpunkten die beiden Tangenten und man hat durch $x' x''$ nach den Schnittpunkte derselben laufende Gerade zu ziehen, welche die gewünschten Tangenten sein werden; denn die beiden Tangenten in dem Punkten der Meridianparabel können als in der Bildfläche liegende Erzeugende eines Kegels angesehen werden, welcher das Paraboloid in dem Begrenzungskreise berührt, dessen Spitze der Schnittpunkt dieser beiden Tangenten sein wird.

Ein wichtiger Punkt, wo die Perspective den Meridian berührt, ergab sich in t; die Tangente in demselben geht durch c_1, den Centralpunkt.

Analog wie bei dem Ellipsoide können auch hier beliebige Durchmesser erhalten werden, wenn man den Schnitt bildflächprojicirender Diametralebenen mit der Polarebene aufsucht. Legen wir durch die Flächenaxe und das Centrum eine Ebene, so werden in den hiedurch erhaltenen Punkten, welche sich im Schnitte dieser Diametralebene mit der Polarebene ergeben, die Tangenten durch den Normalenfluchtpunkt hindurchgehen. Oder legen wir durch die Axe eine bildflächprojicirende Ebene, so schneidet diese das Paraboloid in einer dem Meridian congruenten Parabel. Die Schnittlinie derselben mit der Polarebene wird ein Durchmesser der Perspective sein, an dessen Endpunkten die Tangenten horizontal sind. Da aber die Verschwindungslinie der Polarebene ausserhalb der Zeichnungsfläche fällt, so kann man zur Bestimmung des Diameters folgendes Verfahren einschlagen:

Man projicirt das Centrum orthogonal auf die Diametralebene, legt dieselbe um ihre Trace gedreht in die Bildfläche, und construirt die Polare des umgelegten Projectionspunktes als Pol in Bezug auf die Meridianparabel. Hier also theilen wir die Strecke zwischen ω und dem Scheitel in 3 gleiche Theile, und führen in den zum Scheitel zunächst liegenden Theilpunkt eine Parallele zur Horizontlinie und tragen auf dieselbe vom Theilpunkt aus die Dritteldistanz auf; nun bestimmen wir den Berührungspunkt der Tangente aus dem umgelegten Projectionspunkte an die Meridianparabel; die Perspective dieses Punktes ist der Endpunkt desjenigen Hyperbeldurchmessers, an dessen

Endpunkten die Tangenten horizontal sind. Da man auf diese Weise 5 Punkte und die Tangenten in denselben bestimmt hat, so kann die Hyperbel verzeichnet werden.

§. 18. **Aufgabe 13.** Man verzeichne die Bildcontur eines Rotationsparaboloids, dessen Axe zur Bildfläche senkrecht steht, jedoch so, dass dieselbe eine Parabel werde.

Lösung. (Fig. 16.) Es sei c_1 d_1 die Axenperspective und zugleich die Bildflächtrace einer Ebene, welche durch die Rotationsaxe und das Centrum gelegt wurde. Legen wir dieselbe um c_1 d_1 in die Bildfläche, so gelangt das Centrum nach C'_0, die Axe selbst aber wird in d_1 senkrecht auf die Trace stehen und zugleich die Hauptaxe der Meridianparabel sein. Da aber die Contur der Fläche eine Parabel sein soll, so muss der Meridian die umgelegte Distanztrace berühren. Wir führen demgemäss durch C'_0 eine Parallele zu c_1 d_1 und betrachten den Schnittpunkt derselben mit der umgelegten Axe als Scheitel der Meridianparabel, welche wir nun mit Hilfe ihres Brennpunktes verzeichnen. Ferner bestimmen wir die Polare von C'_0 als Pol in Bezug auf den Meridian. Dieselbe ist die Schnittlinie der Polarebene mit der Meridianebene, und trifft die Trace c_1 d_1 in d_{II}. Führen wir aus C'_0 eine Parallele zur Polare, so durchschneidet dieselbe die Meridiantrace in f_{II}; errichten wir in diesen Punkten Senkrechte auf benannte Trace, so werden dies F_p und D_p die Tracen der Polarebene sein, das ihr zugehörige Collineationscentrum wird wie in den früheren Aufgaben ermittelt. Die Polare von C'_0 durchstösst die Meridianparabel in x_1 x_2, deren Verbindung die grosse Axe der Schnittellipse ist. Die kleine Axe kann gefunden werden, wenn man in den Hälftepunkt von x_1 x_2 eine senkrechte Ebene auf die Rotationsaxe legt, welche das Paraboloid in einem Kreis schneidet, dessen Sehne die gesuchte kleine Axe sein wird. Es ist aber zur Bestimmung der Perspective nicht nöthig, gerade die kleine Axe zu ermitteln, sondern es genügt eine beliebige Sehne; wir wollen daher eine solche bestimmen, indem wir auf x_1 x_2 einen beliebigen Punkt O_0 wählen, durch denselben eine Ebene senkrecht auf die Flächenaxe legen, deren Trace die Gerade m n sein wird. Errichten wir in O_0 ein Perpendikel auf

diese Gerade, so ist dies die umgelegte Sehne der Richtung nach; ihr Endpunkt ergibt sich, indem wir mit dem Radius $m\ n$ aus n einen Kreisbogen beschreiben; wo derselbe die Sehne in r trifft, ist der Durchstosspunkt der Sehne mit dem Paraboloide. Der Punkt O_0 wird nun als auf der Polarebene befindlich, in die Bildfläche umgelegt, wodurch derselbe nach O'_0 gelangt; ein Perpendikel auf demselben in $c_1\ d_1$ und die Länge $O_0\ r$ darauf getragen, gibt die um D_p in die Bildfläche umgelegte Ellipsensehne. Verbinden wir O_0 mit C'_0, so ergibt sich in O' die Perspective von O_0. In diesem Punkte fällen wir nun ein Perpendikel auf $c_1\ d_1$, es wird dies die Richtung der Sehnenperspective sein; ihre Länge ergibt sich, indem wir C_p mit dem Sehnenendpunkt r_0 verbinden; da nun der Scheitel die Hauptaxe und 2 Punkte der Parabel bekannt sind, so kann hieraus der Brennpunkt ermittelt werden, denn $c_1\ d_1$ fällt mit der Parabel-Hauptaxe zusammen, der Scheitelpunkt x'' aber ergab sich in dem Durchschnitt der von C'_0 nach x_2 gezogenen Tangente mit $c_1\ d_1$. Die Construction des Brennpunktes kann nun auf elementare Weise geschehen, indem wir die bekannte Eigenschaft der Parabel in Betracht ziehen, dass die Subtangente gleich ist der doppelten Abscisse. Tragen wir die Strecke $O'\ x''$ auch auf die andere Seite vom Scheitel aus auf und verbinden diesen Punkt mit r', so ist dies eine Tangente der Parabel, welche die Scheiteltangente in einem Punkte trifft, in welchem man eine Senkrechte auf die Tangente in r' zu errichten hat, welche die Hauptaxe in dem Brennpunkt schneidet.

§. 19. **Aufgabe 14.** (Fig. 17.) Es sei $f_1\ d_1$ die Perspective der Axe eines elliptischen Paraboloids, dessen Hauptebene Einfachheit halber als centralprojicirende Ebene von $f_1\ d_1$ gewählt wurde. Das Verhältniss der Ellipsenaxen sei $a : b$. Man gebe der Fläche eine solche Lage, dass ihre Perspective eine Ellipse werde.

Lösung. Man lege die centralprojicirende Ebene von $f_1\ d_1$ um ihre Trace gedreht in die Bildfläche, so gelangt das Centrum nach C^*_0; die umgelegte Axe ergibt sich, indem wir C^*_0 mit f' verbinden, und aus d_1 eine Parallele zu derselben ziehen. Nun verzeichnen wir, indem die umgelegte Paraboloidaxe als Axe der

Hauptparabel beibehalten wird, letztere so, dass sie mit der um gelegten Distranztrace von $f_1\ d_1$ keinen Punkt gemein hat, wodurch als Bildcontur eine Ellipse erhalten wird. Weiters ziehen wir an die Hauptparabel P_0 die beiden Tangenten von C_0^* aus, so gibt die Verbindung der beiden Berührungspunkte $x_1\ x_2$. die Polare von C_0^* als Pol in Bezug auf P_0, resp. die Schnittlinie der Polarebene, mit der Hauptebene des Paraboloids, auf welche die Polarebene senkrecht steht. Die Bestimmungspunkte der Polare ergeben sich, wo $d_1\ f_1$ von $x_1\ x_2$ in d_{II} geschnitten wurde, ferner in dem Schnittpunkte, der aus C_0^* zu $x_1\ x_2$ parallel geführten Geraden mit $f_1\ d_1$ in f_{II}. Nun construire man nach bekannter Methode den Normalenfluchtpunkt f_n der centralprojicirenden Ebene von $f_1\ d_1$, verbinde f_{II} mit f_n und ziehe zu derselben eine Parallele aus d_{II}, so sind dies die Tracen $D_p\ F_p$ der Polarebene. Man construire ferner das Collineationscentrum derselben, verbinde letzteres mit f_{II}, ziehe aus d_{II} eine Parallele zu derselben, so ist dies die um D_p in die Bildfläche umgelegte Schnittlinie der Polarebene mit der Hauptebene. Da aber $x_1\ x_2$ die grosse Axe der Schnittellipse in wahrer Grösse ist, so machen wir $d_{II}\ \xi_2 = d_{II}\ x_2$, ferner $d_{II}\ \xi_1 = d_{II}\ x_1$, hälften dieselbe in O_0 und ziehen durch den Hälftepunkt eine Senkrechte auf $\xi_1\ \xi_2$, so ist dies die der Richtung nach gezogene kleine Axe der Schnittellipse; um ihre wahre Grösse zu finden, hälften wir $x_1\ x_2$ in O_0^-, legen durch diesen Punkt eine Ebene $m\ n$ senkrecht auf die Rotationsaxe; dieselbe schneidet das Paraboloid in einer Ellipse, deren Axen sich unmittelbar ergeben, da ihr Verhältniss $a : b$ bekannt ist. Nun lege man letztere Ebene um $m\ n$ gedreht in die Bildfläche, so hat man nur in O_0' eine Parallele zur kleinen Axe zu ziehen, und den Durchstoss derselben mit der Ellipse zu suchen, deren Axen $m\ \omega$ und ω_p in ihrer wahren Grösse vorliegen, was, wie bereits erwähnt wurde, mittelst der bekannten Ellipsenconstruction aus 2 Kreisen geschehen kann, ohne dass man deshalb nöthig hätte, die Ellipse selbst zu verzeichnen.

Wir schlagen zu diesem Zwecke über die grosse und kleine Ellipsenaxe Kreise; das Perpendikel in O_0' trifft den grossen Kreis in q. Die Verbindung derselben mit ω trifft den kleinen Kreis in r, von welchem Punkte eine Parallele von $O_0^1\ q$ das Perpendikel in dem gesuchten Durchstosspunkte s schneidet. Nach-

dem man auf diese Weise die Länge der kleinen Axe $O_0' s$ gefunden, trägt man dieselbe auf das in O_0 auf $\xi_1 \xi_2$ errichtete Perpendikel. Da nun die Schnittellipse ε_0 durch ihre beiden senkrechten Axen gegeben ist, kann dieselbe verzeichnet werden.

Um ihre Perspective, resp. ein paar conjugirte Durchmesser derselben zu finden, wählen wir auf der umgelegten Polardistanztrace V_p einen beliebigen Punkt θ und construiren für diesen Punkt als Pol die demselben in Bezug auf ε_0 entsprechende Polare; dieselbe ergibt sich als Berührungssehne der von θ an ε_0 geführten Tangenten und durchstösst die Ellipse in $\Delta_1 \Delta_2$; die Perspective derselben ist $\Delta' \Delta''$, ein Durchmesser der Bildcontur. Hälften wir denselben in Θ' und suchen den ihm entsprechenden Θ_0 in ε_0, so ergibt derselbe verbunden mit θ den conjugirten Durchmesser der Perspective.

Die Punkte $x' x''$ sind die Perspectiven der Axenendpunkte $\xi_1 \xi_2$. In demselben stehen die Ellipsentangenten senkrecht auf die centralprojicirende Ebene $f_1 d_1$; die Perspectiven derselben verschwinden somit in f_n.

Das Hyperboloid mit einem Mantel.

§. 20. Da diese Fläche nach der betreffenden Lage des Poles von der Polarebene in jeder der Kegelschnittlinien geschnitten werden kann, das Bild derselben aber wieder jede Curve zweiten Grades sein kann, so sind hier neun Hauptfälle möglich, welche wir im Folgenden näher betrachten wollen.

Aufgabe 15. (Fig. 18). Das einfache Hyperboloid wird von der Polarebene in einer Ellipse geschnitten, welche sich perspectivisch wieder als solche darstellt. Man bestimme die Axen derselben.

Lösung. Es sei $c_1 d_1$ die Axe des Hyperboloids (der Einfachheit halber wurde hier, wie auch in den übrigen Aufgaben, ein Kreishyperboloid gewählt, obwohl die Construction für das Elliptische ganz dieselbe bleibt), welche eine zur Bildfläche senkrechte Lage hat. Um der oben gestellten Anforderung Genüge zu leisten, muss das Centrum innerhalb des asymptotischen Kegels liegen, ferner darf die Schnittcurve der Polar-

ebene mit der Fläche, keine Punkte mit der Distanzebene gemeinsam haben. Wir legen durch die Flächenaxe und das Centrum eine Ebene, deren Bildfläch- und Fluchttrace $c_1 d_1$ sein wird, drehen selbe um letztere in die Bildfläche, wodurch das Centrum nach C_0 gelangt; die Flächenaxe selbst steht aber in d_1 senkrecht auf $c_1 d_1$. Nun verzeichnen wir die Meridianhyperbel so, dass das umgelegte Centrum C_0 innerhalb ihrer Asymptoten zu liegen komme. Man bestimme die Polare von C_0 als Pol in Bezug auf die Meridianhyperbel H_0 am einfachsten, indem man von C_0 aus an letztere die beiden Tangenten legt; dieselben berühren in den Punkten $x_1 x_2$, welche verbunden die gewünschte Polare, resp. den Schnitt der Polarebene mit der Meridianebene ergeben. Die Tangenten durchstossen die Tracen der Meridianebene in $x' x''$, deren Verbindung die kleine Axe der Bildcontur ist. Im Hälftepunkte O' steht die grosse auf dieselbe senkrecht; ihre Länge wird gefunden, indem man O' mit C_0 verbindet, welche Gerade $x_1 x_2$ in O_0 schneidet.

Durch diesen Punkt lege man eine Ebene senkrecht auf die Rotationsaxe; dieselbe schneidet die Fläche in einen Kreis, welcher in die Bildebene umgelegt, über $m\,n$ als Durchmesser verzeichnet wird; nun ziehe man in O_0 ein Perpendikel auf $m\,n$. Diese Kreissehne liefert im Bilde die grosse Axe der Bildcontur. Zu diesem Zwecke bestimmen wir das Collineationscentrum der Polarebene, was mit Zuhilfenahme des in §. 12 erwiesenen Satzes geschieht, da hier die Tracen der Polarebene ausserhalb der Zeichnungsfläche fallen. Wir errichten daher eine Senkrechte von C_0 aus auf $x_1 . x_2$ und hälftet den Winkel $c_1 C_0$. Die winkelhalbirende Gerade trifft $c_1 d_1$ in C_p, dem Collineationscentrum.

Um die Sehne, welche in O_0 auf die Meridianebene senkrecht steht, um D_p in die Bildfläche umlegen zu können, ziehen wir aus O_0 eine Parallele zu $C_0 C_p$, welche $c_1 d_1$ in O_0' trifft, in welchem Punkte man eine Senkrechte auf $c_1 d_1$ zu errichten und beiderseits die Länge $O_0 r$ nach $y_1 y_2$ aufzutragen hat. Diese Punkte verbunden mit C_p bestimmen die Endpunkte $y' y''$ der grossen Axe.

Es ist leicht einzusehen, dass, wenn man das Centrum auf der Flächenaxe selbst gewählt hätte, die Perspective ein Kreis geworden wäre, denn die Polarebene steht in diesem Falle

senkrecht auf die Axe und schneidet die Fläche in einem zur Bildebene parallelen Kreise. Die Lösung dieser Aufgabe gestaltet sich daher äusserst einfach, denn man hätte nur einen Punkt der Perspective zu ermitteln, in dem der Kreis dann aus dem Centralpunkte als Mittelpunkt verzeichnet werden kann.

§. 21. **Aufgabe 16.** (Fig. 19.) Es sei $f_1 d_1$ die Axenperspective eines Rotationshyperboloids, dasselbe werde von der Polarebene in einer Ellipse geschnitten, welche sich perspectivisch als Parabel darstellt. Man bestimme die Hauptaxe und den Brennpunkt derselben.

Lösung. Wir legen $f_1 d_1$ mit ihrer centralprojicirenden Ebene in die Bildfläche um wodurch das Centrum nach C_0^2 gelangt, welches mit f_1 verbunden die Richtung der durch d_1 zu ziehenden Geraden als umgelegte Flächenaxe angibt; indem man nun auf derselben einen beliebigen Punkt ω_0 als Mittelpunkt der Meridianhyperbel annimmt, hat man durch denselben die Asymptoten so zu ziehen, dass das umgelegte Centrum C_0^2 zwischen dieselben zu liegen komme (da dasselbe räumlich innerhalb des asymptotischen Kegels seine Lage haben muss, um der ersten Anforderung der Aufgabe Genüge zu leisten). Um die Transversalaxe der Meridianhyperbel verzeichnen zu können, ist zu erwägen, dass die Distanzebene Berührungsebene der Fläche sein soll, damit auch die zweite Bedingung der Aufgabe erfüllt werde. Wir werden daher durch die Rotationsaxe eine auf die Bildfläche senkrechte Ebene *FD* legen, die Rotationsaxe aber um *D* mit dem Collineationscentrum C_c in die Bildfläche nach L_0 umlegen, den Mittelpunkt ω_0 nach ω_0' übertragen und daselbst den Meridian des asymptotischen Kegels verzeichnen. Da die umgelegte Distanztrace *V* eine Tangente der Meridianhyperbel sein muss, so wird dieselbe in dem Hälftepunkte *t* von *ab* berühren. Um die Axen länger zu finden, errichten wir in *t* ein Perpendikel auf *ab*, dasselbe trifft die imaginäre Axe der Meridianhyperbel in ρ. Nun ziehen wir auch die Transversalaxe der Richtung nach und beschreiben aus ρ als Mittelpunkt mit dem Radius $\rho a = \rho b$ einen Kreis. Derselbe durchschneidet die reelle Axenrichtung in $\varphi_1\ \varphi_2$, den Brenn-

punkten [1]. Beschreiben wir ferner aus ω_0^1 mit $\omega_0^1\varphi_1=\omega_0^1\varphi_2$ einen Kreis, so durchschneidet derselbe die Asymptoten in vier Punkten, den Eckpunkten des den Axen umschriebenen Parallelogramms. Nun kann man die Länge der Axen auf das in ω_0 auf die umgelegte Flächenaxe errichtete Perpendikel auftragen, wodurch auch hier der Meridian vollständig bestimmt ist. Ziehen wir nun an denselben von C_0^2 aus die beiden Tangenten, so berühren dieselben in $x_1 x_2$. Die Berührungssehne derselben ist die Polare von C_0^2 als Pol in Bezug auf die Meridianhyperbel und die Schnittgerade der Polarebene mit der Meridianebene $f_1 d_1$. Ihre Bestimmungspunkte sind d_{II} und f_{II}, wo nämlich die zu $x_1 x_2$ aus C_0^2 parallel geführte Gerade $f_1 d_1$ trifft. Die Polarebene steht auf die Meridianebene senkrecht, ihre Fluchttrace geht folglich durch den Normalenfluchtpunkt f_n derselben; verbinden wir also f_n mit f_{II} durch eine Gerade F_p und ziehen zu derselben aus d_{II} eine Parallele D_p, so sind dies die Tracen der Polarebene. Nun bestimme man C_p, das Collineationscentrum derselben und lege mittelst desselben f_{II}, d_{II} um D_p gedreht in die Bildfläche. $x_1 x_2$ ist die grosse Axe der Ellipse, in welcher die Fläche von der Polarebene geschnitten wird; um die kleine Axe zu finden, legen wir durch den Hälftepunkt O_0' von $x_1 x_2$ eine Ebene senkrecht auf die Rotationsaxe; dieselbe schneidet das Hyperboloid in einem Kreis, welcher über $m\,n$ als Durchmesser leicht verzeichnet werden kann. Der Meridian liegt in der Figur nicht gezeichnet vor. Die Durchstosspunkte der Geraden mn mit demselben können dann auf folgende Weise gefunden werden.

Die Gerade mn ist parallel zur transversalen (X) Axe der Hyperbel, folglich ist ihre Ordinate constant; bezeichnen wir dieselbe mit $\pm p$, substituiren diesen Werth in die Mittelpunktsgleichung der Hyperbel und lösen dieselbe nach X auf, so lautet dieselbe $X=\pm\frac{a}{b}\sqrt{b^2+p^2}$, welcher Ausdruck aber leicht mittelst zweier ähnlicher Dreiecke construirt werden kann; denn $\sqrt{b^2+p^2}$ ist die Hypothenuse eines rechtwinkligen Dreiecks,

[1] Steiner. Die Theorie der Kegelschnitte in elementarer Darstellung von J. Geiser.

dessen Kateten b und p sind; falls man nämlich die imaginäre Halbaxe mit b, die reelle Halbaxe aber mit a bezeichnet.

Errichten wir nun in O_0' auf mn ein Perpendikel, so trifft dasselbe den Kreis in r. $O_0'r$ ist also die wahre Länge der kleinen Halbaxe. Tragen wir nun die Länge der grossen Axe auf die um D_p in die Bildfläche umgelegte Schnittlinie nach $\xi_1\xi_2$ und errichten in dem Hälftepunkte O_0 von $\xi_1\xi_2$ ein Perpendikel, und tragen die früher gefundene Länge der Halbaxe auf dasselbe beiderseits auf, so haben wir die Bestimmungsstücke derjenigen Ellipse, in welcher das Hyperboloid von der Polarebene geschnitten wurde. Da dieselbe die Polardistanztrace V_p in einem Punkte θ berührt, so wird ihre collineare Figur eine Parabel sein. Um eine Axe dieser Parabel aufzufinden, ziehen wir eine beliebige Ellipsensehne durch θ; die Perspective derselben ist parallel zu $C_p\theta$. Um nun die Hauptaxe der Parabel zu finden, verzeichnen wir auf diese Richtung eine senkrechte Parabelsehne, construiren die ihr Entsprechende im System der Ellipse, bestimmen die Perspectiven ihrer Durchstosspunkte, hälften dieselbe, und ziehen durch den Hälftepunkt eine Parallele zu $C_p\theta$, so ist dies die Lage der Hauptaxe; ihr Scheitelpunkt, sowie auch der Brennpunkt können, da beliebige Parabelpunkte bekannt sind, nunmehr leicht ermittelt werden.

§. 22. In dem Falle, wo die Bildcontur eines einfachen Hyperboloids eine Parabel wird, ist das räumliche Collineargebilde desselben immer ein hyperbolisches Paraboloid, denn die Fläche hat eine Erzeugende von jedem System mit der Distanzebene gemeinschaftlich, da ja dieselbe eine Berührungsebene der Fläche ist; somit kann die Perspective eines beliebigen ebenen Schnittes niemals eine geschlossene Curve werden. Es sind hiebei 2 Fälle möglich:

1. Die Schnittebene geht durch den Punkt t, wo die Distanzebene die Fläche berührt, was in der Perspective einen im Unendlichen liegenden Punkt ergibt. Die Schnittcurve stellt sich somit perspectivisch als Parabel dar. Dieser Fall stimmt mit dem in der vorigen Aufgabe behandelten überein, da die Polarebene dort durch t hindurchgeht.

2. Die Schnittebene enthält den Punkt t nicht. In diesem Falle hat die Schnittcurve mit der Distanzebene im Allgemeinen

2 Punkte gemeinschaftlich, ihre Perspective ist somit eine Hyperbel. Jede Ebene, welche durch den in der Distanzebene liegenden Flächenstrahl hindurchgeht, wird zur asymptotischen Berührungsebene der räumlichen Collinearprojection und ist parallel zu einer Richtebene derselben; da aber auch vom 2. System ein Flächenstrahl in der Distanzebene liegt, so wird jede durch denselben hindurchgehende Ebene ebenfalls zur asymptotischen Berührungsebene und parallel zur 2. Richtebene. Der gemeinsame Durchschnitt solch' zweier Ebenen wird aber durch den Punkt t hindurchgehen und somit eine Axe der Projection sein.

Diese Betrachtungen dürften von Nutzen sein, um für den Fall, wo die Bildcontur dieser Fläche eine Parabel ist, dieselbe aber nach einer Curve geschnitten wird, welche sich perspectivisch als Hyperbel darstellt, die Asymptoten derselben zu finden.

§. 23. **Aufgabe 17.** Das Hyperboloid werde von der Polarebene in einer Ellipse geschnitten, welche sich perspectivisch als Hyperbel darstellt; man bestimme die Axe und Asymptoten derselben.

Lösung. (Fig. 20.) Es sei L' die centrale und L_1 die orthogonale Projection einer zur Bildfläche parallelen Geraden, welche wir als Rotationsaxe eines Hyperboloids betrachten wollen. Legen wir durch die Axe und das Centrum eine Ebene, so ist dies bekanntlich die centralprojicirende Ebene der Hyperboloidaxe, welche die Fläche in einem Meridian schneidet, folglich kann dieselbe auch als Meridianebene der Fläche betrachtet werden. Legen wir nun diese Ebene um ihre Trace L' gedreht in die Bildfläche, so gelangt das Centrum nach C_0^s, die Axe aber nach L_0. Indem wir nun einen beliebigen Punkt ω_0 auf derselben als Mittelpunkt des Meridians wählen, verzeichnen wir die Asymptoten so, dass das umgelegte Centrum C_0^s zwischen die Asymptoten zu liegen komme. Die Länge der Transversalaxe bestimme man aus dem Umstande, dass die Perspective der Schnittellipse eine Hyperbel werden soll; man wird dieselbe folglich so verzeichnen, dass sie von der umgelegten Distanztrace V_0 der Meridianebene in einem Punkte geschnitten werde. Nun führe man von C_0^s aus die beiden Tangenten an den durch Axe und Asymptoten bestimmten Meridian; dieselben berühren

in $x_1 x_2$. Die Verbindung derselben ist die Polare von C_0'' als Pol in Bezug auf die Meridianhyperbel oder die Schnittlinie der Polarebene mit der Meridianebene, auf welche erstere steht. Verbinden wir den Polarenfluchtpunkt f_{II} mit dem Normalenfluchtpunkt der Meridianebene und führen in d_{II} eine Parallele zu derselben, so sind dies F_p, D_p, die Tracen der Polarebene. Ferner construire man auf die nämliche Weise, wie dies bereits in den früheren Aufgaben geschehen, das Collineationscentrum derselben, mittelst welchen wir nun f_{II}, d_{II} um D_p gedreht in die Bildfläche umlegen und machen auf derselben $d_{II}\ \xi_1 = d_{II}\ x_1$, ferner $d_{II}\ \xi_2 = d_{II}\,x_2$, denn das durch $x_1\ x_2$ begrenzte Stück der Polare ist die grosse Axe derjenigen Ellipse, in welcher das Hyperboloid von der Polarebene geschnitten wird, hälften wir dieselbe in O_0' und legen durch den Hälftepunkt eine Ebene senkrecht auf die Rotationsaxe, so schneidet dieselbe das Hyperboloid in einem Kreis, welcher in die Bildfläche umgelegt über $m\ n$ als Durchmesser leicht verzeichnet werden kann; derselbe durchschneidet das in O_0' auf $x_1\ x_1$ errichtete Perpendikel in 2 Punkten, von welchen hier aber nur der eine r verzeichnet ist. Das zwischen O_0' und r liegende Stück ist die wahre Länge der kleinen Halbaxe. Errichten wir nun im Hälftepunkte O_0 von $\xi_1\ \xi_2$ ebenfalls ein Perpendikel und tragen die früher gefundene Länge $O_0'\ r$ auf dasselbe beiderseits auf, so ist hiedurch die um D_p in die Bildfläche umgelegte Schnittellipse vollkommen bestimmt und kann daher aus ihren Axen verzeichnet werden. Construiren wir den Pol der umgelegten Polardistanztrace als Polare in Bezug auf diese Ellipse, so ergibt sich derselbe als Schnittpunkt der beiden in $\alpha_1\ \alpha_2$ an die Ellipse geführten Tangenten; da aber dieselben in den auf V_p liegenden Ellipsenpunkten berühren, deren Perspectiven im Unendlichen liegen, so werden ihre Perspectiven die Asymptoten der Bildcontur sein; ihr Schnittpunkt Θ_0 wird der Mittelpunkt der Perspective sein. Jeder durch Θ_0 gezogenen Geraden entspricht in der Perspective ein Hyperbeldurchmesser; derselbe wird reell oder imaginär sein, je nachdem die durch diesen Punkt gezogene Gerade die Ellipse schneidet oder nicht. Dies vor Augen haltend, wird es ein Leichtes sein, die Hauptaxe der Hyperbel aufzufinden. Durch Hälften des Asymptotenwinkels erhält man dieselbe der Richtung; diese Gerade trifft D_p in δ_3,

welcher Punkt mit Θ_0 verbunden diejenige Ellipsensehne ergibt, welcher als Perspective die Transversalaxe entspricht; dieselbe durchsticht die Ellipse in Δ_1 Δ_2 deren Bilder die Axenendpunkte $\Delta' \Delta''$ liefern. Doch auch die imaginäre Axe kann erhalten werden, wenn man zu α_1 α_2 und dem Punkte, wo Δ_1 Δ_2 V_p trifft, den 4. harmonisch conjugirten Punkt construirt und denselben mit Θ_0 durch eine Gerade verbindet, so wird die Perspective derselben die imaginäre Hyperbelaxe sein. Die also bestimmte Hyperbel muss durch die bereits früher gefundenen Punkte x' x'' hindurchgehen, welche sich im Durchschnitte der aus C_0^2 an den Meridian geführten Tangenten mit der Bildflächtrace der Meridianebene L' ergaben. Die Tangenten in denselben fliehen nach f_n, dem Normalenfluchtpunkt der Meridianebene.

§. 24. **Aufgabe 18.** Das Hyperboloid werde von der Polarebene in einer Parabel geschnitten, deren Bild eine Ellipse sei. Man bestimme 2 conjugirte Durchmesser derselben.

Lösung. (Fig. 21.) Soll das Hyperboloid von der Polarebene in einer Parabel geschnitten werden, so muss der Pol derselben auf dem asymptotischen Kegel der Fläche liegen, denn in diesem Falle wird eine Erzeugende derselben parallel zur Polarebene sein, dieselbe folglich im Unendlichen durchstossen, wodurch ein Punkt der Schnittcurve in's Unendliche fällt; dieselbe muss daher eine Parabel sein. Die Perspective dieses Punktes liegt aber im Endlichen und zwar auf der Fluchttrace der Curvenebene. Geben wir ausserdem der Fläche eine solche Lage, dass die Schnittparabel mit der Distanzebene keine Punkte gemein habe, so liegen die Perspectiven sämmtlicher Parabelpunkte in endlicher Entfernung. Die Perspective ist somit eine geschlossene Curve und da dieselbe ausserdem nur ein Kegelschnitt sein kann, eine Ellipse oder deren specieller Fall der Kreis.

Es sei f_1 d_1 die Axenperspective eines Rotationshyperboloids. Wir legen dieselbe mit ihrer centralprojicirenden Ebene, deren Bildfläch- und Fluchttrace f_1 d_1 ist, in die Bildebene. Da dieselbe die Fläche in einen Meridian schneidet, so können wir letzteren in der Bildfläche verzeichnen, indem wir die umgelegte Axe als

imaginäre Axe der Meridianhyperbel beibehalten. Ferner wählen wir einen beliebigen Punkt ω_0 zum Mittelpunkt und ziehen die Asymptoten so, dass die eine derselben durch das um $f_1\ d_1$ in die Bildfläche umgelegte Centrum C_0^* hindurchgehe; da die imaginäre Axe den Asymtotenwinkel hälftet, so ist die andere dann entsprechend zu verzeichnen. Die reelle Axe wählen wir so, dass die Polare von C_0^* als Pol in Bezug auf die Meridianhyperbel keinen Punkt mit der umgelegten Distanztrace V_0 gemein habe. Führt man nun von C_0^* die möglichen Tangenten an die Meridianhyperbel, so berührt die eine in x_1, währenddem die zweite mit der Asymptote, auf welcher C_0^* liegt, zusammenfällt, da dieselbe in dem einen, unendlich entfernt liegenden Punkte des Meridians berührt. Die Polare ergibt sich daher, wenn wir von x_1 eine Parallele zur zweiten Tangente ziehen; dieselbe trifft $f_1\ d_1$ in d_{II}. Die aus C_0^* zu ihr parallel geführte Gerade, die ebenfalls mit der Asymptote zusammenfällt, trifft $f_1\ d_1$ in f_{II}. Man hat folglich, um die Polartrace zu erhalten, den Normalenfluchtpunkt f_n der Meridianebene mit f_{II} durch F_p zu verbinden und aus d_{II} die Parallele D_p zu führen. Nun construire man C_p das Collineationscentrum der Polarëbene und lege $f_{II}\ d_{II}$ mittelst desselben um D_p gedreht in die Bildfläche, da diese gerade als Schnittlinie der Polarebene mit Meridianebene offenbar auch in ersterer liegen muss.

Da aber ferner die Polare $x_1\ x_{2\infty}$ die Hauptaxe der Parabel ist, in welcher das Hyperboloid von der Polarebene geschnitten wird und x_1 ihr Scheitelpunkt, so haben wir denselben von d_{II} aus auf die um D_p umgelegte Schnittgerade $d_{II}\ f_{II}$ nach ξ_1 zu übertragen; die in ξ_1 auf die Parabelaxe senkrecht gezogene Gerade ist offenbar die Scheiteltangente derselben. Um ausserdem noch einen Punkt zu bekommen, bestimmen wir eine beliebige Sehne derselben, am einfachsten diejenige, welche in dem Punkte O_0, wo die Gerade $x_1\ x_{2\infty}$ die imaginäre Hyperbelaxe trifft, auf die Meridianebene senkrecht steht. Die Auffindung dieser Sehnenlänge geschieht nun analog wie in den früheren Aufgaben. Tragen wir nun den Punkt O_0 auf die umgelegte Parabelaxe $d_{II}\ \xi_1$ über nach C_0' und errichten in derselben ein Perpendikel, so kann man die also ermittelte Sehnenlänge auf dieses Perpendikel auftragen. Der Brennpunkt ergibt sich aus

den bekannten Eigenschaften der Parabel, dass die Subtangente gleich ist der doppelten Abscisse, dass ferner die im Durchstosspunkte einer Tangente mit der Scheiteltangente auf erstere errichtete Senkrechte immer durch den Brennpunkt geht. Nachdem man auf diese Weise den Brennpunkt der Parabel gefunden, construire man diejenige Nebenaxe der Parabel, an deren Scheitelpunkt die Tangente parallel zu D_p ist. Diese Nebenaxe trifft D_p in δ; da aber dieselbe zur Hauptaxe parallel ist, der Fluchtpunkt derselben aber f_{II} ist, so gibt d mit f_{II} verbunden die Perspective dieser Nebenaxe; dieselbe wird ein Durchmesser der Ellipse sein, da an seinen Endpunkten die Tangenten gegenseitig und zur Bildfläche parallel sind. Der eine Scheitelpunkt des Durchmessers ergibt sich, indem man Δ_0 mit C_p durch eine Gerade verbindet; dieselbe trifft $\delta\, f_{\text{II}}$ in Δ', an welchem Punkte die Tangente parallel zu D_p ist. Den anderen Scheitelpunkt liefert der im Unendlichen liegende Punkt der Parabel, welcher sowohl auf $\delta\, f_{\text{II}}$ als auch auf F_p liegen muss, daher offenbar deren Durchschnittspunkt f_{II} ist. Die Tangente in demselben ist F_p. Um den zu $f_{\text{II}}\, \Delta'$ conjugirten Diameter zu erhalten, verlängern wir die Parabelnebenaxe bis zu ihrem Durchschnitt θ_0 mit V_p und construiren für diesen Punkt als Pol die Polare in Bezug auf die Parabel, indem wir an dieselbe von θ_0 aus die beiden Tangenten führen. Dieselben durchstossen D_p in $\delta_2\, \delta_3$. Ziehen wir durch dieselben Parallelen zu $\delta\, f_{\text{II}}$, so sind dies offenbar die Perspectiven der Tangenten. Man construire ferner die Bilder ihrer Berührungspunkte, so gibt deren Verbindung den zu $\delta\, f_{\text{II}}$ conjugirten Durchmesser der Ellipse. Dieselbe muss durch den bereits früher gefundenen Punkt x' hindurchgehen. Die Tangente in diesem Punkte verschwindet in f_n, dem Normalenfluchtpunkte der Meridianebene.

§. 25. **Aufgabe 19.** Das Hyperboloid werde von der Polarebene in einer Parabel geschnitten, welche sich perspectivisch wieder als Parabel darstellt. Man bestimme eine Axe derselben und eine Sehne ihrer conjugirten Richtung.

Lösung. (Fig. 22.) Wir nehmen um die erste Bedingung der Aufgabe zu erfüllen den Pol auf dem asymptotischen Kegel der

Fläche an, wodurch das Hyperboloid von der Polarebene in einer Parabel geschnitten wird. Der zweiten Anforderung entsprechend gebe man der Fläche eine solche Lage im Raume, dass die Distanzebene zur Berührungsebene derselben werde. Wir wollen auch hier der Flächenaxe eine zur Bildebene geneigte Lage geben, weshalb es nöthig ist, um den Kehlkreisradius ermitteln zu können, durch die Flächenaxe eine bildflächprojicirende Ebene zu legen. Dieselbe wird das Hyperboloid in einem Meridian schneiden, welcher denjenigen Punkt enthält, in welchem die Distanzebene die Fläche berührt; da aber die Berührungsebene in einem Punkte der Fläche die Tangenten in demselben für sämmtlich ebene Schnitte, welche durch diesen Punkt hindurchgehen, enthält, so muss die Distanztrace dieser Ebene Tangente des Meridians in demjenigen Punkte sein, dessen Perspective der im Unendlichen liegende Punkt der Bildparabel ist.

Es ist f_1 d_1 die Axenperspective eines Rotationshyperboloids. Wir legen dieselbe mit ihrer centralprojicirenden Ebene in die Bildfläche um, wodurch das Centrum nach C_0^* zu liegen kommt; verbinden wir dasselbe mit f_1 und ziehen aus d_1 eine Parallele zu derselben, so erhalten wir die umgelegte Rotationsaxe. Wir wählen auf derselben einen beliebigen Punkt ω_0 und ziehen durch denselben die beiden Asymptoten der Meridianhyperbel, jedoch so, dass die eine derselben durch C_0^* hindurchgehe. In Anbetracht dessen, dass die umgelegte Flächenaxe zugleich die imaginäre Axe der Meridianhyperbel sein wird, als solche aber den Asymptotenwinkel hälftet, so ergibt sich die eine Asymptote, indem wir ω_0 mit C_0^* verbinden, und den von ihr mit der imaginären Axe eingeschlossenen Winkel auch auf die andere Seite übertragen. Um die reele Axe des Meridians zu erhalten, legen wir durch f_1 d_1 eine bildflächprojicirende Ebene, deren Tracen F und D sind. Bestimmen wir für dieselbe das Collineationscentrum C_0 und legen mittelst desselben f_1 d_1 um D gedreht in die Bildfläche nach L_0 um, übertragen den Flächenmittelpunkt ω_0 von d_1 aus nach ω_0', und verzeichnen die Asymptoten. Dieselben werden von der Distanztrace dieser Ebene V_0 in zwei Punkten a und b geschnitten; da aber die Distanzebene die Fläche in einem Punkte berührt, so muss laut Vorhergesagtem V_0 Tangente an diesem Meridian sein. Ihr Berührungspunkt

ergibt sich im Hälftepunkte t der Strecke ab. Um die Axen zu finden, verfährt man entweder wie in Aufgabe (15) oder folgender Weise: Die Richtung der Transversalaxe ist die Senkrechte, welche man in ω_0' auf die imaginäre Axenrichtung fällt, da dieselbe den Asymptotenwinkel hälftet. Verlängern wir ferner ab bis zum Durchschnitte mit der imaginären Axe g_1 und fällen von t ein Perpendikel auf dieselbe, so ist der Fusspunkt desselben g. gg_1 sind ein Paar conjugirte Punkte des elliptischen Punktsystems, welches auf der imaginären Axe liegt. Da aber dieselbe reell wird für die conjugirte Hyperbel, so ist das constante Rechteck des Punktsystems gleich dem Quadrate der halben conjugirten Axe, $\omega_0' g_1 . \omega_0' g = b^2$, oder ihre Länge kann gefunden werden, wenn man zu $\omega_0' g_1$ und $\omega_0' g$ die mittlere geometrische Proportionale sucht[1].

Die Länge der reellen Axe findet man nunmehr einfach mittelst des den Axen umschriebenen Parallelogramms, welches mit Zuhilfenahme der Asymptoten nunmehr vollständig bestimmt ist. Die also gefundene Länge der Axen trage man auf die in der vorigen Meridianebene der Richtung nach gezogenen Axen und führe von C_0^2 aus die möglichen Tangenten an die Meridianhyperbel, so berühren dieselben in x_1 und $x_2\infty$, deren Verbindung parallel ist zur Asymptote, auf welcher C_0^2 liegt. Dies ist zugleich die Hauptaxe der Parabel, in welcher die Fläche von der Polarebene geschnitten wird und somit die Schnittlinie derselben mit der Meridianebene. Dieselbe trifft $f_1 d_1$ in d_{II}, die zu ihr aus C_0 parallel Geführte aber trifft $f_1 d_1$ in f_{II}. Verbinden wir den Normalenfluchtpunkt der Meridianebene mit f_{II} und ziehen durch d_{II} eine Parallele zu derselben, so ergeben sich F_p und D_p, die Tracen der Polarebene. Man ermittle ferner auf bekannte Weise das ihr zugeordnete Collineationscentrum C_p und lege $f_{II} d_{II}$ um D_p gedreht in die Bildfläche, trage den Parabelscheitelpunkt x_1 von d_{II} aus nach ξ_1 auf dieselbe; da aber die umgelegte Polardistanztrace die Parabel berühren muss, so haben wir, da dieselbe durch ihre Hauptaxe, deren Scheitelpunkt und eine Tangente vollkommen bestimmt ist, nicht nöthig, weitere Parabel-

---

[1] Steiner: Theorie der Kegelschnitte, gestützt auf projectivische Eigenschaften, von Schrötter.

punkte zu ermitteln, sondern können den Brennpunkt auf folgende Weise finden: Die Tangente V_p trifft die Hauptaxe in α; tragen wir nun diese Strecke auch auf die andere Seite vom Scheitel aus auf und errichten in diesem Punkte ein Perpendikel, so trifft dasselbe die Tangente in θ_0 den Berührungspunkt. Die Scheiteltangente trifft V_p in β, in welchem Punkt auf V_p ein Perpendikel die Hauptaxe in dem Brennpunkte schneidet. Jeder durch θ_0 gezogenen Geraden entspricht in der Perspective ein Durchmesser. Da f_{II} die Perspective des im Unendlichen liegenden Punktes der Schnittparabel ist, so kann eine Nebenaxe der Bildcontur mit zu D_p paralleler Tangente ermittelt werden, wenn wir C_p mit f_{II} verbinden und aus θ_0 eine Parallele zu derselben führen; dieselbe trifft D_p in δ_1. Dieser Punkt mit f_{II} verbunden gibt denjenigen Durchmesser, in dessen Scheitelpunkt F_p berührt.

Aber auch die Hauptaxe der Perspective findet man einfacher Weise, wenn man aus einem beliebigen Punkte der Bildcontur, z. B. aus f_{II} eine Senkrechte auf $f_{\text{II}}\,\delta_1$ fällt, die ihr entsprechende Gerade im Originalsystem aufsucht und die Durchschnittspunkte derselben mit der Schnittparabel bestimmt; dieselben mittelst C_p auf die Perspective übertragen, begrenzen eine Gerade, welche offenbar eine zur Hauptaxe conjugirte Sehne ist. Hälftet man dieselbe und führt durch den Hälftepunkt die Hauptaxe der Richtung nach, so kann ihr Scheitelpunkt nunmehr leicht ermittelt werden. Die Perspective der Scheiteltangente an der Schnittparabel wird die Bildcontur in dem Punkte x_1 berühren, welcher sich im Durchschnitte der Tangente $C_0^2 x_1$ mit $f_1 d_1$ ergab. Weitere Punkte der Contur können nun entweder durch Übertragung oder dadurch gefunden werden, dass man den Brennpunkt der Bildcontur bestimmt und so die Parabel construirt.

§. 26. **Aufgabe 20.** Die Polarebene schneide das Hyperboloid in einer Parabel, welche sich perspectivisch als Hyperbel darstelle.

Lösung. (Fig. 23.) Es sei $f_1 d_1$ die Axenperspective eines Rotationshyperboloids; wir legen dieselbe mit ihrer centralprojicirenden Ebene, deren Bildfläch- und Fluchttrace $f_1 d_1$ ist, in

die Bildfläche, wodurch das Centrum nach C_0^2 zu liegen kommt, die Rotationsaxe aber aus d_1 parallel zu $C_0^2 f_1$ zu ziehen sein wird. Da die centralprojicirende Ebene von $f_1 d_1$ die Fläche in einem Meridian schneidet, so kann derselbe, indem wir die umgelegte Flächenaxe als imaginäre Meridianaxe beibehalten, daselbst verzeichnet werden, vor Auge behaltend, dass die Polare von C_0^2 als Pol in Bezug auf die Meridianhyperbel, die umgelegte Distanztrace der Meridianebene in einem Punkte schneiden muss.

Nun construire man die soeben erwähnte Polare $x_1 x_2 \infty$, welche bekanntlich mit der einen Asymptote parallel läuft. Ihre Perspective $f_{II} d_{II}$, sowie auch die Tracen der Polarebene construire man wie in den vorhergehenden Aufgaben. Nun bestimme man das ihr zugeordnete Collineationscentrum C_p und lege $f_{II} d_{II}$ mittelst desselben um D_p gedreht in die Bildfläche, mache auf derselben $d_{II} \xi_1 = d_{II} x_1$, wodurch man die Hauptaxe derjenigen Parabel in der Bildfläche liegend erhalten hat, in welcher das Hyperboloid von der Polarebene geschnitten wurde. Nun bestimme man noch eine zu ihr conjugirte Sehne, woraus der Brennpunkt und die Leitlinie gefunden werden kann. Die Sehnenlänge wird ermittelt, wenn man durch einen beliebigen Punkt von $x_1 x_2 \infty$ eine senkrechte Ebene auf die Rotationsaxe legt, am einfachsten durch den Punkt O_0, in welchem die Polare die Rotationsaxe schneidet, indem hier die Sehne zum Durchmesser $m n$ des Schnittkreises wird.

Nun trage man den Punkt O_0 von d_{II} aus nach O_0' über und errichte in demselben ein Perpendikel auf die Parabelhauptaxe und trage die früher gefundene Länge $O_0 r$ dieser Parabelsehne auf dasselbe. Die also bestimmte Parabel wird von der umgelegten Polardistanztrace in zwei Punkten $\alpha_1 \alpha_2$ geschnitten, die Tangenten in denselben werden sich perspectivisch als Asymptoten der Bildhyperbel darstellen. Construiren wir den Pol Θ_0 der Polare $\alpha_1 \alpha_2$ in Bezug auf die Schnittparabel, so wird die Perspective desselben der Mittelpunkt der Bildcontur Θ' werden; verbinden wir also diesen Punkt mit $\delta_1 \delta_2$, wo die Parabeltangenten in $\alpha_1 \alpha_2$ die Collineationsaxe treffen, so werden dies die Asymptoten der Bildhyperbel sein. Durch Hälften des Asymptotenwinkels erhalten wir die Hauptaxe der Richtung nach, welche D_p in δ_0 trifft. Dieser Punkt mit Θ_0 durch eine Gerade

verbunden, ist diejenige Parabelsehne, welcher im System der Hyperbel die Transversalaxe entspricht. Diese Sehne durchstösst die Parabel in $\Delta_1 \Delta_2$, deren Bilder $\Delta' \Delta''$ die Scheitelpunkte der Transversalen sind.

Jeder durch Θ_0 gezogenen Geraden entspricht im System der Hyperbel ein Durchmesser derselben; derselbe wird reell oder imaginär sein, je nachdem die Parabel von der Originalgeraden geschnitten wird oder nicht. Die Asymptoten selbst bilden den Grenzfall zwischen den reellen und imaginären Durchmessern.

Da die Parabel einen im Unendlichen liegenden Punkt besitzt, so wird die Perspective desselben auf der Polarfluchtlinie F_p liegen; da derselbe aber auch die Perspective des Punktes $x_2\infty$ ist, so wird derselbe f_{II} der Fluchtpunkt der Polare $x_1 x_2\infty$ sein; auch ist es leicht einzusehen, dass die Polarfluchttrace F_p die Bildcontur in diesem Punkte berühren muss.

Die Bildhyperbel wird durch den Punkt x' hindurchgehen, da derselbe die Perspective des zweiten Polarenendpunktes x_1 ist. Die Tangente in demselben ist die Perspective der Scheiteltangente in ξ_1, verschwindet somit in f_n dem Normalenfluchtpunkte der Meridianebene.

§. 27. **Aufgabe 21.** Das Hyperboloid werde von der Polarebene in einer Hyperbel geschnitten, welche sich perspectivisch als Ellipse darstelle. Man bestimme die Axen derselben.

Lösung. (Fig. 24). Um der ersten Anforderung zu entsprechen, muss der Pol seine Lage ausserhalb der Fläche haben, denn in diesem Falle schneidet die Polarebene beide Mäntel des asymptotischen Kegels, was als Schnittcurve eine Hyperbel ergibt; es sind somit zwei Erzeugende desselben parallel zur Polarebene, denen auf dem Hyperboloid ebenfalls zwei parallele Erzeugende entsprechen, wodurch auch die Schnittcurve der Polarebene mit dem Hyperboloid eine Hyperbel sein wird. Jene beiden Erzeugenden des asymptotischen Kegels sind aber parallel zu den Asymptoten der Schnittcurve.

Soll die Perspective der Schnittcurve eine Ellipse werden, so darf dieselbe keine reellen Punkte mit der Distanzebene gemein-

sam haben. Wir werden der Flächenaxe eine zur Bildfläche parallele Lage geben, weil hiedurch die Construction wesentlich vereinfacht wird.

Es sei also L' die centrale und L_1 die orthogonale Projection der Drehungsaxe. Wir werden der Fläche eine solche Lage geben, dass eine durch das Centrum auf die Axe senkrecht geführte Ebene dieselbe in dem Kehlkreis schneide; die Tracen derselben werden in $f_k c_1$ zusammenfallen. Legen wir dieselbe um letztere gedreht in die Bildfläche, so gelangt das Centrum nach C_0; führen wir durch dasselbe eine Gerade parallel zu $f_k c_1$, so ist dies die umgelegte Distanztrace dieser Ebene. Dieselbe schneide die centralprojicirende Ebene der Flächenaxe in der Geraden $f_k C_0$; der Flächenmittelpunkt, in die Bildfläche umgelegt, gelangt daher nach O_0; dies wird der Mittelpunkt des Kehlkreises K_0 sein, dessen Radius wir nun so gross wählen, dass der Kehlkreis die umgelegte Distanztrace in zwei Punkten schneide, das Centrum aber nicht involvire. Nun construire man die Polare von C_0 als Pol, in Bezug auf K_0; dieselbe schneidet letzteren in $x_1 x_2$, die Trace $f_k c_1$ aber in d_{II}; eine aus C_0 zu derselben parallel geführte Gerade aber in f_{II}. Die in diesen Punkten auf $c_1 f_k$ senkrechten Geraden sind F_p und D_p die Tracen der Polarebene; ihr Collineationscentrum ergibt sich, indem wir C_0 von f_{II} aus nach C_p übertragen. Die Perspectiven von $x_1 x_2$ sind die Endpunkte der kleinen Axe $x' x''$ der Bildcontur. Um nun auch die zweite Axe derselben zu finden, legen wir die Schnitthyperbel um D_p gedreht in die Bildfläche. Ihre Transversalaxe ergibt sich, indem wir $x_1 x_2$ von d_{II} aus an $f_k c_1$ übertragen. Zu den Asymptoten gelangt man durch folgende Betrachtung: Dieselben sind parallel zu denjenigen beiden Erzeugenden des asymptotischen Kegels, in welchen derselbe durch eine zur Polarebene durch die Kegelspitze parallel geführte Ebene geschnitten wird. Da aber bei dieser Annahme die Polarebene selbst parallel zur Kegelaxe ist, so schneidet sie die Fläche in einer, dem Meridian ähnlichen Hyperbel, deren Asymptoten somit parallel sind zu denen des Meridians. Ist derselbe also gegeben, so haben wir nur durch den Hälftepunkt der umgelegten Transversalaxe die Asymptoten parallel zu denen des Meridians zu führen. Die denselben im System der Ellipse entsprechenden Geraden berüh-

ren dieselbe in ihren auf F_p liegenden Punkten. Die zweite Axe ergibt sich nun, indem wir entweder die ihr entsprechende Sehne im System der Hyperbel construiren, oder indem wir von dem Punkte v_p, wo die Polardistanztrace $V_p, f_k c_1$ schneidet, die Tangenten an die umgelegte Schnitthyperbel führen. Ihrer Berührungssehne entspricht im collinearen System der Hyperbel die grosse Ellipsenaxe.

§. 28. **Aufgabe 22.** Das Hyperboloid werde von der Polarebene in einer Hyperbel geschnitten, welche sich perspectivisch als Parabel darstelle.

Lösung. (Fig. 25.) Die Rotationsaxe des Hyperboloids sei parallel zur Bildebene; weiters geben wir der Fläche eine solche Lage im Raume, dass eine durch das Centrum auf ihre Axe senkrecht geführte Ebene dieselbe in dem Kehlkreis schneide. Es sei L' die centrale, L_1 die orthogonale Projection der Flächenaxe; ebenso O' und O_1 die Projectionen des Mittelpunktes. Führen wir durch das Centrum jene früher erwähnte, auf die Flächenaxe senkrechte Ebene, so schneidet sie die centralprojicirende Ebene derselben in einer Geraden, welche in die Bildfläche umgelegt nach $C_0 f_k$ gelangt; der Mittelpunkt des Kehlkreises wird aber nach O_0 zu liegen kommen. Verzeichnen wir nun die Distanztrace der Ebene $c_1 f_k$, so ist der Kehlkreis vollständig bestimmt, denn damit die Perspective der Schnittcurve eine Parabel werde, muss derselbe diese Trace berühren. Nun construire man die Polare von C_0 als Pol in Bezug auf den Kehlkreis K_0; dieselbe durchstösst letzteren in den Punkten $x_1 x_2$, deren Verbindung die wahre Länge der Transversalaxe der Schnitthyperbel ist. Die Perspective derselben wird aber auch die Hauptaxe der Bildcontur sein, deren im Endlichen liegender Scheitelpunkt x' sich im Durchschnitte der Geraden $x_1 C_0$ mit $f_k c_1$ ergibt. Der zweite Durchstosspunkt x_2 wird den im Unendlichen liegenden Punkt der Bildcontur ergeben.

Die Tracen D_p und F_p der Polarebene ergeben sich nunmehr ganz so, wie in der vorigen Aufgabe; eben so auch das ihr zugeordnete Collineationscentrum C_p. Da die Asymptoten der Schnittcurve, in die Bildfläche umgelegt, parallel sind zu denen des Meridians, ihre Perspectiven aber zu den Tangenten der auf

F_p liegenden Parabelpunkte werden, so haben wir einfach die Fluchtpunkte $\varphi_1 \varphi_2$ ihrer Richtungen zu ermitteln, wodurch die Parabel nunmehr als vollkommen bestimmt verzeichnet werden kann.

§. 29. **Aufgabe 23.** Die imaginäre Axe eines dreiaxigen Hyperboloids liegt in der Bildfläche, dasselbe werde von der Polarebene in einer Hyperbel geschnitten, welche sich perspectivisch wieder als solche darstelle. Man bestimme die Transversalaxe und die Asymptoten derselben.

Lösung. (Fig. 26). Man gebe der Fläche eine solche Lage, dass ihre mittelgrosse Axe auf die Bildebene senkrecht stehe, indem diese Lage für nachfolgende Constructionen wesentliche Vortheile bietet.

Es ist c_1 der Centralpunkt und $c_1 \frac{C_0}{2}$ die halbe Distanz. Um die Tracen der Polarebene zu erhalten, hat man das in der Einleitung für diesen Fall angegebene Verfahren anzuwenden. Man construire die Polare von c_1 als Pol in Bezug auf die in der Bildfläche liegende Hyperbel, wodurch die Bildflächtrace D_p der Polarebene erhalten wird; ihre Fluchttrace fällt ausserhalb der Zeichnungsfläche, was aber die Construction durchaus nicht beeinträchtigt, da die Richtung der Schnittgeraden der Polarebene mit den einzelnen Parallel-Ellipsenebenen bekannt ist. Dieselbe wird nämlich gefunden, indem man die Kehlellipse, um ihre kleine Axe gedreht, in die Bildfläche umlegt, das Collineationscentrum mit ihrem Mittelpunkte ω verbindet (hier wurde nämlich Einfachheit halber die Kehlellipsenebene als Horizontebene angenommen) und zu dieser Richtung die Conjugirte in Bezug auf die Kehlellipse aufsucht, was hier bei halber Distanz geschieht, indem man die Strecke ωc_1 in $\frac{\omega}{2}$ hälftet, den Punkt $\frac{\omega}{2}$ mit $\frac{C_0}{2}$ verbindet, zu derselben durch ω eine Parallele führt und ihre conjugirte Richtung in Bezug auf die Kehlellipse ermittelt.

Um die Transversalaxe zu finden, ziehen wir durch den Punkt d_1, in welchem die Polartrace D_p die Trace der Kehlellipsenebene schneidet, eine Parallele zu der früher ermittelten con-

jugirten Richtung von $\frac{C_0}{2}\frac{\omega}{2}$; dieselbe schneidet die Kehlellipse in zwei Punkten $x_1 x_2$. Errichten wir in diesen Punkten die Tangenten an dieselbe, so treffen diese die Horizontlinie in $x'x''$ den Scheitelpunkten der transversalen Hyperbelaxe; denn laut dem in der Einleitung hergeleiteten Verfahren erhalten wir jedesmal einen Diameter der Bildcontur, wenn wir das Centrum auf eine beliebige bildflächprojicirende Diametralebene projiciren, für diese Projection als Pol in Bezug auf den Diametralkegelschnitt die Polare construiren und die Perspective derselben verzeichnen. Nun aber ist die Kehlellipsenebene jedenfalls eine Diametralebene der Fläche; da das Centrum aber bei dieser Annahme auch in derselben liegt, so ist die Schnittcurve der Polarebene mit dieser Ebene die Polare des Centrums als Pol in Bezug auf die Kehlellipse; wo aber die Tangenten aus dem Centrum an letztere die Bildfläche treffen, ergeben sich die Endpunkte desjenigen Durchmessers, welcher dieser Polare entspricht.

Um einzelne Punkte des Umrisses aufzufinden, benützen wir hier wie auch bei sämmtlichen elliptischen Flächen zweiten Grades am zweckmässigsten die Kreisschnitte derselben, welche für diese Fläche erhalten werden, indem man eine dem Hyperboloid concentrische Kugel beschreibt, deren Durchmesser der zweitgrössten Hyperboloidaxe gleich ist. Die beiden Flächen schneiden sich alsdann in zwei Kreisen, deren gemeinschaftliche Sehne die mittlere Hyperboloidaxe ist. Die Ebenen derselben bestimmen zwei Richtungen, in welchen die Fläche immer nach Kreisen geschnitten werden kann. Geben wir der Fläche eine solche Lage, dass die gemeinschaftliche Kreissehne auf die Bildfläche senkrecht ist, so sind es auch sämmtliche Kreisschnittebenen, wodurch ihre Anwendung wesentlich vereinfacht wird.

Da die Kugel mit dem Hyperboloid concentrisch ist, so wird sie von der Bildebene in einem grössten Kreis geschnitten; derselbe kann somit aus ω als Mittelpunkt, mit dem Radius gleich der grossen Halbaxe der Kehlellipse verzeichnet werden; derselbe schneidet die in der Bildfläche liegende Hyperbel in vier Punkten $\alpha_1 \beta_1 \gamma_1 \delta_1$, welche, diametral mit einander verbunden, die Tracen zweier bildflächprojicirenden Diametralebenen bestimmen,

welche die Fläche in Kreisen schneiden; dasselbe gilt von sämmtlichen zu ihnen parallel geführten Ebenen. Da dieselbeu auf die Bildfläche senkrecht stehen, so erhalten wir ihre gemeinschaftlichen Fluchttracen, wenn wir durch den Centralpunkt zu den beiden Richtungen parallele Gerade führen.

Einzelne Punkte des Umrisses ergeben sich nun, indem man die Schnittgeraden dieser Kreisschnittebenen mit der Polarebene aufsucht, dieselben um die Tracen der ersteren gedreht in die Bildfläche umlegt und ihre Durchstosspunkte mit den entsprechenden Schnittkreisen bestimmt; die Perspectiven derselben sind jedenfalls Punkte der Bildcontur. Um aber die Richtung dieser in die Bildfläche umgelegten Geraden zu erhalten, projiciren wir das Centrum auf eine der Diametralkreisschnittebenen, und construiren die Polare des Projectionspunktes als Pol in Bezug auf diesen Diametralkreis. In unserem Falle führen wir daher eine Parallele zur conjugirten Richtung der Diametralebene vom Centralpunkte aus auf eine der Diametralkreisebenen, und tragen von ihrem Durchstosspunkte mit letzterer die halbe Distanz nach γ_0 auf, ziehen ferner von $\frac{\omega}{2}$ eine Senkrechte auf diese Trace; in ihrem Schnittpunkte mit derselben ergibt sich der Mittelpunkt des reducirten Kreises, welcher nun mit dem halben Radius verzeichnet wird. Die Polare von γ_0 in Bezug auf letzteren wird die gewünschte Richtung sein.

Zu den Asymptoten gelangt man auf folgende Weise:

Da dieselben Tangenten der im Unendlichen liegenden Punkte der Bildcontur sind, so werden dieselben die Perspectiven derjenigen Tangenten sein, welche die Schnitthyperbel in ihren mit der Distanzebene gemeinsamen Punkten berühren. Dieselben werden geometrisch parallel zu denjenigen Erzeugenden des asymptotischen Kegels sein, in welchen derselbe von einer durch seine Spitze gehende Ebene geschnitten wird, welche die Polarebene in der Distanzebene schneidet, und deren Tracen zu ersterer parallel sind. Da aber die Perspective der Schnittgeraden dieser beiden Ebenen im Unendlichen liegt, so wird jede Ebene, welche durch diese Gerade nicht hindurchgeht, diese beiden Ebenen in solchen zwei Geraden schneiden, deren Perspectiven geometrisch parallel sind.

Legen wir daher durch die Spitze des asymptotischen Kegels eine Ebene, deren Trace parallel zu D_p ist, und wählen eine beliebige Kreisschnittebene, z. B. fg, so schneidet diese die Bildflächtracen der beiden Ebenen in δ_{II} und d_{II}; da aber der asymptotische Kegel und das Hyperboloid ähnliche Flächen sind, durch eine Ebene, folglich immer in ähnlichen Curven geschnitten werden, so schneiden die Kreisschnittebenen des Hyperboloids auch den asymptotischen Kegel desselben in Kreisen. Der Schnittkreis der Ebene fg kann somit in die Bildfläche umgelegt, über mn als Durchmesser leicht verzeichnet werden. Die Richtung der in Bildfläche umgelegten Schnittgeraden der Polarebene mit der Kreisschnittebene fg ist bekannt, somit ziehen wir eine Parallele zu derselben durch d_{II}, ermitteln ihre Perspective und ziehen zu derselben eine Gerade geometrisch parallel durch δ_{II}, construiren die ihr im Kreis Entsprechende, bestimmen die Durchstosspunkte derselben mit mn und verzeichnen ihre Perspectiven; diese Punkte, verbunden mit ω, geben die Richtungen der Asymptoten, welche nunmehr durch den Hälftepunkt von $x'x''$ zu denselben parallel zu führen sein werden.

Diese Construction wurde in der Figur nicht vollständig durchgeführt, um dieselbe durch die vielen nahe an einander liegenden Linien nicht undeutlich zu machen.

Da vom Centralpunkt an die Meridianhyperbel keine reellen Tangenten möglich sind, so wird die Bildcontur den Meridian nicht berühren.

Eine andere Construction der Asymptoten ist folgende:

Zwei Durchmesser ergeben sich besonders einfach, nämlich diejenigen, welche in den beiden Diametralkreisschnittebenen liegen; hat man dieselben mittelst vorhergehender Methoden gefunden, so kann man zu einem derselben seinen Conjugirten auf synthetischem Wege finden; umschreiben wir denselben ein Parallelogramm, so ergeben sich die Asymptoten als Diagonalen desselben.

§. 30. Wollte man das Hyperboloid als Strahlen-Fläche betrachten, so nehme man zwei sich kreuzende Gerade als Leitlinien der Fläche an, bestimme auf denselben zwei projectivische Punktreihen, so ergeben sich durch die Verbindung der entsprechenden

Punkte die Erzeugenden der Fläche, welche als Tangenten den sichtbaren Umriss einhüllen.

Dieser Fall wird in der Aufgabe 25, Fig. 28 durchgeführt, wo das Strahlen-Hyperboloid als collineares Raumgebilde des parabolischen Hyperboloids auftritt.

Das zweifache Hyperboloid.

§. 31. Je nach der diesbezüglichen Lage des Centrums und der Fläche sind auch bei dem zweifachen Hyperboloid neun verschiedene Hauptfälle bei der Bestimmung des sichtbaren Umrisses möglich. Die Behandlung derselben geschieht ganz analog wie bei dem einmanteligen Hyperboloid, nur lassen sich durch Zuhilfenahme des conjugirten Hyperboloids öfters Vereinfachungen erzielen, weshalb in nachfolgender Aufgabe ein Fall in diesem Sinne behandelt werden soll.

Vorerst wird es aber noch nöthig sein, mitzutheilen, was man unter dem conjugirten Hyperboloid[1] zu verstehen hat.

Jedem einfachen Hyperboloid ist ein zweifaches, und jedem zweifachen ein einfaches Hyperboloid conjugirt. Dieselben besitzen einen gemeinschaftlichen Asymptotenkegel und sind ähnliche Flächen, da jede derselben mit dem gemeinschaftlichen Asymptotenkegel ähnlich ist. Diese conjugirten Flächen haben die bemerkenswerthe Eigenschaft, dass die imaginären Gebilde der einen für die conjugirte reell werden.

Schneidet man beide Flächen durch eine Ebene, so sind die Schnittcurven immer ähnlich; sind dieselben Ellipsen oder Parabeln, so haben sie gleichliegende Durchmesser, bei Hyperbeln aber gemeinschaftliche Asymptoten und Durchmesser, letztere mit der Eigenschaft, dass die imaginären für die conjugirte Hyperbel reell werden.

---

[1] Pluecker gibt folgende Definition für dasselbe: „Die beiden Hyperboloide haben denselben Asymptotenkegel, und die Quadrate irgend zweier gleichgerichteter Durschmesser derselben sind gleich und von entgegengesetztem Zeichen.“

Er nennt dieselben zusammengehörige Hyperboloide.

§. 32. **Aufgabe 24.** Die reelle Axe eines hyperbolischen Hyperboloids liege in der Bildebene, die Fläche habe eine solche Lage, dass die grossen Axen der Parallelellipsen auf die Bildfläche senkrecht stehen. Dieselbe werde von der Polarebene in einer Hyperbel geschnitten, welche sich perspectivisch wieder als solche darstelle. Man bestimme zwei conjugirte Durchmesser und die Asymptoten derselben.

Lösung. (Fig. 27.) Damit der Schnitt der Fläche mit der Polarebene eine Hyperbel werde, ist es nothwendig, dass das Centrum ausserhalb des asymptotischen Kegels der Fläche liege; ist die Flächenaxe zur Bildfläche parallel, so erfüllt sich der zweite Theil der Aufgabe immer, denn da die Fläche zwei in's Unendliche gehende Äste besitzt, so wird sie von der Verschwindungsebene jedesmal und zwar in einer Hyperbel geschnitten, wodurch die Schnittcurve der Polarebene mit der Fläche immer zwei Punkte mit der Distanzebene gemeinsam hat, was in der Perspective zwei unendlich entfernte Punkte ergibt.

Um ein conjugirtes Diameterpaar aufzufinden, construire man vor Allem die Bildflächtrace D_p der Polarebene, indem man die Polare von c_1 als Pol in Bezug auf die in der Bildfläche liegende Hyperbel verzeichnet. Nun bestimme man ihren Durchschnitt mit einer beliebigen bildflächprojicirenden Diametralebene (dieselbe muss jedoch das Hyperboloid in reellen Punkten schneiden) am einfachsten, indem man durch die in der Bildfläche liegende transversale Flächenaxe eine auf die Bildfläche senkrechte Ebene legt, ihren Schnitt mit der Polarebene construirt und die Perspectiven ihrer Durchstosspunkte mit der Fläche ermittelt. An den Endpunkten dieses Durchmessers sind die Tangenten parallel zur Horizontlinie.

Wir verzeichnen also die Axen der in die Bildfläche umgelegten Hyperbel *III IV* und *V VI*, in welcher die Fläche von der durch die Transversalaxe gehenden Ebene geschnitten wurde, construiren aus denselben das bekannte Parallelogramm, so ergeben sich als Diagonalen desselben die Asymptoten. Nun projiciren wir das Centrum orthogonal auf diese Ebene und legen den Projectionspunkt ebenfalls in die Bildfläche um, wodurch

derselbe nach γ_0 gelangt. Von diesem Punkte construire man die beiden Tangenten an die durch Axen und Asymptoten gegebene Hyperbel. Dieselben berühren in x_1 x_2; die Verbindung derselben ist die Schnittgerade der Polarebene mit dieser Diametralebene. Nun ermittle man das dieser letzteren zugeordnete Collineationscentrum C_0^2 und bestimme mittelst desselben die Perspective dieser Berührungssehne x' x''; dieselbe wird derjenige Durchmesser sein, an dessen Endpunkten die Tangenten parallel zur Horizontlinie sind.

In der Figur wurde wegen Raummangel nur der eine Flächenmantel dargestellt, ebenso auch der Deutlichkeit halber die Asymptoten der Diametralhyperbel weggelassen. Um nun einzelne Punkte des Umrisses aufzufinden, bestimmen wir die Kreisschnitte dieser Fläche mit Zuhilfenahme des conjugirten Hyperboloids; denn da die beiden Flächen ähnlich sind, so werden die Kreisschnittebenen der einen auch die conjugirte in Kreisen schneiden. Zu diesem Zwecke ist es aber nicht nöthig, das einmantelige Hyperboloid zu verzeichnen, denn da dasselbe durch seine Axen bestimmt ist, können die Richtungen der Kreisschnittebenen mit Zuhilfenahme der Analyse ermittelt werden. Bezeichnen wir die Axen des einmanteligen Hyperboloids I II mit $2a$, III IV mit $2b$, V VI mit $2c$, so ist dessen in der Bildfläche liegender Meridian durch $2a$ und $2b$ bestimmt. Beschreiben wir mit dem Radius c aus dem Flächenmittelpunkt eine Kugel, so wird dieselbe die Fläche in zwei Kreisen schneiden, deren Ebenen die Kreisschnittrichtungen bestimmen. Da aber die Bildfläche die Kugel in einem grössten Kreis schneidet, so beschreiben wir denselben mit dem Radius c aus dem Flächenmittelpunkt. Um nun die Durchstosspunkte desselben mit der Hyperbel ab zu finden, verfahren wir folgendermassen:

Die Mittelpunktsgleichung der Hyperbel ist:

$$b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{I}$$

die eines mit ihr concentrischen Kreises mit dem Radius c

$$x^2 + y^2 = c^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{II}$$

Durch Substitution des Werthes von y^2 aus II in I ergibt sich

$$x^2(a^2+b^2) = a^2(b^2+c^2),$$

.woraus

$$\pm\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{\sqrt{b^2+c^2}}=\frac{a}{x}=\frac{m}{n},$$

welcher Ausdruck aber leicht construirbar ist, denn m ist die Hypothenuse eines rechtwinkeligen Dreiecks, dessen Kateten a und b die beiden Halbaxen sind; analog n die Hypothenuse eines rechtwinkeligen Dreiecks, dessen Kateten b und c sind Wir erhalten daher die Abscissen der Durchstosspunkte, indem wir zu m, n, a die vierte geometrische Proportionale x ermitteln. Diese Construction wurde in Fig. 27^a durchgeführt.

Nachdem man auf diese Weise die vier Durchstosspunkte α, β, γ, δ ermittelt hat, so geben dieselben diametral verbunden die Richtungen der Kreisschnittebenen an.

Construiren wir den Schnitt einer beliebigen Kreisschnittebene mit der Polarebene, legen die Schnittgerade in die Bildfläche um, und bestimmen die Durchstosspunkte derselben mit dem ebenfalls umgelegten Schnittkreis, so sind die Perspectiven derselben allemal Punkte der Bildcontur.

Die Asymptoten erhält man ganz analog wie in der vorigen Aufgabe. Wir bestimmen daher wieder den Schnitt einer beliebigen Kreisschnittebene, z. B. mn, mit der Polarebene und legen diese Schnittgerade in die Bildfläche um. Um die Richtung derselben zu erhalten, projiciren wir das Centrum auf die zu mn parallele Diametralkreisschnittebene[1], deren Fluchttrace F_k ist, oder was dasselbe ist, den Kreismittelpunkt auf die Trace F_t nach ω_0, und verbinden denselben mit C_0, dem Collineationscentrum dieser Ebene. Führen wir von d_1, wo die Polartrace mn trifft, ein Perpendikel auf diese Verbindung, so ist dasselbe die Richtung sämmtlicher in die Bildfläche umgelegten Schnittgeraden, der zu F_k parallelen Kreisschnittebenen mit der Polarebene. Nun construiren wir die Perspective L' dieser Geraden. Führen wir durch den Flächenmittelpunkt eine Gerade D_t parallel zu D_p, so ist dies die Trace derjenigen Ebene, welche, durch die Spitze des asymptotischen Kegels gehend, die Polarebene in der

---

[1] Der Projectionsstrahl wird zur conjugirten Sehnenrichtung der Diametralkreisschnittebene II zu führen sein.

Distanzebene schneidet. Dieselbe trifft mn in δ_1. Die Perspective ihrer Schnittgeraden mit der Kreisschnittebene mn ist somit parallel zu L' durch δ_1 zu führen. Construiren wir die derselben im Kreissystem Entsprechende, so trifft diese den Kreis in $t_1 t_2$, deren Perspectiven $t't''$, mit der Spitze des asymptotischen Kegels verbunden, die Richtung der Asymptoten bestimmen, welche somit durch den Hälftepunkt von $x'x''$ zu denselben parallel zu führen sein werden.

Das hyperbolische Paraboloid.

§. 33. Das Strahlen-Paraboloid wird von jeder Ebene in einer offenen Curve geschnitten. Dasselbe ist eine Specialität des allgemeinen Strahlenhyperboloids [1], welche Fläche bekanntlich zwei verschiedene Systeme von Erzeugenden zulässt. Denken wir uns nun von jedem System eine Erzeugende in's Unendliche fortgerückt, so kommen dieselben in die unendlich entfernte Ebene zu liegen. Da sich aber zwei Erzeugende, welche verschiedenen Systemen angehören, immer schneiden, und somit eine Ebene bestimmen, welche die Fläche in dem Schnittpunkte dieser beiden Erzeugenden berührt, so folgt daraus, dass die unendlich entfernte Ebene das Hyperboloid in diesem Falle berührt; somit wird jede Ebene, welche die hiedurch entstandene Fläche schneidet, dieselbe in einer solchen Curve schneiden, welche einen oder zwei im Unendlichen liegende Punkte hat; einen dann, wenn sie durch den Schnittpunkt der unendlich entfernten Flächenstrahlen hindurchgeht, in jedem anderen Falle aber zwei. Wir erhalten daher im ersten Falle als Schnittcurve eine Parabel, im zweiten eine Hyperbel. Da aber sämmtliche Durchmesser des Hyperboloids durch den Mittelpunkt hindurchgehen, derselbe aber bei dem Paraboloid mit dem unendlich entfernten Punkte zusammenfällt, so folgt daraus, dass sämmtliche Durchmesser dieser Fläche parallel sind. Da aber jede Ebene,

---

[1] Pluecker gebraucht für sämmtliche Flächen, welche durch eine Gerade erzeugt werden, die Bezeichnung Strahlenflächen, den Ausdruck „windschief“ als „trivial“ bezeichnend. Auch Schlesinger in seinem Werke: „Die darstellende Geometrie im Sinne der neueren Geometrie“ bedient sich desselben.

welche das Strahlenparaboloid nach einer Parabel schneiden soll, durch den Schnittpunkt der beiden unendlich entfernten Strahlen hindurchgehen muss, so ist es evident, dass sie zu den Durchmessern der Fläche parallel sein wird. Bei Nichterfüllung dieser Bedingung ergibt sich als Schnittcurve immer eine Hyperbel.

Analog wie bei dem Hyperboloid gibt jede Ebene, welche durch einen Flächenstrahl hindurchgeht, immer geradlinige Schnitte. Legen wir daher durch einen Strahl vom ersten System eine Ebene parallel zu einem Durchmesser, so wird dieselbe durch den unendlich entfernten Strahl des zweiten Systems hindurchgehen. Analog wird eine durch einen Strahl zweiten Systems gehende, zu einem Durchmesser parallele Ebene durch den im Unendlichen liegenden Strahl des ersten Systems hindurchgehen. Da aber jede Ebene, welche bei dem Hyperboloid geradlinige Schnitte gibt, eine Berührungsebene der Fläche ist, so werden auch diese beiden Ebenen das Paraboloid berühren, und zwar in dem Punkte, wo die beiden Strahlen, durch welche sie hindurchgehen, sich schneiden. Da aber der eine Strahl ganz im Unendlichen liegt, so muss der Schnittpunkt dieser beiden Erzeugenden auch im Unendlichen liegen; die Fläche wird also von dieser Ebene in einem unendlich entfernten Punkte berührt, woraus folgt, dass jede Ebene, welche durch einen der im Unendlichen liegenden Flächenstrahlen hindurchgeht, eine asymptotische Berührungsebene des Strahlenparaboloids ist.

Dies vor Augen haltend, wird es leicht sein, die bei dem einfachen Hyperboloid angewandten Methoden zur Auffindung der Polarebene und des Schnittes derselben mit der Fläche auch für das Paraboloid zu benützen, was um so leichter geschehen wird, wenn man die Fläche, durch zwei Parabeln erzeugt, annimmt, wesshalb auf diese Constructionen hier nicht eingegangen wird; wohl aber, um auch für Strahlenflächen ein Beispiel durchzuführen, wollen wir dieselbe durch eine Gerade entstehen lassen, welche auf zwei sich kreuzenden Geraden als Leitlinien fortgleitet, und hiebei einer Ebene parallel bleibt. Dieser Fall ist ein specieller des allgemeinen Falles, wo eine Gerade auf drei sich kreuzenden Leitgeraden hingleitet, welche zu einer Ebene nicht parallel sind, wodurch bekanntlich der Strahlenhyperboloid

erzeugt wird. Denken wir uns nun eine derselben in's Unendliche fortgerückt, so wird jede Gerade, welche diese drei schneidet, eine Ebene, welche durch die im Unendlichen liegende Leitlinie hindurchgeht, im Unendlichen durchstossen, das heisst, sie wird zu derselben parallel sein. Da aber auch vom zweiten System drei Erzeugende als Leitlinien gegeben sein können, so wird auch für diesen Fall eine Ebene existiren, zu welcher die auf den Leitlinien hingleitende Gerade parallel ist. Diese beiden Ebenen pflegt man die Richtebenen der Fläche zu nennen.

Aus diesen Betrachtungen lässt sich nunmehr leicht folgern, dass bei den Conturbestimmungen dieser Fläche nur 6 Hauptfälle möglich sind. Von diesen wollen wir im folgenden nur denjenigen behandeln, wo die Bildcontur eine Ellipse wird, und dann nachträglich untersuchen, ob die Schnittcurve der Polarebene mit dieser Fläche eine Hyperbel oder Parabel war.

§. 34. **Aufgabe 25.** Es sind die Perspectiven f_1 d_1 und f_2 d_2 zweier sich kreuzenden Geraden gegeben, ferner die Richtung einer Ebene. Man verzeichne die Perspective derjenigen Fläche, welche entsteht, wenn eine Gerade, auf den beiden Leitlinien fortgleitend, der gegebenen Ebene parallel bleibt.

Lösung. (Fig. 28.) Wir wählen auf einer der Leitlinien einen Punkt und legen durch denselben parallel zur gegebenen Richtebene eine Ebene und bestimmen den Durchstoss der zweiten Leitlinie mit derselben. Durch Verbindung dieser beiden Durchstosspunkte ergibt sich eine Lage der Erzeugenden. Legen wir durch die aufeinanderfolgenden Punkte der Leitlinie Ebenen parallel zur Richtebene, und bestimmen die Durchstosspunkte der zweiten Leitlinie mit denselben, so ergeben sich durch Verbindung dieser Punkte sämmtliche Lagen der Erzeugenden. Die hiedurch entstandenen Punktreihen auf den beiden Geraden sind geometrisch proportional, woraus eine einfache Construction der Erzeugenden folgt; denn ist eine anfängliche Lage derselben bekannt, so erhält man durch proportionale Theilung der Leitlinien und Verbindung der entsprechenden Theilpunkte die verschiedenen aufeinander folgenden Lagen der Erzeugenden.

Wir legen die beiden Geraden $f_1\,d_1$ und $f_2\,d_2$ in die Bildfläche um. Zu diesem Zwecke verbinden wir ihre Fluchtpunkte d mit c_1 dem Centralpunkt, wodurch die orthogonale Projection des Fluchtstrahls erhalten wurde, legen das Centrum um diese Gerade als Trace einer Ebene gedreht in die Bildfläche und verbinden dasselbe mit den Fluchtpunkten, so sind dies die in die Bildfläche umgelegten Fluchtstrahlen der Leitlinien. Die aus den Durchstosspunkten zu denselben parallel gezogenen Geraden sind somit die in die Bildfläche umgelegten Leitlinien der Fläche. Nehmen wir nur eine beliebige Länge als Einheit an, und tragen dieselbe vom Durchstosspunkt aus n-mal, z. B. wie in der Figur 20mal auf, so haben wir diese Theilpunkte mittelst des umgelegten Centrums auf die Perspective zu übertragen. Um dies zu bewerkstelligen, ist es nicht nöthig die umgelegten Leitgeraden in derjenigen Lage zu benützen, in welche dieselbe durch Umlegung um die Trace der orthogonal projicirenden Ebene gelangten, sondern wir können mit dem Radius $f\,C_0$, das heisst der Hypothenuse jenes rechtwinkeligen Dreiecks, dessen Kateten die orthogonale Projection des Fluchtstrahls und die Distanz sind, einen Kreis beschreiben, so wird jeder Punkt desselben, mit dem Fluchtpunkt verbunden, die Richtung der umgelegten Leitlinie angeben und zugleich der Mittelpunkt eines Strahlbüschels sein, durch welchen die Theilpunkte von der umgelegten Geraden auf die Perspective derselben übertragen werden. Da aber diese auf den beiden Geraden entstandenen Punktreihen perspectivisch liegen, so ist es leicht einzusehen, dass man anstatt der auf der ursprünglichen Geraden vorhandenen Theilstrecken auch reducirte anwenden kann, indem man parallel zu derselben das Strahlbüschel durch eine beliebige Gerade schneidet, welche dem Mittelpunkte desselben näher liegt, wodurch sich die Theilstrecken reduciren und daher nicht mehr ausserhalb der Zeichnungsfläche fallen; von dieser Methode wurde in der Figur Gebrauch gemacht.

Hat man die Perspectiven der Theilpunkte auf diese Weise ermittelt, so werden die entsprechenden Punkte durch Gerade verbunden. In der Figur wurden die Punkte 20 mit 20 (die Reihenfolge der Punkte auf beiden Geraden entgegengesetzt bezeichnet) verbunden, ferner 19 mit 19 . . . . 0 mit 0. Es

wurde daher angenommen, dass die Richtebene, indem man dieselbe zu sich parallel durch den Theilpunkt 20 gelegt hat, von der zweiten Leitlinie in dem auf derselben liegenden Theilpunkt 20 durchstossen wurde.

Die hiedurch erhaltenen Erzeugenden der Fläche umhüllen in der Projection als Tangenten eine Curve, über deren Geschlecht wir Folgendes wissen:

Dieselbe erscheint als Tangentengebilde solcher Tangenten, deren Berührungspunkte sämmtlich in dem ersten und zweiten Raumtheile liegen, somit fällt kein Punkt der Curve im Original auf die Verschwindungsebene; dieselbe ist also eine Ellipse, kann aber als solche die Perspective einer Parabel oder Hyperbel sein (die Perspective einer Ellipse kann dieselbe aus dem Grunde nicht sein, weil das Paraboloid von einer Ebene in keiner geschlossenen Curve geschnitten werden kann). Um daher zu erforschen, welcher derselben mit ihr collinear ist, berufen wir uns auf das im vorangehenden Paragraph Besagte, dass nämlich das Strahlenparaboloid eine Specialität des einmantligen Hyperboloids ist, daher die für das Hyperboloid giltigen Sätze auch für diese Fläche ihre Giltigkeit haben. Damit aber der Schnitt der Polarebene mit dem Hyperboloid eine Hyperbel werde, ist es nöthig, dass das Centrum ausserhalb der Fläche liege, in jedem anderen Falle ist die Schnittcurve eine Parabel oder Ellipse; wie dies aber aus der Figur ersichtlich ist, liegt hier das Centrum innerhalb der Fläche; dieselbe wird daher von der Polarebene in einer Parabel geschnitten, welche sich perspectivisch als Ellipse darstellt. Um die Perspective des unendlich entfernten Punktes zu finden, legen wir eine Gerade parallel zu den Durchmessern der Fläche durch das Centrum; ihr Durchstosspunkt ist derjenige Ellipsenpunkt, welcher dem unendlich entfernten Parabelpunkte entspricht.

Da die Theilpunkte auf den Leitlinien projectivisch proportional sind, so ist die hiedurch erhaltene Abbildung die Projection eines einmantligen Hyperboloids, welches als collineares Raumgebilde des hyperbolischen Paraboloids erscheint.

Da die Ellipse, welche als sichtbarer Umriss erscheint, durch beliebig viele Tangenten gegeben ist, so wird es ein Leichtes sein, ein paar conjugirte Durchmesser derselben auf syntheti-

schem Wege zu bestimmen. Nach Paulus [1] geschieht dies folgender Weise:

Man wähle 5 Tangenten, bestimme ihre Berührungspunkte, was mit Hilfe des specialisirten Brianchon'schen Lehrsatzes geschieht. Zwei Berührungspunkte verbunden geben die Polare für denjenigen Tangentenschnittpunkt als Pol, auf welchem dieselben liegen, in Bezug auf den durch 5 Tangenten bestimmten Kegelschnitt. Durch Hälften dieser Polare und Verbindung des Hälftepunktes mit dem Pol erhält man den zur Polarenrichtung conjugirten Durchmesser, auf welchem der Mittelpunkt des Kegelschnitts liegen muss. Wiederholt man dieses Verfahren für einen zweiten Punkt als Pol, so ergibt sich im Schnittpunkte dieser beiden Durchmesser der Mittelpunkt. Verbinden wir nun einen Berührungspunkt mit demselben, so erhalten wir einen Durchmesser der Richtung und Grösse nach. Wie man sieht, erhält man hiedurch allsogleich 5 Durchmesser des Kegelschnitts und die Richtungen der Conjugirten; ihre Länge kann, da nun beliebige Punkte bekannt sind, leicht gefunden werden. Diese Construction wurde in Fig. 28^a durchgeführt.

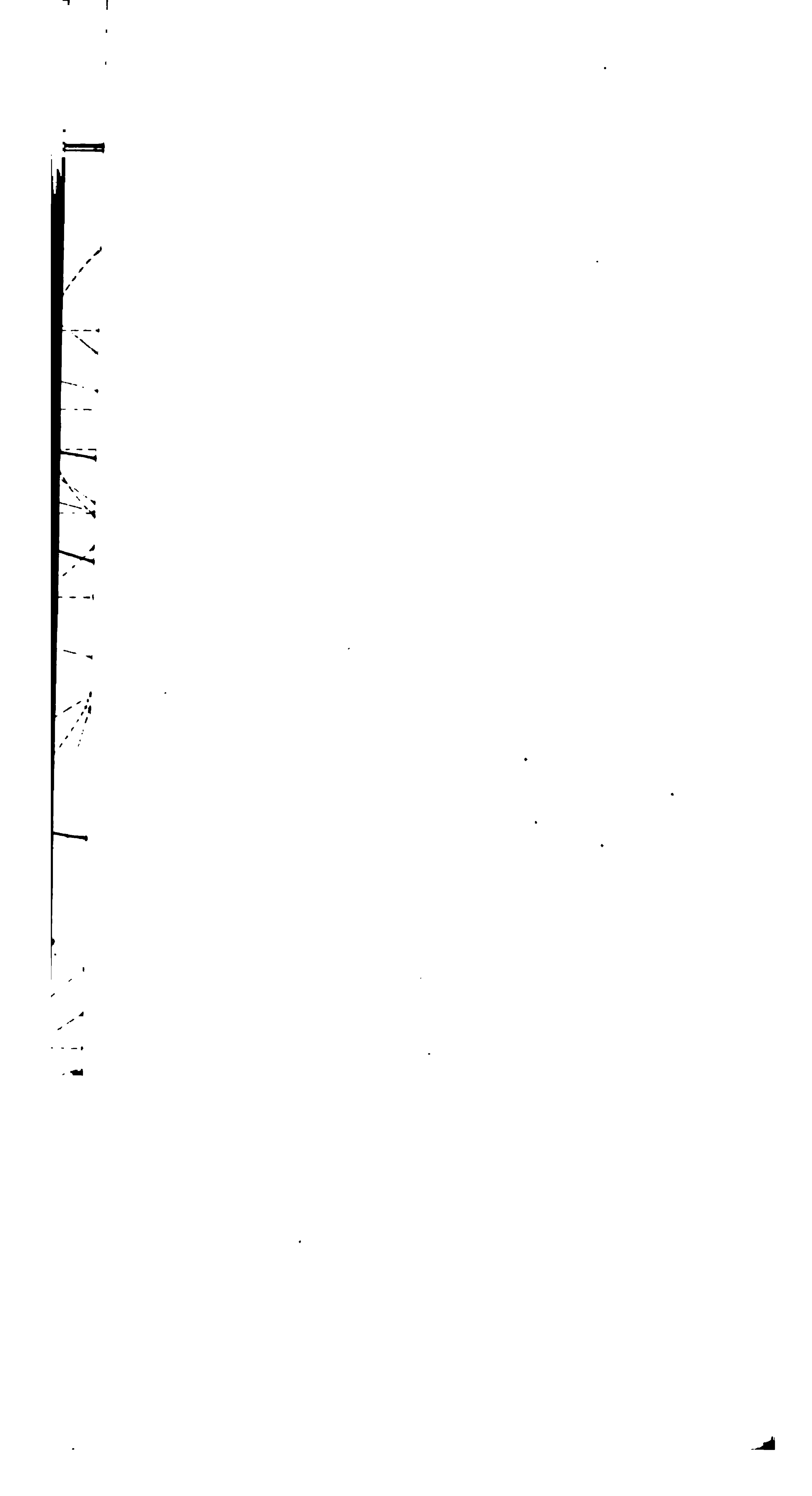
In Fig. 28 wurden nur die Erzeugenden des einen Systems dargestellt, doch man erhält auch diejenigen des zweiten Systems, wenn man zwei beliebige Erzeugende der vorliegenden Schaar in demselben Verhältniss theilt und die Theilpunkte verbindet. Um dies bewerkstelligen zu können, construiren wir vorerst die Bestimmungspunkte solch' zweier Erzeugenden, denn da dieselben zwei Punkte mit bereits bestimmten Geraden gemein haben, so findet man die denselben zugehörigen, wenn man die orthogonale Projection derjenigen Punkte ermittelt, in welchen dieselben die beiden Erzeugenden des ersten Systems treffen; durch Verbindung dieser beiden Punkte ergibt sich ihre orthogonale Projection, und wo dieselbe die Perspective trifft, ihr Durchstosspunkt mit der Bildebene.

Würde man auf diese Weise die Fluchtpunkte sämmtlicher Erzeugenden ermitteln, so liegen dieselben auf der Peripherie

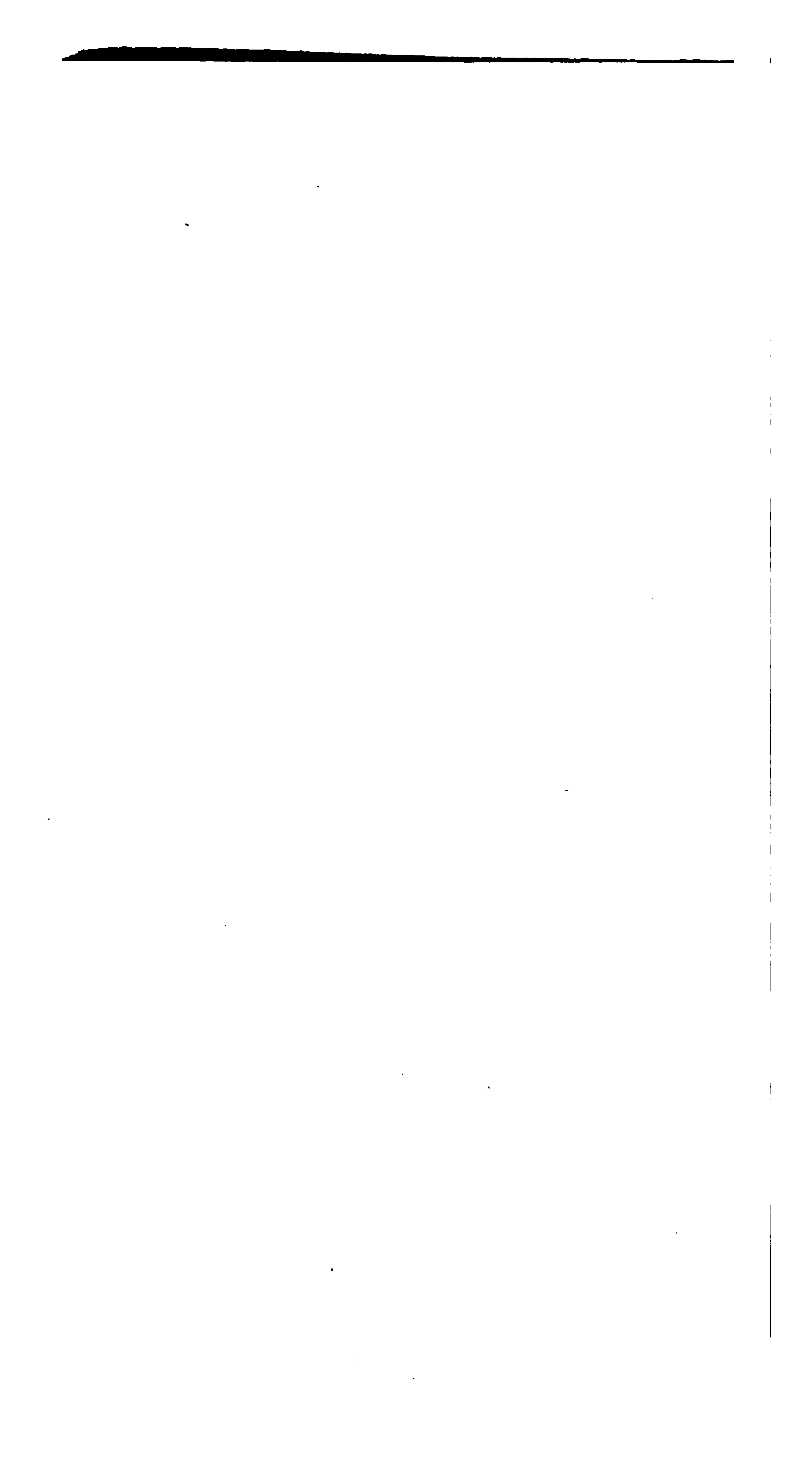
[1] Siehe „Grundlinien der neueren ebenen Geometrie" von Christoph Paulus.

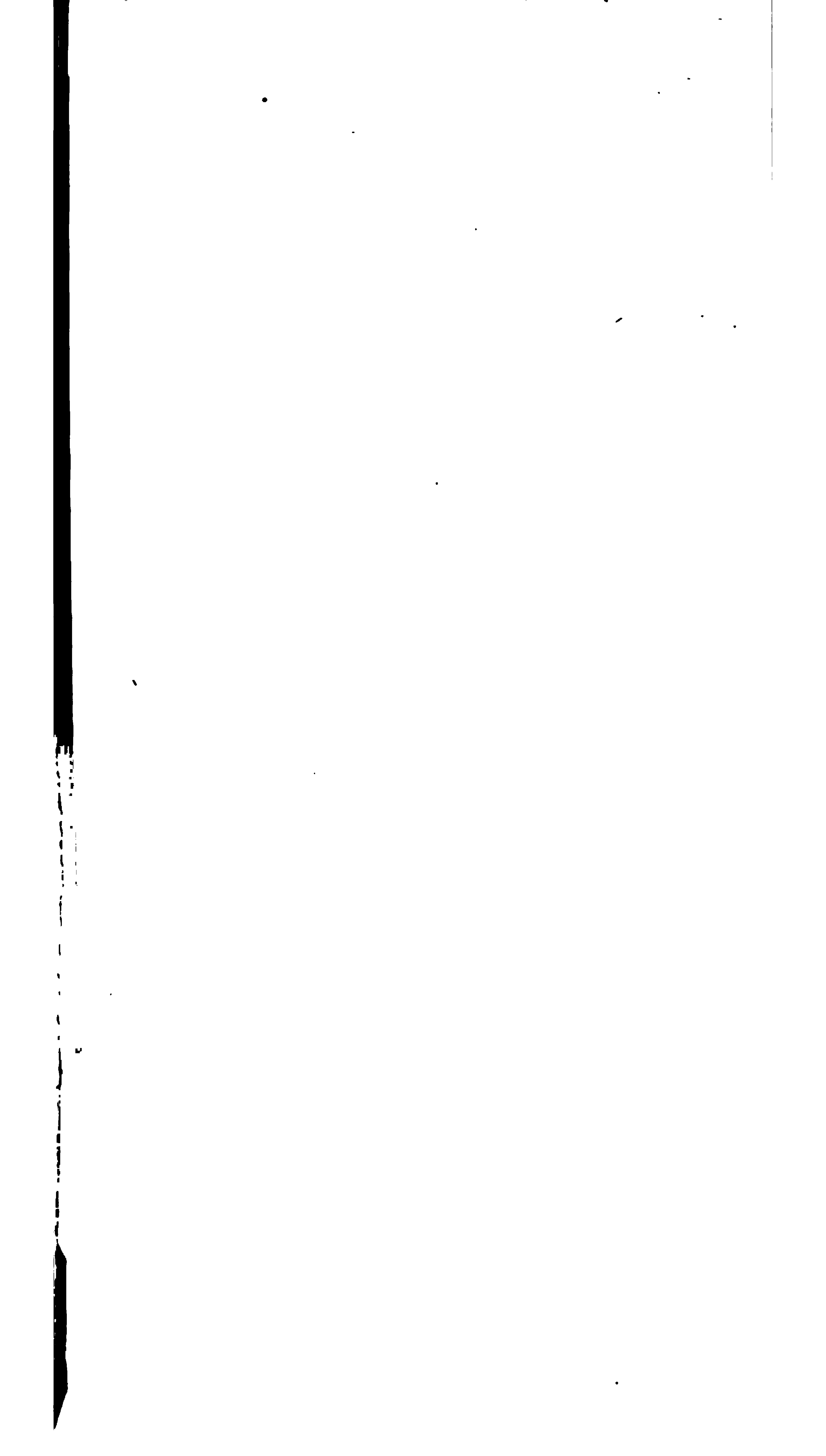
eines Kegelschnitts; ebenso die Durchstosspunkte. Der ers
ist der Durchschnittspunkt des Fluchtkegels der collinea
Raumprojection des Paraboloids mit der Bildebene; der zw
der Durchschnitt dieses Raumgebildes selbst mit der Bildflä

Es dürfte kaum nöthig sein zu erwähnen, dass der Flu
kegel des collinearen Raumgebildes mit demjenigen des asy
totischen Kegels desselben identisch ist.













Über die Volumenveränderung des Kautschuks durch Wärme.

Von Carl Puschl.

Durch Exner's Untersuchung über die Abhängigkeit der Elasticität des Kautschuks von der Temperatur[1] ist das bekannte anomale Verhalten, welches dieser Körper bezüglich seiner thermischen Ausdehnung zeigt, anscheinend noch räthselhafter geworden. Ich glaube indessen, dass die hierauf bezüglichen mit einander scheinbar in Widerspruch stehenden Eigenschaften desselben dennoch unter sich in einem nothwendigen Zusammenhange stehen, auf den ich in dieser Notiz aufmerksam zu machen mir erlaube und welcher, wie ich hoffe, durch weitere Versuche wohl ausser Zweifel gestellt werden dürfte.

Nach den Versuchen von Schmulewitsch[2] dehnt sich das unbelastete Kautschuk bei Erwärmung aus, das stark belastete aber zieht sich bei Erwärmung zusammen, und bei einer gewissen mittleren Belastung bewirkt eine Veränderung der Temperatur weder eine Ausdehnung noch eine Zusammenziehung. Im letzteren Falle ist also der thermische Ausdehnungscoefficient des gedehnten Kautschuks und somit, wenn v dessen Volumen bei der Temperatur t bedeutet, der Differentialquotient $\frac{dv}{dt}=o$. Es ist offenbar, dass hiebei das Volumen und entsprechend die Dichtigkeit des Körpers bei gleich bleibender Belastung entweder ein Maximum oder ein Minimum sein muss. Aus theoretischen Gründen, deren Erörterung dahingestellt bleiben kann, glaube ich nun schliessen zu dürfen, dass, wenn ein Körper sich bei irgend einer Temperatur in einem Maximum seiner Dichtigkeit

[1] Sitzungsberichte der k. Akademie der Wissenschaften Bd. LXIX, S. 102.

[2] Poggendorff's Annalen Bd., 144 S. 280.

befindet, seine Elasticität mit der Temperatur zunimmt. Das Wasser bestätigt diess; es hat ein Dichtigkeitsmaximum nahe bei 4° C. und sein Elasticitätscoefficient (identisch mit dem reciproken Werthe der Zusammendrückbarkeit) nimmt mit der Temperatur zu. Aus den erwähnten theoretischen Gründen folgt aber auch, dass, wenn ein Körper sich bei irgend einer Temperatur in einem Dichtigkeitsminimum befindet, seine Elasticität bei steigender Temperatur abnehmen muss. Nun ist durch Exner's entscheidende Versuche constatirt, dass wirklich die Elasticität des Kautschuks bei steigender Temperatur sich bedeutend vermindert; ich muss daher schliessen, dass gedehntes Kautschuk bei einer Temperatur, wo sein thermischer Ausdehnungscoefficient Null ist, sich in einem Dichtigkeitsminimum befindet.

Indem nach Schmulewitsch und anderen Beobachtern das unbelastete Kautschuk bei Erwärmung sich ausdehnt, so ist dann sein Verhalten in dieser Hinsicht gerade entgegengesetzt demjenigen, das es bei hinreichend starker Belastung zeigt. Nach dem Gesagten ist anzunehmen, dass sich das unbelastete Kautschuk bei Erwärmung seinem Dichtigkeitsminimum erst nähert und dasselbe bei einer Temperatur erreichen würde, welche oberhalb der gewöhnlichen Beobachtungstemperaturen liegt. Da nun stark gedehntes Kautschuk sich bei gewöhnlicher Temperatur durch Erwärmung zusammenzieht und also sein Dichtigkeitsminimum schon überschritten haben muss, so folgt, dass die Temperatur des Dichtigkeitsminimums des Kautschuks durch mechanische Dehnung erniedrigt wird.

Wenn das unbelastete Kautschuk sich wirklich bei Erwärmung einem Dichtigkeitsminimum nähert, so muss sein Ausdehnungscoefficient bei steigender Temperatur immer kleiner werden. Diess ist ein Punkt von besonderer Wichtigkeit, über welchen die bisherigen Versuche noch nichts unmittelbar festzustellen scheinen; eine experimentelle Bestätigung oder Widerlegung der hier ausgesprochenen Vermuthung dürfte aber vielleicht unschwer zu bewerkstelligen sein.

Wenn man Kautschuk durch die entsprechende Belastung in jenen neutralen Zustand versetzt, in welchem es sich nach Schmulewitsch bei Veränderung seiner Temperatur weder ausdehnt noch zusammenzieht, so wird es diese Unempfindlich-

keit, darüber kann wohl kein Zweifel sein, nur innerhalb eines engen Spielraumes der Temperatur zeigen. Nach dem Obigen muss es sich endlich zusammenziehen, wenn man die Temperatur um ein bedeutendes Intervall erhöht, und es muss sich gleichfalls zusammenziehen, wenn man die Temperatur um ein ähnliches Intervall erniedrigt. Zwischen welchen Temperaturgrenzen in diesem Falle das Volumen bei den Versuchen von Schmulewitsch für die Wahrnehmung constant blieb, ist in der citirten Abhandlung nicht angegeben.

Vorausgesetzt nun, dass die eben erwähnten Folgerungen durch die Erfahrung bestätigt werden, liesse sich das Verhalten des Kautschuks bei Veränderung seiner Temperatur in folgende Sätze zusammenfassen:

1. Das Kautschuk ist ein Körper, dessen Dichtigkeit bei einer gewissen Temperatur ein Minimum wird.

2. Die Temperatur dieses Minimums wechselt mit der mechanischen Dehnung und liegt um so tiefer, je stärker diese Dehnung ist.

3. Bei dem unbelasteten Kautschuk ist die Temperatur des Dichtigkeitsminimums höher als die gewöhnliche, es nähert sich daher demselben beim Erwärmen und sein Ausdehnungscoefficient ist positiv, wird aber bei steigender Temperatur immer kleiner.

4. Bei dem stark gedehnten Kautschuk ist die Temperatur des Dichtigkeitsminimums tiefer als die gewöhnliche, sein Ausdehnungscoefficient ist daher schon bei letzterer negativ und nimmt numerisch mit der Temperatur zu.

Ganz vereinzelt würde übrigens das merkwürdige Verhalten des Kautschuks (und nach Schmulewitsch auch der Muskelfaser) nicht stehen. Fizeau[1] hat im Jahre 1867 die bisher wenig beachtete Entdeckung gemacht, dass das Jodsilber sich beim Erwärmen zusammenzieht, und zwar in einem desto stärkeren Verhältnisse, je höher die Temperatur wird, gerade so, als wenn es sich bei steigender Temperatur von einem Dichtigkeitsminimum entfernte, welches Fizeau selbst auf etwa —60° C. ansetzt. Bei noch tieferen Temperaturen würde also dieser Körper sich verhalten wie unbelastetes Kautschuk bei gewöhnlicher

[1] Poggendorff's Annalen Bd. 132, S. 292.

Temperatur, und da bei letzterem das Dichtigkeitsminimum durch Dehnung auf eine tiefere Temperatur herabrückt, so würde umgekehrt das Dichtigkeitsminimum des Jodsilbers durch Pressung auf eine höhere Temperatur hinaufrücken und somit der negative Ausdehnungscoefficient desselben durch blossen Druck der Nulle genähert und vielleicht sogar positiv gemacht werden können.

Auch das Rose'sche Metallgemisch scheint hieher zu gehören. Es dehnt sich im starren Zustande bei Erwärmung von 0° C an aus, erreicht bei 59° ein Maximum seines Volumens und zieht sich bei weiterem Erwärmen zusammen, so dass das Volumen bei 82° wieder dem bei 0° gleich ist, bis bei 95° ein Schmelzpunkt eintritt.

Über die relative Wärmeleitungsfähigkeit verschiedener Bodenarten und den betreffenden Einfluss des Wassers.

Von Dr. **Arthur v. Littrow.**

(Inauguraldissertation an der k. Universität Halle a. S.)

(Mit 3 Tafeln.)

Einleitung.

Jeder Disciplin werden durch die Perioden ihrer Entwicklung neue Richtungen vorgeschrieben und neue Wege gebahnt.

Wie ein Studium der Physik ohne Mathematik undenkbar ist, so bedarf die Landwirthschaft insbesondere der verschiedenen Zweige der Naturwissenschaft zu ihrer Ausbildung und ihrem Fortschritte.

Seit Wallerius, Humphry Davy u. A., namentlich aber seit dem epochemachenden Wirken Liebig's ist die chemische Seite landwirthschaftlicher Lehre in hervorragender Weise gefördert worden, und soviel auch da noch zu thun sein mag, gibt es doch vorerst besonders zu arbeiten auf den Gebieten der anderen Grundwissenschaften der Landwirthschaft, wie Physiologie der Pflanze und des Thieres, Geologie und vorzüglich in Bezug auf den physikalischen Theil landwirthschaftlicher Verhältnisse.

Der Beweis hiefür liegt in der Bodenkunde; sie ist hauptsächlich in Rücksicht auf Chemie entwickelt worden, und es fehlt vom physikalischen Standpunkte aus in vielen Beziehungen an erklärenden Arbeiten.

In dieser Richtung ist auch die vorliegende Arbeit ausgeführt, welche Aufschluss geben soll über die relative Wärme-

leitungsfähigkeit verschiedener Bodenarten und den betreffenden Einfluss des Wassers. Sie wurde von mir unter der Aufsicht unseres verehrten Lehrers, Herrn Prof. Dr. Julius Kühn, gemacht, und es sei mir gestattet, hier auf's Wärmste zu danken für das freundlich theilnehmende und ermuthigende Entgegenkommen, welches er mir stets durch Rath und That bewies.

Herrn Geheimrath Prof. Dr. H. Knoblauch fühle ich mich gleichfalls zu bestem Danke verpflichtet für seine Güte und den Rathschlag des gewiegten Fachmannes, mit welchem er mir immer zur Hand war.

Hier ist auch der Ort, um einem Verstorbenen einen Dank abzustatten, den ich nicht unausgesprochen lassen darf. Der uns in diesen Tagen durch so plötzlichen Tod entrissene Dr. Lehde, weiland erster Assistent am hiesigen landwirthschaftlichen Institut, von Vorgesetzten und Schülern gleich geachtet, geschätzt und geliebt, war gegen mich nicht bloss so gefällig und zuvorkommend als möglich, wo es galt, meine Arbeit zu fördern, sondern er sorgte auch ganz im Stillen dafür, mir die wirklich etwas sibirische Existenz im Keller zu verbessern und weniger gefährlich für meine Gesundheit zu machen, mit einem Wort, er war um mich, den ihm ferne stehenden Studirenden, dessen Wohl oder Wehe hundert Anderen gleichgiltig gewesen wäre, so besorgt, wie es ein intimer Freund, ja ein Bruder nicht liebenswürdiger sein konnte.

Halle a. d. S. im Mai 1874.

A. L.

Geschichte des Thema's. Methode.

Es existiren zwar sehr viele Arbeiten über die Fortpflanzung der Wärme, doch keine, welche dieselbe in verschiedenen Bodenarten einer genaueren Untersuchung würdigt.

Der Erste, welcher sich überhaupt mit der Wärmeleitung verschiedener Bodenarten zu thun machte, dürfte wohl

Boeckmann[1] gewesen sein. Er suchte aus der Abkühlungsdauer erwärmter, gleich grosser Kugeln verschiedener Substanzen vergleichende Zahlen für deren Wärmeleitung zu finden. Da er überraschend viel (147) verschiedene Körper auf diese Weise untersuchte, kamen denn auch in seiner Tabelle einzelne Bodenarten vor, die er, wie alle pulverförmigen Substanzen, in kleinen Glaskölbchen behandelte. Doch lässt sich aus diesen Angaben eher noch ein Rückschluss auf die Wärmecapacität als auf die Wärmeleitung — eigentlich genau aber, so ohne alles Weitere, gar kein Resultat ziehen. Es wäre auch solches Streben ganz überflüssig, da wir nunmehr eine sehr exacte Arbeit besitzen: „Über die Wärmecapacität verschiedener Bodenarten“ von Dr. Leopold Pfaundler.[2]

Schübler[3] machte Versuche über die Erwärmung verschiedener Bodenarten durch Insolation mit Rücksicht auf Farbe und Feuchtigkeit. Er kam zu anderen Resultaten als ich, wahrscheinlich aus den beiden Gründen, dass erstens seine Methode, eine dünne Schichte des präparirten Bodens dem Sonnenlicht auszusetzen, jedenfalls ziemlich ungenau ist, und ferner, dass er die Kugel des Thermometers nur $^1/_2$ Zoll tief unter die Oberfläche des Bodens brachte; darin ist wohl die Hauptursache der Verschiedenheit des Erfolges zu suchen.

Da die Oberfläche unbedeckt, vielleicht gar dem Luftzug ausgesetzt blieb, mag eine Austrocknung und mittelbar eine Abkühlung oder richtiger Verminderung der Erwärmung eingetreten sein.

Hätte er dickere Bodenschichten angewendet, diese der Austrocknung minder ausgesetzt und sein Thermometer tiefer eingesenkt, so würde er ohne Zweifel andere Resultate erhalten haben.

---

[1] Versuche über die Wärmeleitungsfähigkeit verschiedener Körper. Eine gekrönte Preisschrift. 1812.

[2] Sitzungsber. der kaiserl. Akad. d. Wissensch. zu Wien, math.-naturw. Classe, LIV. Bd., II. Heft. 1866. Juli. S. 255. Auch Pogg. Ann. CXII. S. 102.

[3] Schübler, Grundsätze der Agriculturchemie. Leipzig. 1831.

Was er uns gezeigt, mag für die Oberfläche allenfalls Geltung haben, ist aber sicher nicht giltig für tiefer liegende Schichten.

Er stellte auch den Böckmann'schen analoge Versuche an, mit dem Unterschiede, dass er nicht die Wärmeleitungsfähigkeit, sondern die „wärmehaltende Kraft" bestimmen wollte. Er suchte also etwas, was auf diesem Wege wirklich zu finden ist.

Ein anderes Mal wurde, wenn auch nur von zwei Bodenarten, die Wärmeleitungsfähigkeit untersucht durch Angström.[1]

Seine Methode ist hauptsächlich für Metallbarren bestimmt; sie basirt auf periodischer Erwärmung und Abkühlung desselben Endes der Stange in sich gleich bleibenden Intervallen. Diese wurden für Metallstangen zu 12 und 24 Minuten angenommen, bei den Bestimmungen der Wärmeleitung der beiden Bodenarten aber Sommerwärme und Winterkälte als Periode der Erwärmung und Abkühlung betrachtet und die Temperatur in bestimmten Tiefen unter der Erdoberfläche abgelesen.

So bequem das auch gewesen wäre, konnte ich hier natürlich nicht darauf reflectiren, dieses Verfahren für eine grössere Anzahl verschiedener Bodenarten anzuwenden, und Versuche nach der vorhererwähnten Methode im geschlossenen Raum zu machen, wäre sehr schwierig geworden, da ich als Periode der Erwärmung (und Abkühlung) mindestens drei bis vier Stunden hätte nehmen müssen. Bis zur Erreichung constanter Differenzen wären ziemlich viel solcher Perioden nöthig gewesen und die Arbeit eine Aufgabe geworden, welcher nur die Vorsteher grosser Laboratorien, denen genügend viele und gebildete, verlässliche Arbeitskräfte zu Gebote ständen, gewachsen sein könnten. Indessen dürfte dieser grosse Aufwand auch die Mühe kaum verlohnen.

Da also diese Methode für mich wesentlich unausführbar ist, brauche ich nicht erst auf die gegen sie gerichteten Anfechtungen von Dumas[2] und Angström's Erwiderungen[3] einzugehen.

---

[1] Pogg. Ann. CXIV.
[2] Pogg. Ann. CXXIX.
[3] Pogg. Ann. CXVIII. CXXIII.

An dieser Stelle sind auch die Arbeiten von Schumacher, Gasparin, Meister u. A. zu nennen, die jedoch für meine Abhandlung von keiner Bedeutung sind, wie es überhaupt eine umfangreichere Literatur über dieses Thema nicht gibt.

Über relative Wärmeleitungsfähigkeit verschiedener Felsarten existirt eine Arbeit von Helmerssen,[1] sowie eine über denselben Gegenstand von A. S. Herschel,[2] welche beide, wie der Verlauf vorliegender Untersuchung zeigen wird, nicht von Belang für dieselbe sind.

Wiedemann und Franz,[3] später Wiedemann[4] allein haben bei Bestimmung der Leitungsfähigkeit verschiedener Metalle für Wärme und Elektricität nach einer Methode gearbeitet, in welcher sie Fourier folgen. Sie erwärmen den Barren von einer Seite und berechnen die Wärmeleitungsfähigkeit aus den Temperaturen, welche sie an verschiedenen, gewissen, von einander gleichweit abstehenden Stellen durch ein Thermo-Element bestimmen.

Man kann dieser Methode mit Recht vorwerfen, dass die nach ihr berechneten Werthe durch kleine Beobachtungsfehler stark beeinflusst werden, und Wiedemann selbst gibt mehr auf die seiner Arbeit beigegebene graphische Darstellung als auf die von ihm berechneten Werthe.[5]

Da die Angström'sche Methode für mich nicht ausführbar war, blieb ich um so lieber bei der Wiedemann'schen, als sie neben ihren Mängeln auch ihre entschiedenen Vorzüge hat.

Sie gewährt den grossen Vortheil, in sich selbst eine Controle zu bieten, indem während des Versuches ein stetiges Zunehmen der Temperaturen an allen Beobachtungsstellen, in den Beharrrungstemperaturen aber eine gesetzmässige Abnahme von der Wärmequelle weg stattfinden muss, und eine solche Controle ist bei Material von so fraglicher Homogeneität entschieden von Werth.

---

[1] Pogg. Ann. LXXXVIII.

[2] „Nature“, vol. VIII. May 1873 to October 1873. p. 540.

[3] Pogg. LXXXIX.

[4] Pogg. CVIII.

[5] Ich machte auch einen Versuch nach der, Pogg. Ann. LXXXIX, S. 521 und von Fourier gegebenen Formel Zahlen zu berechnen, doch fielen diese, wie nicht anders zu erwarten, so aus, dass ich auf ihre Wiedergabe verzichte und Wiedemann nur beistimmen kann.

Ferner ist ein Vortheil dieser Methode, dass sie in den Curven der graphischen Darstellung einen einfachen Weg bietet zur Vergleichung der Resultate. Ein Blick auf die beigegebenen Curventafeln gibt ein leichteres Urtheil über die Ergebnisse, die Genauigkeit der Methode und über die Schwierigkeiten, welche das Material in sich birgt, als alle Zahlenzusammenstellungen.

Apparat. Vorgehen bei den Versuchen.

Der Apparat war der Beschaffenheit meines Materiales entsprechend zu construiren.

Ein Thermoelement konnte ich nicht anwenden, da der zu untersuchende Boden in ein geschlossenes Gefäss gefüllt werden musste, ferner um so weniger, als ich, bei der geringen Fähigkeit des Bodens, die Wärme zu leiten, jeden Verlust derselben nach aussen möglichst verhindern, also das zu untersuchende Material von allen Seiten mit schlechten Leitern umgeben musste.

Der Apparat, dem Grundgedanken nach ähnlich dem von Despretz zur Bestimmung der Wärmeleitung des Wassers und auch entfernt analog dem von Helmerssen[1] zur Bestimmung der Wärmeleitungsfähigkeit verschiedener Felsarten benützten, besteht aus zwei Theilen.

Der eine ist ein wasserdichter Kautschukcylinder (Taf. III *k*) von 30 Cm. Länge und 10 Cm. Weite, in welchen oben ein Kupferkasten als Wärmequelle (*w*) nicht luftdicht schliessend hineinpasst.

Dieser Cylinder war von der Seite und von unten umgeben mit einer 1 Cm. starken Filzdecke (*f*), mit welcher zusammen er genau in einen etwa 3 Cm. starken, unten geschlossenen Cylinder aus Erlenholz passte. In Entfernungen von 6 zu 6 Cm. von der unteren Fläche des Kupferdeckels waren seitlich durch alle diese drei Schichten auf die Achse des Cylinders vier senkrechte Löcher gebohrt, durch welche vier rechtwinkelig gebogene Thermometer (*t*) gesteckt wurden. Diese verschlossen die Öffnungen im Cylinder wasserdicht, und reichten mit ihren

[1] Pogg. Ann. LXXXVIII.

cylindrischen Quecksilbergefässen bis in die Mitte desselben. Sie waren auf 0·5° C. getheilt und jeder Grad betrug darauf ungefähr 4 Cm., so dass ich recht gut $^1/_{10}$ Grade darauf ablesen konnte.

An dem Deckel, der Wärmequelle, war ein ebensolches Thermometer (*tw*) wasserdicht so befestigt, dass dessen Quecksilbergefäss nahe an dem Boden sich befand.

An einer zweiten Öffnung war ein nach aufwärts gebogenes Glasrohr angebracht, welches oben einen kleinen Trichter trug; es diente als Wasserstandsglas für die Wärmequelle, und der Trichter dazu, die Temperatur derselben, wenn nöthig, durch einige Tropfen kalten Wassers herabzudrücken.

An der dritten Öffnung war ein Rohr zur Zuleitung heissen, an der vierten ein solches (*a*) zur Ableitung des abgekühlten Wassers. Das letztere war im Innern der Wärmequelle so nach abwärts gebogen, dass es immer das kühlste Wasser von dem Boden wegführte. Es trug am anderen Ende einen Kautschukschlauch, der durch eine grobe Glasspitze in ein Becherglas mündete.

An diesem Schlauch befand sich ein feiner Quetschhahn, mittelst Mikrometerschraube stellbar, an deren Kopf aber zur grösseren Genauigkeit der Stellung noch ein etwa 10 Cm. langer schmaler Blechstreifen angelöthet war. Es war diess von vielen verschiedenen Einrichtungen, die ich versuchte, die beste, sofern sie eine Beschränkung der Temperaturschwankungen der Wärmequelle in so enge Grenzen, wie keine andere, gestattete und dabei die Gefahr der Verstopfung der Leitung, welche das Gelingen jedes Versuches bedrohte, fast vollständig beseitigte dadurch, dass zu enge Öffnungen ganz und gar vermieden waren. Die Stromgeschwindigkeit war durch mehrere weniger enge Öffnungen verringert und regulirbar.

Der andere Theil des Apparates war ein grosses Blechgefäss, etwa 10 Liter fassend, mit Ausflussrohr zur sperrbaren Wasserleitung nach der Wärmequelle, sowie einem Wasserstandsglas versehen, geschlossen durch einen Deckel, der einen grossen Glastrichter trägt.

Der zu untersuchende Boden wurde in kleinen Portionen unter möglichst gleichmässigem Schütteln und Aufsetzen in den

Cylinder eingebracht, während die Öffnungen für die Thermometer durch eiserne Stäbe verschlossen waren. War der Cylinder soweit voll, dass der Boden der Wärmequelle die Oberfläche der Füllung in seiner normalen Lage berührte, und zeigte diese bei wiederholtem Aufsetzen keine Volumverminderung mehr, so wurde die Wärmequelle aufgebracht. Nachdem mit den Eisenstäben für die Thermometer vorgebohrt war, wurden diese eingeführt. Beim Versuch mit Wasser war letzteres selbstverständlich vor der Füllung geschehen.

Vorher schon war das Blechgefäss mit Wasser gefüllt und geheizt worden. Hatte es die Siedehitze erreicht, so wurde der grosse starke Quetschhahn am Zufluss zur Wärmequelle geöffnet und das zuströmende heisse Wasser nur durch den Abfluss so regulirt, dass die Temperatur der Wärmequelle 40° C. über der für das Ende des Versuches erwarteten Temperatur der Luft stehen blieb.

War eine kleine Menge Wassers in das Becherglas getropft, so wurde dieses gegen ein anderes vertauscht (um die Strömung nicht zu unterbrechen) und durch den Trichter in das grosse Blechgefäss entleert. Dasselbe musste so gross sein, damit dessen Inhalt durch diese Procedur keine bedeutende Abkühlung erfahren konnte.

Die Temperatur der äusseren Luft war natürlich möglichst constant zu halten. Da bei Despretz' Versuch mit Wasser die Erwärmung um 63° nicht weniger als 30 Stunden gedauert hatte, musste ich auch erwarten, dass meine Versuche geraume Zeit währen würden, und einen Raum von möglichst gleichmässiger Temperatur aufsuchen. Diesen fand ich an einem Theile der Kellergewölbe des hiesigen landwirthschaftlichen Institutes, welcher zum Abdampfen von Säuren mit Gas- und Wasserleitung, verschiedenen Herden und einem Arbeitstische ausgerüstet war.

Da ich immer das grosse Blechgefäss schon etwa eine Stunde vor Anfang jedes Versuches heizen musste, war die Temperatur des Kellerraumes zur Zeit des Beginnes nahe an dem Maximum, welches sie durch die Beleuchtung, warmes Wasser leitende Schläuche und Glasröhren, sowie durch meine Körperwärme erreichen konnte, angelangt. Ging im Freien

starker Wind, so erhielt schon der Luftzug die Temperatur ziemlich constant. Ging kein Wind, so konnte ich sie durch Schliessen oder Offenstehenlassen der Thüre zum kälteren Nebenraume (in welchem zeitweise ein Kübel mit Eis stand), sowie durch stärkeres Auf- oder Zudrehen des durch einen doppelten Blechschirm an der Strahlung nach dem Apparat hin verhinderten Argand'schen Gasbrenners reguliren.

Das grosse Blechgefäss wie auch die Bechergläser am Abfluss waren unter einem mit Glaswänden umgebenen Herd mit sehr starkem, nach Bedarf auch noch mittelst einer Gasflamme zu steigernden Abzug aufgestellt, sowie durch einen grossen Schirm, aus drei einen Zoll von einander entfernten Pappewänden bestehend, verhindert, durch Strahlung auf den Versuch unerwünschten Einfluss zu üben.

Vom Beginn des Versuches an las ich an allen Thermometern in Intervallen von 10 Minuten ab.

Die beiliegenden Tabellen geben die abgelesenen Zahlen für die verschiedenen untersuchten Materialien. Darunter, am Ende jeder Reihe stehen dieselben Temperaturen, corrigirt für die verschiedenen Thermometer, unter diesen die reducirten Zahlen, die Temperatur der Luft, zwei Stunden (denn so lange dauerte es, bis eine Temperaturveränderung der äusseren Luft sich an den Bodenthermometern fühlbar machte) vor Ende des Versuches = 0 angenommen, und wieder darunter — wenn nöthig — die auf einen Temperaturüberschuss der Wärmequelle von 40° C. berechneten Differenzen an den vier Thermometern. Dabei wurde immer die Durchschnittstemperatur der Wärmequelle während der letzten zwei Stunden des Versuches in Rechnung gezogen, da nur diese späteren Temperaturen der Wärmequelle auf die schliesslich erhaltenen Bodentemperaturen den Haupteinfluss übten. Ausserdem waren sie wie auch die Lufttemperaturen natürlich weit constanter als zu Anfang jedes Experimentes, gestatteten also nebstbei auch viel sicherere Rechnung. Die Versuche mit nassen Böden verlangten eine kleine Veränderung des Apparates. In den Boden des Cylinders wurden drei Löcher gebohrt, und in diesen kleine Kautschukschläuche (*s*) befestigt. Um einem Verlust an Erde durch das Abfliessen des Wassers vorzubeugen, wurde auf den Boden des Cylinders ein genau passendes, rund zugeschnittenes

Drahtnetz gelegt, über welches mehrere Lagen feuchter Leinwand geschlagen waren.

Der so ausgerüstete Apparat sammt den Eisenstäben wurde gewogen und dann geschah die Füllung wie früher. Hierauf wurde wieder das Gewicht des Ganzen bestimmt; war diess geschehen, so legte ich ein kreisrundes, nicht ganz aufliegendes Blechstück über die Füllung, und goss das Wasser, damit es dieselbe gleichmässig berühre, erst auf dieses. Das setzte ich fort, bis an den Schläuchen ein regelmässiges Abtropfen eintrat (was bei manchen Materialien drei Tage dauerte), und wog, nachdem diess aufgehört hatte, wieder; nachher wurden die Thermometer eingebracht und der Versuch begonnen. Auf diese Art wurde die wasserhaltende Kraft der Böden mit ins Spiel gezogen und die Analogie mit den Vorgängen in der freien Natur möglichst eingehalten.

Wie Haberlandt[1] gefunden hat, nimmt die wasserhaltende Kraft eines Bodens mit dem Steigen der Temperatur ab. Auch bei meinen Versuchen trat während der Erwärmung ein weiteres schwaches Abtropfen durch die Schläuche statt, doch war diess nie so bedeutend, dass die abgetropfte Wassermenge 30 Grm. überstieg. Es wurde ja auch nur ein kleiner Theil der Bodenmenge um ein Bedeutenderes erwärmt, und es ist nicht zu fürchten, dass diese schwache Bewegung des Wassers nach abwärts einen wesentlichen Einfluss auf die Resultate geübt habe.

Ein Trockenwerden der Oberfläche des Materials trat nur bei dem groben Diluvialmischsand in wahrnehmbarem Masse ein, und es scheint — wie aus der Curventafel (Tafel I) sehr ersichtlich — der Versuch darunter gelitten zu haben. Die Leitung der Wärme nahm an der am meisten erwärmten obersten Schicht ab, während sich diess in den unteren Schichten weniger zeigt.

Bei manchen Böden wurde, nachdem Wasser aufgegossen war, ein erneuertes Auffüllen von trockenem Material und dadurch wiederholtes Aufgiessen von Wasser nöthig, da die Füllung sich nach der Befeuchtung gesetzt hatte. Das Entgegengesetzte trat bei Eisenmoor ein, der etwas aufquoll, so dass eine kleine Menge abgenommen werden musste. Es versteht sich von selber, dass

---

[1] Landwirthschaftliche Versuchsstationen. VIII. Bd. S. 458.

dieses Auffüllen und Abtragen von Boden aufs genaueste in Rechnung gezogen wurde.

Hinzufügen muss ich noch, dass bei der später erreichten Fertigkeit im Experimentiren, so wie der erlangten Vollendung des Apparates, das häufige Ablesen überflüssig wurde und nur mehr in Intervallen von einer Stunde geschah.

Stieg die Temperatur der Wärmequelle zu hoch, so wurde sie — wie schon erwähnt — durch einige Tropfen kalten Wassers direct abgekühlt. Diess war nothwendig, da ein vollständiges Unterbrechen des Stromes eine Abkühlung des Wassers in der Zuleitung und dessen Wiedereintritt eine noch weitere, im Vorhinein nicht berechenbare Abkühlung der Wärmequelle zur Folge hätte haben müssen. Ferner war es auch angemessen, den Temperaturunterschied zwischen Wärmequelle und Erhitzungsapparat gross zu machen, da kleine Temperaturdifferenzen im letzteren, für die erstere nur folgenlos werden konnten, wenn der Strom sehr langsam ging, sowie ich auch dadurch in den Stand gesetzt war, im Blechgefäss blos kleine Schwankungen der Temperatur zu erzielen, weil ich nur relativ kleine Mengen abgekühlten Wassers nachzufüllen hatte. Aus diesen Gründen fand ich es zweckentsprechend, das Wasser des Erhitzungsapparates siedend zu halten, und zwar so lebhaft, dass es durch die Nachfüllung des abgekühlten Wassers nur momentan zu wallen aufhörte.

Trotz der langen Dauer jedes einzelnen Versuches (ohne die Vorbereitungen bis 15 Stunden) habe ich sie alle selbst und ohne irgend welche Hilfe Anderer bewerkstelligt, und kann also für die erzielte Richtigkeit und möglichste Genauigkeit aller meiner Versuche und Angaben einstehen.

Bevor ich die folgenden Versuche begann, hatte ich eine Reihe von ungefähr 15 Vorversuchen anzustellen, deren Erfolge theilweise unsicher, theilweise von so geringer Bedeutung sind, dass ich sie hier übergehe. Ich musste mir eben erst einige Fertigkeit in dieser ungewohnten Art von Experimenten und meinem Apparat einige Vollkommenheit schaffen.

Erwähnung will ich nur thun davon, — und das kann ich als ganz sicher hinstellen — dass ich bei Versuchen, zu welchen

ich den Cylinder einmal horizontal legte, das anderemal so drehte, dass die Wärmeleitung von unten nach oben geschah, fand, dass in beiden Fällen (in grobem Diluvialmischsand) Luftströmungen sich geltend machten. Der Wärmeeffect pflanzte sich entschieden stärker, schneller und weiter fort, als bei den anderen Versuchen, bei welchen allen die Wärmeleitung nach abwärts, also unabhängig von allen Luftströmungen — ähnlich wie in der freien Natur die Sonnenwärme — geschah und beobachtet wurde.

Ich machte auch, um die Genauigkeit der Methode zu prüfen, mehrere Versuche mit verschiedenen Füllungen derselben Bodenart, die in vollständig befriedigendem Masse übereinstimmende Resultate ergaben.

Die beiliegenden, in oben beschriebener Weise abgefassten Tabellen sind in ihrer Zusammenstellung, sowie durch die graphische Darstellung wohl schon so weit klar, dass sie nur eines kleinen Commentars bedürfen.

Tafel I wurde durch die grosse Zahl zusammen- oder nahe aneinanderfallender Curven der trockenen Böden unklar. Desshalb legte ich diese auf Tafel II in kleinerer Zahl zusammen und zeichnete jede Classe um drei Felder weiter nach rechts als die vorhergehende. Hier nahm ich jedoch für die Entfernungen der Thermometer nur die Hälfte der Distanzen, welche auf Tafel I in Rechnung gezogen sind. Die Anfangspunkte der Ordinaten jeder Classe auf Tafel II sind unten mit den Nummern der Classen bezeichnet. Die Lithographie weicht zuweilen von dem Original etwas ab.

Die Curven für Wasser und Luft zeigen weiter unten eine stärkere Krümmung als die der Böden. Diess rührt wohl von der Strahlung her, welche sich, ohne die Analogie mit den anderen Versuchen zu stören, nicht beseitigen liess.

Resultate.

Die Resultate der vorliegenden Arbeit lassen sich in Kurzem folgendermassen zusammenfassen.

1. Den Haupteinfluss auf die Wärmeleitungsfähigkeit eines trockenen Bodens übt seine mechanische Zusammensetzung. Mit dem Steigen der Feinheit seiner Constitution nimmt seine Wärme-

leitungsfähigkeit ab. Auch die Beschaffenheit der abschlämmbaren Theile ist von unleugbarem Einfluss.

Siehe Melmlehm, Melmmergel, Auelehm, gemeiner Mergel, Porzellanerde, Eisenmoor.

Die einzige scheinbare Ausnahme fand ich bei Dolomitsand, wo indessen das überraschende Resultat offenbar von der Qualität der abschlämmbaren Bestandtheile herrührt, die beim gröberen Dolomitsand ungefähr 40%, beim feineren 90% Sandkörner enthalten. Vielleicht ist auch besagter Erfolg durch die Witterung beeinflusst worden, die in den Tagen jenes Versuches sehr unbeständig war, und einen anderen Feuchtigkeitsgrad hervorgerufen haben könnte. Diess ist umso wahrscheinlicher, als der feinere Dolomitsand viel abschlämmbare Theile und fein vertheilte organische Substanz enthält, also viel Feuchtigkeit aufzunehmen im Stande ist.

2. Die petrographische und chemische Zusammensetzung scheint nur insofern von Belang zu sein, als der Gehalt an Kalk und Magnesia sich in einer geringeren Wärmeleitungsfähigkeit manifestirt. Hoher Gehalt an Eisenverbindungen hat absolut keinen erkennbaren Einfluss auf dieselbe gezeigt. Gehalt an organischer Substanz verringert sie jedoch entschieden.

Siehe Kalkstand, beide Dolomitsande, Melmlehm und Melmmergel, Auelehm, gemeiner Mergel, Röth, Glimmersand, Eisenmoor, Sandmoor.

3. Wasser leitet die Wärme mehr als selbst der bestleitende der untersuchten Böden, und erhöht die Fähigkeit derselben, Wärme zu leiten, schon bei geringen Feuchtigkeitsgraden.[1]

Siehe Grober Diluvialmischsand, Wasser; lufttrockener und luftfeuchter gemeiner Mergel.

Es ist also geradezu unbegründet, eine Krume, welche auf undurchlässigem Untergrund ruht, schlechthin als kalt zu bezeichnen. Wirklich kalt wäre nur ein Boden, der auf durchlässigem Untergrund ruht, und dem viel Wasser, welches die Krume in der Richtung nach abwärts passirt, die erhaltene Wärme weiter nach unten in das Erdinnere entführte. Aber gerade solche Böden

---

[1] Vergl. damit: Knop, Bonitirung der Ackererde, Seite 25.

werden gewiss nicht kalt genannt. Sie trocknen relativ mehr oder weniger schnell, und zählen gewiss zu den thätigeren.

Aecker, auf welchen Wasser steht — mögen sie immerhin durch die Wärme, die dessen Verdunsten bindet, eine Abkühlung erfahren — werden sich doch durch Insolation viel mehr und weiter nach abwärts erwärmen, als trocken liegende[1], sie sind also bei warmem Wetter wärmer[2] als die letzteren. Wohl aber können sie trotzdem unthätig sein, da das Wasser Vertorfung der organischen Substanzen, Fäulniss der Wurzeln bewirken und die nothwendige Circulation der Luft hemmen wird.

Wirklich kalt der Nässe wegen ist ein Boden blos im ersten Frühjahr, wo die ihm zukommende Wärme nicht genügt, um neben der Verdunstung des Wassers noch eine bedeutendere Erwärmung des Bodens zu erzielen. Hat aber solch eine feuchtliegende Ackererde überhaupt die Temperatur und den Trockenheitsgrad erlangt, dass erhaltene Wärme zur Erhöhung ihrer Temperatur verwendet wird, so ist sie nach kurzer Zeit wärmer als ein Boden, der trocken liegt. Dass aber diese Erwärmung später eintritt, ist Folge der grossen Wärmecapacität des Wassers wie des Gebundenwerdens der Wärme durch dessen Verdunstung. Damit stimmt auch die Wirkung des Drainirens nasser Böden, die Vegetation im Frühjahr eher erwachen zu lassen, überein.

Es ist also der Ausdruck „kalt“ in dieser Beziehung nur in gewissen Jahreszeiten giltig.

4. Demnach leiten nasse Böden, in deren Zwischenräumen der schlechte Leiter: Luft durch den besseren Leiter: Wasser ersetzt ist, die Wärme besser als trockene, und durch den Versuch wurde constatirt, dass die meisten Böden dieselbe auch besser als Wasser leiten; folglich ist dadurch auch festgestellt, dass die den Boden bildenden Materialien, vielleicht mit Ausnahme von sehr leichtem Humus, bessere Leiter sind als Wasser.

---

[1] Sendtner (Die Vegetationsverhältnisse des baierischen Waldes, München 1860) fand bei Temperaturbeobachtungen im baierischen Hochlande, dass bei Insolation der Filz (ein Sphagnetum) im Maximum wärmer, ohne Insolation kälter war, während das Minimum sowohl der Luft- als der Bodenwärme im Filz höher war als auf der Wiese.

[2] Auch Dr. Titschert hat diess gefunden.

Siehe die sämmtlichen Versuche mit nassen Böden und Eisenmoor.

Ein merkwürdiger Fall tritt ein bei der Erwärmung stehender Gewässer. Die vom Wasser stärker durchdrungene Bodenmasse an den Ufern wird sich mehr erwärmen, als das Wasser, welches sie einschliesst, und relativ noch höher als die an sie grenzende trockenere Bodenschichte. Auf den ersten Blick erscheint es sicher absurd, dass ein Gemisch zweier schlechter Leiter die Wärme besser leiten soll, als jeder von diesen. Es wird aber vollkommen erklärt dadurch, dass Luft, der schlechteste Leiter, die leeren Poren des trockeneren Bodens ausfüllt.

5. Die untersuchten Materialien, ihrer gefundenen relativen Wärmeleitungsfähigkeit nach in absteigender Folge geordnet, geben die Reihe:

1. Wasser,
2. grober Diluvialmischsand,
3. Diluvialmischsand feineren Kornes,
4. grober Quarzsand (Krystallsand),
5. Tertiärsand feineren Kornes,
6. Melmlehm,
7. Auelehm,
8. Glimmersand,
9. Melmmergel,
10. Kalksand,
11. (Luftfeuchter gemeiner Mergel,)
12. feinster Dolomitsand,
13. gemeiner Mergel (lufttrocken),
14. Sandmoor,
15. feinster Quarzstaub,
16. gröberer Dolomitsand,
17. Röth,
18. geschlämmte Porcellanerde,
19. Eisenmoor,
20. Luft,

sowie die nassen Böden, ebenso geordnet, die Reihe:

1. Tertiärsand,
2. feinster Quarzstaub,

3. gemeiner Mergel,
4. geschlämmte Porcellanerde,
5. Kalksand,
6. Röthboden, } fallen fast vollständig
7. gröberer Dolomitsand, } zusammen,
8. Wasser,
9. Eisenmoorboden,

wo jedoch dem groben Diluvialmischsande keine bestimmte Stelle zugewiesen werden kann.

Tabelle der verwendeten Bodenarten.

Bodenart und Fundort	Rückstand				Abgeschlämmt		Die trockene Füllung (1400 Ccm.) wog	Hielt Wasser
	3mm*)	2mm	1mm	0·5mm	im Ganzen	davon Sandkörnchen bei mikroskop. Betrachtung		
Grober Diluvialmischsand aus Diemitz	21·15%	31·03 %	26·16 %	19·27 %	2·39 %	circa 10%	3000 Grm.	210 Grm.
Porzellanerde fabriksmässig geschlämmt in Salzmünde	—	—	0·148	1·570	98 282	—	1460	780
Glimmersand vom Beidersee in Thüringen	—	—	0·22	86·98	12·8%	20	2250	—
Kalksand aus den Hirschensteinbrüchen bei Weimar	—	0·362	7·240	65·168	27·23	80	1910	710
Feiner Diluvialmischsand aus Diemitz .	—	—	0·17	97·01	2·72	10	2820	—
Grober Quarzsand aus den Knollensteingruben bei der steinernen Jungfrau zwischen Dölau und Lettin bei Halle	—	37·924	44·74	15·980	1·356	100	2790	—
Feinster Quarzstaub aus den Knollensteingruben bei der steinernen Jungfrau zwischen Dölau und Lettin bei Halle	—	—	0·58	59·10	40·32	100	2565	525
Tertiärsand aus der Dölauer Haide bei Halle	—	—	1·91	97·35	0·74	95	2970	450
Mehlmergel oberhalb Suderode nach dem Forsthause „Neue Schenke“ zu, von Herrn Prof. Kühn gesammelt .	—	0·57	0·51	31·996	66·924	50	2460	—

Bodenart und Fundort	Rückstand				Abgeschlämmt		Die trockene Füllung (1400 Ccm.) wog	Hielt Wasser
	3mm *)	2mm	1mm	0·5mm	im Ganzen	davon Sandkörnchen bei mikroskop. Betrachtung		
Melmlehm oberhalb Suderode nach dem Forsthause „Neue Schenke“ zu, von Herrn Prof. Kühn gesammelt . .	—	—	0·42	32·74	66·84	circa 50%	2270 Grm.	— Grm.
Auelehm von Gimritz bei Halle . . .	—	0·88	0·98	18·504	79·636	80	2300	—
Gröberer Dolomitsand oberhalb Kreuth (Baiern) bei der Klause von Herrn Prof. Kühn gesammelt	—	0·05	3·506	95·08	1·364	40	2650	630
Feinerer Dolomitsand oberhalb Kreuth (Baiern) bei der Klause von Herrn Prof. Kühn gesammelt	—	—	0·66	78·18	21·16	90	2580	—
Sandmoor vom „Haideschlösschen“ bei Halle	—	—	12·64	55·03	32·33	95	1870	—
Eisenmoor aus Thüringen	—	—	12·34	47·9	39·76	10	1100	910
Röthboden aus der Gegend von Suderode	—	—	2·6	19·166	78·234	50	2350	730
Gemeiner Mergel vom Profil vor der Abdeckerei bei Halle	—	—	16·292	51·902	31·806	50	2540	580

*) Diese Zahlen bedeuten die Maschenweite der Siebe, durch welche die in jeder Columne angegebenen Bodenmengen gefallen sind.

Bei den hier folgenden Versuchen mussten die Thermometer öfters gewechselt werden; in Folge dessen sind die Correctionen nicht immer dieselben.

29. Februar.

Wasser.

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer				Luft
		I	II	III	IV	
9h 20m Ab.	48·5°	8·2°	8·0°	8·0°	8·0°	8·1°C.
30	48·5	·4	·0	·2	·2	—
40	48·6	·6	·1	—	—	—
50	48·8	·8	·2	·3	—	—
10 —	49·0	9·5	—	—	—	—
10	48·3	10·1	—	—	—	—
20	48·5	·9	—	·4	·3	—
30	48·9	11·7	·3	—	—	—
40	48·4	12·6	·5	—	—	—
50	48·6	13·4	·6	—	—	—
11 —	48·2	14·2	·7	—	—	—
10	48·5	15·0	·8	—	—	—
20	48·2	·6	9·0	·5	—	8·6
30	48·0	16·2	·1	—	·4	—
40	48·5	·9	·3	—	—	—
50	48·0	17·5	·5	—	—	—
12 —	48·7	18·0	·7	·6	—	—
10	48·2	·4	·8	—	·5	—
20	48·8	·8	10·0	—	—	—
30	48·0	19·2	·3	·7	—	—
40	48·6	·7	·5	—	—	—
50	48·4	20·1	·8	·8	—	8·5
1 —	48·8	·4	11·0	—	—	—
10	48·1	·8	·1	—	—	—
20	48·3	21·1	·3	·9	—	—
30	48·0	·3	·4	—	—	—
40	49·0	·6	·6	—	·6	—
50	48·0	·8	·7	9·0	—	—
2 —	48·0	22·0	·8	—	—	—
10	48·9	·3	·9	·1	—	—
20	48·4	·5	12·0	—	·7	8·5
30	48·6	·6	·2	·2	—	—
40	48·3	·8	·3	·3	—	—
50	48·0	23·0	·5	·4	·8	—
3 —	49·1	·1	·6	—	—	—
10	49·0	·2	·7	.5	—	—
20	48·2	·4	·9	—	—	—
30	47·9	·6	13·0	·6	—	—
40	48·7	·7	·2	—	·9	—
50	48·0	·8	·3	·7	—	—

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer I	II	III	IV	Luft
4h —m	48·7	23·9	13·4	9·7	8·9	—
10	48·2	24·0	·5	·8	—	—
20	48·8	·1	·6	—	9·0	—
30	48·0	·2	·7	·9	—	—
40	49·3	·3	·8	10·0	—	8·5
50	48·1	·5	14·0	—	—	—
5 —	47·8	·5	·1	·1	—	—
10	48·0	·6	·2	—	·1	—
20	48·9	·7	·3	·2	—	—
30	47·8	—	·4	—	—	—
40	49·1	·8	·5	·3	·2	—
50	48·9	·9	·6	—	—	—
6 —	50·0	—	·7	·4	—	8·6
10	47·8	25·0	—	·5	—	—
20	47·9	—	·8	·6	·3	—
30	48·7	·1	·9	·7	—	—
40	48·6	—	—	—	—	—
50	48·2	—	15·0	·8	·4	—
7 —	48·7	·2	·1	—	—	8·7
10	49·1	—	—	·9	—	—
20	49·0	·3	·2	—	·5	—
30	48·0	—	—	—	—	—
40	49·3	·4	·3	11·0	—	—
50	48·2	—	·4	—	·6	—
8 —	47·8	·5	·5	·1	—	9·0
10	48·0	—	—	·2	—	—
20	48·9	·6	·6	—	·7	—
30	47·8	—	—	·3	—	—
40	49·1	·7	·7	—	—	—
50	48·9	—	—	—	—	—
9 —	50·0	—	·8	·4	·8	9·0
10	47·8	—	—	—	—	—
20	47·9	·8	·9	—	—	—
30	48·7	—	—	·5	—	—
40	48·6	—	16·0	—	·9	—
50	48·2	—	—	·6	—	—
10 —	48·7	·9	—	—	—	—
10	49·1	—	·1	—	—	8·9
20	49·0	—	—	—	—	—
30	48·0	—	—	·7	10·0	—
40	49·4	—	—	—	—	—
50	48·5	26·0	2	—	—	—

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer I	II	III	IV	Luft
11h — m	47·8°	26·0°	16·2°	11·7°	10·0°	8·6° C.
10	48·5	—	—	—	—	—
20	48·3	—	—	—	—	—
30	48·4	—	—	—	—	—
40	48·2	26·0	16·2	11·7	10·0	8·6
Corr.	48·2	26·0	16·2	11·7	10·0	8·8
Red.	39·4	17·2	7·4	2·9	1·2	—
für 40°		17·4	7·5	2·9	1·2	—

24. Februar.

Grober Diluvialmischsand.

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer I	II	III	IV	Luft
5h 10m Ab.	48·0°	8·1°	7·9°	7·5°	7·5°	7·0° C.
20	48·4	·3	—	—	—	—
30	48·1	9·0	—	·4	·4	—
40	49·2	10·0	—	—	—	—
50	48·0	11·3	—	—	—	—
6 —	48·3	12·5	—	—	—	—
10	48·2	13·6	—	·5	—	—
20	48·5	14·5	8·0	—	·5	—
30	48·5	15·3	·2	·6	—	—
40	48·0	16·1	·5	·7	—	—
50	48·0	·9	·8	—	—	—
7 —	48·0	17·5	9·0	·8	—	—
10	49·0	18·1	·3	·9	·6	8·0
20	48·5	·6	·6	8·0	—	—
30	48·7	19·1	·9	—	·7	—
40	48·8	·6	10·2	·1	—	—
50	48·5	20·0	·5	·2	·8	—
8 —	48·0	·4	·8	·3	—	7·7
10	48·0	·7	11·1	·4	·9	—
20	48·4	21·0	·3	·5	—	—
30	48·5	·3	·5	·6	8·0	—
40	48·3	·5	·8	·7	—	—
50	48·8	·7	12·0	·8	—	—

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer				Luft
		I	II	III	IV	
9h —m Ab.	48·1°	21·9°	12·2°	8·9°	8·1°	—° C.
10	49·0	22·0	·3	9·0	—	—
20	48·8	·2	·5	·1	·2	—
30	48·4	·4	·7	·2	—	—
40	48·7	·5	·8	—	—	—
50	48·5	·6	13·0	·3	·3	8·1
10 —	48·0	·8	·1	·4	—	—
10	48·0	·9	·2	·5	·4	—
20	48 3	23·0	·4	·6	—	—
30	48·8	·1	·5	·7	·5	—
40	48·2	·2	·6	·8	—	—
50	48·4	—	·7	—	—	—
11 —	48·6	·3	·8	·9	·6	8·5
10	48·9	·4	·9	10·0	—	—
20	48·0	·5	14·0	·1	·7	—
30	48·3	·6	·1	·2	—	—
40	48·2	·7	·2	—	·8	—
50	48·2	—	·3	·3	·9	8·6
12 —	48·0	·8	·4	·4	—	—
10	48·3	—	·5	·5	9·0	—
20	48·2	·9	—	—	·1	—
30	48·2	—	·6	·6	—	—
40	49·0	—	·7	—	·2	—
50	48·4	24·0	·8	·7	·3	—
1 —	48·2	—	—	—	—	—
10	48·0	·1	·9	·8	·4	—
20	48·0	—	—	·9	·5	—
30	48·2	—	15·0	—	—	—
40	48·3	·2	—	11·0	—	8·7
50	48·4	—	·1	—	·6	—
2 —	48·6	—	—	·1	—	—
10	49·0	—	—	—	—	—
20	49·0	—	—	—	—	—
30	49·0	—	—	—	—	—
40	48·4	—	—	—	—	8·8
50	48·5	24·2	15·1	11·1	9·6	—
Corr.	48·5	24·2	15·1	11·1	9·6	8·8
Red.	39·7	15·4	6·3	2·3	0·8	—
für	40·0	15·5	6·3	2·3	0·8	—

10. März.

Diluvialmischsand feineren Kornes.

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer				Luft
		I	II	III	IV	
5h —m	49·0°	7·8°	7·7°	7·7°	7·7°	7·4° C.
10	48·3	·8	—	—	—	—
20	48·7	8·3	—	—	—	—
30	48·6	9·2	—	—	·6	—
40	48·5	10·4	—	—	—	—
50	48·4	11·5	·8	—	—	—
6 —	49·0	12·6	·9	—	—	—
10	49·6	13·7	8·0	—	—	—
20	49·4	14·6	·2	—	—	—
30	48·7	15·3	·3	—	—	7·6
40	48·6	16·1	·5	—	—	—
50	48·6	·8	·7	·8	—	—
7 —	48·4	17·4	9·0	—	—	—
10	48·4	·9	·3	—	·7	—
20	48·9	18·4	·5	·9	—	—
30	49·0	·8	·8	—	·8	—
40	49·1	19·2	10·0	8·0	—	7·9
50	48·8	·6	·3	—	—	—
8 —	49·0	20·0	·5	·1	·9	—
10	49·0	·3	·7	—	—	—
20	48·7	·6	·9	·2	—	—
30	48·8	·9	11·2	·3	8·0	—
40	49·1	21·1	·4	—	—	—
50	49·0	·3	·5	·4	—	—
9 —	49·0	·5	·7	—	·1	8·0
10	48·9	·7	·9	·5	—	—
20	48·9	·9	12·0	·6	—	—
30	49·0	22·0	·2	·7	·2	—
40	49·0	·1	·3	·8	—	—
50	49·1	·3	·4	·9	—	—
10 —	49·2	·4	·5	9·0	·3	—
10	49·0	·5	·6	—	—	—
20	48·6	·6	·7	·1	—	—
30	48·9	·7	·8	—	·4	—
40	48·5	·8	·9	·2	—	8·1
50	49·3	·9	13·0	·3	—	—

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer				Luft
		I	II	III	IV	
11h —m	49·6°	22·9°	13·1°	9.3°	8·5°	—°C.
10	48·7	23·0	·2	·4	—	--
20	48·6	—	·3	·5	—	—
30	48·5	·1	—	—	—	—
40	48·6	—	·4	·6	—	—
50	48·7	·2	·5	—	·6	—
12 —	49·3	—	—	·7	—	8·5
10	48·5	—	·6	—	—	—
20	48·0	—	·7	·8	·7	—
30	48·5	—	—	—	—	—
40	48·5	·3	·8	·9	—	-
50	48·5	—	--	—	·8	—
1 —	48·5	—	·9	10·0	—	—
10	48·0	—	—	—	·9	—
20	48·0	—	—	—	—	—
30	48·3	·4	—	·1	—	—
40	48·5	—	14·0	—	9·0	8·7
50	48·6	—	—	—	—	
2 —	48·2	—	—	—	—	—
10	48·6	—	—	—	—	—
20	48·5	—	—	—	—	—
30	49·0	23·4	14·0	10·1	9·0	8·7
Corr.	48·4	23·4	13·9	10·1	9·0	8·7
Red.	39·7	14·7	5·2	1·4	0·3	—
für	40·0	14·8	5·2	1·4	0·3	—

26. April.

Grober Quarzsand (Krystallsand).

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer				Luft
		I	II	III	IV	
4h 50m	45·0°	12·1°	12·1°	12·0°	11·7°	13·4°C.
5 —	48·0	·2	—	—	—	—
10	49·0	·7	—	—	·8	13·2
20	53·8	13·5	—	—	·9	—
30	53·6	14·8	·2	—	—	—
40	53·4	16·1	·3	·1	12·0	—
50	54·0	17·3	·5	—	—	—

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer				Luft
		I	II	III	IV	
6ʰ —ᵐ Ab.	54·0	18·5	12·7	12·2	12·0	—
10	54·0	19·5	·9	·3	·1	13·4
20	54·0	20·4	13·2	·4	—	—
30	54·0	21·2	·5	·5	·2	—
40	53·4	·8	·8	·6	·3	—
50	58·8	22·4	14·1	·7	—	—
7 —	53·6	·9	·4	8	·4	—
10	53·9	23·3	·7	·9	—	13·6
20	54·0	·8	15·0	13·0	·5	—
30	54·0	24·2	·2	·1	·6	—
40	53·9	·5	·4	·2	—	—
50	54·0	·8	·6	·3	·7	—
8 —	54·0	25·1	·9	·4	—	13·0
10	54·0	·3	16·2	·5	·8	—
20	53·7	·6	·5	·6	—	—
30	53·9	·9	·7	·7	·9	—
40	54·1	26·1	17·0	·8	—	—
50	54·0	·3	·2	·9	13·0	—
9 —	53·6	·5	·4	14·0	—	—
10	53·9	·7	·5	·1	—	13·0
20	54·0	·9	·7	·2	·1	—
30	53·5	27·1	·9	·3	—	—
40	54·0	·2	18·0	·4	·2	13·0
50	53·8	·4	·1	—	—	—
10 —	53·9	·5	·2	.5	·3	—
10	53·0	·6	·3	—	—	—
20	53·5	—	·4	.6	·4	—
30	53·5	·7	·5	—	—	—
40	53·1	·8	—	·7	—	—
50	53·5	—	—	·8	—	13·2
11 —	53·2	—	·6	—	·5	—
10	53·2	·9	·7	·9	—	—
20	53·3	—	—	15·0	—	13·4
30	53·2	—	·8	—	—	—
40	53·4	—	—	—	·6	—
50	53·5	—	—	—	—	13·6
12 —	53·0	—	—	—	—	—
10	53·2	—	—	—	—	—
20	53·0	—	—	—	—	—
30	53·0	27·9	18·8	15·0	13·6	—
Corr.	53·2	27·9	18·5	15·0	13·9	13·4
Red.	39·8	14·5	5·1	1·6	0·5	—
für	40·0	14·6	5·1	1·6	0·5	—

11. März.

Tertiärsand feineren Kornes.

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer				Luft
		I	II	III	IV	
4h 50m Ab.	49·5°	7·8°	7·5°	7·5°	7·5°	7·0° C.
5 —	48·6	·8	—	—	—	—
10	48·0	8·3	—	—	·4	—
20	48·0	9·3	—	·4	—	—
30	48·6	10·3	—	—	—	7·4
40	48·5	11·4	·6	—	—	—
50	48·8	12·4	·8	—	—	—
6 —	48·7	13·4	·9	·5	—	—
10	48·3	14·3	8·1	—	—	7·7
20	48·0	15·2	·3	—	—	—
30	48·1	16·0	·6	—	·5	—
40	48·6	·6	·8	·6	—	—
50	48·6	17·2	9·0	—	·6	—
7 —	48·5	·7	·3	·7	—	—
10	48·8	18·1	·6	·8	—	—
20	48·3	·6	·9	·9	·7	—
30	48·0	19·0	10·1	8·0	—	—
40	48·5	·3	·3	—	—	—
50	48·6	·6	·6	·1	·8	7·7
8 —	48·3	·9	·8	—	—	—
10	48·0	20·2	11·0	·2	—	—
20	48·2	·5	·2	—	·9	—
30	48·2	·7	·4	·3	—	—
40	48·3	·8	·6	·4	8·0	—
50	48·0	21·0	·8	·5	—	—
9 —	48·7	·1	·9	·6	—	—
10	48·3	·3	12·1	·7	—	8·0
20	47·9	·4	·2	·8	·1	—
30	48·2	·5	·3	—	—	—
40	48·7	·7	·4	·9	—	—
50	48·6	·8	·5	9·0	·2	—
10 —	48·8	·9	·6	·1	—	—
10	48·3	22·0	·7	—	—	—
20	48·0	·1	·8	·2	·3	—
30	48·0	·2	·9	—	—	8·1
40	48·2	—	13·0	·3	·4	—
50	47·9	·3	·1	·4	—	—

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer I	II	III	IV	Luft
11h —m Ab.	48·5°	22·4°	13·2°	9·4°	8·4°	—° C.
10	48·0	·5	·3	·5	·5	—
20	48·3	—	—	·6	—	—
30	48·5	·6	·4	—	·6	8·2
40	48·6	—	—	·7	—	—
50	48·6	·7	·5	—	·7	—
12 —	47·9	—	—	·8	—	—
10	48·7	—	·6	—	—	—
20	48·1	—	—	—	—	—
30	48·2	—	—	·9	·8	—
40	48·0	—	·7	—	—	8·5
50	48·3	—	—	—	—	—
1 —	48·6	—	—	—	—	—
10	48·2	—	—	—	—	—
20	48·0	—	—	—	—	—
30	47·9	22·7	13·7	9·9	8·8	8·4
Corr.	48·3	22·7	13·6	9·9	8·8	8·4
Red.	39·9	14·3	5·2	1·5	0·4	—
für	40·0	14·3	5·2	1·5	0·4	—

14. März.

Melm-Lehm.

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer I	II	III	IV	Luft
8h 30m Ab.	48·8°	8·8°	8·5°	8·4°	8·4°	7·6° C.
40	48·5	·8	·4	·2	·2	—
50	49·0	9·1	·3	·1	·1	—
9 —	48·0	10·0	—	·0	·0	—
10	48·7	11·0	—	—	—	—
20	48·8	12·1	—	—	—	—
30	48·1	13·2	·4	—	—	—
40	48·0	14·2	·5	—	—	—
50	48·3	15·1	·6	—	—	—
10 —	48·6	·8	·8	—	—	7·5
10	48·2	16·4	9·0	—	—	—
20	48·6	17·0	·2	—	—	—
30	48·1	·6	·4	—	—	—
40	48·3	18·1	·6	8·1	—	—
50	48·7	·5	·9	—	—	—

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer I	II	III	IV	Luft
11ʰ —ᵐ Ab.	48·8°	18·9°	10·1°	8·2°	8·1°	—° C.
10	49·0	19·2	·3	—	—	—
20	48·3	·5	·5	·3	—	—
30	48·1	·8	·7	—	—	—
40	48·2	20·1	·9	.4	—	8·1
50	48·1	·4	11·1	—	—	—
12 —	48·2	·6	·3	·5	·2	—
10	48·8	·8	·4	—	—	—
20	48·9	·9	·5	·6	—	—
30	49·1	21·1	·7	—	—	—
40	48·7	·2	·8	·7	·3	—
50	48·4	·4	·9	·8	—	8·0
1 —	48·1	·5	12·1	·9	—	—
10	48·2	·6	·2	9·0	·4	—
20	48·9	·7	·3	·1	—	—
30	48·1	·8	·4	—	—	—
40	48·5	·9	·5	·2	—	—
50	48·7	22·0	·6	·3	·5	—
2 —	48·8	—	·7	—	—	—
10	48·9	·1	·8	·4	—	8·0
20	48·9	·2	·9	—	·6	—
30	48·5	·3	13·0	·5	—	—
40	48·5	—	—	—	—	—
50	48·7	·4	·1	·6	·7	—
3 —	48·7	·5	·2	—	—	7·9
10	48·7	—	—	—	—	—
20	48·7	—	—	·7	—	—
30	48·7	·6	·3	—	·8	—
40	48·9	—	—	—	—	—
50	48·2	—	—	—	—	—
4 —	48·7	—	—	—	—	—
10	48·9	—	—	—	—	—
20	48·4	22·6	13·3	9·7	8·8	8·0
Corr.	48·7	22·6	13·2	9·7	8·8	8·2
Red.	40·5	14·4	5·0	1·5	0·6	—
	40·0	14·2	4·9	1·5	0·6	—

12. März.

Aue-Lehm.

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer I	II	III	IV	Luft
6h 40m Ab.	48·7°	10·2°	10·2°	10·1°	10·1	8·0° C.
50	48·5	—	·0	·0	·0	—
7 —	49·2	·3	9·8	9·7	9·6	—
10	48·3	·6	·7	·6	·4	—
20	49·6	11·4	·6	·4	·3	8·3
30	48·7	12·2	·5	—	—	—
40	48·7	13·0	—	·3	·2	—
50	49·0	·7	—	·2	·1	—
8 -	48·9	14·4	·6	—	—	8·4
10	49·3	15·1	·8	—	—	—
20	48·6	·7	·9	·1	·0	—
30	48·6	16·4	10·0	—	—	—
40	47·8	17·0	·2	—	—	—
50	48·5	·5	·3	—	—	—
9 —	48·5	·9	·5	·2	—	—
10	48·5	18·3	·7	—	—	—
20	49·2	·7	·9	—	—	—
30	49·0	19·0	11·0	—	—	8·5
40	49·0	·3	·2	·3	·1	—
50	48·9	·6	·4	—	—	—
10 —	48·6	·8	·5	·4	—	—
10	49·1	20·1	·7	—	—	—
20	49·1	·3	·9	.5	—	—
30	49·3	·5	12·0	—	—	—
40	49·0	·8	·1	·6	—	—
50	49·4	21·0	·2	—	—	—
11 —	48·7	·2	·4	·7	·2	—
10	49·0	·3	·5	—	—	8·6
20	48·4	·5	·6	·8	-	—
30	48·7	·6	·7	—	—	—
40	49·1	·7	·8	·9	—	—
50	49·0	·8	13·0	—	—	—
12 —	49·0	·9	·1	10·0	—	8·9
10	49·1	22·0	·2	—	—	—
20	49·0	—	—	—	—	—
30	49·6	·1	·3	·1	—	—
40	49·0	·2	·4	—	—	—
50	49·4	·3	—	—	—	—

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer				Luft
		I	II	III	IV	
1h —m Ab.	48·8°	22·4°	13·5°	10·2°	9·3°	9·1° C.
10	49·2	—	·6	—	—	—
20	49·0	·5	·7	·3	—	—
30	48·8	—	—	—	—	—
40	48·7	—	—	—	—	—
50	49·0	—	—	—	—	—
2 —	49·0	—	—	—	—	—
10	49·1	22·5	13·7	10·3	9·3	9·1
Corr.	49·0	22·5	13·6	10·3	9·3	9·0
Red.	40·0	13·5	4·6	1·3	0·3	—

17. März.

Glimmersand von Beidersee.

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer				Luft
		I	II	III	IV	
5h 20m Ab.	49·6°	7·6°	7·1°	7·1°	7·1°	7·6° C.
30	49·3	—	—	—	—	—
40	48·7	·7	—	—	—	—
50	49·2	8·7	—	—	—	—
6 —	48·7	9·8	—	—	—	—
10	49·0	10·8	·2	—	—	—
20	48·8	11·9	·3	—	—	7·9
30	48.9	12·9	·5	—	—	—
40	48·5	13·8	·7	·2	·2	—
50	49·0	14·5	·9	—	—	—
7 —	48·2	15·2	8·1	·3	·3	8·1
10	48·5	·8	·3	—	—	—
20	48·8	16·4	·6	·4	·4	—
30	48·1	17·0	·8	·5	—	—
40	48·1	·5	9·1	·6	—	—
50	48·1	·9	·4	·7	·5	8·4

Zeit	Wärmequelle	Thermometer I	II	III	IV	Luft
8h —m Ab.	48·2°	18·3°	9·6°	7·8°	7·5°	—° C.
10	48·3	·6	.9	·9	—	—
20	48·2	·9	10·1	—	7·5	—
30	48·1	19·2	·3	8·0	hier zersprang das Thermometer	—
40	48·1	·4	·4	·1		—
50	48·9	·7	·7	—		—
9 —	48·3	·9	·9	·2	—	—
10	48·1	20·1	11·1	·3	—	8·5
20	49·0	·3	·2	·4	—	—
30	49·0	·5	·4	—	—	—
40	49·0	·7	·5	·5	—	—
50	49·0	·8	·6	·6	—	—
10 —	49·0	21·0	·8	·7	—	—
10	49·0	·1	·9	·8	—	—
20	48·9	·2	12·0	·9	—	—
30	48·7	·3	·2	9·0	—	—
40	49·0	·4	·3	·1	—	—
50	48·8	—	·4	·2	—	—
11 —	49·0	·5	·5	·3	—	—
10	48·6	·6	·6	·4	—	8·7
20	49·3	·7	·7	·5	—	—
30	48·7	—	·8	—	—	—
40	48·8	·8	·9	·6	—	—
50	49·0	—	13.0	·7	—	—
12 —	48·3	·9	—	—	—	—
10	48·9	—	·1	·8	—	9·0
20	49·1	22·0	·2	·9	—	—
30	49·5	·1	·3	—	—	—
40	48·7	—	—	—	—	—
50	48·8	·2	·4	10·0	—	—
1 —	48·9	—	—	—	—	9·1
10	49·2	—	—	—	—	—
20	48·2	—	—	—	—	—
30	48·6	—	—	—	—	—
40	48·8	22·2	13·4	10·0	—	9·4
Corr.	48·8	22·2	13·3	10·0	wahrscheinl. 9·2	9·0
Red.	39·8	13·2	4·3	1·0	0·2?	
für	40·0	13·3	4·3	1·0	0·2	

13. März.

Melm-Mergel.

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer I	II	III	IV	Luft
5h 10m Ab.	48·5°	8·0°	8·0°	8·0°	8·0°	7·3° C.
20	49·0	·0	—	—	7·9	—
30	47·9	·3	—	7·9	—	—
40	48·0	9·1	—	—	—	—
50	48·7	10·0	—	—	—	—
6 —	48·4	·8	—	—	—	—
10	48·5	11·7	—	—	·8	—
20	48·1	12·6	·1	—	—	—
30	48·8	13·6	·2	—	—	7·5
40	48·5	14·3	·3	·8	—	—
50	48·7	15·0	·5	—	—	—
7 —	48·1	·5	·7	—	—	—
10	48·0	16·1	·9	—	—	—
20	48·0	·7	9·0	·9	—	—
30	48·8	17·2	·2	—	—	7·6
40	48·3	·6	·4	8·0	·9	—
50	48·8	18·0	·6	—	—	—
8 —	47·9	·4	·8	·1	—	—
10	47·8	·7	10·0	—	—	—
20	48·0	·9	·2	·2	—	—
30	48·0	19·2	·4	—	8·0	—
40	48·7	·4	·6	·3	—	8·1
50	48·6	·6	·8	—	—	—
9 —	48·2	·8	11·0	·4	—	—
10	48·5	20·0	·1	·5	—	—
20	48·0	·2	·3	—	·1	—
30	48·6	·4	·4	·6	—	—
40	48·6	·6	·5	—	·2	8·0
50	48·3	·7	·7	·7	—	—
10 —	48·8	·8	·8	—	—	—
10	48·9	·9	·9	·8	·3	—
20	48·0	21·0	—	·9	—	—
30	48·0	—	12·0	9·0	—	—
40	48·4	·1	·1	·1	·4	—
50	48·5	·2	·2	·2	—	—
11 —	48·6	—	·3	·3	—	—
10	48·0	·3	·4	—	—	8·0
20	48·0	·4	·5	—	·5	—
30	48·8	·5	—	·4	—	—
40	48·0	—	·6	—	—	—
50	48·7	—	—	—	—	—

Zeit	Wärmequelle	Thermometer				Luft
		I	II	III	IV	
12h —m Ab.	48·0°	21·5°	12·6°	9·4°	8·5°	—° C.
10	48·2	—	—	—	—	—
20	48·0	—	—	—	—	—
30	48·5	21·5	12 6	9·4	8·5	8·0
Corr.	48·4	21·5	12·5	9·4	8·5	8·2
Red.	40·2	13.3	4·3	1·2	0·3	—
für	40·0	13·2	4·3	1·2	0·3	—

5. März.

Kalksand aus Weimar.

Zeit	Wärmequelle	Thermometer				Luft
		I	II	III	IV	
4h 30m Ab.	48·0°	7·0°	7·0°	7·0°	7·0°	6·6° C.
40	48·0	—	6·8	6·8	6·7	—
50	47·6	·1	—	·7	—	—
5—	47·6	·7	—	—	—	—
10	47·8	8·4	—	—	—	—
20	47·6	9·4	—	—	—	—
30	48·3	10·3	6·9	·8	·8	6·7
40	47·7	11·2	7·0	—	—	—
50	48·4	12·0	·1	—	—	—
6 —	48·5	12·9	·2	·9	·9	—
10	48·5	13·5	·3	—	—	
20	48·5	14·2	·5	7·0	—	—
30	47·9	·9	·7	—	7·0	7·5
40	48·4	15·3	·9	·1	—	—
50	48·4	·8	8·2	·2	—	—
7 —	47·6	16·2	·3	·3	·1	—
10	48·0	·6	·5	·4	—	7·9
20	47·8	17·0	·8	—	—	—
30	47·6	·3	·9	·5	·2	—
40	47·5	·7	9·1	—	—	—
50	47·8	·9	·2	·6	·3	—

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer				Luft
		I	II	III	IV	
8h —m Ab.	48·2°	18·2°	9·4°	7.6°	7·3°	—° C.
10	48·3	·4	·6	·7	—	—
20	48·3	·5	·8	·8	—	—
30	48·3	·8	10·0	—	·4	—
40	48·4	·9	·1	·9	—	7·6
50	48·6	19·1	·2	—	—	—
9 —	48·3	·3	·4	8·0	·5	—
10	48·3	·4	·5	—	--	—
20	48·3	·5	·7	·1	—	—
30	48·4	·7	·8	—	·6	—
40	48·6	·8	·9	·2	—	—
50	47·9	·9	11·0	—	—	—
10 —	48·0	20·0	·1	·3	·7	7·6
10	48·5	·1	·2	—	—	—
20	47·6	·2	·3	·4	·8	—
30	48·1	—	·4	—	—	—
40	48·2	·3	·5	·5	·9	—
50	48·5	—	·6	—	—	—
11 —	48·3	·4	·7	·6	—	7·7
10	48·0	-	·8	—	8·0	—
20	48·0	·5	—	·7	—	—
30	48·2	·6	·9	—	—	—
40	48·0	—	—	·8	—	—
50	48·1	·7	12·0	—	—	—
12 —	48·5	—	—	·9	—	7·7
10	48·0	—	·1	—	·1	—
20	47·9	·8	—	—	—	—
30	48·7	—	—	9·0	—	—
40	47·7	—	·2	—	—	—
50	48·6	—	—	—	—	—
1 —	47·7	—	—	—	—	—
10	48·6	—	—	—	—	—
20	47·6	—	—	—	—	—
30	48·6	—	—	—	—	—
40	47·9	—	—	—	—	—
50	48·0	20·8	12·2	9·0	8·1	7·7
Corr.	48·1	20·8	12·1	9·0	8·1	7·9
Red.	40·2	12·9	4·2	1·1	0·2	—
für	40·0	12·8	4·2	1·1	0·2	—

3. Mai.

Gemeiner Mergel (luftfeucht).

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer I	II	III	IV	Luft
6h 30m	52·5°	9·0°	9·0°	9·0°	8·7°	10·7° C.
40	52·5	·1	—	—	·8	—
50	52·1	·7	—	—	·9	—
7 —	52·5	10·9	·2	·1	9·0	—
10	52·5	12·0	·3	·2	·1	—
20	52·3	13·2	·5	·4	·2	11·2
30	52·6	14·4	·7	·5	·3	—
40	52·4	15·4	10·0	·6	·4	—
50	52·5	16·4	·2	·8	·5	11·4
8 —	52·5	17·4	·6	10·0	.7	—
10	52·5	18·3	·9	·1	.8	—
20	52·5	·9	11·2	·2	—	—
30	52·5	19·5	·5	·3	.9	—
40	52·4	20·1	·8	·4	10·0	—
50	52·5	·6	12·1	·5	—	11·7
9 —	52·7	21·1	·4	·6	·1	—
10	52·5	·6	·7	·7	·2	—
20	52·4	22·0	13·0	·9	·3	—
30	52·5	·3	·2	11·0	—	—
40	52·6	·7	·5	·1	·4	—
50	52·3	23·0	·8	·2	·5	12·3'
10 —	52·7	·2	14·0	·4	·6	—
10	52·7	·5	·2	·5	·7	—
20	52·7	·7	·4	·6	·8	12·4
30	52·4	·9	·6	·8	·9	—
40	52·7	24·0	·8	·9	11·0	—
50	52·6	·1	15·0	12·0	·1	12·3
11 —	52·7	·3	·1	·1	—	—
10	52·3	·4	·2	·2	·2	12·2
20	52·3	·6	·3	·3	·3	—
30	52·2	·7	·5	·4	—	—
40	52·7	·8	·6	·5	·4	—
50	52·3	·9	·8	·6	—	—
12 —	52·4	25·0	·9	·7	·5	12.3
10	52·5	—	—	·8	—	—
20	52·3	—	16·0	—	·6	—
30	52·3	—	·1	·9	—	11·7
40	52·6	—	·2	—	·7	—
50	52·5	—	·3	—	—	11.7

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer				Luft
		I	II	III	IV	
1h —°	52·4°	25·0°	16·4°	13·0°	11·7°	—°C.
10	52·2	—	·5	—	·8	—
20	52·2	—	—	—	—	11·4
30	52·3	—	—	—	—	—
40	52·4	—	—	—	—	—
50	52·5	—	—	—	—	—
2 —	52·7	25·0	16·5	13·0	11·8	11·4
Corr.	52·7	25·0	16·3	13·0	12·0	11·9
Red.	40·8	13·1	4·4	1·1	0·1	—
für	40·0	12·8	4·3	1·1	0·1	—

2. Mai.

Feinster Dolomitsand.

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer				Luft
		I	II	III	IV	
6h —m	51·5°	13·6°	13·3°	13·2°	13·0°	10·7°C.
10	51·6	·3	·2	·0	12·6	—
20	51·5	·1	·0	12·8	·3	—
30	51·7	·3	12·7	·6	·0	—
40	51·7	·7	·6	·5	11·9	11·4
50	51·4	14·5	·5	·4	·8	—
7 —	51·3	15·2	·4	·2	·7	11·7
10	51·4	16·0	—	·1	·6	—
20	51·4	·8	—	—	·5	—
30	51·4	17·6	·5	—	—	12·1
40	51·5	18·2	·6	—	—	—
50	51·5	·7	—	—	—	—
8 —	51·6	19·3	·7	—	—	—
10	51·5	·8	·9	—	—	—
20	51·5	20·2	13·1	—	—	—
30	51·5	·7	·2	—	—	12·1
40	51·4	21·2	·4	—	—	—
50	51·3	·6	·5	—	—	—

Zeit	Wärmequelle	Thermometer I	II	III	IV	Luft
9 —	51·3°	21·9°	13·7°	12·2°	11·5°	12·1° C.
10	51·3	22·2	·9	—	—	—
20	51·2	·5	14·0	·3	—	—
30	51·2	·8	·2	—	11·6	—
40	52·0	23·0	·3	·4	—	12.2
50	52·5	·1	·4	—	—	—
10 —	52·4	·3	·6	·5	—	—
10	52·5	·5	·7	—	·7	—
20	52·5	·7	·8	·6	—	—
30	52·6	·9	·9	—	—	—
40	52·7	24·0	15·0	·7	·8	—
50	52·5	·2	·1	—	—	—
11 —	52·5	·3	·2	·8	·9	12·1
10	52·5	·4	·3	—	—	—
20	52·6	·5	·4	·9	—	—
30	52·3	·6	·5	—	12·0	—
40	52·2	·7	—	13.0	—	—
50	52·3	·8	·6	—	—	12·3
12 —	52·2	—	·7	—	—	—
10	52·4	·9	·8	·1	—	—
20	52·5	—	·9	—	—	12·4
30	52·5	25·0	16·0	—	—	—
40	52·6	·1	·1	·2	·1	—
50	52·3	—	—	—	—	—
1 —	52·2	·2	·2	·3	—	12·3
10	52·4	—	·3	—	—	—
20	52·3	—	—	—	—	—
30	52·3	—	—	—	—	—
40	52·3	—	—	—	—	—
50	52·6	—	—	—	—	—
2 —	52·5	25·2	16·3	13·3	12·1	—
Corr.	52·4	25·2	16·1	13·3	12·3	12.4
Red.	40·0	12·8	3·7	0·9	—0·1	—

27. April.

Gemeiner Mergel (lufttrocken).

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer				Luft
		I	II	III	IV	
6h —m	53·5°	12·0°	11·8°	11·7°	11·5°	12·4° C.
10	52·9	—	—	—	—	—
20	52·9	·4	—	—	—	—
30	53·0	13·2	—	—	—	—
40	52·8	14·2	·9	·8	—	—
50	52·7	15·1	—	—	·6	—
7 —	53·1	16·0	12·1	·9	—	12·7
10	52·6	·9	·2	—	·7	—
20	53·0	17·8	·4	12·0	·8	—
30	53·0	18·5	·5	—	—	—
40	52·8	19·2	·7	·1	—	—
50	52·6	·8	13·0	—	·9	—
8 —	52·9	20·3	·2	·2	—	12·4
10	53·0	·8	·4	—	—	—
20	52·7	21·3	·7	·3	12·0	—
30	53·0	·7	·9	·4	—	—
40	53·0	22·1	14·1	·5	—	—
50	52·7	·4	·3	—	·1	—
9 —	52·8	·7	·5	·6	—	12·5
10	52·9	·9	·6	—	·2	—
20	52·5	23·1	·8	·7	—	—
30	52·7	·3	·9	·8	—	—
40	53·0	·5	15·1	—	·3	—
50	52·8	·7	·2	·9	—	—
10 —	52·7	·8	·3	13·0	—	12·6
10	52·9	24·0	·5	—	·4	—
20	52·9	·1	·6	·1	—	—
30	52·9	·3	·7	·2	·5	—
40	52·7	·4	·8	·3	—	—
50	52·8	·6	16·0	·4	—	—
11 —	53·0	·7	·1	—	·6	12·7
10	53·0	·8	·2	·5	—	—
20	53·0	—	·3	·6	—	—
30	52·8	·9	·5	—	·7	—
40	52·7	—	·6	·7	—	—
50	52·8	25·0	·7	—	—	—
12 —	53·0	—	·8	·8	·8	12·8
10	52·6	.1	—	—	—	—
20	52·9	.2	·9	·9	—	—
30	53·0	—	17·0	—	—	—
40	53·0	·3	·1	—	·9	—
50	52·6	—	·2	14·0	—	—

Zeit	Wärmequelle	Thermometer I	II	III	IV	Luft
1h —m	53·0°	25·3°	17·2°	14·0°	12·9°	12·8° C.
10	52·7	—	·3	—	—	—
20	53·0	—	—	—	—	—
30	52·8	—	—	—	—	—
40	53·0	—	—	—	—	—
50	53·0	—	—	—	—	—
2 —	53·0	25·3	17·3	14·0	12·9	12·8
Corr.	52·8	25·3	17·0	14·0	13·1	13·0
Red.	39·8	12·3	4·0	1·0	0·1	—
für	40·0	12·4	4·0	1·0	0·1	—

23. April.

Sandmoor.

Zeit	Wärmequelle	Thermometer I	II	III	IV	Luft
7h 10m Ab.	52·0°	11·3°	11·2°	11·0°	10·9°	11·7° C.
20	52·7	·4	—	—	—	—
30	52·5	·7	—	—	—	—
40	52·5	12·3	·3	—	—	—
50	52·7	13·0	—	·1	11·0	—
8 —	52·2	·9	—	—	—	11·7
10	52·0	14·7	·4	—	—	—
20	54·4	15·5	·5	·2	—	—
30	52·1	16·4	·6	—	—	—
40	52·5	17·2	·7	—	·1	—
50	52·5	18·0	·9	·3	—	—
9 —	52 5	·6	12·0	—	·2	12·3
10	52·7	19·2	·2	·4	—	—
20	52·7	·7	·4	—	·3	11·7
30	52·5	20·2	·6	·5	—	—
40	52·3	·7	·8	·6	·4	—
50	52·4	21·1	13·0	—	—	—

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer I	II	III	IV	Zeit
10h —m	52·4	21·4	13·2	11·7	11·5	—
10	52·3	·8	·4	—	—	12·3
20	52·6	22·1	·6	·8	·6	—
30	52·8	·4	·7	—	—	—
40	52·7	·6	·9	·9	·7	12·3
50	52·6	·8	14·1	12·0	—	—
11 —	52·6	23·0	·2	·1	·8	—
10	52·8	·2	·4	·2	—	—
20	52·9	.4	·6	·3	·9	—
30	52 5	·6	·7	—	—	12·3
40	52·4	·7	·8	·4	12·0	—
50	51·5	·9	·9	·5	—	—
12 —	52·7	24·0	15·0	—	—	—
10	52·4	·2	·2	·6	—	12·3
20	52·2	·3	·3	·7	·1	—
30	52·3	·4	·4	·8	—	—
40	52·3	·5	·5	·9	—	12·4
50	52·6	·6	·6	13·0	—	—
1 —	52·8	·7	·7	—	·2	—
10	52·5	—	·8	—	—	—
20	52·7	·8	·9	·1	·3	—
30	52·7	·9	16·0	—	—	12·4
40	52·5	25·0	—	—	—	—
50	52·6	—	·1	·2	—	—
2 —	52·5	—	—	—	·4	—
10	52·5	—	·2	—	—	12·5
20	52·5	—	—	—	—	—
30	52·2	—	—	—	—	—
40	52·4	—	—	—	—	—
50	52·5	—	—	—	—	—
3 —	52·5	25·0	16·2	13·2	12·4	12·6
Corr.	52·5	25·0	16·0	13·2	12·6	12·6
Red.	39·9	12·4	3·4	0·6	0·0	—
für	40·0	12·4	3·4	0·6	0·0	—

25. April.

Feinster Quarzstaub.

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer				Luft
		I	II	III	IV	
7h 10m	53·0	11·9	11·8	11·6	11·6	12·4
20	53·0	12·0	—	—	·5	—
30	53·0	·6	—	—	—	—
40	52·6	13·6	—	—	—	—
50	52·8	14·6	·9	—	—	—
8 —	52·7	15·5	12·0	·7	—	—
10	52·9	16·6	·1	—	—	12·2
20	53·0	17·7	·2	·8	·6	—
30	52·5	18·5	·4	—	—	—
40	52·8	19·2	·6	·9	·7	—
50	52·4	·8	·9	12·0	—	—
9 —	53·0	20·4	13·2	—	·8	—
10	53·0	·8	·4	·1	—	—
20	53·0	21·2	·7	—	·9	—
30	53·0	·7	·9	·2	—	12·4
40	52·6	22·0	14·1	·3	12·0	—
50	52·7	·4	·4	·4	—	—
10 —	53·0	·6	·6	·5	·1	—
10	53·0	·9	·8	·6	—	—
20	53·0	23·1	15·0	·7	—	—
30	52·8	·3	·2	—	·2	12·7
40	52·4	·6	·3	·8	—	—
50	52·6	·8	·5	·9	—	—
11 —	52·7	24·0	·7	13·0	·3	—
10	53·0	·1	·9	·1	—	—
20	53·0	·3	16·0	—	·4	—
30	52·8	·4	·1	·2	—	—
40	52·7	·5	·3	·3	·5	—
50	52·9	·6	·5	·4	—	—
12 —	52·6	·7	·7	·5	·6	12·5
10	52·8	·8	·9	·6	—	—
20	52·6	·9	17·0	—	·7	—
30	53·0	—	—	·7	—	—
40	53·0	25·0	·1	—	—	—
50	53·0	·1	·2	·8	·8	—

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer				Luft
		I	II	III	IV	
1 —	52·6°	25·1°	17·3°	13·9°	12·8°	12·6° C.
10	52·9	—	·4	—	—	—
20	52·8	—	—	14·0	·9	—
30	52·9	—	·5	—	—	—
40	52·5	—	—	—	—	—
50	52·6	—	—	—	—	—
2 —	52·8	—	—	—	—	—
10	53·0	—	—	—	—	—
20	52·9	25·1	17·5	14·0	12·9	12·5
Corr.	52·8	25·1	17·2	14·0	13·1	12·7
Red.	40·1	12·4	4·5	1·3	0·4	—
für	40·0	12·3	4·5	1·3	0·4	—

1. Mai.

Gröberer Dolomitsand.

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer				Luft
		I	II	III	IV	
6ʰ —ᵐ	50·0°	9·8°	9·6°	9·6°	9·4°	10·1° C.
10	49·1	—	—	—	—	—
20	50·2	·9	—	—	—	—
30	49·6	10·3	·7	—	—	—
40	50·1	11·0	—	—	—	—
50	51·4	·8	—	·7	—	—
7 —	51·6	12·5	·8	·8	·5	11·2
10	51·5	13·3	·9	—	—	—
20	51·5	14·1	10·0	·9	·6	—
30	51·6	·8	·1	10·0	—	—
40	51·6	15·5	·3	—	—	—
50	51·7	16·2	·5	·1	·7	—
8 —	51·6	·9	·7	—	—	—
10	51·7	17·5	·9	·2	—	—
20	51·5	18·0	11·1	—	·8	—
30	51·7	·4	·3	·3	—	10·3
40	51·5	·9	·5	—	—	—
50	51·5	19·3	·8	·4	·9	—

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer				Luft
		I	II	III	IV	
9h —m	51·7°	19·7°	12·0°	10·4°	9·9°	— °C.
10	51·6	20·0	·2	·5	—	11·2
20	51·7	·3	·3	·6	10·0	—
30	51·6	·6	·4	·7	—	—
40	51·4	·9	·6	·8	—	—
50	51·5	21·2	·8	·9	·1	10·3
10 —	51·7	·4	13·0	—	—	—
10	51·7	·6	·1	11·0	—	—
20	51·7	·8	·3	·1	·2	—
30	51·4	·9	·5	—	—	—
40	51·6	22·1	·6	·2	—	10·9
50	51·4	·2	·7	·3	·3	—
11 —	51·6	·3	·8	—	—	—
10	51·5	·4	·9	·4	—	—
20	51·7	·5	14·1	·5	·4	11·7
30	51·6	·7	·2	—	—	—
40	51·6	·8	·3	·6	·5	—
50	51·6	·9	·4	·7	—	—
12 —	51·6	23·0	·5	·8	·6	11·7
10	51·7	·1	·6	—	—	—
20	51·4	·2	·7	·9	·7	—
30	51·5	—	·8	12·0	—	—
40	51·6	·3	—	—	·8	11·4
50	51·6	·4	·9	·1	·9	—
1 —	51·7	·5	15·0	—	—	—
10	51·5	—	·1	·2	—	—
20	51·6	·6	·2	—	11·0	11·3
30	51·6	—	·3	—	—	—
40	51·5	·7	·4	—	—	—
50	51·4	—	—	·3	—	—
2 —	51·2	—	·5	—	·1	—
10	50·9	·8	—	—	—	—
20	51·4	—	—	—	—	11·5
30	51 5	—	—	—	—	—
40	51·4	—	—	—	—	—
50	51·5	—	—	—	—	—
3 —	51·7	23·8	15·5	12·3	11·1	11·5
Corr.	51·5	23·8	15·3	12·3	11·3	11·5
Red.	40·0	12·3	3·8	0·8	— 0·2	—

29. April.

Röth.

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer I	II	III	IV	Luft
6h 30m	52·5°	10·5°	10·3°	10·3°	10·0°	12·0° C.
40	52·5	·5	—	—	—	—
50	52·5	·7	—	—	—	—
7 —	52·5	11·2	·4	·2	—	—
10	51·8	·9	—	—	—	—
20	51·9	12·5	·5	·3	—	—
30	51·8	13·5	—	—	—	11·8
40	52·3	14·5	·6	·4	—	—
50	52·4	15·5	·8	—	·1	—
8 —	52·5	16·3	·9	·5	—	—
10	52·5	·9	11·2	—	—	—
20	52·5	17·5	·4	·6	·2	—
30	52·5	18·2	·6	·7	—	—
40	52·5	·8	·8	·8	·3	11·9
50	52·4	19·3	12·0	—	·4	—
9 —	52·4	·8	·2	·9	—	—
10	52·5	20·3	·4	11·0	·5	—
20	52·5	·7	·6	·1	—	—
30	52·5	21·1	·8	·2	·6	12·1
40	52.3	·5	13·1	·3	·7	—
50	52·3	·8	·3	·4	·8	—
10 —	52·3	22·2	·5	·5	·9	—
10	52·2	·4	·7	·6	11·0	—
20	52·3	·6	·9	·7	·1	—
30	52·4	·8	14·1	·8	—	11·7
40	52·3	23·0	·2	·9	·2	—
50	52·5	·1	·4	12·0	—	—
11 —	52·4	·2	·5	—	·3	11·6
10	52·2	·4	·6	·1	—	—
20	51·8	·5	·7	—	—	—
30	51·8	·6	·8	·2	·4	—
40	51·8	·7	·9	—	—	11·6
50	51·8	·8	15·0	·3	—	—
12 —	51·7	·9	—	—	·5	—
10	51·8	—	·1	·4	—	—
20	51·7	24·0	·2	—	—	—
30	51·9	—	·3	—	—	11·6
40	51·7	—	—	·5	—	—
50	51·6	—	·4	—	—	—

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer				Luft
		I	II	III	IV	
1h —m	51·5°	24·0°	15·4°	12·5°	11·5°	— ° C.
10	51·9	—	—	—	—	—
20	51·9	—	—	—	—	—
30	51·9	—	—	—	—	—
40	51·6	24·0	15·4	12·5	11·5	11·7
Corr.	51·8	24·0	15·2	12·5	11·8	
Red.	40·0	12·2	3·4	0·7	— 0·1	

26. Februar.

Geschlämmte Porzellanerde.

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer				Luft
		I	II	III	IV	
4h 40m	49·5°	8·6°	8·3°	7·9°	7·5°	—° C.
50	48·5	·8	—	·8	·6	8·1
5 —	48·9	·9	·2	—	·7	—
10	48·8	9·4	—	—	—	—
20	49·5	10·2	·3	·9	·8	—
30	49·0	·8	—	—	—	—
40	49·0	11·7	·4	8·0	·9	7·6
50	49·7	12·5	·5	—	—	—
6 —	49·8	13·3	·5	—	—	—
10	49·0	14·0	·6	—	—	—
20	49·0	·6	·7	·1	—	—
30	49·0	15·2	·8	—	8·0	—
40	49·5	·7	·9	—	—	—
50	49·2	16·1	9·0	·2	—	—
7 —	49·3	·5	·2	—	—	—
10	49·0	·9	·4	·3	—	—
20	49·5	17·2	·5	—	·1	—
30	49·7	·5	·7	·4	—	—
40	49·8	·8	·8	—	·2	—
50	49·2	18·1	10·0	·5	—	—
8 —	49·9	·3	·2	—	—	8·0
10	49·7	·5	·4	·6	—	—
20	49·1	·7	·5	—	·3	—
30	49·8	·9	·7	·7	—	—
40	49·8	19·0	·8	—	—	—
50	49·2	·2	·9	·8	·4	—

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer				Luft
		I	II	III	IV	
9h —m	49·3°	19·3°	11·0°	8·8°	8·4°	8·1° C.
10	49·4	·5	·1	·9	—	—
20	49·0	·6	·3	—	·5	—
30	49·8	·7	·4	9·0	—	—
40	49·9	·8	·5	—	—	—
50	49·5	·9	·6	·1	—	—
10 —	49·9	20·0	·7	·2	·6	8·2
10	49·5	—	·8	—	—	—
20	49·1	·1	·9	·3	—	—
30	49·7	·2	—	—	·7	—
40	49·4	—	12·0	·4	—	—
50	49·9	·3	·1	—	—	—
11 —	49·0	—	—	·5	·8	—
10	49·3	—	·2	—	—	—
20	49·5	·4	—	·6	·9	8·1
30	49·5	—	·3	—	—	—
40	49·0	—	—	—	—	—
50	49·0	·5	·4	·7	9·0	8·1
12 —	49·2	—	—	—	—	—
10	49·4	—	—	—	—	—
20	49·5	—	—	—	—	—
30	49·7	—	—	—	—	—
40	49·9	—	—	—	—	—
50	49·1	20·5	12·4	9·7	9·0	8·3
Corr.	49·1	20·5	12·3	9·7	9·0	8·3
Red.	40·8	12·2	4·0	1·4	0·7	
für	40·0	12·0	3·9	1·4	0·7	

22. April.

Eisenmoor.

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer				Luft
		I	II	III	IV	
5h 10m	53·7°	11·8°	11·4°	11·2°	10·9°	11·7° C.
20	52·0	—	—	—	—	—
30	50·8	—	—	—	—	—
40	51·1	12·0	—	—	—	—
50	51·1	·4	—	—	—	—

Zeit	Wärmequelle	Thermometer				Luft
		I	II	III	IV	
6h —m	51·0°	13·0°	11·5°	11·3°	10·9°	— °C.
10	52·5	·5	—	—	—	—
20	52·9	14·1	·6	—	11·0	—
30	52·3	·7	·7	·4	—	12·1
40	52·6	15·3	—	—	—	—
50	53·1	·9	·8	—	·1	—
7 —	52·3	16·5	·9	·5	—	12·7
10	52·6	17·1	12·0	—	—	—
20	52·1	·7	·1	·6	—	12·3
30	52·9	18·2	·2	—	·2	—
40	52·3	·7	·4	·7	—	12·7
50	52·9	19·1	·5	—	·3	—
8 —	52·7	·5	·6	·8	—	—
10	52·8	·9	·8	.9	·4	—
20	52·8	20·2	·9	—	—	—
30	52·4	·5	13·1	12·0	·5	12·3
40	52·2	·8	·2	—	—	—
50	52·3	21·1	·3	·1	·6	—
9 —	52·7	·4	·5	·2	—	12·7
10	52·7	·6	·6	—	·7	—
20	53·0	·8	·8	·3	—	—
30	52·4	22·0	·9	·4	·8	—
40	52·2	·2	14·0	·5	—	—
50	52·3	·4	·2	—	·9	—
10 —	52·6	·5	·3	·6	—	—
10	52·8	·6	·5	·7	—	12·2
20	53·0	·8	·6	—	12·0	—
30	52·5	·9	·7	·8	—	—
40	52·5	23·1	·8	—	·1	—
50	52·6	·2	·9	·9	—	—
11 —	52·9	·3	15·0	13·0	·2	12·4
10	52·2	·4	·1	·1	—	—
20	52·8	·5	·2	—	—	—
30	52·5	—	·3	·2	·3	—
40	52·6	·6	·4	·3	—	—
50	52·2	—	·5	—	—	12·5
12 —	52·8	·7	—	·4	·4	—
10	52·8	—	·6	—	—	—
20	52·9	·8	·7	—	—	—
30	52·1	—	—	—	—	—
40	52·0	·9	·8	·5	·5	—
50	52·6	—	—	—	—	12·9

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer I	II	III	IV	Luft
9h —m	49·3°	19·3°	11·0°	8·8°	8·4°	8·1° C.
10	49·4	·5	·1	·9	—	—
20	49·0	·6	·3	—	·5	—
30	49·8	·7	·4	9·0	—	—
40	49·9	·8	·5	—	—	—
50	49·5	·9	·6	·1	—	—
10 —	49·9	20·0	·7	·2	·6	8·2
10	49·5	—	·8	—	—	—
20	49·1	·1	·9	·3	—	—
30	49·7	·2	—	—	·7	—
40	49·4	—	12·0	·4	—	—
50	49·9	·3	·1	—	—	—
11 —	49·0	—	—	·5	·8	—
10	49·8	—	·2	—	—	—
20	49·5	·4	—	·6	·9	8·1
30	49·5	—	·3	—	—	—
40	49·0	—	—	—	—	—
50	49·0	·5	·4	·7	9·0	8·1
12 —	49·2	—	—	—	—	—
10	49·4	—	—	—	—	—
20	49·5	—	—	—	—	—
30	49·7	—	—	—	—	—
40	49·9	—	—	—	—	—
50	49·1	20·5	12·4	9·7	9·0	8·2
Corr.	49·1	20·5	12·3	9·7	9·0	8·
Red.	40·8	12·2	4·0	1·4	0·7	
für	40·0	12·0	3·9	1·4	0·7	

22. April.

Eisenmoor.

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer				Luft
		I	II	III	IV	
1h —m	52·1°	24·0°	15·8°	13·5°	12·5°	— °C.
10	52·5	—	—	—	—	—
20	52·1	—	—	—	—	—
30	52·3	—	—	—	—	—
40	52·5	—	—	—	—	—
50	52·0	24·0	15·8	13·5	12·5	13·1
Corr.	52·5	24·0	15·6	13·5	12·7	12·7
Red.	39·8	11·3	2·9	0·8	0·0	—
für	40·0	11·4	2·9	0·8	0·0	—

2. März.

Luft.

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer				Luft
		I	II	III	IV	
4h 30m	48·5°	8·0°	8·0°	8·0°	8·0°	—
40	48·5	9·5	—	7·6	7·5	—
50	47·6	10·4	·4	·7	·6	7·0° C.
5 —	48·4	11·4	·8	·9	·8	—
10	48·4	12·2	9·1	8·0	·9	—
20	48·7	13·1	·4	·2	8·0	—
30	48·6	·7	·8	·4	·1	—
40	48·7	14·3	10·0	·5	·2	—
50	48·5	·9	·3	·7	·3	—
6 —	48·0	15·2	·5	·8	—	—
10	48·6	·5	·7	·9	·4	7·2
20	48·6	·7	·8	9·0	·5	—
30	48·2	16·0	11·0	·1	·6	—
40	47·9	·3	·2	·2	—	—
50	48·0	·6	·4	·3	·7	—
7 —	48·0	·9	·6	·4	·8	—
10	48·6	17·2	·8	·6	—	—
20	48·7	·5	12·0	·7	·9	—
30	48·5	·7	·1	·8	9·0	—
40	48·8	·9	·2	·9	—	7·5
50	48·8	18·0	·3	—	·1	—

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer				Luft
		I	II	III	IV	
8ʰ —ᵐ	47·8°	18·1°	12·4°	10·0°	9·2°	— ° C.
10	49·0	·2	·5	·1	—	—
20	48·6	·3	·6	—	·3	—
30	48·1	—	—	·2	·4	—
40	48·0	·4	·7	—	—	—
50	48·0	·5	—	·3	·5	—
9 —	48·2	—	·8	—	—	8·0
10	48·1	—	—	—	—	—
20	48·2	—	—	—	—	—
30	48·2	—	—	—	—	—
40	48·5	—	—	—	—	—
50	48·7	18·5	12·8	10·3	9·5	7·9
Corr.	48·2	18·5	12·8	10·3	9·5	8·2
Red.	40·0	10·3	4·6	2·1	1·3	—

3. Juni.

Tertiärsand, nass.

Nasse Füllung 3420 Grm.
Trockene „ 2970 „
Wasser 450 Grm.

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer				Luft
		I	II	III	IV	
7ʰ 7ᵐ	56·0°	15·8°	16·5°	17·6°	18·3°	15·6° C
8 7	55·9	28·4	20·3	18·9	17·5	16·0
9 7	56·2	32·9	24·3	19·9	17·9	16·2
10 7	56·2	35·8	27·1	21·6	18·9	16·2
11 7	56·1	37·0	29·3	23·3	20·4	16·3
12 7	56·3	37·9	30·0	24·2	21·0	16·3
1 7	56·3	38·3	31·0	25·1	22·1	16·3
2 7	56·4	38·7	31·5	25·7	22·5	16·3
3 7	56·3	39·0	31·9	26·2	23·0	16·3
4 7	56·3	39·3	32·2	26·7	23·3	16·3
5 7	56·3	39·4	32·4	26·9	23·6	16·3
6 7	56·3	39·4	32·4	26·9	23·6	16·3
Corr.	56·3	39·4	31·6	26·9	24·0	16·3
Red.	40	23·1	15·3	10·6	7·7	—

10. Juni.

Feinster Quarzstaub, nass.

Nasse Füllung	3090 Grm.
Trockene „	2565 „
Wasser	525 Grm.

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer				Luft
		I	II	III	IV	
4ʰ 40ᵐ	58·0°	19·3°	19·2°	18·4°	18·0°	21·3° C.
5 40	58 3	32·2	21·9	19·0	18·1	18·3
6 40	57·9	36·7	25·6	21·3	19·0	17·9
7 40	57·8	38·5	29·2	23 1	20·2	17·9
8 40	57·9	39·7	30 6	24·6	21·6	17·9
9 40	57·9	40·3	31·7	25·6	22·4	17·9
10 40	57·9	41·0	32·7	26·5	23·2	17·9
11 40	57·9	41·0	33·1	27·2	23·9	17·9
12 40	57·9	41·0	33·1	27·2	23·9	17·9
Corr.	57·9	41·0	32·2	27·2	24.3	17·9
Red.	40·0	23·1	14·3	9·3	6·4	—

8. Juni.

Gemeiner Mergel, nass.

Nasse Füllung	3120 Grm.
Trockene „	2540 „
Wasser	580 Grm.

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer				Luft
		I	II	III	IV	
6ʰ 20ᵐ	58·6°	15·3°	15·1°	15·3°	15·0°	18·8° C.
7 20	56·8	28·5	18·2	15·8	15·3	17·0
8 20	57·4	34·0	22·5	17·6	16·1	17·3
9 20	57·5	36·2	25·5	19·7	17·1	17·4
10 20	57·4	38·3	27·7	21·4	18·3	17·4
11 20	57·4	38·7	29·4	22·7	19·7	17·4
12 20	57·4	39·1	30·1	23·6	20·5	17·4
1 20	57·4	39·5	30·7	24·4	21·2	17·4
2 20	57·4	40·0	31·3	25·0	21·9	17·4
3 20	57·4	40·4	31·7	25·6	22·3	17·4
4 20	57·4	40·5	32·1	25·9	22·6	17·4
5 20	57·4	40·5	32·1	25·9	22·6	17·4
Corr.	57·4	40·5	31·3	25·9	23·0	17·4
Red.	40·0	23·1	13·9	8·5	5·6	—

20. Juni.

Geschlämmte Porzellanerde, nass.

Nasse Füllung	2240 Grm.
Trockene „	1460 „
Wasser	780 Grm.

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer				Luft
		I	II	III	IV	
4h 10m	56·0°	13·9°	13·7°	13·6°	13·3°	15·8° C.
5 10	56·0	22·0	15·1	13·7	13·4	16·0
6 10	56·2	30·2	17·9	14·7	14·0	16·0
7 10	56·0	33·0	20·8	15·9	14·7	16·0
8 10	56·0	34·1	22·3	17·0	15·2	16·1
9 10	56·0	35·0	23·8	18·0	15·9	16·0
10 10	56·0	35·8	24·8	18·8	16·4	16·0
11 10	56·0	36·4	25·8	19·5	16·9	16·0
12 10	56·0	36·5	26·5	20·3	17·5	16·0
1 10	56·0	36·6	27·0	20·7	17·8	16·0
2 10	56·0	36·6	27·0	20·7	17·8	16·0
Corr.	56·0	36·6	26·4	20·7	18·1	16·0
Red.	40·0	20·6	10·4	4·7	2·1	--

12. Juni.

Kalksand, nass.

Nasse Füllung	2620 Grm.
Trockene „	1910 „
Wasser	710 Grm.

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer				Luft
		I	II	III	IV	
1h	57·9°	32·2°	39·8°	33·5°	23·5°	17·9° C.
2	57·2	35·0	34·6	30·5	23·5	17·9
3	57·7	37·9	31·7	27·5	23·5	17·9
4	57·9	38·2	30·9	26·2	23·1	17·9
5	57·9	38·2	30·5	25·8	22·9	17·9
6	57·9	38·2	30·0	25·2	22·3	17·9
7	57·9	38·2	29·7	24·6	21·9	17·9
8	57·9	38·2	29·7	24·3	21·8	17·9
9	57·9	38·2	29·7	24·3	21·8	17·9
Corr.	57·9	38·2	29·0	24·3	22·2	17·9
Red.	40·0	20·3	11·1	6·4	4·3	—

6. Juni.

Röthboden, nass.

Nasse Füllung	3080 Grm.
Trockene „	2350 „
Wasser	730 Grm.

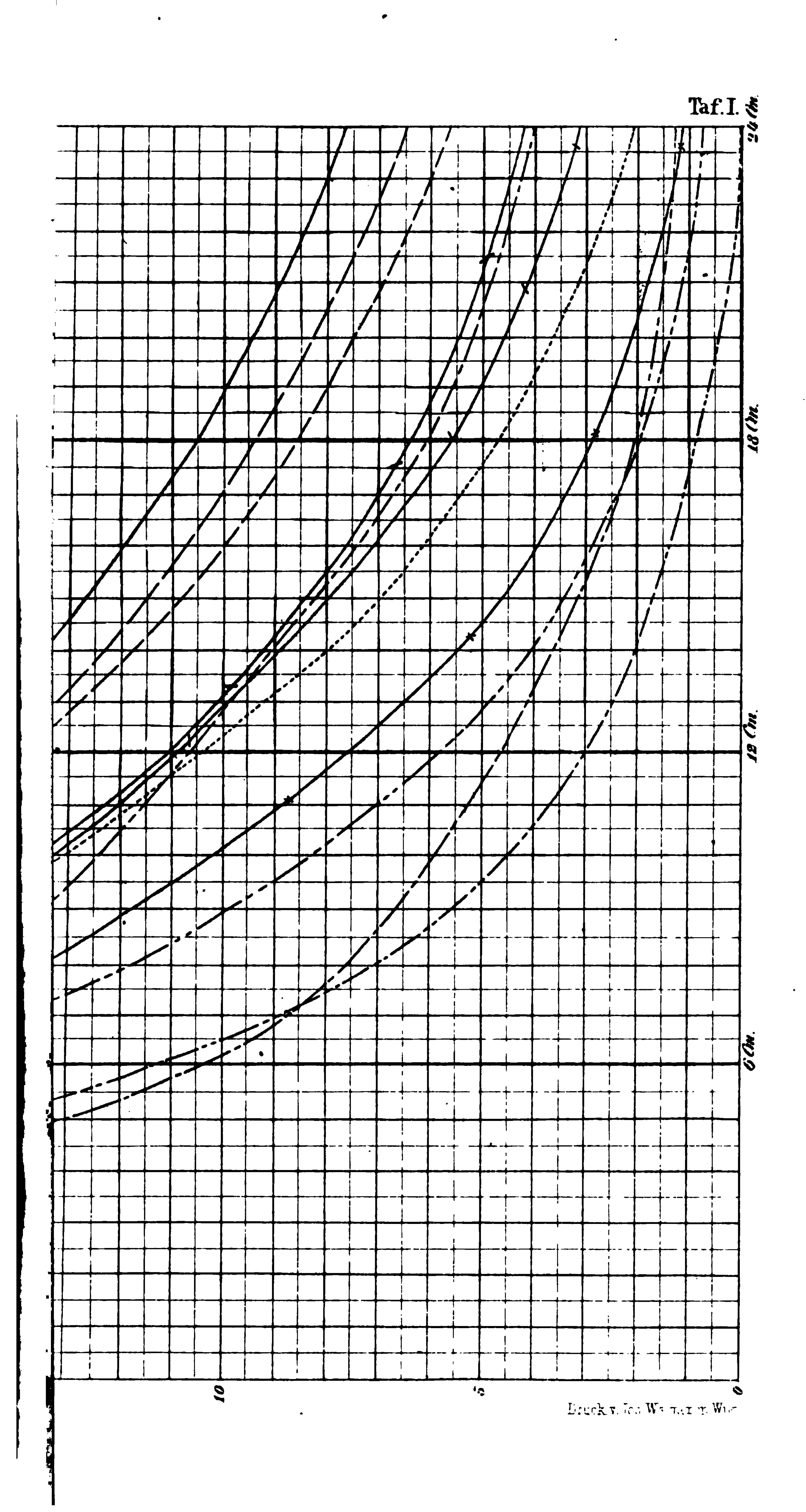
Zeit	Wärme-quelle	Thermometer				Luft
		I	II	III	IV	
4h 10m	56·4°	14·5°	14·5°	14·5°	14·5°	16·2° C.
5 10	56·3	23·0	15·3	14·6	14·4	16·0
6 10	56·4	29·7	18·9	15·5	14·9	16·2
7 10	56·4	31·9	21·5	16·8	15·4	16·4
8 10	56·2	33·5	23·1	17·9	16·0	16·3
9 10	56·2	34·4	24·4	19·0	16·8	16·4
10 10	56·4	35·4	25·2	20·5	17·5	16·2
11 10	56·4	35·9	26·4	21·6	18·1	16·4
12 10	56·4	36·2	27·6	21·9	18·7	16·4
1 10	56·4	36·3	27·9	22·0	19·0	16·4
2 10	56·4	36·4	28·0	22·0	19·1	16·4
3 10	56·4	36·4	28·0	22·0	19·1	16·4
Corr.	56·4	36·4	27·3	22·0	19·5	16·4
Red.	40·0	20·0	10·9	5·6	3·1	—

9. Juni.

Gröberer Dolomitsand, nass.

Nasse Füllung	3280 Grm.
Trockene „	2654 „
Wasser	626 Grm.

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer				Luft
		I	II	III	IV	
9h 30m	57·8°	15·8°	15·7°	15·8°	15·8°	17·3°
10 30	57·8	23·9	17·2	16·1	15·9	17·7
11 30	57·8	30·8	20·9	17·8	16·6	17·9
12 30	58·4	33·2	23·7	19·9	17·2	18·3
1 30	58·3	35·5	25·7	20·5	18·1	18·2
2 30	58·3	37·3	27·6	21·8	19·1	17·9
3 30	58·3	37·9	28·9	23·0	20·4	18·3
4 30	58·3	38·2	29·6	23·5	20·7	18·3
5 30	54·3	38·2	30·0	23·8	21·0	18·3
6 30	58·3	38·2	30·0	23·8	21·0	18·3
Corr.	58·3	38·2	29·2	23·8	21·4	18·3
Red.	40·0	19·9	10·9	5·5	3·1	—


Taf. I.
24 Cm.
18 Cm.
12 Cm.
6 Cm.
10
5
0

6. Juni.

Röthboden, nass.

Nasse Füllung	3080 Grm.
Trockene „	2350 „
Wasser	730 Grm.

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer				Luft
		I	II	III	IV	
4h 10m	56·4°	14·5°	14·5°	14·5°	14·5°	16·2° C.
5 10	56·3	23·0	15·3	14·6	14·4	16·0
6 10	56·4	29·7	18·9	15·5	14·9	16·2
7 10	56·4	31·9	21·5	16·8	15·4	16·4
8 10	56·2	33·5	23·1	17·9	16·0	16·3
9 10	56·2	34·4	24·4	19·0	16·8	16·4
10 10	56·4	35·4	25·2	20·5	17·5	16·2
11 10	56·4	35·9	26·4	21·6	18·1	16·4
12 10	56·4	36·2	27·6	21·9	18·7	16·4
1 10	56·4	36·3	27·9	22·0	19·0	16·4
2 10	56·4	36·4	28·0	22·0	19·1	16·4
3 10	56·4	36·4	28·0	22·0	19·1	16·4
Corr.	56·4	36·4	27·3	22·0	19·5	16·4
Red.	40·0	20·0	10·9	5·6	3·1	—

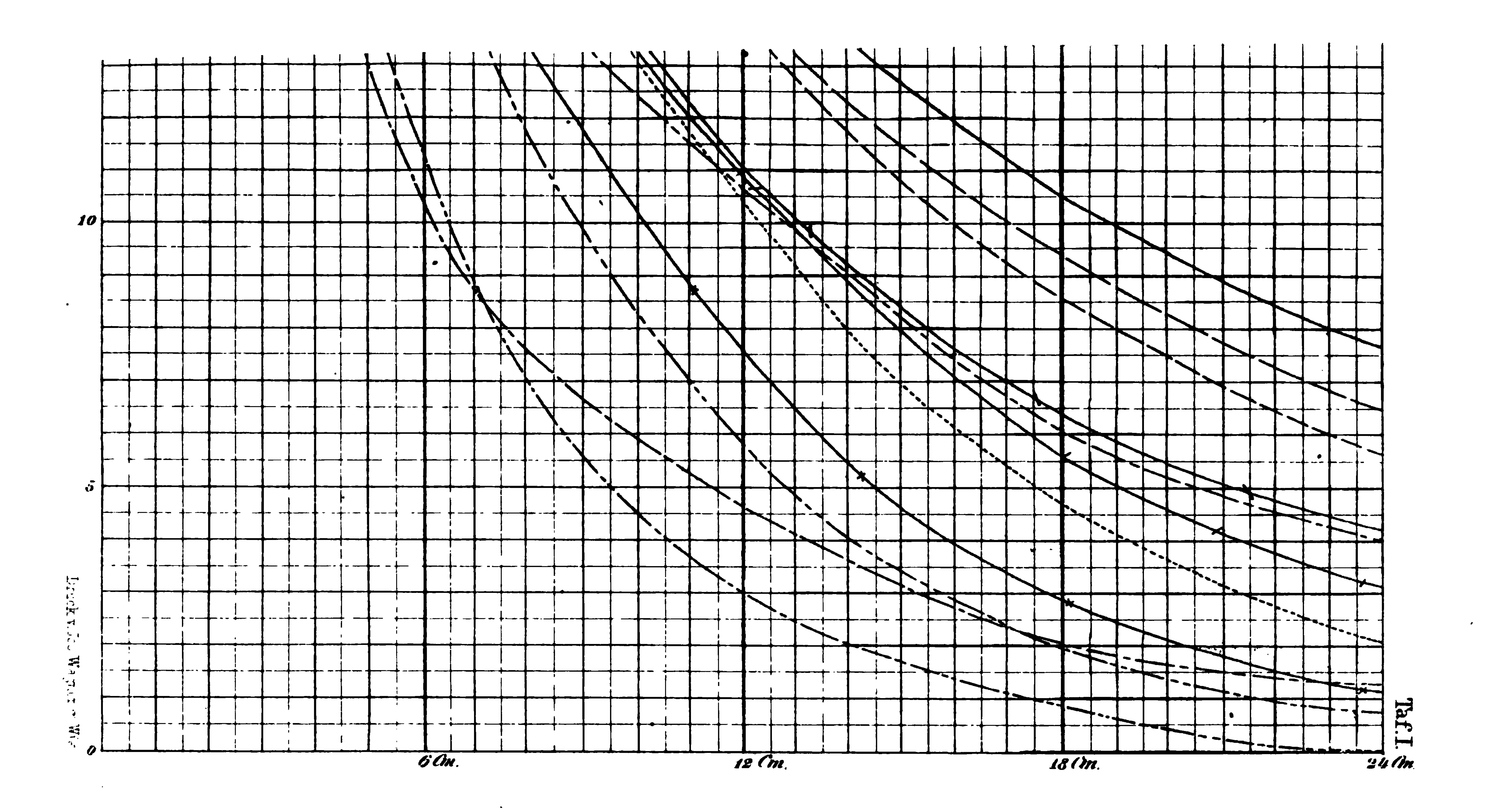
9. Juni.

Gröberer Dolomitsand, nass.

Nasse Füllung	3280 Grm.
Trockene „	2654 „
Wasser	626 Grm.

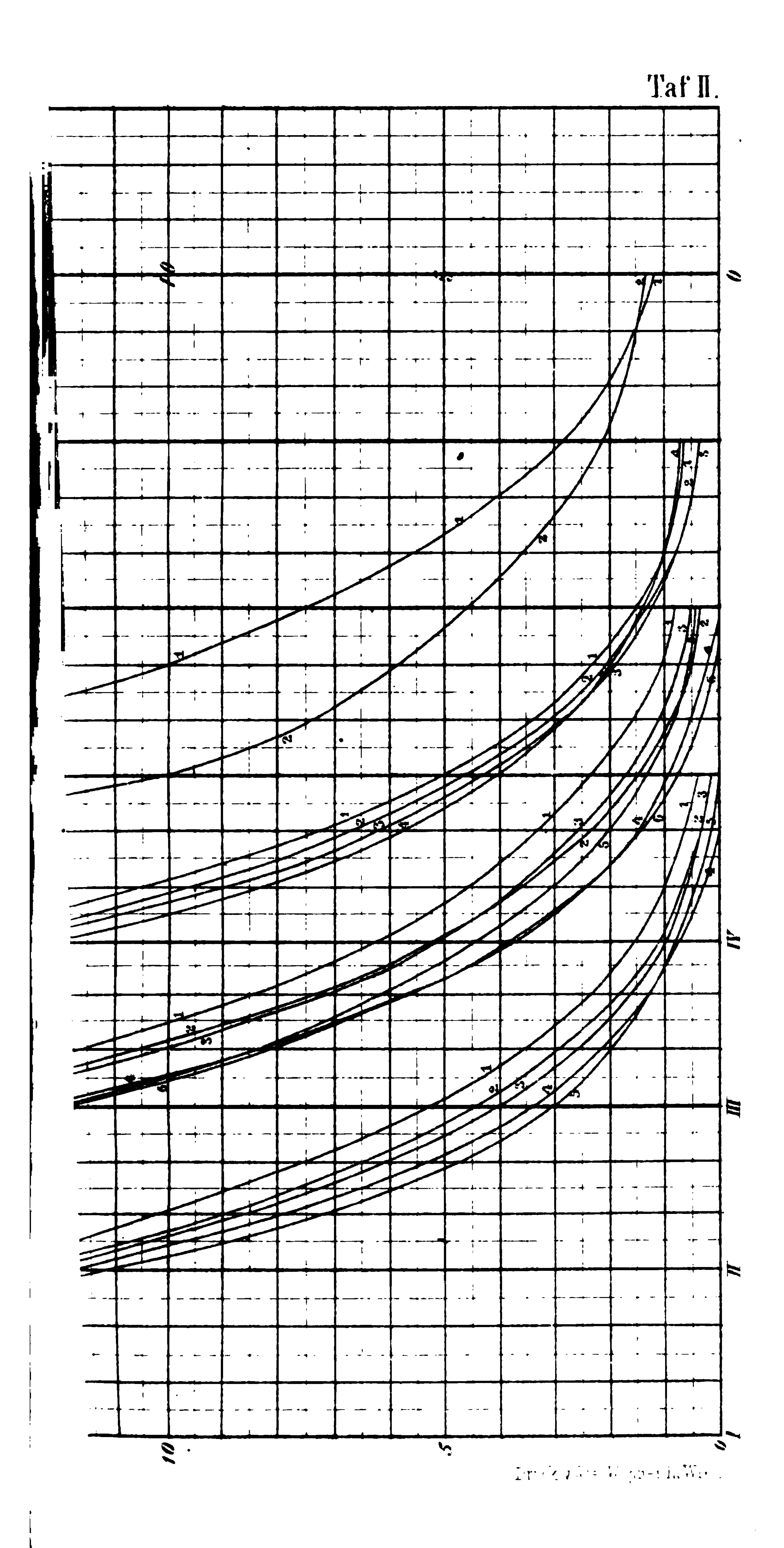
Zeit	Wärme-quelle	Thermometer				Luft
		I	II	III	IV	
9h 30m	57·8°	15·8°	15·7°	15·8°	15·8°	17·3° C.
10 30	57·8	23·9	17·2	16·1	15·9	17·7
11 30	57·8	30·8	20·9	17·8	16·6	17·9
12 30	58·4	33·2	23·7	19·9	17·2	18·3
1 30	58·3	35·5	25·7	20·5	18·1	18·2
2 30	58·3	37·3	27·6	21·8	19·1	17·9
3 30	58·3	37·9	28·9	23·0	20·4	18·3
4 30	58·3	38·2	29·6	23·5	20·7	18·3
5 30	54·3	38·2	30·0	23·8	21·0	18·3
6 30	58·3	38·2	30·0	23·8	21·0	18·3
Corr.	58·3	38·2	29·2	23·8	21·4	18·3
Red.	40·0	19·9	10·9	5·5	3·1	—

Taf. I.

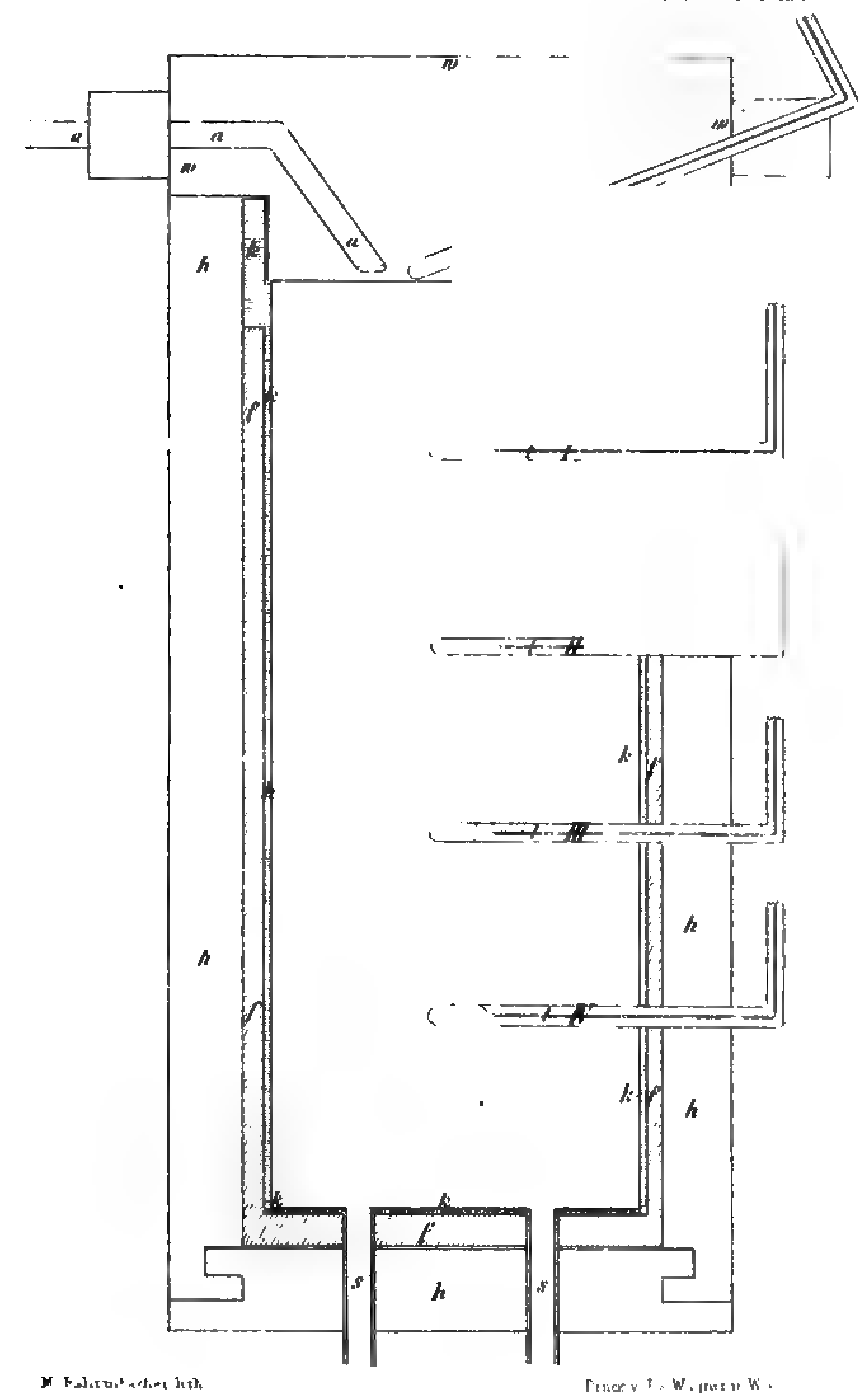


Druck v. Jos. Wagner in Wien

Taf II.



Dr. Arthur v. Littrow, Über die relative Wärmeleitungsfähigkeit verschiedener Bodenarten u. den betreffenden Einfluss des Wassers. Taf. III.



M. Fahrmbacher lith.

Druck v. J. S. Wagner in W.



22. Juni.

Eisenmoorboden, nass.

Nasse Füllung	2010 Grm.
Trockene „	1100 „
Wasser	910 Grm.

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer				Luft
		I	II	III	IV	
7h 30m	53·0°	14·2°	14·0°	14·0°	13·8°	16·0° C.
8 30	56·0	17·3	14·1	14·0	13·8	16·0
9 30	55·9	22·6	15·0	14·6	14·3	16·0
10 30	56·0	25·6	16·3	15·0	14·7	16·0
11 30	56·0	27·9	17·9	15·4	15·0	16·0
12 30	56·0	29·5	19·0	16·0	15·3	16·0
1 30	56·0	30·7	20·1	16·5	15·6	16·0
2 30	56·0	31·6	20·9	17·1	15·9	16·0
3 30	56·0	32·0	21·8	17·7	16·2	16·0
4 30	56·0	32·2	22·3	18·0	16·4	16·0
5 30	56·0	32·2	22·3	18·0	16·4	16·0
Corr.	56·0	32·2	21·8	18·0	16·7	16·0
Red.	40·0	16·2	5·8	2·0	0·7	—

12. Juni.

Grober Diluvial-Mischsand, nass.

Nasse Füllung	3210 Grm.
Trockene „	3000 „
Wasser	210 Grm.

Zeit	Wärme-quelle	Thermometer				Luft
		I	II	III	IV	
3h 30m	56·8°	16·6°	16·8°	16·8°	16·7°	16·0° C.
4 30	57·2	29·2	21·2	17·5	16·7	17 4
5 30	58·0	32·8	24·3	19·6	17·6	17·5
6 30	57·9	33·6	26·0	20·7	18·5	17·9
7 30	57·9	34·9	27·6	22·0	19·5	17·9
8 30	57·9	35·2	28·6	23·0	20·3	17·9
9 30	57·9	35·4	29·0	23·6	21·0	17·9
10 30	57·9	35·4	29·3	24·0	21.6	17·9
11 30	57·9	35·4	29·3	24·0	21·6	17·9
Corr.	57·9	35·4	28·6	24·0	22·0	17·9
Red.	40·0	17·5	10·7	6·1	4·1	—

II. SITZUNG VOM 14. JÄNNER 1875.

Der Secretär theilt Dankschreiben für akademische Publicationen mit: von der Lese- und Redehalle der deutschen Studenten zu Prag; von den Directionen des k. k. Realgymnasiums am Smichow in Prag und der Landes-Oberrealschule zu Prossnitz, und vom Curatorium der Stadtbibliothek zu Triest.

Derselbe legt ferner folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Über die beim Mischen von Schwefelsäure mit Wasser auftretenden Wärmen und Temperaturen im Zusammenhange mit den Molecularwärmen und Siedepunkten der dabei entstandenen Hydrate", von dem c. M. Herrn Prof. Dr. Leop. Pfaundler in Innsbruck.

„Die Entstehung relativ hoher Lufttemperaturen in der Mittelhöhe der Thalbecken der Alpen im Spätherbste und Winter", von dem c. M. Herrn Prof. Dr. A. Kerner in Innsbruck.

Herr Hofrath Dr. H. Hlasiwetz übergibt eine für den Anzeiger bestimmte Notiz über die Hauptresultate einer Fortsetzung der, in seinem Laboratorium 1871 von Dr. Weselsky begonnenen Untersuchung über einige Diazoverbindungen aus der Phenylreihe.

Herr Prof. Dr. Edm. Weiss berichtet über seine Beobachtung des Venusdurchganges vom 8. December 1874 in Jassy.

Herr Regierungsrath Dr. Th. R. v. Oppolzer überreicht eine Abhandlung, betitelt: „Beobachtung des Venusdurchganges (1874, December 8) in Jassy und Bestimmung der geographischen Breite des Beobachtungsortes."

Herr Ministerialrath G. Wex gibt in einem längeren Vortrage weitere Nachweisungen über die Wasserabnahme in Flüssen und Quellen.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift (nebst Anzeigen-Blatt). 13. Jahrgang, Nr. 2. Wien, 1875; 8°.

Arneth, Alfred Ritter von, Maria Theresia und der siebenjährige Krieg. I. & II. Band. Wien, 1875; 8°.

Battaglini, Nicolò, Sul manuale del regno di Dalmazia (Anni 1871—1874) del Luigi Maschek. Venezia, 1873; gr. 8°.

Becker, Lothar, Der Bauerntabak (*Nicotiana rustica* L.), eine Pflanze der alten Welt. Breslau, 1875; 8°.

Bertelli, P. D. Timoteo, Osservazioni microsismiche fatte al collegio alla Querce presso Firenze nell' anno meteorico 1873. Roma, 1874; 4°.

Feistmantel, Ottokar, Die Versteinerungen der Böhmischen Kohlengebirgsablagerungen etc. 1.—3. Lieferung. Cassel, 1874; 4°.

Fornasini, Luigi, Sul Colera. Brescia, 1874; 12°.

Garbich, Beiträge zur Theorie und Praxis der Deviationen des Compasses auf eisernen Schiffen. Wien, 1874; gr. 8°.

Genocchi, A., Intorno ad alcune lettere del Lagrange. Torino, 1874; 8°.

Gesellschaft, österr., für Meteorologie: Zeitschrift. IX. Band, Nr. 24; X. Band, Nr. 1. Wien, 1874 & 1875; 4°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXXVI. Jahrgang. Nr. 2. Wien, 1875; 4°.

Handelmann, Heinrich, Vorgeschichtliche Steindenkmäler in Schleswig-Holstein. 3. Heft. Kiel, 1874; 4°.

Landbote, Der steirische: 8. Jahrgang, Nr. 1. Graz, 1874; 4°.

Luvini, Giovanni, Del Dieteroscopio. 2da communicazione. Torino, 1874; 8°.

Montigny, Ch., Nouvelles recherches sur la fréquence de la scintillation des étoiles etc. Bruxelles, 1874; 8°.

Mortillet, G. de, Notes sur le Précurseur de l'homme. Paris, 1873; gr. 8°.

Nature. Nr. 271. Vol. XI. London, 1875; 4°.

Observatorio de Marina de San Fernando: Anales. Seccion 2a. Observaciones meteorológicas. Anno 1873. San Fernando, 1874; 4°.

„Revue politique et littéraire“ et „Revue scientifique de la France et de l'étranger“. IVe Année, 2me Série, Nr. 28; Paris, 1875; 4°.

Reception of Dr. Benjamin Gould by his Fellow-Citizens of Boston and Vicinity. Boston, 1874; 8°.

Regel, E., *Descriptiones plantarum novarum et minus cognitarum in regionibus Turkestanicis a Cl. P. et O. Fedschenko, Korolkow, Kuschakewicz et Krause collectis. gr. 8.*

Reichsforstverein, österr.: Österr. Monatsschrift für Forstwesen. XXIV. Band. Jahrgang 1874. December-Heft. XXV. Band. Jahrgang 1875. Jänner-Heft. Wien; 8°.

Société Botanique de France: Bulletin. Tome XXI. 1874. Revue bibliographique. D. Paris; 8°.

Tommasi, D., Action of Ammonia on Phenyl-Chloracetamide and Cresyl-Chloracetamide. — Action of Benzyl Chloride on Laurel Camphor *(Laurus Camphora)*. — On a New Method of preparing Toluene. 8°.

Topsöe, Haldor, Beiträge zur krystallographischen Kenntniss der Salze der sogenannten seltenen Erd-Metalle. Stockholm, 1874; 8°.

Trafford, F. W. C., Amphiorama, ou la vue du monde des montagnes de La Spezia. Zürich, 1874; 8°.

Verein, Naturwissenschaftlicher, zu Magdeburg: Abhandlungen. Heft 5. Magdeburg, 1874; 8°. — IV. Jahresbericht. Magdeburg, 1874; 8°.

Wiener Medizin. Wochenschrift. XXV. Jahrgang, Nr. 2. Wien, 1875; 4°.

Zeitschrift des österr. Ingenieur- & Architekten-Vereins. XXVI. Jahrgang, 17. Heft. Wien, 1874; 4°.

Über die beim Mischen von Schwefelsäure mit Wasser auftretenden Wärmen und Temperaturen im Zusammenhang mit den Molecularwärmen und Siedepunkten der dabei entstandenen Hydrate.

Von dem c. M. L. Pfaundler.

(Mit 1 Tafel.)

Vorbemerkungen.

Über diesen Gegenstand sind schon mehrere Arbeiten veröffentlicht worden. Ich erwähne die Untersuchungen von Abria[1], Hess 1840[2], Hess 1842[3], Graham[4], Favre et Silbermann[5], Jul. Thomsen 1853[6], Saint Claire Deville[7], Favre et Quaillard[8], dann meine eigenen von 1869[9], dann C. Marignac[10], endlich Jul. Thomsen 1870[11].

In wie weit die Resultate der früheren dieser Arbeiten von einander differiren, habe ich in meiner eben citirten Untersuchung vom Jahre 1869 gezeigt und durch eine graphische Zusammenstellung übersichtlich dargestellt. Seitdem sind nun die citirten neueren Messungen von J. Thomsen erschienen, deren

---

[1] Annal. der Chem. und Phys. 76, S. 162.

[2] Poggendorff's Ann. B. 50, S. 385.

[3] „ „ B. 56, S. 463.

[4] Im Auszuge in den Annalen der Chem. u. Phys. 52, S. 178.

[5] Annales de Chim. et de Phys. 1853, 3. Serie, 37.

[6] Poggendorffs Ann. B. 88, S. 349 und B. 90, S. 260; Annalen d. Chemie 88, S. 144 (Jahrg. 1853).

[7] Compt. rend. L. 534 und 584, im Auszuge: Jahresber. üb. d. Fortschr. d. Ch. 1860, S. 32.

[8] Compt. rend. L. 1150, im Auszuge: Jahresb. üb. d. Fortschr. d. Ch. 1860, S. 33.

[9] Festschrift zur 43. Naturforscherversammlung in Innsbruck 1869.

[10] Archives des sciences publiques et naturelles V. 36, p. 326 (mir leider nicht zugänglich gewesen).

[11] Berichte der deutsch. chem. Ges. Bd. 3 (1870), S. 496.

Resultate von den meinigen so weit abweichen, dass ich mich dadurch aufgefordert sehen musste, die letzteren zu wiederholen; und zwar um so mehr, als ich von diesen Resultaten in dieser, sowie in einer nächstens zu veröffentlichenden Abhandlung Gebrauch zu machen hatte.

Wie ich im Folgenden zeigen will, hat die Revision meiner älteren und die Anstellung neuer mit grösster Sorgfalt ausgeführter Messungen mir keine erheblich anderen Werthe geliefert. Da auch Jul. Thomsen für seine Werthe den Anspruch grosser Genauigkeit erhebt, so bin ich hiedurch veranlasst, die Methode und Berechnungsweise meiner Versuche ausführlich mitzutheilen, um hiedurch eine Schätzung des erreichten Genauigkeitsgrades zu ermöglichen. Da ferner meine frühere Abhandlung in der citirten Festschrift wenig Verbreitung gefunden haben dürfte, so werde ich nicht anstehen, Manches dort Mitgetheilte hier zu wiederholen.

Methode der Messungen.

Da die directe Mischung von SH_2O_4 mit 1, 2 und mehreren Molecülen H_2O nicht ohne stürmische Reaction vor sich geht und die Wärmecapacität der entstehenden Mischung jedesmal eine andere ist, so umgeht man, wie auch Thomsen gethan, die aus diesen beiden Umständen hervorgehenden Übelstände, indem man nicht direct die diesen Reactionen entsprechenden Wärmemengen, sondern die Complemente derselben zu einer Wärmemenge W_n misst, die beim Verdünnen von SH_2O_4 auf ein sehr hohes Hydrat ($SH_2O_4.nH_2O$) von stets gleicher Zusammensetzung, dessen Wärmecapacität nur Einmal bestimmt zu werden braucht, frei wird.

Ich nenne also W_1, W_2, W_3 ... die Wärmemengen, welche bei den Reactionen $SH_2O_4+H_2O$, $SH_2O_4+2H_2O$, $SH_2O_4+3H_2O$ ... frei werden. Die dadurch entstandenen Mischungen entwickeln beim weitern Verdünnen auf ($SH_2O_4+nH_2O$) die Wärmemengen w_1, w_2, w_3 ..... Man hat dann: $W_1=W_n-w_1$, $W_2=W_n-w_2$, $W_3=W_n-w_3$ ....

Die Wahl des hohen Hydrates ist innerhalb gewisser Grenzen gleichgiltig. Nimmt man es zu hoch, so werden die zu messenden Temperaturerhöhungen zu klein, um genaue Werthe zu geben,

nimmt man es zu nieder, so ist die Temperaturerhöhung zu gross, und der Einfluss der Fehler im Mischungsverhältniss zu bedeutend. Ich wählte das Hydrat $SH_2O_4 . 119H_2O = SO_3 . 120H_2O$ (Thomsen benützte $SO_3 100H_2O$).

Vor Allem war nun die Wärmecapacität dieses Gemisches zu bestimmen. Vier Versuche durch Abkühlen zum Siedepunkte des Wassers erhitzter Kupferblechstücke in gleichen Mengen Wassers einerseits und des Hydrates $SO_3 120H_2O$ andererseits, wobei nach der von mir beschriebenen Methode[1] verfahren und berechnet wurde, ergaben im Mittel für die Capacität zwischen 10° und 20° C.

$$C = 0.9676.$$

Sieben weitere Versuche mittelst eines grossen thermometerartigen, mit Quecksilber gefüllten Gefässes, dessen Quecksilberfaden im Moment des Eintauchens an eine bestimmte Marke reichte, und das ebenfalls abwechselnd in Wasser und in das zu untersuchende Hydrat getaucht wurde, ergaben den Werth:

$$C = 0.9658.$$

Mit Rücksicht auf die Gewichtszahlen 4 und 7 erhält man im Mittel den Werth:

$C = 0.9663$, welcher beibehalten wurde.

Als später von Marignac und Thomsen Werthe der Wärmecapacität verdünnter Schwefelsäure bekannt wurden, konnte aus diesen durch Interpolation eine neue Controle gefunden werden.

Ich berechnete aus Marignac's Zahlen

$$C = 0.9585$$

ferner aus Thomsens:

$$C = 0.9602.$$

Endlich kann annähernd diese Wärmecapacität aus denen der Bestandtheile berechnet werden, was um so weniger fehlerhaft ausfallen wird, als das dabei gewählte Hydrat kein zu niederes ist. Fasst man $SO_3 120H_2O$ auf als Mischung von $SO_3 3H_2O$ mit $117H_2O$ und nimmt für $SO_3 3H_2O$ die von mir gefundene Cap. $= 0.474$, so berechnet sich daraus

$$C = 0.9685.$$

---

[1] Diese Berichte Bd. LIV, II. Abth. Juliheft.

Der von mir adoptirte Werth 0.966 differirt von dem aus Thomsens Zahlen abgeleiteten um 6 pro mille, und eben so gross kann die aus dieser Ursache stammende Differenz zwischen Thomsens und meinen Versuchen werden.

Die Berechnung des Wasserwerthes der übrigen Materialien des Calorimeters, des Rührers und des Thermometers geschah auf die gewöhnliche Weise. Dieser Wasserwerth beträgt bei meinen Versuchen selten mehr als 1 Procent des Gesammtwasserwerthes, ja bei den genauesten, entscheidenden Versuchen nur circa $^1/_3$ Procent oder 3 pro mille. Es könnte also aus dieser Berechnung selbst bei vollständiger Vernachlässigung der ganzen Grösse kein grösserer Fehler im Resultate hervorgehen.

Was die Ausführung der Mischversuche selbst betrifft, so wurde folgendermassen verfahren. Die zu mischende Säure (von welcher bis zu 140 Gramm in Anwendung kamen) wurde in eine Glaskugel mit so dünnen Wänden als nur möglich eingefüllt und nach dem Zuschmelzen des dünnen Stielchens gewogen. Das Glas war zuvor ebenfalls gewogen worden. Nun wurde das Calorimetergefäss auf die Schale einer grösseren Waage gestellt und mit so viel Wasser gefüllt, dass beim Vermischen das Hydrat $SO_3 120\, H_2O$ resultiren musste, hierauf die Kugel und der Rührer in das Wasser versenkt und nun zur Ausgleichung der Temperatur über Nacht in einem Locale mit möglichst constanter Temperatur stehen gelassen. Anderen Tages wurde zuerst die Waage nochmals zum Schwingen gebracht, das verdampfte Wasser durch daneben gestandenes ersetzt und nun an dem hineingestellten Thermometer nach einigem Umrühren die Temperatur abgelesen. Hierauf wurde die Kugel zerbrochen, rasch umgerührt und das nach wenigen Secunden wieder constant gewordene Thermometer abgelesen. Es versteht sich, dass bei den Wägungen auf den Gewichtsverlust in der Luft Rücksicht genommen wurde.

Der durch die Wägungen hervorgebrachte Fehler ist dann allen andern gegenüber absolut nicht in Betracht kommend.

Am wichtigsten sind dagegen die möglichen Fehler des Thermometers und der Zusammensetzung des Hydrates, auf welche ich nun eingehen will.

Die Fehler des Thermometers suchte ich möglichst zu eliminiren und zwar erstens dadurch, dass ich deren mehrere abwechselnd oder zugleich anwendete, zweitens durch eine sorgfältige Kalibration und Vergleichung derselben. Ich benützte folgende Instrumente:

1. Ein Quecksilberthermometer von Fastré in Paris mit willkürlicher Theilung, von deren Theilen nahe 15 auf 1° gingen, Wasserwerth = 0.61.

2. Ein Quecksilberthermometer von Dr. Geissler in $^1/_{10}$ Grade Cels. getheilt, Wasserwerth 0.063.

3. Ein Quecksilberthermometer wie voriges.

4. Ein Quecksilberthermometer von Dr. Geissler mit besonders feinem Faden in $^1/_{50}{}^0$ Cels. getheilt, Wasserwerth 0.29.

5. Ein Quecksilberthermometer von Dr. Geissler mit grösserem Gefäss und dickerem Faden in $^1/_{10}{}^0$ getheilt, Wasserwerth 0.68.

6. Ein Quecksilberthermometer wie voriges.

7. Ein Normalthermometer von Dr. Geissler in $^1/_{10}{}^0$ getheilt, Wasserwerth 0.40.

8. Ein Normalthermometer von Fastré mit willkührlicher Skala, circa 5 Theile auf 1° C. mit grossem Gefäss.

Die beiden Normalthermometer wurden zunächst auf folgende Weise kalibrirt. Ein Faden von 50° Länge wurde von 0° aufwärts und von 100° abwärts eingestellt und so die wahre Mitte für 50° aus einer Anzahl von Versuchspaaren ermittelt. Hierauf wurde ebenso der wahre Punkt für 25°, d. i. jene Stelle gesucht, welcher $^1/_4$ des zwischen 0 und 100° liegenden Volums zukommt. Diese Daten zusammen mit den oft wiederholten Nullpunkts- und Siedepunktsbestimmungen lieferten nun die Fundamentalpunkte für die andern Thermometer, deren Theile nicht bis 100°, sondern nur bis über 30° reichten. Man hat dann nur mehr nöthig, das Kaliber zwischen 0° und 25° nach einer der gebräuchlichen Methoden zu prüfen.

Ich halte diese directe Bestimmung des 25° Punktes für das beste Mittel, die absolute Grösse der Grade eines feinen Thermometers in dem Intervall 0—25 zu ermitteln.

Eine Reihe sorgfältiger Vergleichungen in Bädern mit langsam ansteigender Temperatur gab dann weitere Mittel, die

Genauigkeit der Instrumente und namentlich deren gleichbleibende wiederholte Einstellung bei gleicher Temperatur zu prüfen, wobei sich mir neuerdings die Erfahrung bestätigte, dass Instrumente mit dickeren Fäden und grösserem Gefäss viel sicherere Messungen gestatten, als solche mit dünnen Fäden.

Eine Correction der Thermometerablesungen wegen der Differenz zwischen Quecksilber- und Luftthermometer habe ich nicht vorgenommen, einmal weil diese durch die Differenzrechnung zum grössten Theile ohnehin eliminirt wird, dann weil solche ohne Kenntniss des Ausdehnungscoefficienten der Glassorte nicht genau ausführbar wäre.

Trotz aller Vorsicht ist man nicht im Stande, bei der Messung der Temperaturen Fehler von je 1 bis 2 Hundertel zu vermeiden, so dass die Temperaturdifferenz möglicherweise beim einzelnen Versuche um 4 Hundertel gefehlt werden kann. Dieser Fehler hat verhältnissmässig mehr Einfluss bei geringer Temperaturerhöhung, also bei den höheren Hydraten. Beim ersten Hydrate, d. h. bei SH_2O_4 — und auf dieses beziehen sich die entscheidenden Versuche — betrug die Temperaturerhöhung etwas über 8 Grade, der Fehler also möglicherweise 5 pro mille. Wäre er aber auch noch etwas höher, so muss man doch zugeben, dass ein aus 21 guten Versuchen — und so viele wurden auf dieses Hydrat allein verwendet — abgeleiteter Mittelwerth mindestens den angegebenen Grad der Genauigkeit sicher erreichen wird.

Ich komme nun zur Herstellung der Hydrate und ihrer Prüfung. Das Monohydrat lässt sich nur dadurch herstellen, dass man wasserfreie Säure in reiner destillirter Säure in solcher Menge auflöst, dass eine mehr als 100procentige [1] Säure entsteht und dann diese durch Vermischen mit solcher unter 100 Procent auf den richtigen Gehalt bringt. So erhaltene Säure von 100 oder noch etwas weniger Procenten raucht an der Luft, weil sie

---

[1] Wenn hier und in der Folge von einer über 100percentigen Säure die Rede ist, so heisst das natürlich nicht, dass 100 Theile der Flüssigkeit mehr als 100 Theile Monohydrat enthalten, sondern dass sie so viel wasserfreie Säure enthalte, dass diese auf Monohydrat verdünnt, den angegebenen Überschuss über 100% gibt. Die Berechnung der Titriranalysen führt auf solche Zahlen.

schon bei gewöhnlicher Temperatur etwas dissociirt ist.[1] Es wäre also unstatthaft, aus dem Rauchen auf einen Gehalt über 100 Procent zu schliessen. Da solche Säure sehr begierig Wasser anzieht, so muss Mischversuch und Analyse gleich nach einander gemacht werden. Ich füllte daher stets zugleich mit den grossen Kugeln für den Mischversuch mehrere kleinere für die Analyse, indem ich die vorher gewogenen Kugeln mit abwärts gekehrtem Stiel in das die Säure enthaltende Glas tauchte und das Ganze unter den Recipienten der Luftpumpe stellte. Nach vorsichtigem Auspumpen bis auf einige Centimeter Druck und noch vorsichtigerem Einströmenlassen der Luft füllen sich alle Kugeln zugleich mit ein und derselben Flüssigkeit, welche durch sofortiges Zuschmelzen der Stielchen vor Wasseraufnahme gesichert wird.

Die Analysen selbst wurden mittelst Bürette und Lakmus auf folgende Weise ausgeführt. Zwei gleich grosse Kolben werden mit einer gleichen Menge von schwach alkalischer (weinrother) Lakmuslösung beschickt und diese in dem einen Kolben *A* mittelst des Säuretitres auf das charakteristische Zwiebelroth gebracht. Nun wird in den Kolben *A* das die Säure enthaltende Kügelchen und eine solche Menge gewogenen reinen, geglühten kohlensauren Natrons gebracht, dass dieses jedenfalls zur Sättigung der Säure mehr als ausreicht. Mittelst eines Glasstabes wird das Stielchen abgebrochen, dann mittelst eines aufgesetzten Korkes mit eingesetzter krummer Glasröhre abwechselnd schwach Luft ausgesaugt und eingedrückt. Man erreicht dadurch eine allmälige Vermischung der Säure und vermeidet jede stürmische Gasentwicklung. Endlich wird das Glaskügelchen ganz zerschlagen und die Flüssigkeit zum Sieden erhitzt. Gleichzeitig wird in dem anderen Kolben *B* mit ungefähr gleichen Gewichtsmengen Säure und Soda ganz dieselbe Procedur ausgeführt. Es geschieht diess desshalb gleichzeitig, weil sich die Färbung nach einiger Zeit ändert. Nun wird die Flüssigkeit im Kolben *B* übertitrirt und liefert so die Vergleichsflüssigkeit, nach deren Färbung man sich richtet, indem man die Titrirung im Kolben *A* vollendet. Hat man auch darauf geachtet, dass beiden Kolben gleichviel

[1] Siehe unter Anderem meine Abhandlung „Über die Dissociation der flüssigen Schwefelsäure“ etc. Zeitschrift für Ch. u. Ph., Jahrgang 1870, S. 66.

Waschwasser zugefügt wurde, so lässt die Methode sehr genaue Resultate zu. Der Titre enthielt soviel Säure, dass ein Kubikcentimeter gerade 1 Centigramm kohlensaures Natron neutralisirte. Da $^1/_{10}$ Kubikcentimeter noch ganz genau abgelesen und auch an der Färbung meist noch erkannt werden konnte, so entsprach es einer Wägung des kohlensauren Natrons auf 1 Milligramm. Hat man so viel von der Säure genommen, dass ungefähr 10 Gramm kohlensauren Natrons gebraucht wurden, so entspricht diess einer Sicherheit auf $^1/_{100}$%. Mit Rücksicht auf die andern Fehler beim Wägen der Säure und des Natrons mag die Sicherheit auf einige Hundertel Procente, mindestens auf $^1/_{10}$% geschätzt werden, und in der That stimmten die Analysen derselben Substanz auf soviel überein. Auch hier ist der Gewichtsverlust der Säure und des kohlensauren Natrons in der Luft zu berücksichtigen. Man erhält hiebei eine Correction von —0.012% bis —0.016%, wenn der Procentgehalt der Säure 100 bis 50% beträgt.

Es soll nun ermittelt werden, wie gross der Fehler in den Wärmemengen werden kann, der aus einem Fehler der Gehaltsbestimmung von $^1/_{10}$ Procent hervorgeht. Die Curve der Wärmemengen steigt am raschesten im Anfange und zwar so, dass 1 Gramm Monohydrat (100%) nahe eine halbe Wärmeeinheit entwickelt, wenn es auf 99.9% verdünnt wird. Da nun die von 1 Gramm Monohydrat beim Verdünnen auf SO_3 120 H_2O entwickelte Wärmemenge = 180.5 gefunden wurde, so entspricht dies einem Fehler von etwas mehr als $^1/_4$% im Resultat. Ein Analysenfehler von 0.1% kann also ungünstigenfalls einen Fehler des Resultats von $^1/_4$ Procent hervorbringen.

Ich schätze also die durch die verschiedenen Ursachen erzeugten möglichen Fehler im Resultate folgendermassen:

1. Fehler in der Capacität des Gemisches höchstens 6 pro mille.
2. „ im übrigen Wasserwerthe . . . . . . 1 „ „
3. „ von der Wägung der Säure u. des Wassers verschwindend.
4. „ vom Thermometer . . . . 5 pro mille.
5. „ der Analyse. . . . . 3 „ „

Im allerungünstigsten Falle, wenn alle Fehler sich addiren . . . . 15 pro mille oder 1.5%.

Bei den höheren Hydraten, wo die Temperaturerhöhung kleiner ist, wird der Fehler Nr. 4 grösser und kann bis 20 pro mille steigen, dafür sinkt der Fehler von Nr. 5 auf ein Minimum herab.

Specielle Untersuchung der Wärmemenge, welche das Monohydrat beim Verdünnen auf $SO_3 120 H_2O$ entwickelt.

Diese Wärmemenge muss desshalb mit besonderer Sorgfalt gemessen werden, weil sie der Berechnung aller übrigen zu Grunde liegt. Eine weitere Veranlassung dazu bietet der Umstand, dass meine früheren Werthe von denen Thomsens nahezu um eine constante Grösse abweichen, was sich am leichtesten durch eine unrichtige Bestimmung der in Rede stehenden Wärmemenge erklären liesse.

Da es nun nicht möglich ist, eine Säure von ganz genau 100% herzustellen, und schon eine Abweichung von 0.01% das Resultat um $^1/_4$% beeinflusst, so schlug ich folgenden zwar mühsamen, aber wie mir scheint, einzig sicheren Weg ein. Ich stellte sieben Mischungen dar, deren Procentgehalte zwischen 99.30 und 100.56% lagen und bestimmte in 21 sorgfältigen Versuchen die Wärmemengen, welche beim Verdünnen auf $SH_2O_4 . 119 H_2O$ entwickelt wurden. Diese Werthe wurden als Ordinaten einer Curve betrachtet, deren Abscissen dem Procentgehalt entsprachen. Mittelst der Methode der kleinsten Quadrate wurde jene Curve berechnet, welche sich diesen Beobachtungen am engsten anschloss und die Ordinate dieser Curve für $x = 100$ wurde als der definitive Werth angesehen. Man könnte gegen dieses Verfahren nur die eine Einwendung machen, dass die Werthe für Procente über 100 nicht unmittelbar mit denen unter 100 zusammengestellt werden dürfen, da bei ersteren wasserfreie Säure mit ins Spiel komme, deren Wärmeentwickelung gleich viel bedeutender sei, so dass also die Curve bei 100 abgeknickt erscheinen müsste. Allein das ist aus dem Grunde nicht der Fall, weil, wie ich oben erwähnt, auch Säure unter 100 Procent bereits wasserfreie Säure enthält, deren Gehalt stetig bis über den 100 Procentpunkt steigt. Ich habe mich auch überzeugt, dass kein wesentlich anderes Resultat herauskommt, wenn man nur die Versuche mit Säure unter 100 Procent zur Interpolation benützt

oder für die über 100 Procent die auf wasserfreie Säure bezüglichen Werthe in Rechnung bringt. Das Procentintervall ist eben zu klein, um solche Unterschiede hier hervortreten zu lassen, wesshalb auch als Curve eine Gerade in Anwendung kommt. Das Resultat dieser Rechnung ist:

W_{119} per Gramm SH_2O_4 = 180.506 ± 0.305
per Molecül „ = 17689.588 ± 29.890

± 0.305 und ± 29.890 sind die wahrscheinlichen Fehler dieser Bestimmung, wie sie sich aus der bekannten Formel

$$a \pm 0.6745 \sqrt{\frac{\Sigma v^2}{n\,(n-m)}}$$

berechnen liessen.

Für die folgenden Rechnungen wurde demnach der Werth . . . . 180.51 angenommen.

Früher hatte ich für dieselbe Grösse gefunden 181.16

Differenz = 0.65.

Die nachstehende Tabelle (Seite 11) enthält die Details der Messungs- und Rechnungsresultate und erfordert wohl keine nähere Erklärung. Es sei nur erwähnt, dass für die Berechnung der Wasserwerthe der Glaskugel und des messingenen Calorimeters die specifischen Wärmen dieser Materialien zu 0·197 und 0·939 angenommen wurden.

Da ferner die schliesslichen Wärmemengen auch später zuletzt immer auf äquivalente Mengen (also nicht auf gleiche Gewichte) berechnet wurden, so erfolgte auch hier die Berechnung der letzten Columne aus der vorhergehenden. Durch Multiplication der der letzten Columne entnommenen Zahlen mit 98 würden also die Wärmemengen hervorgehen, welche 1 Molecül des benützten Hydrates beim Verdünnen auf SO_3 120 H_2O entwickelt.

Setzt man $x = p - 100$, wo p den Procentgehalt, also x die Abweichung vom Procentgehalt 100 bedeutete, so lässt sich durch Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate aus obigen Resultaten die Gleichung berechnen

$$y = 180{\cdot}50577 + 6{\cdot}67\,x$$

woraus unmittelbar der oben angeführte Werth $W_{119} = 180{\cdot}51$ hervorgeht.

Tabelle I.

Versuchsergebnisse bezüglich des Monohydrates.

Nr. des Versuchs	Gefundener Procent-Gehalt an Monohydrat	Gewicht der zum Mischversuch angewendeten Säure im luftl. Raum	Gewicht des Wassers im luftleeren Raum	Gewicht der Glaskugel	Gewicht des Calorimeters sammt Rührer	Wasserwerth der angewendeten Thermometer	Corrigirte Anfangstemperatur	Corrigirte Endtemperatur	Temperatur-Erhöhung	Gesammt-Wasser-werth	Wärmemenge per Gramm der angewendeten Säure	Wärmemenge per Gramm in der angewendeten Säure enthaltenen Monohydrats
1	99·30	93·0430	2036·044	3·687	124·215	0·77	9·31	17·20	7·89	2069·182	175·465	176·601
2	"	85·5223	1870·563	3·400	102·923	0·40+0·68	5·71	13·50	7·79	1900·928	173·151	174·372
3	"	66·2390	1448·710	1·866	85·490	"	5·55	13·30	7·75	1472·829	172·322	173·537
4	99·50	21·8850	478·567	1·225	51·880	0·063	11·14	19·05	7·91	488·613	176·766	177·654
5	"	27·6270	604·183	0·799	51·880	"	12·43	20·40	7·97	615·418	177·539	178·431
6	"	26·2500	574·028	1·181	51·880	"	12·92	20·83	7·91	585·035	176·290	177·176
7	100·12	130·5041	2855·9517	4·636	124·215	0·61+0·06+0·29	8·14	16·23	8·09	2898·463	179·677	179·462
8	"	140·4876	3071·2968	4·351	124·215	"	6·10	14·13	8·16	3116·014	180·988	180·771
9	"	139·7480	3058·1290	3·373	124·215	"	9·00	17·18	8·18	3102·367	181·593	181·376
10	100·14	25·589	559·200	1·161	51·785	0·063	7·90	16·10	8·20	570·061	182·676	182·421
11	"	27·994	611·801	0·847	51·785	"	11·20	19·40	8·20	623·134	182·528	182·273
12	"	28·588	624·739	1·473	51·785	"	11·90	20·10	8·20	636·311	182·515	182·260
13	"	20·680	451·951	1·666	43·497	"	11·70	19·84	8·14	461·044	181·475	181·221
14	"	17·569	383·893	0·978	43·497	"	12·60	20·82	8·22	392·154	183·498	183·241
15	"	14·095	308·008	0·690	31·104	"	12·30	20·49	8·19	314·273	182·610	182·355
16	"	32·892	718·808	0·996	58·460	"	11·30	19·52	8·22	731·890	182·906	182·653
17	"	32·147	702·491	0·732	58·460	"	12·40	20·62	8·22	715·355	182·916	182·663
18	"	89·967	1968·036	1·800	125·000	"	14·22	22·43	8·21	2000·189	182·529	182·274
19	100·25	34·975	764·597	1·101	49·320	"	11·94	20·13	8·19	777·303	182·019	181·565
20	100·56	75·1786	1644·112	0·320	102·923	0·40+0·68	4·61	12·98	8·37	1671·825	186·131	184·800
21	"	102·4918	2241·423	3·769	115·582	"	4·30	12·53	8·23	2276·812	182·826	181·519

Bestimmung der Wärmemengen, welche die übrigen Hydrate beim Verdünnen auf SO_3 120 H_2O entwickeln.

Nachdem ich mich durch obige Untersuchung überzeugt, dass meine im Jahre 1869 veröffentlichten Versuche im Wesentlichen bestätigt wurden, konnte ich mich darauf beschränken, nur einige neue Controlbestimmungen anzustellen, im Übrigen die Daten der älteren Versuche zu benützen, um nach Anbringung

Tabel-

Nr. des Versuchs	Formel des beabsichtigten Hydrats und dessen % Gehalt an Monohydrat	Gefundener Procentgehalt	Gewicht der Säure im Vacuum	Gewicht des Wassers im Vacuum	Gewicht der Glaskugel	Gewicht des Calorimeterssammt Rührer
22	SO_3 1½ H_2O 91·588%	91·41, 91·54	28·9215	576·836	1·095	53·10
23	„	Mittel: 91·475	50·0321	998·893	1·475	68·88
24	SO_3 2 H_2O 84·483	84·50	14·8338	271·784	1·587	31·12
25	„	„	25·6681	470·233	1·158	51·789
26	„	„	47·2011	864·748	1·481	57·580
27	SO_3 2½ H_2O 78·400	78·37	36·4088	613·037	1·304	58·90
28	„	78·60, 78·66 Mittel: 78·63	26·2577	425·038	1·163	53·10
29	„	„	29·6056	480·174	1·164	53·10
30	„	„	34·2158	575·805	1·247	53·10
31	SO_3 3 H_2O 73·134	73·65	21·3806	338·690	1·374	42·29
32	„	„	31·8986	505·536	1·198	58.46
33	„	„	28·8418	446·874	1·138	42·29
34	„	„	12·7832	202·512	0·883	31·14
35	SO_3 3½ H_2O 68·531	68·55	25·1397	368·921	1·087	42·29
36	„	„	30·2874	444·468	1·043	42·29
37	„	„	18·5660	272·454	1·487	31·14

der Correction wegen des Gewichtsverlustes in der Luft, welche damals übergangen worden, endgiltige Werthe zu erhalten. Hiebei wurden alle jene Versuche verworfen, bei denen die verwendete Säuremenge weniger als 10 Gramm betrug und durch neue Bestimmungen mit bedeutend grössern Gewichtsmengen ersetzt. Auch hier wurden die Werthe schliesslich keine wesentlich anderen, sondern fanden vielmehr ihre befriedigendste Bestätigung. Nachfolgende Tabelle enthält die Details dieser Versuchsergebnisse.

le II.

Wasserwerth des Thermometers	Anfangstemperatur	Endtemperatur	Temperaturerhöhung	Gesammt-Wasserwerth	Entwickelte Wärme per Gramm des angewendeten Hydrats	Entwickelte Wärme per Gramm in der angew. Säure enthaltenen Monohydrats	$W_{119} - W_n$
0·0628	13·41	19·82	6·41	590·430	130·860	143·04	37·47
„	13·70	20·08	6·38	1020·089	130·080	142·20	38·31
„	14·35	19·35	5·00	280·177	94·4389	111·76	68·75
„	13·53	18·52	4·99	484·171	94·1251	111·39	69·12
„	12·80	17·80	5·00	886·709	93·9288	111·16	69·35
0·063	11·00	15·22	4·22	633·220	73·394	93·65	86·86
„	15·00	19·21	4·21	441·233	70·745	90·07	90·44
„	14·90	19·11	4·21	497·729	70·778	90·12	90·39
„	13·57	17·78	4·21	594·578	73·158	93·04	87·47
0·0628	16·57	20·11	3 54	352·137	58·3035	79·16	101·35
„	16·40	19·97	3·57	524·761	58·7247	79·73	100·78
„	16·48	20·11	3·63	463·803	58·3737	79·26	101·25
„	16·72	20·31	3·59	211·139	59·2958	80·51	100·00
„	14·43	17·50	3·07	384·914	47·005	68·57	111·94
„	14·40	17·50	3·10	462·856	47·375	69·11	111·40
„	14·48	17·55	3·07	284·410	47·029	68·60	111·91

Nr. des Versuchs	Formel des beabsichtigten Hydrats und dessen % Gehalt an Monohydrat	Gefundener Procentgehalt	Gewicht der Säure im Vacuum	Gewicht des Wassers im Vacuum	Gewicht der Glaskugel	Gewicht des Calorimeters sammt Rührer
38	$SO_3\ 4\ H_2O$ 64·474	64·48	21·2669	292·265	1·443	31·06
39	"	"	21·4708	295·213	1·429	31·06
40	"	"	24·7321	339·888	1·035	31·06
41	"	"	20·7408	285·034	1·446	31·06
42	"	"	23·7513	326·410	1·064	31·06
43	"	63·31	96·850	1305·220	4·048	84·55
44	"	"	76·1350	1026·060	2·039	74·78
45	$SO_3\ 5\ H_2O$ 57·647	58·24	28·2039	347·420	1·260	42·29
46	"	"	21·4337	263·989	1·126	31·14
47	$SO_3\ 6\ H_2O$ 52·128	52·35	32·6469	358·099	1·178	42·29
48	"	"	46·0574	505·194	1·299	58·46
49	"	"	31·7611	348·384	1·726	42·29
50	"	"	18·8196	206·430	1·617	31·14
51	"	"	22·7980	250·068	1·635	31·14
52	$SO_3\ 7\ H_2O$ 47·573	47·60	22·0962	218·782	1·125	31·14
53	"	"	28·4796	281·193	1·250	42·29
54	"	"	10·7339	105·951	1·290	31·14
55	"	"	20·9925	207·272	1·635	31·14

Die letzte Columne der vorstehenden Tabelle enthält nun die im Eingange der Abhandlung mit W_1, W_2, W_3 . . . bezeichneten Werthe, bezogen auf solche Mengen, welche 1 Gramm Monohydrat äquivalent sind. Durch Multiplication mit 98 erhält man daraus die per Molecül entwickelten Wärmemengen.

Um aus dem gefundenen Procentgehalte p die Anzahl n der einem Molecül SH_2O_4 beigemischten Molecüle Wassers zu enthalten, hat man die Rechnung

$$n = \frac{98}{18}\left[\frac{100-p}{p}\right] = \frac{544 \cdot 444}{p} - 5 \cdot 444$$

Wasserwerth des Thermometers	Anfangstemperatur	Endtemperatur	Temperaturerhöhung	Gesammt-Wasserwerth	Entwickelte Wärme per Gramm des angewendeten Hydrats	Entwickelte Wärme per Gramm in der angew. Säure enthaltenen Monohydrats	$W_{119} - W_n$
0·0628	14·58	17·40	2·82	306·140	40·5942	62·96	117·55
"	14·80	17·68	2·80	309·182	40·3202	62·53	117·98
"	14·57	17·35	2·78	355·409	39.9504	61·96	118·55
"	14·43	17·22	2·79	298·747	39·2225	60·83	119·68
"	14·62	17·40	2·78	341·447	39·9657	61·98	118·53
0·680+0·400	7·98	10·58	2·60	1371·210	36·811	58·14	122·37
"	8·33	10·90	2·60	1078·740	36·839	58·18	122·33
0·063	14·63	16·88	2·25	367·139	29·289	50·29	130·22
"	15·33	17·75	2·24	278·931	29·151	50·05	130·46
"	11·00	12·99	1·99	380·630	23·201	44·32	136·19
"	11·90	13·73	1·82	538·320	21·272	40·63	139·88
"	13·20	15·18	1·98	371·599	23·166	44·25	136·26
"	14·50	16·32	1·82	220·902	21·363	40·81	139·70
"	15·00	16·83	1·83	267·903	21·505	41·08	139·43
"	18·90	20·40	1·50	232·688	16·013	33·64	146·87
"	19·10	20·59	1·49	299·344	15·882	33·37	147·14
"	19·00	20·49	1·49	112·718	16·090	33·80	146·70
"	19·10	20·61	1·51	220·504	16·100	33·82	146·68

auszuführen. Zu diesem Zwecke wurden zuvor die zusammengehörigen Werthe zu einem arithmetischen Mittel vereinigt. Nachfolgende Tabelle gibt die schliesslichen Resultate:

Tabelle III.

Beabsichtigte Anzahl zugemischter Molecüle Wasser	Beabsichtigter Procentgehalt des Hydrats	Gefundener Procentgehalt	Wärme per Gramm Monohydrat	Berechnete Anzahl zugemischter Molecüle Wasser	Wärme per Molecül
0	100·00 [1]	100·00 [1]	0	0	0
½	91·588	91·48	37·89	0·5070	3713·32
1	84·483	84·50	69·07	0·9986	6768·86
1½	78·400	78·51	88·25	1·4902	8648·50
2	73·134	73·65	100·80	1·9479	9878·40
2½	68·531	68·55	111·75	2·4979	10951·50
3	64·474	64·48	118·46	2·9992	11609·08
3	64·474	63·31	122·35	3·1552 [2]	11990·30 [2]
4	57·647	58·24	130·34	3·9039	12773·32
5	52·128	52·35	138·29	4·9556	13552·42
6	47·573	47·60	146·85	5·9935	14391·10
119	4·375	4·375 [3]	180·51	119·0	17689·98

Umrechnung der erhaltenen Werthe auf einfache Multipla ganzer und halber Molecüle, Berechnung einer die Versuche darstellenden Gleichung respective Curve.

Um die erste dieser Aufgaben zu lösen, sollte eigentlich die zweite vorausgehen. Da es aber nicht möglich war, eine alle

[1] Mit Rücksicht auf die 1. Versuchsweise mit dem Monohydrat.

[2] Diese Werthe sind, obwohl sie sich auf einen weiter vom berechneten abstehenden Procentgehalt beziehen, von grösserem Gewichte, weil auf neue Versuche mit grösseren Mengen gestützt, als die darüber stehenden, worauf später Rücksicht genommen werden wird.

[3] Dieser Procentgehalt ist nicht besonders controlirt, sondern geht aus den Mischungsverhältnissen hervor. Bei den älteren Versuchen können hierin, weil auf den Gewichtsverlust in der Luft nicht geachtet wurde, ganz kleine Differenzen vorkommen; da aber, wie ich gefunden, selbst ein weiteres Verdünnen bis zur Zusammensetzung $SO_3 500 SHO$ nur mehr 0·09° Temperaturerhöhung hervorbringt, so kann das Resultat durch eine kleine Abweichung vom zu erreichenden Procentgehalte 4·375 gar nicht alterirt werden.

Versuche mit genügender Genauigkeit wiedergebende Gleichung aufzufinden, so wollte ich die Interpolation nicht auf eine solche gründen, weil dadurch an den Werthen Veränderungen hätten vorgenommen werden müssen, welche die wahrscheinlichen Fehler an Grösse übertroffen hätten. Ich zog es daher vor, zunächst nach Lagrange's Methode, und zwar blos unter Beiziehung je zweier Nachbarwerthe die Interpolation auszuführen, wozu sich wegen der kleineren Zifferzahl die Werthe der Columnen 3 und 4 der Tabelle III bequemer eigneten, als die der Columnen 5 und 6. Nach dem Wesen dieser Methode betrachtet man also je 3 Nachbarwerthe als Ordinaten einer Parabel und verschiebt die mittlere Ordinate auf den sehr nahe daneben liegenden Abscissenpunkt, welcher der Procentzahl für eine ganze (oder halbe) Molecülanzahl entspricht. Hiedurch wird den Versuchswerthen kein Zwang angethan, und doch die grosse Bequemlichkeit erreicht, von da an mit einfachen Multiplen der ganzen (oder halben) Molecülanzahl rechnen zu können. Durch Multiplication mit 98 erhält man dann jene Werthe, welche mit denen von Thomsen und von Favre et Quaillard direct verglichen werden können. Die nachfolgende Tabelle IV dient diesem Zwecke:

Tabelle IV.

Anzahl der zugemischten Molecüle Wasser	Procentgehalt des entstandenen Hydrats	Wärme per Gramm Monohydrats	Wärme per Molekül (98 Gramm)	Wärme per Molecül nach Thomsen	Differenz zwischen Pfaundler und Thomsen	Wärme nach Favre et Quaillard	Differenz zwischen Pfaundler und Favre et Quaillard
½	91·588	37·41	3666·18	—	—	3544	122
1	84·483	69·14	6775·72	6272	504	6507	269
1½	78·400	88·57	8679·86	—	—	—	—
2	73·134	102·02	9997·96	9364	634	9751	247
2½	68·531	111·79	10955·42	—	—	—	—
3	64·474	120·25	11784·50	11108	677	11593	191
4	57·647	131·20	12857·60	—	—	12750	108
5	52·128	138·39	13562·22	13082	480	13642	—80
6	47·573	146·89	14395·22	—	—	14396	— 1
119	4·37	180·51	17689·98	—	—	—	—

Wie man sieht, stimmen meine Versuche besser mit denen von Favre et Quaillard überein, als mit denen Thomsens, dagegen ist die Differenz gegen letztere nahe constant, und zwar im Mittel = 568.

Ich gehe nun daran, eine Gleichung, resp. Curve zu berechnen, welche diese Versuche so genau als möglich wiedergibt.

Es eignet sich hiezu keine besser, als die schon von Thomsen in Anwendung gebrachte:

$W_n = \frac{n}{n+A} B$, (n = der Anzahl zugemischter Molecüle Wasser)

eine Hyperbel mit der Abscissenaxe paralleler Asymptote.

Natürlich haben für meine Versuche die beiden Constanten A und B etwas abweichende Werthe. Um diese zu finden, hob ich die Versuche für n = 1, 2, 3, 4, 5 heraus und berechnete nach der Methode der kleinsten Quadratsummen die best entsprechenden Werthe von A und B. Ich fand so

$$A = 1.587878$$
$$B = 17920.1$$

so dass also die Gleichung lautet (nach Abrundung der Zahlen):

$$W_n = \frac{n}{n + 1.588} 17920$$

Zur Beurtheilung, wie genau diese Gleichung die Versuche wiedergibt, dient nachfolgende Tabelle:

Tabelle V.

n	Versuch	Rechnung	Differenz		Die der Rechnung zu Grunde liegenden Versuche sind durch einen * hervorgehoben
0	0	0	0	*	Die Zahlen sind auf ganze Einheiten abgerundet.
1/2	3666	4291	−625		
1	6776	6924	−148	*	
1 1/2	8680	8705	− 25		
2	9998	9989	+ 9	*	
2 1/2	10955	10959	+ 4		
3	11785	11718	+ 67	*	
3 1/2	—	12327	—		
4	12858	12828	+ 30	*	
4 1/2	—	13245	—		
5	13562	13601	− 39	*	
6	14395	14169	+224		
119	17690	17833	−143		

Die am Schlusse angefügte Tafel enthält die Construction dieser „Curve der Verbindungswärmen nebst der Lage der einzelnen Beobachtungspunkte“.

Man ersieht aus dieser Zusammenstellung, dass von $n = 1^1/_2$ bis inclusive $n = 5$ die Übereinstimmung eine sehr befriedigende ist, indem die grösste Abweichung noch nicht 6 pro mille erreicht; weniger gut stimmen die Versuche für $n = 1$, 6 und 119, obwohl für den letzten wegen der grossen Entfernung die Übereinstimmung noch überraschend gross ist. Dagegen lässt sich der Versuch für $n = {}^1/_2$ durchaus nicht mit der vorgeschlagenen Gleichung zusammenreimen. Es ist ferner auffallend, dass Thomsen bei seiner Vergleichung der berechneten und der gefundenen Werthe dieselbe Anordnung der Zeichen in der Differenz erhalten hat. Auch bei diesen ist die Differenz für $n = 1$ und 5 negativ, für 2 und 3 positiv. Hingegen ist die Übereinstimmung bei $n = 119$ bei meinen Versuchen grösser, als bei Thomsens nächstgelegenen Werthen.

Die berechnete Gleichung kann demnach, wenn auch nicht als der wahre, theoretische Zusammenhang der untersuchten Grössen, doch immerhin als ein empirisches Gesetz gelten, dessen man sich mit Sicherheit bedienen wird, wenn man innerhalb der Beobachtungen stehen bleibt. Bei den nun folgenden Untersuchungen ist diess durchaus der Fall, da zur Durchführung derselben von der gewonnenen Formel nur bis inclusive $n = 5$ Gebrauch gemacht wird.

Berechnung der beim Mischen des Monohydrates mit Wasser auftretenden Temperaturerhöhungen.

Über dieses Thema habe ich bis jetzt nirgends bestimmte Angaben gefunden. Eine sehr einfache Rechnung gibt uns hierüber Aufschluss.

Ist $W_n = \frac{nB}{n + A}$ die freiwerdende Wärme, so haben wir nur durch den Wasserwerth zu dividiren, um die Temperaturerhöhung zu erhalten. Der Wasserwerth ist aber gleich der Molecularwärme des entstandenen Hydrates, vorausgesetzt, dass wir die Wärmemenge auf Molecüle berechnet haben.

Bezeichne ich die Molecularwärme des entstandenen Hydrates mit m, so ist $t = \frac{n\ B}{(n + A)\ m}$ die Temperaturerhöhung bei der Mischung. Wäre uns m als Function von n bekannt, so wäre auch t als Function von n gegeben und damit die Aufgabe gelöst. Der wahre theoretische Zusammenhang von m und n d. i. Molecularwärme und Zusammensetzung ist noch durchaus unbekannt. Ein empirischer Ausdruck aber lässt sich aus den vorliegenden, freilich etwas spärlichen Beobachtungen mit für diesen Zweck vollständig genügender Genauigkeit ableiten.

Wir besitzen von J. Thomsen und von Marignac Bestimmungen der Wärmecapacität verschiedener mehr oder weniger verdünnter Hydrate; einige derselben habe ich selbst untersucht.

Stellt man die daraus berechneten Molecularwärmen zusammen und construirt damit eine Curve, so erhält man eine ziemlich gerade verlaufende Linie. Auf der beigegebenen Tafel ist dieselbe als „Curve der Molecularwärme" bezeichnet. Die Buchstaben t, m, p bezeichnen die Autoren J. Thomsen, Marignac oder Pfaundler; für den beabsichtigten praktischen Zweck zerlegen wir diese Linie in zwei Stücke von $n = 5$ aufwärts und abwärts.

Wir können dann das obere Stück durch die Gleichung

$$m = a' + b'n, \text{ wo } a' = 16.9,\ b' = 18.3 \text{ und } n > 5$$

das untere Stück durch die Gleichung

$$m = a + bn, \text{ wo } a = 32.5,\ b = 15.2 \text{ und } n < 5$$

mit genügender Genauigkeit ausdrücken.

Wollten wir statt dessen Eine Curve zweiten Grades wählen, so würden wir im Folgenden auf eine Gleichung dritten Grades und damit auf unbequeme Rechnungen geführt werden.

Das folgende Täfelchen zeigt die Zulässigkeit dieses Verfahrens.

Tabelle VI.

n	m beobachtet	m berechnet	Differenz	Beobachter
0	32·5	32.5	0	Marignac, Pfaundler.
½	41·2	40.1	— 1.1	Pfaundler.
1	50·5	47.7	— 2.8	"
1½	57·4	55.3	— 2.1	"
2	63·1	62.9	— 0.2	"
4	92·7	93.3	+ 0.6	Thomsen.
5	108·4	108.4	0	Marignac.
9	182·0	181.6	— 0.4	Thomsen.
10	200·5	199.9	— 0.6	Marignac.
15	291·4	291.4	0	"

Wir haben nunmehr:

$$t = \frac{n\,B}{(n+A)\,m} = \frac{n\,B}{(n+A)\,(a+bn)} \qquad 1)$$

wo a und b, je nachdem n grösser oder kleiner als 5 ist, mit den oben gegebenen Werthen zu nehmen sind.

Diese Werthe von t habe ich berechnet, sie finden sich in der zweiten Columne der nachfolgenden Tabelle, deren dritte Columne mit der Überschrift corrig. t später erklärt wird. Dieselben Werthe t sind auf der Tafel als „Curve der Temperaturerhöhungen“ construirt.

Tabelle VII.

n	t	corrig. t	n	t	corrig. t
½	89.0° Cels.	82° Cels.	5	125.1° Cels.	121° Cels.
1	134.2	127	6	111.9	109
1½	151.2	145	7	99.3	98
2	158.4	152	8	91.2	89
2½	155.4	149	9	83.8	81
3	153.3	145	10	77.0	76
3½	145.9	140			
4	138·7	133			

An dieser Curve interessirt zunächst der Ort und die Höhe des Temperaturmaximums. Dass ein solches eintreten müsse, geht aus der Natur des Experiments hervor.

Durch Differentiation obigen Ausdruckes 1) nach n erhält man

$$\frac{dt}{dn} = \frac{[Aa + (Ab + a) n + b^2 n^2] B - Bn (Ab + a + 2bn)}{[Aa + (Ab + a) n + bn^2]^2}$$

dieses wird gleich 0, wenn:

$$Aa + (Ab + a) n + b^2 n^2 = (Ab + a) n + 2bn^2$$

woraus $x = \sqrt{\frac{Aa}{b}}$ folgt.

Durch versuchsweise Substitution erkennt man sogleich, dass $n < 5$ ausfallen muss, daher für a und b die Werthe 32.5 und 15.2 zu setzen sind. Da ferner $A = 1.588$, so wird

$$n = \sqrt{\frac{1.588 \times 32.5}{15.2}} = 1.84,$$

der Ort des Maximums. Substituirt man diesen Werth in 1), so findet man

$$t = \frac{1.84 \times 17920}{(1.84 + 1.588)(32.5 + (15.2 \times 1.84))} = 159.$$

Die grösste Temperaturerhöhung also, welche durch Mischen von Monohydrat mit Wasser zu erhalten ist, würde hiernach 159° betragen und entstünde beim Mengen von 1 Molecül SH_2O_4 mit 1.84 Molecül H_2O, oder in Gewichtstheilen: 1 Theil Monohydrat mit 0.338 Theilen Wasser.

Diese, so wie die anderen nach Formel 1) berechneten Temperaturen erfordern aber noch eine erhebliche Correction in Folge des Umstandes, dass die Wärmecapacität der Hydrate mit der Temperatur steigt, also zwischen 0 und 159° grösser ist, als bei gewöhnlicher Temperatur. Die oben angegebenen Molecularwärmen beziehen sich aber auf letztere.

Ich besitze einige noch nicht veröffentlichte Capacitätsbestimmungen der Hydrate SO_3H_2O, $SO_3 1^1/_2 H_2O$, $SO_2 2H_2O$, $SO_3 2^1/_2 H_2O$ und $SO_3 3H_2O$, welche beim Erhitzen auf die Temperatur siedenden Terpentinöls (159°) erhalten wurden. Mit Benützung derselben habe ich für $n = {}^1/_2$, 1, $1^1/_2$ und 2 richtigere Werthe für t berechnet und oben in die Tabelle unter corrig. t eingeführt; für höhere n habe ich, um wenigstens annähernd die Curve fortsetzen zu können, ein Interpolationsverfahren eingeschlagen.

Auf der Tafel ist auch diese „Curve der corrigirten Temperaturerhöhungen" aufgetragen. Es versteht sich, dass sie von $n = 2$ an geringere Zuverlässigkeit besitzt.

Es kommt nun noch ein Umstand in Betracht. Erreicht nämlich die Temperatur des Gemisches den Siedepunkt des entstandenen Hydrates, so steigt sie natürlich nicht weiter, sondern es tritt dafür Dampfbildung ein, welche mit zischendem Geräusche oder auch Herumschleudern der Flüssigkeit verbunden ist. Ob diese Siedetemperatur wirklich je und unter welchen Bedingungen erreicht werden könne, ersieht man am besten aus der Construction der Siedepunktscurve auf unserer Tafel, deren Daten ich einer in meinem Laboratorium von Herrn Hämmerle ausgeführten Untersuchung [1] entnommen habe. Wäre die obere Curve der Temperaturerhöhungen die richtige, so müsste jedenfalls das Sieden eintreten bei allen Mischungen, welche mit 2.2 bis 4.8 Molecülen Wassers auf 1 Molecül Monohydrat zu Stande kommen. Bei der unteren, jedenfalls richtigeren Curve ist es wegen deren ungenügender Sicherheit zweifelhaft, ob sie die Siedepunktscurve noch schneidet oder nicht.

In der Praxis kommt es, wenn nur die Säure nahe genug an 100 Procent Monohydrat enthält, in der Regel zum Siedeprocess, weil durch eine höhere Anfangstemperatur als 0° die Temperaturcurve hinauf und durch geringeren Luftdruck als 760, die Siedepunktscurve heruntergedrückt wird, so dass sie sich dann jedenfalls zweimal schneiden. Bei allen Mischungen, für welche dann n innerhalb der Abscissen der beiden Durchschnittspunkte liegt, tritt dann das Sieden ein.

Ein kurz vorübergehendes Sieden, charakterisirt durch kurzes Zischen, muss dann aber jedesmal eintreten, mag man auch wenig Säure zu vielem Wasser oder umgekehrt giessen.

Fällt der erste Tropfen Monohydrat ins Wasser, so macht das entstehende Gemisch alle Concentrationen im Sinne von links nach rechts (mit Bezug auf die Tafel) durch. Beim Überschreiten des ersten Durchschnittspunktes beginnt dann das Sieden und dauert bis zum Überschreiten des zweiten. Da aber die Dampf-

[1] L. Hämmerle: Über die Siedepunkte der Schwefelsäurehydrate unter verschiedenem Drucke. Sitzb. d. k. Akad. d. Wissensch. LIX. Bd. II. Abth. Maiheft.

blasen in den umgebenden kalten Flüssigkeitsschichten anfangs wieder absorbirt werden, so entsteht das eigenthümlich knatternde Geräusch. Erst nachdem der zweite Durchschnittspunkt für die ganze Masse überschritten ist, kann der Mischprocess ohne Siedeerscheinung und demnach auch ohne Gefahr beliebig rasch fortgesetzt werden. Dasselbe gilt umgekehrt, wenn man das Wasser in die Säure giesst. Die Abscisse wird dann von rechts nach links durchlaufen. Das Sieden tritt ein und hört wieder auf. Nur ist diesmal die eventuell herumgeschleuderte Flüssigkeit heisse concentrirte Säure, beim ersten Verfahren heisse verdünnte Säure, wodurch sich die Regel der Chemiker begründet, die Säure ins Wasser und nicht umgekehrt zu giessen.

Prof. Dr. Pfaundler, Über die beim Mischen von Schwefelsäure mit Wasser auftretenden Wärmen u. Temperaturen etc.

4000
3000
2000
1000
0

40
30
20
10
0

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Anzahl der Moleküle Wasser, hinzugefügt zum Monohydrat SH_2O_4.

Druck v. Jos. Wagner in Wien.

Sitzungsb. der kais. Akad. d. W. math. naturw. Cl. LXXI Bd. II Abth. 1875

Beobachtung des Venusdurchganges (1874 December 8) in Jassy und Bestimmung der geographischen Breite des Beobachtungsortes.

Von dem c. M. Reg.-R. Prof. **Theodor R. v. Oppolzer.**

Der Horizont bedeckte sich kurz vor Sonnenaufgang in Jassy am 9. December Morgens (bürgerliches Datum) mit dichtem Nebel, den die Sonne etwa eine Minute nach dem zweiten inneren Contacte durchbrach. Bei ausserordentlich unruhigem Bilde notirte ich den zweiten äusseren Contact zu $13^h 36^m 50^s$ Chronometerzeit. Mit Benützung der in der Abhandlung von Prof. E. Weiss über die Länge von Jassy angeführten Uhrständen, nehme ich für obiges Moment die Correction des Chronometers an: $+27^s6$; es fand daher die letzte Berührung der Ränder der Venus-Sonne statt um:

1874 Dec. 8 $20^h 25^m 56^s 7$ mittl. Zeit Jassy.

In Anbetracht des unruhigen Bildes möchte ich kaum obigem Momente eine beträchtliche Sicherheit beimessen und glaube, dass vielleicht diese Zeitangabe um mehrere Secunden zu früh angesetzt ist.

Im LXI. Bd. d. Sitzb. d. k. Akademie II. Abth. April-Heft Jahrg. 1870 habe ich eine Berechnung des Venusdurchganges nach den Le-Verrier'schen Tafeln gegeben. Berechnet man nach Tafel VII dieser Abhandlung die zweite äussere Berührung für den Beobachtungsort (Länge $1^h 41^m 0^s4$ Ost von Paris, Breite $47° 9' 25'' 1$), so findet man vorerst die Verzögerung gegen die geocentrische Berührung: $9^m 57^s0$; die geocentrische Berührung fand aber nach der obigen Abhandlung statt um $18^h 35^m 28^s 7$ m. Pariser Zeit, also die Berührung für Jassy:

$18^h 45^m 25^s 7$ m. Pariser Zeit
20 26 26·1 „ Jassy „

Die Beobachtung gibt aber ein Moment, welches 29·4 Secunden früher fällt. Beachtet man, dass diese Differenz in Anbetracht der langsamen Bewegung der Venus einen ausserordentlich nahen Anschluss der Tafelwerthe an die Beobachtung beurkundet und wohl ausserdem die thatsächliche Berührung etwas später stattgefunden hat, also ein noch näherer Anschluss zwischen der Beobachtung und Rechnung zu erwarten ist, so wird man Le-Verrier's Annahme und Auslegung der Bradley'schen Venusbeobachtungen (Le-Verrier vermuthet, dass Bradley unmittelbar das Venuscentrum pointirte, während Airy bei der Reduction voraussetzte, dass der Venusrand beobachtet wurde) schon jetzt als berechtigt annehmen dürfen.

Die Beobachtung wurde an einem 4zölligen Schäffler'schen Refractor (Objectiv von Steinheil) bei 60facher Vergrösserung erhalten.

Zur Bestimmung der geographischen Coordinaten des Beobachtungsortes in Jassy habe ich in Gemeinschaft mit Prof. Weiss an einem 8zölligen Starke'schen Universale mehrfache Bestimmungen ausgeführt. Über jene Resultate, welche zur Erlangung der Längendifferenz zwischen Wien und Jassy gewonnen wurden, berichtet Prof. Weiss, während ich im Folgenden jene Beobachtungen mittheile, die zur Bestimmung der Breite angestellt wurden. Ich beschränkte mich hiebei auf Messungen von Zenithdistanzen in der Nähe des Meridians; dieselben wurden, um schliesslich die Biegung des Rohres eliminiren zu können, gleichmässig nördlich und südlich vom Zenith beobachtet. Zur Reduction wurden die Werthe der Reductionsconstanten und die scheinbaren Positionen der Fixsterne dem englischen Nautical Almanac entlehnt. Die Refraction wurde nach Bessel's Tafeln berechnet; die Lesung der meteorologischen Instrumente ergab:

	* Zeit	Reaumur	Barom. auf 0° red.
1874 Dec. 7	22ʰ3	+2°5	757ᵐᵐ3
„ 7	0·1	0·0	755·9
„ 9	2·7	+1°7	754·2.

In der folgenden Zusammenstellung gibt die erste Columne die Chronometerzeit der Beobachtung, die zweite das Mittel der Lesungen beider Mikroskope corrigirt um den Gangfehler, die

dritte Columne enthält die aus der Lesung der Mikroskoplibelle, die an der Alhidade angebracht ist, entstehenden Correctionen. In der vierten Columne ist die genäherte scheinbare Zenithdistanz angesetzt unter der Annahme eines genäherten Indexfehlers (180°2'40"), die fünfte Columne enthält die Annahme über den Betrag der Refraction, in der sechsten Columne ist jener durch die Rechnung aus den Angaben des Nautical und der Beobachtungszeit erhaltene Bogen $(\varphi - Z)$ angesetzt, zu welchem die wahre Zenithdistanz addirt werden muss, um die geographische Breite zu erhalten. Neben dem Namen des beobachteten Sternes ist unter Δu der angenommene Uhrstand angesetzt. Nach jedem Beobachtungssatze sind zur Eliminirung des Indexfehlers je zwei Resultate der Breite, die in verschiedenen Lagen des Instrumentes erhalten wurden, zum Mittel vereinigt angesetzt; die vorgesetzten römischen Zahlen weisen auf die benützten Einstellungen hin, darunter ist das Gesammtmittel nebst dem Biegungscoefficienten (Sinus der Zenithdistanz) angegeben. Die Beobachtungen selbst sind:

1874 Dec. 7. α Ursae minoris; $\Delta u = +21^s1$. Beob. Oppolzer.

Uhrzeit	Lesung	Libelle	scheinb. Z.	Refr.	$\varphi - Z$
$22^h57^m27^s0$	138°20' 2"9	+0"7	−41°42'36"4	−52"8	+88°52'53"1
22 59 12·0	138 20 25·2	+0·5	−41 42 14·3	−52·8	+88 52 32·1
23 0 20·5	138 20 38·8	+0·7	−41 42 0·5	−52·8	+88 52 18·6
23 3 23·0	221 43 56·3	+3·5	−41 41 19·8	−52·7	+88 51 42·8
23 4 56·5	221 43 40·9	+5·3	−41 41 6·2	−52·7	+88 51 24·8
23 6 19·0	221 43 25·4	+5·6	−41 40 51·0	−52·7	+88 50 9·1

I, VI 47°9'24"6
II, V 25·5
III, IV 27·8

$\varphi = 47°9'26"0 - 0·665\,B.$

1874 Dec. 7. $\varkappa$ Piscium; $\Delta u = +21^s1$. Beob. Oppolzer.

Uhrzeit	Lesung	Libelle	scheinb. Z.	Refr.	$\varphi - Z$
$23^h14^m20^s5$	133°27'23"4	+12"5	+46°35' 4"1	+1'2"8	+0°33'11"3
23 16 34·0	133 28 15·0	− 4·3	+46 34 29·3	+1 2·8	+0 33 49·8
23 18 25·0	133 28 27·1	+ 1·6	+46 34 11·3	+1 2·7	+0 34 8·0
23 21 52·0	226 36 58·8	− 3·0	+46 34 15·8	+1 2·7	+0 34 8·3
23 24 4·5	226 37 19·8	− 5·2	+46 34 34·6	+1 2·8	+0 33 45·5
23 25 41·0	226 37 33·8	+ 9·8	+46 35 3·6	+1 2·8	+0 33 17·6

I, VI 47°9'21"1
II, V 22·4
III, IV 24·4

$\varphi = 47°9'22"6 + 0·726\,B.$

1874 Dec. 7. ι Piscium. Δu=+21"1. Beob. Oppolzer.

Uhrzeit	Lesung	Libelle	Scheinb. Z.	Refr.	φ—Z
23h 29m 5s0	222°15' 2"8	—10"0	+42°12'12"8	+54"0	+4°56'21"5
23 30 29·0	222 14 28·8	+ 1·6	+42 11 50·4	+54·0	+4 56 40·2
23 31 41·0	222 14 20·6	+ 1·3	+42 11 41·9	+54·0	+4 56 50·1
23 34 26·0	137 51 4·1	+ 1·0	+42 11 34·9	+54·0	+4 56 51·2
23 37 7·0	137 50 31·3	+ 1·9	+42 12 6·8	+54·0	+4 56 23·4
23 38 44·0	137 50 1·5	+ 3·6	+42 12 34·9	+54·0	+4 55 52·9

I, VI 47°9'25"0
II, V 24·4
III, IV 23"1
φ=47°9'24"2+0·672 *B*.

1874 Dec. 7. α Ursae minoris; Δu=+21"2. Beob. Oppolzer.

Uhrzeit	Lesung	Libelle	Scheinb. Z.	Refr.	φ—Z
23h 41m 28s5	138°27'37"8	+5"1	—41°34'57"1	—53"0	+88°45'20"0
23 43 14·5	138 28 13·0	—9·6	—41 34 36·6	—53·0	+88 45 5.3
23 44 34·0	138 28 6·6	+1·1	—41 34 32·3	—53·0	+88 44 54·3
23 47 9·0	221 37 0·0	+1·5	—41 34 21·5	—53·0	+88 44 33·5
23 49 3·5	221 36 42·9	+1·1	—41 34 4·0	—53·0	+88 44 18 5
23 50 31·5	221 36 28·3	+1·9	—41 33 50·2	—53·0	+88 43 7·3

I, VI 47°9'27"0
II, V 28·6
III, IV 24"0
φ=47°9'26"5—0·663 *B*.

1874 Dec. 7. α Ursae minoris; Δu=+21"2. Beob. Weiss.

Uhrzeit	Lesung	Libelle	Scheinb. Z.	Refr.	φ—Z
23h 55m 58s0	221°35'41"0	+4"2	—41°33' 5"2	—53"1	+88°43'27"0
23 58 5·0	221 35 26·4	+3·0	—41 32 49·4	—53·1	+88 43 12·0
0 0 18·0	221 35 15·1	+2·9	—41 32 38·0	—53·1	+88 42 56·8
0 4 17·0	138 30 33·6	—4·3	—41 32 10·7	—53·1	+88 42 30·5
0 6 45·0	138 30 43·6	—4·9	—41 32 1·3	—53·1	+88 42 15·1
0 9 8·0	138 31 6·8	—6·2	—41 31 39·4	—53·1	+88 42 0·6

I, VI 47°9'28"4
II, V 25"1
III, IV 26·2
φ=47°9'26"6—0·663 *B*.

1874 Dec. 7. γ Pegasi; Δu=+21"3. Beob. Weiss.

Uhrzeit	Lesung	Libelle	Scheinb. Z.	Refr.	φ—Z
0 13 54·0	212°44' 3"3	+7"9	+32°41'31"2	+38"6	+14°27' 7"5
0 16 50·0	212 46 9·8	+9·3	+32 43 39·1	+38·7	+14 25 2·4
0 20 24·0	147 15 26·5	—2·5	+32 47 16·0	+38·7	+14 21 34·9
0 22 31·0	147 12 52·9	+2·9	+32 49 44·2	+38·8	+14 19 3·3

I, IV	47°9'21"8
II, III	24·9

φ=47°9'23"3+0·541 B.

1874 Dec. 9. α Ursae minoris. Δu=+30"0. Beob. Oppolzer.

Uhrzeit	Lesung	Libelle	Scheinb. Z.	Refr.	$\varphi-Z$
2ʰ25ᵐ56"0	221°35'33"2	—8"9	—41°32'44"8	—52"6	+88°43' 4"0
2 27 24·0	221 35 38·1	—2·2	—41 32 55·9	—52·6	+88 43 14·2
2 28 25·5	221 35 46·2	—1·8	—41 33 4·4	—52·6	+88 43 21·4
2 29 20·5	221 35 51·6	—2·7	—41 33 8·9	—52·6	+88 43 27·9
2 40 7·0	138 28 9·8	+2·3	—41 34 27·9	—52·7	+88 44 50·3
2 41 21·0	138 28 2·3	+2·2	—41 34 35·5	—52·7	+88 45 0·3
2 43 54·0	138 27 37·5	+4·2	—41 34 58·3	—52·7	+88 45 21·6
2 45 47·0	138 27 19·4	+4·3	—41 45 16·3	—52·7	+88 45 37·7

I, VIII	47°9'27"9
II, VII	28·1
III, VI	28·2
IV, V	28"1

φ=47°9'28"1—0·663 B.

1874 Dec. 9. α Ceti. Δu= + 30"0. Beob. Oppolzer.

2ʰ48ᵐ11"0	223°36'50"0	+1"2	+43°34'11"2	+56"5	+3°34'20"8
2 51 9·0	223 35 47·0	+0·3	+43 33 7·3	+56·5	+3 35 24·9
2 52 42·0	223 35 25·1	+0·4	+43 32 45·5	+56·5	+3 35 44·9
2 57 52·0	136 29 59·8	+3·3	+43 32 36·9	+56·5	+3 35 44·3
2 59 37·0	136 29 33·8	+4·5	+43 33 1·7	+56·5	+3 35 20·7
3 1 3·0	136 29 1·7	+6·4	+43 33 31·9	+56·5	+3 34 52·5

I, VI	47°9'24"7
II, V	23·8
III, IV	22"3

φ=47°9'23"6+0·689 B.

Bestimmt man sich aus der Gesammtheit der obigen Beobachtungen den Neigungscoefficienten, so findet man für denselben:

$$B=+2"5$$

und hiemit wird die Breite gefunden aus:

1874 Dec.	7	α	Ursae minoris	47°9'24"3	(Oppolzer).
„	7	κ	Piscium	24·4	„
„	7	ι	„	25·9	„
„	7	α	Ursae minoris	24·8	„
„	7	α	„ „	24·9	(Weiss).
„	7	γ	Pegasi	24·7	„
„	9	α	Ursae minoris	26·4	(Oppolzer).
„	9	α	Ceti	25·3	„

Man wird demnach für die Breite des Beobachtungsortes anzunehmen haben:

$$\varphi = 47°9'25"1 \pm 0"2,$$

für die Länge nach der Abhandlung des Prof. Weiss und des Längenunterschiedes Paris — Wien: $56^m 10^s 71$

$$l = 1^h 41^m 0^s 4 \text{ Ost von Paris.}$$

Der Beobachtungsort selbst war der südliche Vorgarten des Präfecturgebäudes in Jassy. Das Universale stand auf der nach Süden abfallenden Futtermauer dieses Gartens gerade an einer einspringenden Ecke desselben. Der Abstand vom südlichen Mittel-Pavillon der Präfectur betrug beiläufig 36 Meter, das vom Südpunkte aus gezählte Azimuth der Richtung Universale — Mitte des Südpavillons war 156° 4.

Von diesem Standpunkte aus wurden einige Azimuthe beiläufig gemessen und gefunden.

Östlicher Thurm (Knopf) von Biserico Lipovineosea	4°49'
Thurmkreuz von Santul-Andrei	36 55
Thurm (Knopf) von Santul-Nicolae din Ciurchi	260 14.

Beobachtung des Venusdurchganges vom 8. December 1874 in Jassy und Bestimmung der geographischen Länge des Beobachtungsortes.

Von dem c. M. Prof. Dr. E. Weiss.

I.

Zur Beobachtung des Venusdurchganges vom 8. December v. J. habe ich mich mit Prof. Th. v. Oppolzer nach Jassy begeben. Die Wahl des Beobachtungsplatzes gestaltete sich desshalb schwieriger als wir anfänglich vermuthet hatten, weil die Stadt in einem mässig breiten, nahezu von O nach W streichenden Thale gelegen ist, und der Rechnung zu Folge der innere Contact beim Austritte der Venus aus der Sonnenscheibe noch in der ziemlich geringen Höhe von etwa 3° stattfinden sollte. Nach mehrtägigen Recognoscirungen, bei welchen uns ausser dem k. und k. österreichischen Consulate, Herrn Dr. Konya und den Universitätsprofessoren S. Micle und N. Kuliano auch die rumänischen Behörden, und namentlich der Polizeipräfect G. v. Latzesko auf's liebenswürdigste an die Hand gingen, entschieden wir uns schliesslich für den südlichen Vorgarten der ehemaligen Residenz und jetzigen Präfectur. Es ist diess einer der wenigen Punkte Jassy's, an dem die umliegenden Hügelketten im SO nur 1° bis 2° über den Horizont hinausragen, und er bot uns überdiess für die beabsichtigte Längenbestimmung den grossen Vortheil der unmittelbaren Nähe am Telegrafenamte, da diess derzeit in der Präfectur untergebracht ist.

Der Morgen des 8. (bürgl. 9) Decembers war von bewundernswerther Klarheit, und die Bilder der Sterne bis hart an den Horizont von bemerkenswerther Ruhe. Allein kurz vor Sonnenaufgang erhoben sich aus dem Thale des Bachluy dichte Nebelmassen, welche mit reissender Schnelligkeit ganz Jassy einhüllten

Die aufgehende Sonne zerstreute allerdings diese Nebelmassen wieder ziemlich rasch, leider aber doch nicht rasch genug, um die innere Berührung beobachten zu können; denn als die Sonne um 19^h 58^m mittlere Jassyer Zeit durchzudringen anfing, war der innere Contact eben — vielleicht kaum mehr als eine Minute vorher — erfolgt. Um diese Zeit war übrigens Venus auch ohne Fernrohr bequem auf der Sonnenscheibe wahrzunehmen.

Während des allmäligen Austrittes der Venus aus der Sonnenscheibe löste die Sonne den Nebel immer mehr auf, so dass zur Zeit des äusseren Contactes nur noch ein dünner Nebelschleier zurückgeblieben war. Doch war mit dem heiteren Himmel die Ruhe der Bilder nicht wiedergekehrt; es zeigten im Gegentheile die Ränder sehr starke Wallungen, so dass die Beobachtung des äusseren Contactes im Grunde unter ungünstigen Verhältnissen angestellt ist. Was ich darüber notirte ist das Folgende.

Um 13^h 36^m 30^s Uhrzeit verlor ich die Venus bei einer ungewöhnlich starken Wallung des Sonnenrandes aus dem Gesichte; einige Augenblicke später trat aber der kleine Einschnitt, den sie noch am Sonnenrande bildete, wieder deutlich hervor, und hob sich durch seine intensive Schwärze von den Wallungen des Sonnenrandes, welche mehr in's tief indigoblau spielten, sehr gut ab. Zwischen 13^h 36^m 41^s bis 45^s verschwand mir Venus definitiv, ich setze daher den Austritt derselben auf 13^h 36^m 43^s Uhrzeit. Da das Chronometer eine Correction von $+0^m$ 27^s6 gegen Jassyer Sternzeit hatte, erfolgte, meinen Beobachtungen zufolge, der Austritt äussere Berührung:

1874 Dec. 8	13^h 37^m 10^s6	Sternzeit Jassy, oder
8	20 25 49·7	mittl. Zeit Jassy.

Der Beobachtungspunkt liegt nach den geographischen Ortsbestimmungen, die ich und Th. v. Oppolzer gemeinschaftlich ausführten, 0^h 44^m 49^s70 östlich von der k. k. Sternwarte in Wien, und hat eine geographische Breite $\varphi = 47° \; 9' \; 25''1$.

Nach den obigen Auseinandersetzungen kann das eben angeführte Beobachtungsmoment einen Anspruch auf grosse Sicherheit nicht erheben. Alle hierbei in Betracht kommenden Verhältnisse erwägend, möchte ich glauben, dass der äussere Contact

eher zu früh als zu spät angesetzt wurde, dass jedoch die Unsicherheit der Beobachtung 10^s bis 12^s schwerlich übersteigt.

Die Beobachtung wurde an einem trefflichen Fraunhofer von 45 par. Linien Öffnung und 6$^1/_2$ Fuss Brennweite bei einer 60fachen Vergrösserung durch ein neutrales Blendglas angestellt. Einige Zeit vor dem äusseren Contacte suchte ich die Bilder durch Vorstecken von Airy'schen Dispersionsprismen mit brechenden Winkeln von 6° bis 12° zu verbessern, ohne jedoch die beabsichtigte Wirkung zu erzielen.

2. Bestimmung der Ortszeit und geographischen Länge von Jassy.

a. Zeitbestimmungen in Jassy.

Um die Beobachtungsmomente auf einen bestimmten Meridian reduciren zu können, wurde die Bestimmung einer Längendifferenz in's Auge gefasst, und diese dadurch ermöglicht, dass die Telegrafendirectionen von Österreich und Rumänien auf das Ersuchen von Th. v. Oppolzer die Telegrafenlinien mit grösster Liberalität zum Austausche von Zeitsignalen zur Verfügung stellten.

Die Zeitbestimmungen in Jassy wurden gemeinschaftlich von Th. v. Oppolzer und mir ausgeführt. Als Beobachtungsuhr diente uns hierbei das der k. k. Wiener Sternwarte gehörige, halbe Secunden schlagende und nach Sternzeit gehende Boxchronometer Molineux 1980, während wir als Beobachtungsinstrument Oppolzer's achtzölliges Universale von Starke und Kammerer, dessen Objectiv 18 Linien misst, verwendeten. Die Positionen der benützten Sterne wurden, so weit es anging, dem bekannten Verzeichnisse von 539 Sternen, welches die Redaction des Berliner Jahrbuches seit mehreren Jahren publicirt, entnommen. Nur die Positionen von α ursae min. β Ceti und 13 Ceti, welche darin fehlen, wurden anderen Quellen entlehnt, und zwar die beiden ersten dem Berliner Jahrbuche, die letzte der Connaissance des temps für 1875. Endlich ist dort, wo es nöthig war, die Reduction auf den scheinbaren Ort zu berechnen, diess mit Hilfe der Constanten des Berliner Jahrbuches geschehen.

Über die Anordnung der Beobachtungen brauche ich wol weiter nichts hinzuzufügen, da sie aus der unten folgenden Zusammenstellung von selbst ersichtlich ist. Hingegen muss ich über die Berechnung derselben ein paar Worte vorausschicken.

Das oben erwähnte Universale besitzt eine ziemlich bedeutende Seitenbiegung, und es ist daher der Collimationsfehler von der Zenithdistanz abhängig. Um diesen Umstand, der Oppolzer schon von früherher bekannt war, zu paralysiren, ging ich bei der Berechnung der Instrumentalcorrectionen folgendermassen vor. An die Durchgangszeit durch den Mittelfaden wurde zuerst die Neigung und Reduction auf eine gemeinsame Zeit angebracht, und hierauf aus dem Polarsterne der Collimationsfehler berechnet. Nachdem auch dieser angebracht war, wurde das Azimuth aus dem Polarsterne und der Combination je eines bei Kreis Ost und bei Kreis West in nahe gleicher Höhe beobachteten Sternes ermittelt. Die so erhaltenen Werthe lauten:

December 7. Für Oppolzer's Zeitbestimmung: $a = +16\overset{s}{.}002$ aus α ursae min. und dem Mittel von ε Piscium und β Arietis.
Für die Zeitbestimmung von Weiss wurde der Collimationsfehler, den α ursae min. ergeben hatte, beibehalten, und aus dem Mittel der beiden Polarsterne 4 und β ursae min. und dem Mittel von ξ_2 Ceti und η Eridani $a = +16\overset{s}{.}231$ gefunden.

December 8. Aus γ Cephei und dem Mittel von ι und β Leonis: $a = +7\overset{s}{.}069$.

December 9. Aus α ursae min. und dem Mittel von ε und η Piscium: $a = +2\overset{s}{.}954$.

Schliesslich nahm ich aus den resultirenden Uhrcorrectionen nicht einfach das Mittel, sondern vertheilte sie nach der Zenithdistanz der beobachteten Sterne derart in einzelne Gruppen, dass jeder Gruppe in Kreislage Ost eine von nahezu gleicher mittlerer Zenithdistanz in Kreislage West entgegenstand, und nahm nun das Mittel aus den correspondirenden Gruppen. Da ferner Vergleichungen zwischen mir und Oppolzer bei mehreren früheren Gelegenheiten gezeigt hatten, dass unsere gegenseitige persönliche Gleichung bei Beobachtung von Sternantritten

ungemein klein sei, und eine provisorische Berechnung der Beobachtungen in Jassy diess Resultat neuerdings bestätigte, habe ich die Zeitbestimmungen jedes Abendes zu einem einzigen Mittel zusammengefasst, weil sich das Resultat auf diese Art vollständiger vom Collimationsfehler befreien lässt. Diess Verfahren ist übrigens noch aus dem Grunde um so unbedenklicher, als wir beide uns an den telegraphischen Operationen ganz gleichmässig betheiligten, und daher in's Resultat der Längenbestimmung ohnehin das Mittel unserer persönlichen Gleichung eingeht.

Die Reduction auf das Mittel der Beobachtungszeiten ist mit einem täglichen Uhrgange +4ˢ2 ausgeführt, und die Polhöhe zu +47° 9'4 angenommen. Für diese Polhöhe beträgt die tägliche Aberration, welche dem Collimationsfehler einverleibt wurde, 0ˢ015 sec δ.

1874 December 7.

Stern	Zhl. d. Fäden	M	Red.	in	$c \sec \delta$	$a.m$	t	α	u
Kreis Ost. Oppolzer $i = -0^s364$ (4 Niv.) $c = +0^s594$ $a = +16^s002$									
β Ceti	6	0ʰ 36ᵐ 41ˢ15	+0ˢ24	-- 0ˢ16	+ 0ˢ62	+ 15ˢ41	57ˢ26	0ʰ 37ᵐ 18ˢ91	+0ᵐ 21ˢ65
δ Piscium	6	0 41 39·41	+0·22	— 0·28	+ 0·60	+ 10·42	50·37	0 42 11 69	21·32
ε „	6	0 55 54·80	+0·18	— 0·28	+ 0·60	+ 10·36	5·66	0 56 27·31	21·65
α ursae min.	7	1 19 57·79	+0·14	—11·55	+25·15	—449·00	42·53	1 13 3·86	(21·33)
Kreis West. Oppolzer $i = -0^s352$ (4 Niv.) $c = -0^s624$ $a = +16^s002$									
α ursae min	6	1 20 49·03	+0·07	—11·17	—26·42	—449·00	42·51	1 13 3·86	(21·35)
β Arietis	6	1 47 16·49	+0·03	— 0·33	— 0·67	+ 7·73	23·25	1 47 44·26	21·01
γ Andromedae	6	1 55 51·98	+0·01	— 0·47	— 0·84	+ 2·03	52·71	1 56 13·91	21·20
α Arietis	6	1 59 40·57	0·00	— 0·35	— 0·68	+ 7·14	46·68	2 0 7·87	+0 21·19

Stern	Zhl. d. Fäden	M	Red.	in	$c \sec\delta$	$a.m$	t	α	u
1874 December 7.									
Kreis West. Weiss $i = -0{\cdot}416$ (2 Niv.) $c = -0{\cdot}624$ $a = +16{\cdot}231$									
4 ursae min.	14	2ʰ 7ᵐ 50·32	−0·03	+1·17	+3·03	+64·41	58·90	14ʰ 9ᵐ 19·72	+0ᵐ (20·82)
ξ_2 Ceti	6	2 21 0·53	−0·06	−0·33	−0·63	+10·37	9·88	2 21 31·11	21·23
δ „	6	2 32 32·75	−0·10	−0·28	−0·62	+11·94	43·69	2 33 5·03	21·34
γ „	6	2 36 18·23	−0·13	−0·30	−0·62	+11·38	28·58	2 36 49·89	21·31
Kreis Ost. Weiss $i = -0{\cdot}112$ (2 Niv.) $c = +0{\cdot}594$ $a = +16{\cdot}231$									
41 Arietis.........	6	2 42 9·58	−0·13	−0·12	+0·66	+ 6·34	16·33	2 42 37·99	21·66
μ Persei...........	5	2 45 4·40	−0·13	−0·18	+0·97	− 2·35	2·71	2 45 24·63	21·92
η Eridani..........	6	2 49 43·97	−0·15	−0·06	+0·61	+13·73	58·10	2 50 19·85	21·75
β ursae min........	3	2 49 50·40	−0·15	+0·22	−2·24	+52·14	40·37	14 51 2·53	+0 (22·16)

Die vierte „Red" überschriebene Columne enthält die Reduction der Beobachtungsmomente auf 1ʰ 59ᵐ Uhrzeit.

Stern	Zhl. d. Fäden	M	Red.	in	$c \sec\delta$	$a.m$	t	α	u
1874 December 8.									
Kreis Ost. Oppolzer $i = +0{\cdot}082$ (2 Niv.) $c = +0{\cdot}770$ $a = +7{\cdot}069$									
ι Leonis	5	11 16 50·91	+0·04	+0·07	+0·78	+ 4·23	56·03	11 17 23·85	+0 27·82
58 ursae maj.......	5	11 23 15·40	+0·03	+0·11	+1·07	+ 0·56	17·17	11 23 44·64	27·47
γ Cephei..........	5	11 33 22·38	0·00	−0·20	−3·41	+25·90	44·67	23 34 11·69	(27·02)
Kreis West. Oppolzer $i = -0{\cdot}300$ (2 Niv.) $c = -0{\cdot}800$ $a = +7{\cdot}069$									
γ Cephei..........	7	11 33 14·50	−0·01	+0·74	+3·54	+25·90	44·67	23 34 11·69	(27·02
β Leonis..........	7	11 42 11·29	−0·03	−0·26	−0·83	+ 3·87	14·04	11 42 40·26	26·22
γ ursae maj........	13	11 46 50.93	0·04	−0·51	−1·37	− 1·53	47·48	11 47 14·58	+0 27·10

Die vierte Columne enthält die Reduction der Beobachtungsmomente auf 11ʰ 32ᵐ Uhrzeit.

Stern	Zhl. d. Fäden	M	Red.	in	$c \sec \delta$	$a.m$	t	α	u
1874 December 9.									
Kreis West. Oppolzer $i = +0''658$ (2 Niv.) $c = -0''518$ $a = +2''954$									
12 Ceti	7	0h 41m 7''87	+0''13	+ 0''41	− 0''52	+ 2''33	10''22	0h 23m 39''41	+0m 29''19
13 „	7	0 28 17·19	+0·11	+ 0·41	− 0·52	+ 2·32	19·51	0 28 48·62	29·11
β „	8	0 36 47·15	+0·09	+ 0·28	− 0·55	+ 2·84	49·81	0 37 18·89	29·08
Kreis West. Weiss $i = +0''911$ (2 Niv.) $c = -0''518$ $a = +2''954$									
δ Piscium	6	0 41 40·29	+0·07	+ 0·70	− 0·52	+ 1·92	42·46	0 42 11·67	29·21
ε „	6	0 55 55·90	+0·03	+ 0·70	− 0·52	+ 1·91	58·02	0 56 27·29	29·27
τ „	6	1 4 15·30	+0·01	+ 1·00	− 0·59	+ 1·03	16·75	1 4 46·63	29·88
α ursae min.	4	1 13 48·88	+0·02	+28·91	−21·94	−82·90	32·97	1 13 2·60	(29·63)
Kreis Ost. Weiss & Oppolzer $i = +1''265$ (3 Niv.) $c = +0''488$ $a = +2''954$									
α ursae min. ....(W)	4	1 12 55·10	−0·05	+40·14	+20·67	−82·90	32·96	1 13 2·60	(29·64)
θ Ceti ....(O)	6	1 17 13·01	−0·03	+ 0·72	+ 0·49	+ 2·48	16·67	1 17 46·69	30·02
η Piscium .....(W)	6	1 24 14·49	−0·05	+ 1·10	+ 0·50	+ 1·64	17·68	1 24 47·70	30·02
υ Persei ....(W)	7	1 29 46·89	−0·07	+ 1·89	+ 0·73	− 0·06	49·38	1 30 19·46	30·08
ν Piscium.......(O)	8	1 34 22·15	−0·08	+ 0·94	+ 0·49	+ 2·00	25·50	1 34 55·74	30·24
ο „ ......(O)	12	1 38 14·25	−0·09	+ 1·00	+ 0·49	+ 1·86	17·51	1 38 47·88	30·37
β Arietis ......(W)	8	1 47 10·95	−0·12	+ 1·20	+ 0·52	+ 1·43	13·98	1 47 44·25	+0 30·27

Die vierte Columne enthält die Reduction der Beobachtungsmomente auf 1h 7m Uhrzeit.

Die vorstehenden Beobachtungen vereinigte ich zum Behufe der Elimination des Collimationsfehlers in folgende Gruppen:

1874 December 7.

Kreis	Mittel aus	Mittl. Zen. Dist.	u
Ost	β Ceti, η Eridani, δ & ϵ Pisc.	51°8 S	+0ᵐ 21ˢ59
West	ξ_2, γ & δ Ceti............	43·7 S	21·29
Ost	41 Arietis...............	20·4 S	21·66
West	β & α Arietis	25·6 S	21·10
Ost	τ Persei.................	5·1 N	21·92
West	γ Andromedae...........	5·4 S	+0 21·20

1874 December 8.

Kreis	Mittel aus	Mittl. Zen. Dist.	u
Ost	ι Leonis	35·9 S	+0 27·82
West	β „	31·9 S	26·22
Ost	58 ursae maj.............	3·3 S	27·47
West	γ ursae maj..............	7·2 N	+0 27·10

1874 December 9.

Kreis	Mittel aus	Mittl. Zen. Dist.	u
Ost	θ Ceti	56·0 S	+0 30·02
West	12. 13 & β Ceti...........	56·4 S	29·13
Ost	ν & o Piscium	40·1 S	30·30
West	δ & ϵ „	40·5 S	29·24
Ost	η Pisc., β Ariet., υ Persei..	19·5 S	30·12
West	τ Piscium................	17·7 S	+0 29·88

Nimmt man nun aus den correspondirenden Gruppen das Mittel, berechnet man das Gewicht des so erhaltenen Resultates nach der Formel

$$g = \frac{4pp'}{p+p'}$$

wo p und p' die Zahl der in jeder Kreislage beobachteten Sterne vorstellt, und setzt man die Uhrcorrection, welche aus dem Polarsterne folgen würde, hinzu, um besser überblicken zu können, in wie weit durch das hier eingeschlagene Verfahren der Einfluss der Seitenbiegung eliminirt ist, so erhält man das folgende Tableau, dem ich nur noch beifügen möchte, dass südliche und nördliche Zenithdistanzen durch die Zeichen + und — unterschieden sind.

1874 December 7.

z	u	g
+47°8	+0ᵐ 21ˢ44	6·9
+28·0	21·38	2·7
+ 0·2	21·56	2·0
−41·5	(21·34)	—
−56·4	+0 (21·49)	—

1874 December 8.

z	u	g
+33·9	+0 27·02	2·0
— 2·0	27·29	2·0
−55·9	+0 (27·02)	—

1874 December 9.

z	u	g
+56·2	+0 29·58	3·0·
+40·3	29·77	4·0
+18·6	30·00	3·0
−41·5	+0 (29·64)	—

Nimmt man nun aus diesen Zahlen nach Massgabe ihres Gewichtes das Mittel, und fügt man die Uhrzeiten, für welche sie gelten, bei, so ergeben sich schliesslich als definitive Werthe für die Uhrcorrectionen

1874	Uhrzeit	u	tägl. Gang
Dec. 7	1ʰ 59ᵐ	+0ᵐ 21ˢ45	
„ 8	11 32	27·16	+4ˢ25
„ 9	1 7	+0 29·78	

b. Zeitbestimmungen in Wien.

Die Zeitbestimmungen in Wien wurden von Dr. J. Holetschek, Assistenten der k. k. Sternwarte, am vierzölligen Meridiankreise dieser Anstalt ausgeführt. Um die Zeit, welche hier in Betracht kommt, gelangen solche am 30. November, 8. & 23. December. Doch will ich das Detail derselben hier nicht anführen, da diess seinerzeit ohnehin an einem anderen Orte[1] mitgetheilt werden wird, und begnüge mich zu bemerken, dass die Hauptuhr der Sternwarte, ein erprobtes altes Werk von Auch in Seeberg, die ganze Zeit hindurch ihren Gang sehr gleichmässig einhielt.

---

[1] Annalen der k. k. Sternwarte.

Da die Sternwarte derzeit keine eigene Leitung besitzt, konnten die Signale nicht unmittelbar von der Hauptuhr aus gegeben werden, sondern es musste zu diesem Zwecke ein Chronometer in das etwa eine Viertelstunde entfernte Telegrafenamt getragen werden. Es war diess das halbe Sekunden schlagende, nach mittlerer Zeit gehende Boxchronometer Kessel's Nr. 1443, welches vor und nach jeder Übertragung in's Telegrafenamt nicht nur mit der obenerwähnten Hauptuhr der Sternwarte, sondern auch mit den übrigen, an derselben befindlichen astronomischen Uhren verglichen wurde, um die zufälligen Fehler einer solchen Vergleichung möglichst zu vermindern. Ich gebe nun im Folgenden das Mittel dieser Einzelnvergleichungen, die so gut mit einander übereinstimmen als man es nur erwarten kann, und füge zugleich die Zahl der jedesmal mit dem Chronometer verglichenen Uhren bei.

1874	Zhl. d. Uhr.	Uhrzeit	Corr.
December 7.	2	8^h 43^m	$+2^m$ 44^s19
7	2	13 22	49·35
8	2	8 36	52·41
8	2	10 52	52·66
8	3	15 38	53·15
8	3	17 28	53·52
9	4	8 52	55·73
9	4	10 55	+2 52·60

Die Uhrvergleichungen, zwischen welche Chronometerübertragungen fielen, sind durch Freilassen einer Zeile von einander getrennt, und es fällt sofort auf, dass zwischen der ersten und letzten Übertragung erhebliche Sprünge vorkommen. Etwas ähnliches ereignete sich auch bereits bei einer früheren Gelegenheit, wo ich diess Chronometer bei der Bestimmung der Längendifferenz mit Wiener-Neustadt [1] verwendete; ich glaubte aber dass durch das damals erfolgte Anziehen der Hemmungsfeder die Ursache dieses Verhaltens beseitigt worden sei. Die vorliegenden Vergleichungen zeigen aber, dass diess nicht der Fall ist, sondern

---

[1] Sitzungsberichte d. kais. Akad. d. Wissensch. LXV, Band 2. Abth. p. 116 ff.

scheinen darauf hinzudeuten, dass diese sonst treffliche Uhr Übertragungen überhaupt nicht verträgt, da das erste Mal eine Retardation, das zweite Mal hingegen eine Acceleration eintrat.

Während der zweiten und dritten Übertragung änderte sich der Stand des Chronometers um keine nachweisbare Grösse. Ich habe daher aus den Vergleichungen vor und nach diesen Übertragungen das Mittel genommen, und erhielt dadurch:

1874		Uhrzeit		Corr.		tägl. Gang.
December	7	8^h	43^m	$+2^m$	44^s19	
	7	13	22		49·35	+3'51
	8	9	44		52·53	
	8	16	33		53·33	
	9	8	52		55·73	
	9	10	55	+2	52·60	

In der Zeit vom 7. bis 9. December hatte das Chronometer einen sehr regelmässigen Gang. Denn bezeichnet man mit x eine an den Uhrstand vom 7. December um 13^h 22^m etwa noch anzubringende Correction und mit y den täglichen Gang der Uhr, so erhält man für die wahrscheinlichsten Werthe dieser Grössen

$$x = +0^s\!.06, \quad y = +3^s\!.51.$$

Damit wird

1874		Uhrzeit		Uhrstand beobachtet		Uhrstand berech.	$B-R$
December	7	13^h	22^m	$+2^m$	49^s35	49^s41	-0^s06
	8	9	44		52·53	52·39	+0·14
	8	16	33		53·33	53·38	−0·05
	9	8	52	+2	55·73	55·76	−0.03

Es wurden daher den weiteren Rechnungen die beobachteten Uhrstände zu Grunde gelegt, und die Reductionen auf andere Zeiten mit dem täglichen Gange $+3^s\!.51$ ausgeführt.

c. Ableitung der Längendifferenz.

An den telegrafischen Operationen betheiligte sich in Jassy ausser Th. v. Oppolzer und mir auch Oberlieutenant G. von Steeb, welcher der k. k. Gradmessung zugetheilt ist, und Oppolzer nach Jassy begleitet hatte, während in Wien Dr. J. Holetschek an Herrn F. Anton, Observator der k. k. Gradmessung, einen trefflichen Mitarbeiter hatte.

Wir waren in Wien übereingekommen, bei jeder Vergleichung an jedem Orte zwei Signalreihen durch je drei Minuten zu geben, und in diesen Reihen die Signale in Intervallen von 10^s einander folgen zu lassen. Wir kamen ferner überein, die Jassyer Signale zwischen die Wiener einzuschalten, so dass die Wiener Signale den Anfang und Schluss der Operation bildeten.

Im Ganzen wurden an 3 Abenden und am Morgen vor dem Venusdurchgange etwas mehr als 300 Signale ausgetauscht, wenn man einige unvollständige Signalreihen mitzählt. Doch halte ich ės nicht für nöthig, alle diese Signale in vollem Detail herzusetzen, sondern begnüge mich damit, den Mittelwerth jeder einzelnen Reihe anzuführen. Die beigeschriebenen Buchstaben sind die Initialen der Namen der oben angeführten, die Signale gebenden, resp. hörenden Beobachter.

1874	Signale		Zhl. d. Sig.
	gegeben in	gehört in	
December 7	Wien A $9^h 47^m 30^s$	Jassy W $3^h 40^m 33^s \cdot 40$	19
		O 33·47	
		S 33·19	
	Jassy O 3 44 30	Wien H 9 51 25·88	19
		A 25·98	
	Jassy W 3 48 30	Wien H 9 55 25·29	19
		A 25·34	
	Wien H 10 0 35	Jassy W 3 53 40·64	18
		O 40·72	
		S 40·46	
8	Wien A 9 45 30	Jassy W 3 42 29·71	19
		O 29·71	
		S 29·41	
	Jassy O 3 46 35	Wien H 9 49 34·48	18
		A 34·52	
	Jassy W 3 50 30	Wien H 9 53 28·93	19
		A 29·02	
	Wien H 9 57 10	Jassy W 3 54 11·63	13
		O 11·69	
		S 11·57	
	Wien H 10 2 30 [1]	Jassy W 3 59 32·58	19
		O 32·55	
		S 32·44	

[1] Wiederholt, weil aus Versehen blos durch 2 Minuten Signale gegeben wurden.

1874	Signale									Zhl. d. Sig.
	gegeben in				gehört in					
December 8	Wien A	16ʰ	40ᵐ	30ˢ	Jassy W	10ʰ	38ᵐ	37ˢ79		19
					O			37·80		
					S			37·72		
	Jassy O	10	42	30	Wien H	16	44	21·47		19
					A			21·52		
	Jassy W	10	46	26·67	Wien H	16	48	17·38		18
					A			17·69		
	Wien H	16	52	30	Jassy W	10	50	39·76		19
					O			39·87		
					S			39·80		
9	Wien A	9	40	30	Jassy W	3	41	24·49		7
					O			24·53		
					S			24·60		
	Wien A	9	51	30 [1]	Jassy W	3	52	26·45		19
					O			26·54		
					S			26·46		
	Jassy O	3	56	30	Wien H	9	55	33·04		19
					A			33·11		
	Jassy W	4	0	30	Wien H	9	59	32·24		19
					A			32·48		
	Wien H	10	3	30	Jassy W	4	4	28·50		19
					O			28·54		
					S			28.62		

Diese Zahlen geben für die persönliche Gleichung zwischen den einzelnen Beobachtern beim Hören der Signale folgende Werthe:

Jassy.

1874	Uhr-zeit	O—W	O—S	Zahl d. Sig.
Dec. 7	3ʰ7	+0ˢ07	+0ˢ28	19
	3·9	+0·08	+0·26	18
8	3·7	0·00	+0·30	19
	3·9	+0·06	+0·12	13
	4·0	—0·03	+0·11	19
8	10·6	+0·01	+0·08	19
	10·8	+0·11	+0·07	19
9	3·7	+0·04	—0·07	7
	3·9	+0·09	+0·08	19
	4·1	+0·04	—0·08	19

[1] Wiederholt wegen Telegrafenstörungen.

Wien.

1874	Uhrzeit	A—H	Zahl der Sig.
Dec. 7	9ʰ8	+0ˢ10	19
	9.9	+0·04	19
8	9·8	+0·05	18
	9·9	+0·09	19
8	16·7	+0·05	19
	16·8	+0·31	18
9	9·9	+0·07	19
	10·0	+0·24	19

Man ersieht daraus, dass die persönliche Gleichung nur zwischen mir und Oppolzer einigermassen constant war, und dass bei den anderen Beobachtern sogar zwischen den einzelnen Signalreihen eines und desselben Tages sehr bedeutende Variationen vorkamen. Doch halte ich diess nicht so sehr für eine sprungweise Änderung der eigentlichen persönlichen Gleichung sondern glaube vielmehr, dass hier eine unwillkührliche Präoccupation der Beobachter die Hauptrolle spielt. Wenn nämlich Signale in bestimmten, vorher festgesetzten Intervallen gegeben werden, weiss der Beobachter schon von vornherein, wann das nächste Signal eintreffen soll, und schätzt daher die Ankunft desselben nicht mehr ganz unbefangen, sondern mehr weniger beeinflusst von der Schätzung der Ankunft des früheren Signales. In Folge dessen geht der Beobachtungsfehler der beim Auffassen des ersten Signales begangen wurde, wenigstens zum Theil auch auf die folgenden über und bewirkt dadurch scheinbar eine Änderung der persönlichen Gleichung. Dieser Anschauung conform ist auch eine andere Erscheinung, die mir beim Zusammenstellen der Signale auffiel. Von den beiden benützten Chronometern geht bekanntlich das eine (Kessel's Nr. 1443) nach mittlerer, das andere (Molyneux Nr. 1980) nach Sternzeit. Es trat daher innerhalb der 3 Minuten, die jede Signalreihe dauerte, eine Verschiebung der gehörten gegen die gegebenen Signale um etwa 0ˢ5 ein. Diese Verschiebung erfolgt nun in den Aufschreibungen der Beobachter in der Regel nicht continuirlich, sondern meistens sprungweise, zum Zeichen dass sie gewöhnlich längere Zeit hindurch mit einer gewissen Zähigkeit an den vorhergehenden

Schätzungen festhielten. Ferner kommt wiederholt die eigenthümliche Erscheinung vor, dass ein Beobachter eine ganze Reihe von 6 bis 8 Signalen stets vor, der andere stets nach dem Chronometerschlage hörte. Übrigens scheint auch die persönliche Gleichung nicht im ganzen Intervalle zwischen den Schlägen des Chronometers gleich zu sein; denn der Unterschied in den Notirungen der einzelnen Beobachter ist meistentheils zur Zeit der Coïncidenzen der Uhrschläge und Signale am kleinsten.

Schliesslich will ich noch mit ein paar Worten eines anderen Umstandes gedenken. Beim Geben der Signale wird gewöhnlich vorausgesetzt, dass dieselben auch wirklich genau zu der vorausbestimmten Zeit gegeben wurden, und es ist diese Voraussetzung auch in der obigen Zusammenstellung der Signale gemacht worden. Um nun zu prüfen, in wie weit dieselbe zutrifft, notirte Oberlieutenant v. Steeb die Zeiten, zu welchen er meine und Oppolzer's Signale hörte, und Oppolzer in den letzten Tagen auch die Zeiten meiner Signale. Das Resultat dieser Aufschreibungen ist:

1874	Signale gegeben von W	nach S	nach O	S—W	O—W	Zahl der Sign.
Dec. 7	3h 48m 30s	30s01	.	+0s01	.	19
8	3 50 30	30·24	30s19	+0·24	+0s19	19
8	10 46 26·67	26·71	26·70	+0·04	+0·03	18
9	4 0 30	30·14	30·12	+0·14	+0·12	19
			Im Mittel	+0·11	+0·11	

1874	Signale gegeben von O	nach S	S—O	Zahl der Sign.
Dec. 7	3h 44m 30s	29s99	—0s01	19
8	3 46 35	35·01	+0·01	18
8	10 42 30	30·01	+0·01	19
9	3 56 30	29·98	—0·02	19

Darnach sollte beim Hören und Geben von Signalen zwischen Oppolzer und Steeb eigentlich keine persönliche Gleichung stattfinden, während ich nach dem übereinstimmenden Zeugnisse beider Herren, Signale beiläufig um 0s1 zu spät geben würde. Im Resultate der Längenbestimmung hingegen ist, wie sich später zeigen wird, keine Spur einer solchen Verspätung meiner Signale zu erkennen. Alle diese hier namhaft gemach-

ten Umstände weisen unverkennbar darauf hin, dass wir einen sehr verschiedenartigen Complex von Erscheinungen unter dem Namen „persönliche Gleichung" zusammenfassen, und zeigen, dass es wohl kaum eine andere Beobachtungsart geben dürfte, die diess so unmittelbar erkennen lässt, wie das gemeinsame Beobachten von Signalen verschiedener Art.

Bei der Ableitung der Längendifferenz habe ich aus den früher mitgetheilten Mittelwerthen der von den einzelnen Beobachtern gehörten Zeiten der Signale einfach das Mittel genommen. Ich hielt es nämlich wegen der Veränderlichkeit der persönlichen Gleichung beim Hören der Signale nicht für zweckmässig für jedes Beobachterpaar eine eigene Längendifferenz abzuleiten, und glaube auch, dass das Mittel aus den Angaben mehrerer Beobachter überhaupt die beste Grundlage für weitere Rechnungen bildet, wenn, wie es hier der Fall ist, directe Bestimmungen der persönlichen Gleichung mangeln.

An die so gewonnenen Zahlen habe ich die am Schlusse der vorhergehenden Abschnitte *a* und *b* angeführten Uhrcorrectionen angebracht, und hierauf die Wiener Zeitangaben von mittlerer auf Sternzeit reducirt. Dabei ergab sich jedoch eine Schwierigkeit, auf die ich hier nochmals zurückkommen muss. Das Chronometer Kessel's erfuhr nämlich, wie am betreffenden Orte besprochen wurde, während des ersten und letzten Transportes auf's Telegrafenamt eine bedeutende Änderung seines Standes. Um nun zu sehen, wann dieselbe eigentlich eingetreten sei, habe ich an die Zeiten der Signale den Stand und Gang angebracht, der zwischen beiden Sprüngen (Dec. 7 13^h 12^m bis Dec. 9 8^h 52^m) stattfand, also gleichsam angenommen, dass der erste Sprung schon beim Transporte auf's Telegrafenamt, der letzte hingegen erst beim Rücktransporte vom Telegrafenamte auf die Sternwarte sich ereignet habe. Ich erhielt so für die Zeiten der Signale in Ortssternzeit ausgedrückt:

1874	gegeben in				gehört in				Längendiff.	Zhl. d. Sig.
Dec. 7	Wien A	2^h	56^m	6^s12	Jassy	3^h	40^m	55^s10	44^m48^s98	19
	Jassy O	3	44	51.76	Wien	3	30	2·72	49·04	19
	Jassy W	3	48	51 78	Wien	3	4	2 77	49 01	19
	Wien H	3	9	13·31	Jassy	3	54	2·40	44 49·09	18

1874	gegeben in				gehört in				Längendiff.	Zhl. d. Sig.
Dec. 8	Wien A	2h 58m		6s08	Jassy	3h 42m		55s61	44m49s53	19
	Jassy O	3 47		1·01	Wien	3	2	11·26	49·75	18
	Jassy W	3 50		56·02	Wien	3	6	6·38	49·64	19
	Wien H	3	9	48·02	Jassy	3	54	37·66	49·64	13
	Wien H	3	15	8·90	Jassy	3	59	58·57	49·67	19
8	Wien A	9	54	15·06	Jassy	10	39	4·77	49·71	19
	Jassy O	10	42	57·01	Wien	9	58	7·22	49·79	19
	Jassy W	10	46	53·70	Wien	10	2	3·90	49·80	18
	Wien H	10	6	17·06	Jassy	10	51	6·85	49·79	19
9	Wien A	2	57	5·14	Jassy	3	41	54·78	49·64	7
	Wien A	3	8	6·98	Jassy	3	52	56·75	49·77	19
	Jassy O	3	57	0·28	Wien	3	12	10·73	49·55	19
	Jassy W	4	1	0·29	Wien	3	16	10·67	49·62	19
	Wien H	3	20	8·97	Jassy	4	4	58·85	44 49·88	19

Man sieht daraus, dass der letzte Sprung im Stande des Chronometers in der That erst beim Rücktransporte desselben auf die Sternwarte eintrat; es liegt daher kein Grund vor, den letzten Tag bei der Bildung des Schlussresultates auszulassen. Was den ersten Sprung betrifft, so scheint er allerdings schon auf dem Wege zum Telegrafenamte vorgekommen zu sein, aber das Chronometer bis zum Austausche der Signale die Störung noch nicht vollständig überwunden zu haben, was übrigens bei der Kürze der verflossenen Zeit leicht begreiflich ist. Ich habe daher den ersten Tag nicht weiter berücksichtiget.

In Wien wurden am 8. December von Dr. Holetschek, und am 9. von Anton zwei Signalreihen gegeben. Zieht man diese nach der Zahl der Signale in ein Mittel zusammen, um keinem der Beobachter im Resultate ein Übergewicht zu verschaffen, so erhält man für die Längendifferenz:

1. Aus den Wiener Signalen.

1874	A gibt	H gibt	im Mittel
Dec. 8	44m 49s53	49s66	49s595
8	49·71	49·79	49·750
9	49·73	49·88	49·805
im Mittel	44 49·657	49·777	49·717

2. Aus den Jassyer Signalen.

1874	O gibt	W gibt	im Mittel
Dec. 8	44ᵐ 49·75	49·64	49·695
8	49·79	49·80	49·795
9	49·55	49·62	49·585
im Mittel	44 49·697	49·687	49·692

Alle diese Zahlen stimmen so gut unter einander überein, als man es von derartigen Beobachtungen nur immer wünschen kann; bildet man daher schliesslich die Tagesmittel aus den Jassyer und Wiener Signalen, so erhält man:

1874	Längendiff.
December 8	44ᵐ 49·645
8	49·772
9	49·695
Mittel	44 49·704

Man sieht daraus, dass das Mitnehmen oder Auslassen des letzten Beobachtungsabendes ganz irrelevant ist. Behält man ihn bei, so berechnet sich aus der Übereinstimmung der Resultate jedes einzelnen Tages der mittlere Fehler einer Längenbestimmung zu ±0ˢ064 und der des Mittels aller drei zu ±0ˢ037. Indessen darf man nicht vergessen, dass die Differenzen der persönlichen Gleichung zwischen den Beobachtern noch im Resultate enthalten sind. Doch glaube ich nicht, dass es dadurch erheblich beeinflusst ist. Denn wie bereits erwähnt wurde, ist die persönliche Gleichung zwischen mir und Oppolzer verschwindend; ebenso besteht zwischen mir und Dr. Holetschek bei der Beobachtung von Sternpassagen nur eine sehr geringe persönliche Gleichung, und auch die Signale scheinen, den obigen Zahlen zufolge, von allen Beobachtern gleich gegeben zu werden. Es verdient vielleicht noch bemerkt zu werden, dass bei den Vergleichungen am 7. und 8. December nur in Czernowitz ein Translator sich befand, und die Linie sonst ganz offen war, dass hingegen am 9. December wegen der starken Ableitung des Stromes in Folge der sehr ungünstigen Witterungsverhältnisse noch ein zweiter Translator in Krakau eingeschaltet werden musste.

Es erübrigt nun noch das eben gefundene Resultat mit anderweitigen Angaben der Länge zu vergleichen. In den

Memoiren der Petersburger Akademie[1] gibt Struve für die Längendifferenz der Kirche St. Charalampia mit Paris 1ʰ 40ᵐ 57ˢ39 mit einem wahrscheinlichen Fehler von ±2ˢ12, während T. F. Schubert in seinem Werke „Exposé des travaux astronomiques et géodésiques, exécutés en Russie dans un but géographique jusq' à l'année 1855“ diese Zahl auf 1ʰ 41ᵐ 3ˢ erhöht. Nimmt man nun die Meridiandifferenz der Sternwarten von Paris und Wien zu 56ᵐ 10ˢ8 an, so gibt unsere Bestimmung für die Länge der Präfektur, von Paris aus gezählt, 1ʰ 41ᵐ 0ˢ5, und es scheint demnach die Angabe von Struve den Vorzug zu verdienen. Denn die Kirche St. Charalampia liegt nordwestlich von der Präfectur, und es dürfte nach einer allerdings sehr rohen Schätzung die Abweichung nach Westen etwa 2ˢ betragen, so dass unsere Bestimmung für die Länge der Kirche 1ʰ 40ᵐ 58ˢ5 ergeben würde.

Schliesslich hat es vielleicht noch einiges Interesse zu sehen, wie sich der Gang des Chronometers Molyneux während der Hin- und Herreise gegen denjenigen den es in Jassy, und denjenigen, den es unmittelbar nachher in Wien hatte, verhielt. Zu diesem Zwecke reducire ich die am Abende des 7. und 9. December in Jassy erhaltenen Uhrcorrectionen durch Anbringen der Längendifferenz auf Correctionen gegen Wiener Sternzeit, und setze dazu die Uhrcorrectionen, welche sich bei den Vergleichungen des Chronometers mit der Hauptuhr der Sternwarte unmittelbar vor unserer Abreise und nach unserer Rückkehr, sowie bei der nächsten Zeitbestimmung ergaben. Dadurch entsteht das folgende Tableau:

1874	Uhrzeit	Corr.	tgl. Gang
Dec. 2	13ʰ 56ᵐ	−44ᵐ 49ˢ4	
			+4ˢ7
7	1 59	−44 28·2	
			+4·2
9	1 7	−44 19·9	
			+4·1
14	2 29	−43 59·1	
			+4·5
23	3 49	−43 18·4	

[1] Mémoires de l'Académie Imp. des sciences de St. Pétersbourg. VI. Série, Sc. math. et phys. T. VI.

III. SITZUNG VOM 21. JÄNNER 1875.

Die Société Linnéenne de Normandie zu Caen zeigt mit Circular-Schreiben vom Jänner 1875 an, dass sie, um das Andenken des verstorbenen Geologen Elie de Beaumont zu ehren, beschlossen habe, eine der Strassen von Caen nach seinem Namen zu benennen und ihm auf einem der Plätze dieser Stadt eine Statue zu errichten, und ladet die Akademie zur Subscription von Beiträgen zu diesem Zwecke ein.

Herr Felix Karrer erklärt sich, mit Schreiben vom 15. Jänner, bereit, der an ihn ergangenen Einladung zu Folge, die Untersuchung und Bearbeitung der in den, von der österr.-ungar. Polarexpedition mitgebrachten Grundproben enthaltenen Polycystinen und Foraminiferen zu übernehmen.

Herr Prof. A. Toepler in Graz übersendet eine für den Anzeiger bestimmte „Note zur experimentellen Bestimmung des Diamagnetismus durch seine elektrische Inductionswirkung."

Herr Hofrath Dr. E. R. v. Brücke übermittelt eine Abhandlung: „Über die Wirkung des Muskelstromes auf einen secundären Stromkreis und über eine Eigenthümlichkeit von Inductionsströmen, die durch einen sehr schwachen primären Strom inducirt worden sind."

Herr Dr. F. Steindachner legt folgende zwei Abhandlungen vor: 1. „Beiträge zur Kenntniss der Chromiden des Amazonenstromes." — 2. „Über einige neue brasilianische Siluroiden aus der Gruppe der Doradinen."

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Akademie der Wissenschaften, Königl. Preuss., zu Berlin: Monatsbericht. September & October 1874. Berlin; 8°.

Bergwerks-Betrieb, Der, Österreichs im Jahre 1873. II. (berichtlicher) Theil. Herausgegeben vom k. k. Ackerbau-Ministerium. Wien, 1874; kl. 4°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXXX, Nr. 1. Paris, 1875; 4°.

Gesellschaft, k. k. geographische, in Wien: Mittheilungen. Band XVII (neuer Folge VII), Nr. 12. Wien, 1874; 8°.

— österr., für Meteorologie: Zeitschrift. X. Band, Nr. 7. Wien, 1875; 4°.

— für Salzburger Landeskunde: Mittheilungen. XIV. Vereinsjahr 1874. Salzburg; gr. 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXXVI. Jahrgang, Nr. 3. Wien, 1875; 4°.

Kerner, A., Die botanischen Gärten, ihre Aufgabe in der Vergangenheit, Gegenwart und Zukunft. Innsbruck, 1874; 8°.

Mémoire sur l'achèvement des travaux d'amélioration exécutés aux embouchures du Danube par la Commission Européenne etc. Leipzig, 1873; 4°.

Mittheilungen des k. k. technischen und administrativen Militär-Comité. Jahrgang 1874, 12. Heft. Wien; 8°.

Nachrichten über Industrie, Handel und Verkehr aus dem Statistischen Departement im k. k. Handels-Ministerium. VI. Band, 1. Heft. Wien, 1874; 4°.

Nature. Nr. 272, Vol. XI. London, 1875; 4°.

Pirona, Giulio A., e Torquato Taramelli, Sul terremoto de Bellunese del 29 Giugno 1873. Venezia, 1873; 8°.

Reichsanstalt, k. k. geologische: Verhandlungen. Jahrgang 1874, Nr. 16. Wien; 4°.

„Revue politique et littéraire" et „Revue scientifique de la France et de l'étranger". IVe Année, 2me Série, Nr. 29. Paris, 1875; 4°.

Snellen van Vollenhoven, S. C., Pinacographia. Illustrations of more than 1000 Species of North-West-European Ichneumonidae sensu Linnaeano. 'S Gravenhage, 1875; 4°.

Società Italiana di Antropologia e di Etnologia: Archivio. IV° Volume. Fasc. 3° e 4°. Firenze, 1874; 8°.

Sedlaczek, Ernest, Tafel zur bequemen Berechnung zwölfstelliger gemeiner Logarithmen und umgekehrt. Wien, 1874; gr. 8. — *Tabula ad commode computandos Logarithmos vulgares duodecim notis instructos et numeros iis respondentes. Viennae, 1875; gr. 8.*

Wiener Medizin. Wochenschrift. XXV. Jahrgang, Nr. 3. Wien, 1875; 4°.

Um den raschen Fortschritten der medicinischen Wissenschaften und dem grossen ärztlichen Lese-Publicum Rechnung zu tragen, hat die mathem.-naturwissenschaftliche Classe der kais. Akademie der Wissenschaften beschlossen, vom Jahrgange 1872 an die in ihren Sitzungsberichten veröffentlichten Abhandlungen aus dem Gebiete der Physiologie, Anatomie und theoretischen Medicin in eine besondere Abtheilung zu vereinigen und von dieser eine erhöhte Auflage in den Buchhandel zu bringen.

Die Sitzungsberichte der math.-naturw. Classe werden daher vom Jahre 1872 (Band LXV) an in folgenden **drei** gesonderten **Abtheilungen** erscheinen, welche auch einzeln bezogen werden können:

I. Abtheilung: Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mineralogie, Botanik, Zoologie, Geologie und Paläontologie.

II. Abtheilung: Die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Mechanik, Meteorologie und Astronomie.

III. Abtheilung: Die Abhandlungen aus dem Gebiete der Physiologie, Anatomie und theoretischen Medicin.

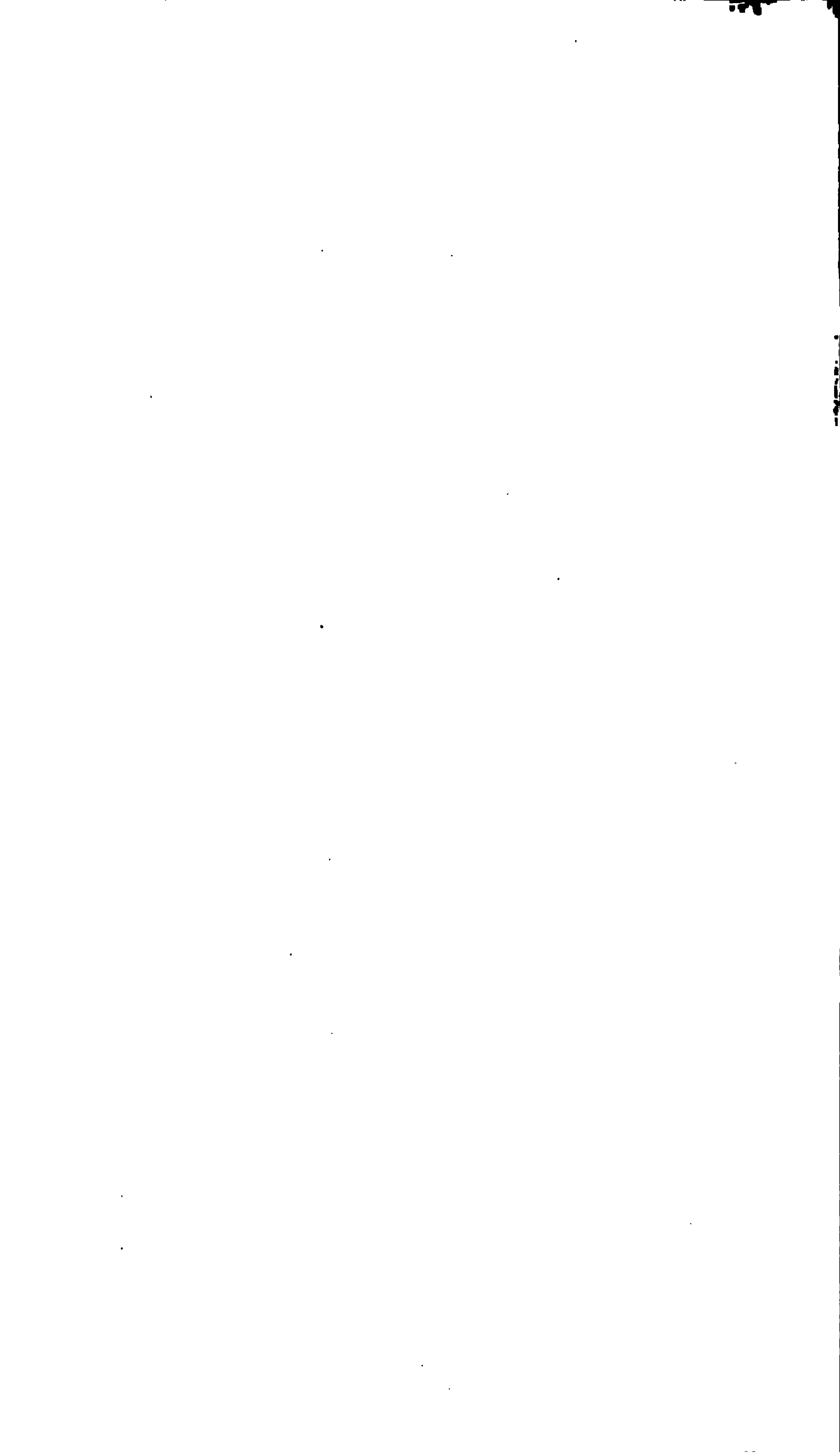
Von der I. und II. Abtheilung werden jährlich 5—7 und von der III. 3—4 Hefte erscheinen.

Dem Berichte über jede Sitzung geht eine Übersicht aller in derselben vorgelegten Abhandlungen und das Verzeichniss der eingelangten Druckschriften voran.

Der Preis des ganzen Jahrganges sämmtlicher drei Abtheilungen beträgt 24 fl.

Von allen in den Sitzungsberichten erscheinenden Abhandlungen kommen Separatabdrücke in den Buchhandel und können durch die akademische Buchhandlung Karl Gerold's Sohn (Wien, Postgasse 6) bezogen werden.

Der akademische Anzeiger, welcher nur Original-Auszüge oder, wo diese fehlen, die Titel der vorgelegten Abhandlung enthält, wird wie bisher, 8 Tage nach jeder Sitzung ausgegeben. Der Preis des Jahrganges ist 1 fl. 50 kr.



Dec. 10

SITZUNGSBERICHTE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LXXI. BAND. II. HEFT.

Jahrgang 1875. — Februar.

(Mit 2 Tafeln und 10 Holzschnitten.)

ZWEITE ABTHEILUNG.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Mechanik, Meteorologie und Astronomie.

WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI KARL GEROLD'S SOHN,
BUCHHÄNDLER DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1875.

INHALT

des 2. Heftes (Februar 1875) des 71. Bandes, II. Abth. der Sitzungsberichte der mathem.-naturw. Classe.

Preis des ganzen Heftes: 1 fl. 50 kr. = 3 RMk.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LXXI. Band.

ZWEITE ABTHEILUNG.

2.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Mechanik, Meteorologie und Astronomie.

IV. SITZUNG VOM 4. FEBRUAR 1875.

Der Secretär theilt Dankschreiben für akademische Publicationen mit: von den Directionen der k. k. Unterrealschule zu Bruneck und der Bürgerschule zu Ungar. Brod, sowie vom Ausschusse des akademischen Lesevereins zu Prag.

Derselbe legt ferner folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Über die verschiedene Erregbarkeit functionell verschiedener Nervmuskel-Apparate". II. Abthlg., von Herrn Prof. Dr. Alex. Rollett in Graz.

„Über die aus Citraconsäure entstehende Trichlorbuttersäure", von Herrn Prof. Dr. Joh. Gottlieb in Graz.

„Zur Kenntniss der Oxycitraconsäure und anderer Abkömmlinge der Brenzcitronensäure", von Herrn Theod. Morawski, Assistenten an der technischen Hochschule zu Graz, eingesendet durch Herrn Prof. Gottlieb.

„Analyse der Morizquelle in Sauerbrunn bei Rohitsch in Südsteiermark", von Herrn Prof. Max Buchner in Graz, gleichfalls durch Herrn Prof. Gottlieb eingesendet.

„Über die Schwingungen des Wassers in Röhren", von Herrn Dr. V. Dvořák, eingesendet durch Herrn Regierungsrath Mach in Prag.

„Über eine Folgerung aus der Analogie der Temperatur und der Potentialfunction", von Herrn Dr. Karl Domalip, Assistenten für Physik am k. k. deutschen Polytechnikum zu Prag.

„Über die latente Wärme der Dämpfe", von Herrn Capitular K. Puschl zu Seitenstetten.

Herr Rgrth. Dr. E. Mach in Prag übersendet eine für den Anzeiger bestimmte Notiz bezüglich eines Apparates zur Untersuchung der Doppelbrechung durch Druck.

Herr Prof. Dr. V. v. Ebner in Graz übermittelt eine gleichfalls für den Anzeiger bestimmte vorläufige Notiz „über den feineren Bau des Knochengewebes".

Herr Dr. August Ritter von Reuss übersendet ein von seinem Vater, weiland Aug. Em. Ritter v. Reuss hinterlassenes Manuscript, enthaltend eine ausführliche Charakteristik der Ordnungen, Familien und Gattungen der Foraminiferen, und ersucht um dessen Drucklegung.

Herr Hofrath Dr. Karl Langer überreicht eine Abhandlung des Herrn Walther Flemming in Prag, betitelt: „Studien in der Entwicklungsgeschichte der Najaden".

Herr Albert v. Obermayer, k. k. Artillerie-Hauptmann und Professor an der technischen Militär-Akademie, legt eine Abhandlung vor: „Über die Abhängigkeit des Reibungs-Coëfficienten der atmosphärischen Luft von der Temperatur".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Akademie der Naturforscher, Kais. Leopoldinisch-Carolinische Deutsche: Verhandlungen. XXXVII. Band. Dresden, 1873; 4°. — Leopoldina. Amtliches Organ. VII.—X. Heft. (1871 1874.) 4°.

Annalen (Justus Liebig's) der Chemie. Band 175, Heft 1 & 2. Leipzig & Heidelberg, 1874; 8°.

— der kgl. Sternwarte bei München. XX. Band, nebst XIII. Supplementband. München, 1874; 8°.

Anstalt, kgl. ungar. geologische: Mittheilungen. III. Band, 2. Heft. Budapest, 1874; kl. 4°. — Évkönyve. III. kötet, 2. füzet; IV. kötet, 1. füzet. Budapest, 1874 & 1875; kl. 4°.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift (nebst Anzeigen-Blatt). 13. Jahrgang, Nr. 3. Wien, 1875; 8°.

Bibliothèque Universelle et Revue Suisse: Archives des Sciences physiques et naturelles. N. P. Tome LI°. Nr. 204. Genève, Lausanne, Paris, 1874; 8°.

Broun, John Allan, Observations of Magnetic Declination made at Travandrum and Agustia Malleg in the Observatories of His Highness the Maharajah of Travancore in the Years 1852 to 1869. Vol. I. London, 1874; 4°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXXIX, Nr. 26; Tome LXXX, Nrs. 2—3. Paris, 1874 & 1875; 4°.

Fischer, Karl, Festschrift aus Anlass des 50jährigen Jubiläums der k. k. priv. wechselseitigen Brandschaden-Versicherungs-Anstalt. Wien, 1875; 4°.

Gesellschaft der Wissenschaften, kgl. böhmische: Sitzungsberichte. 1874, Nr. 6. Prag; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXXVI. Jahrgang, Nr. 4—5. Wien, 1875; 4°.

Hirsch, A., et E. Plantamour, Nivellement de précision de la Suisse exécuté par la Commission géodésique fédérale. V° Livraison. Genève, Bale, Lyon, 1874; 4°.

Isis: Sitzungsberichte. Jahrgang 1874. Nr. 4—9. Dresden; 8°.

Journal für praktische Chemie, von H. Kolbe. N. F. Band XI, 1. Heft. Leipzig, 1875; 8°.

Landbote, Der steirische. 8. Jahrgang, Nr. 2. Graz, 1875; 4°.

Lotos. XXIV. Jahrg. December 1874. Prag; 8°.

Meteorological Table of Smyrna for the Year A. D. 1874. Quer-Folio.

Mittheilungen, Mineralogische, von G. Tschermak. Jahrgang 1874, Heft 4. Wien; gr. 8°.

Nachrichten über Industrie, Handel und Verkehr aus dem statist. Departement im k. k. Handels-Ministerium. VI. Band, 2. Heft. Wien, 1874; 4°.

Nature. Nrs. 273—274, Vol. XI. London, 1875; 4°.

„Revue politique et littéraire“ et „Revue scientifique de la France et de l'étranger“. IV° Année, 2° Série. Nrs. 30—31. Paris, 1875; 4°.

Società degli Spettroscopisti Italiani: Memorie. 1874, Disp. 11ª—12ª. Palermo; 4°.

Société Géologique de France: Bulletin. 3° Série, Tome III°. 1875, Nr. 1. Paris; 8°.

Society, The Asiatic, of Bengal: Journal. Part II, Nr. 2. 1874. — Proceedings. Nr. VIII. August, 1874. Calcutta; 8°.

Verein, naturhistorischer, der preuss. Rheinlande und Westphalens: Verhandlungen. XXX. Jahrgang. 2. Hälfte (1873); XXXI. Jahrgang. (IV. Folge: I. Jahrgang.) I. Band. (1874.) Bonn; 8⁰.

Wiener Medizin. Wochenschrift. XXV. Jahrgang, Nr. 4—5. Wien, 1875; 4⁰.

Zeitschrift des österr. Ingenieur- und Architekten-Vereins. XXVII. Jahrgang, 1. Heft. Wien, 1875; 4⁰.

Über die aus Citraconsäure entstehende Trichlorbuttersäure.

Von dem w. M. Dr. J. Gottlieb.

Vor nahezu anderthalb Jahren habe ich in diesen Berichten (Bd. LXVIII, II. Abthlg., pag. 174 u. f.) eine vorläufige Mittheilung über die oben genannte Säure veröffentlicht und theile nun Näheres bezüglich dieser Verbindung mit, indem ich zunächst die Darstellung derselben bespreche, welche, wie ich schon früher erwähnte, wegen der grossen Zerleglichkeit der Säure eine ziemlich umständliche ist. Die bei der Bereitung von Monochlorcitramalsäure mittelst Einwirkung von Chlor auf gelöstes, citraconsaures Natrium schliesslich auftretende, ölartige Substanz vermehrt sich namhaft, wenn man die Zuleitung des Chlors längere Zeit fortsetzt, nachdem sich in der, bis dahin klaren Flüssigkeit eine Trübung zeigte. Im weiteren Verlaufe der Reaction scheidet sich dann ein schweres, gelblichgrünes ölartiges Product ab, dessen Menge sich nicht mehr steigert, sobald die Flüssigkeit wieder klar geworden ist und durch freies Chlor selbst nach mehrstündigem Stehen deutlich gefärbt erscheint. Um den erwähnten Sättigungspunkt zu erreichen, ist eine mehrtägige Einwirkung von Chlor auf das citraconsaure Natrium erforderlich, welches ich stets in einer Lösung von 1·16 Dichte anwendete, da diese schon hinreichend concentrirt ist, um eine genügende Ausbeute zu liefern, andererseits bei der Reaction keine Krystalle von saurem, citraconsaurem Natrium abscheidet, was bei concentrirteren Lösungen leicht eintritt und störend auf den weiteren Verlauf der Reaction wirkt.

Wie ich schon in meiner vorläufigen Mittheilung andeutete, ist das ölige Product der Hauptsache nach ein Gemenge von Trichlorbuttersäure und einem indifferenten, merklich flüchtigeren, sehr scharf riechenden ölartigen Körper, über welchen

ich mir vorbehalte, später ausführlicher zu berichten. Diese beiden Substanzen sind übrigens in der Flüssigkeit, welche stark sauer ist, auch reichlich gelöst und um sie möglichst vollständig zu gewinnen, wird die von dem Öle mittelst eines Scheidetrichters getrennte wässerige Flüssigkeit mit etwas Salzsäure versetzt, wobei sich eine reichliche Trübung einstellt, und hierauf in einer Retorte so lange auf 100° erwärmt, als noch mit dem Wasser ein ölartiges Product übergeht, von welchem sich auch ein bedeutender Antheil in dem condensirten Wasser löst. Dabei scheidet sich auch eine geringe Menge von einem schwerer flüchtigen Öle, welches hauptsächlich aus Trichlorbuttersäure besteht, am Boden der Retorte ab.

Von dieser enthält übrigens die wässerige Flüssigkeit auch noch merkliche Quantitäten gelöst, welche nicht gewonnen werden können, dagegen sich, nachdem man die Monochlorcitramalsäure mittelst Baryumsalz grösstentheils daraus abgeschieden hat, zur Darstellung von Dichlorcrotonsäure benützen lassen, worüber ich unten noch Näheres mittheilen werde. Die Hauptmenge der Trichlorbuttersäure, welche sich in dem schon vor dem Abdestilliren des flüchtigen Productes im Wasserbade abgetrennten öligen Körper findet, wird nun mit dem während des Erwärmens abgeschiedenen Theile in einem Kolben vereinigt und etwa mit ihrem halben Volum Wasser bedeckt, wornach man unter Vermeidung jeglicher Erwärmung allmälig verwitterte reine Soda in kleinen Portionen zusetzt, bis die Flüssigkeit eine schwach alkalische Reaction angenommen hat, wobei die Trichlorbuttersäure gebunden, das indifferente Öl aber theilweise abgeschieden, theilweise in die wässrige Lösung geführt wird. Durch wiederholtes Ausschütteln mit Aether lässt sich selbes nun leicht gänzlich fortschaffen und durch Abdestilliren des Aethers gewinnen. Die Lösung des trichlorbuttersauren Natriums, welche meistens bräunlich gefärbt ist, scheidet nun auf Zusatz von Salzsäure das Säurehydrat ab als eine gelbe, schwere Flüssigkeit, welche durch Ausschütteln mit Aether u. s. w. zunächst als ein gefärbtes Öl gewonnen werden kann. Es enthält immer eine unbedeutende Quantität eines dunklen Körpers von zäher Consistenz, von welchem es durch eine sehr vorsichtig durchgeführte Destillation getrennt werden kann.

Wie ich unten noch näher angeben werde, lässt sich die Trichlorbuttersäure nicht ohne Zersetzung destilliren, doch gelingt es, sie bei einer verhältnissmässig niedrigen Temperatur unverändert zu verflüchtigen, wenn sie anhaltend in einer Retorte unter Anwendung eines Luft- oder Kochsalzbades erwärmt wird. Bei der oben angeführten Darstellung des rohen Productes enthält dieses noch merkliche Mengen von Wasser, mit dessen Dämpfen sie besonders leicht in die Vorlage übergeht und sich dort als ein farbloses Öl ansammelt. Sobald das Wasser grösstentheils entfernt ist, geht die Verdunstung viel träger vor sich, doch kann man allmälig den allergrössten Theil der Säure unzersetzt in die Vorlage herüberschaffen, und wenn dabei die Luft sehr trocken, sowie ihre Temperatur niedrig ist, so gelingt es oft, nachdem das Wasser schon vollständig beseitigt worden, einen Theil der Säure im krystallisirten Zustande im Halse der Retorte und der Vorlage zu verdichten. Die ölartig übergegangene Säure lässt sich in Krystalle derselben umwandeln, wenn man sie von dem etwa noch sichtlich beigemengten Wasser mechanisch trennt, indem man sie im Exsiccator über Schwefelsäure so lange verweilen lässt, bis sie eine bedeutende Dickflüssigkeit erlangte, wonach auf Zusatz einer ganz geringen Menge der bereits krystallisirten Säure binnen wenigen Stunden das Ganze in farblose Krystalle umgewandelt ist, welche über Schwefelsäure die letzten Spuren des etwa noch anhängenden Wassers verlieren und dann auch ziemlich spröde werden, während sie bis dahin eine gewisse Zähigkeit erkennen liessen.

Die so gewonnene krystallisirte Trichlorbuttersäure besteht aus dicht an einander gelagerten, häufig drusenartig gruppirten, kleinen, atlasglänzenden Prismen. Ihr Geruch ist schwach, entfernt an Buttersäure erinnernd, doch etwas scharf.

Bei 50° schmilzt sie zu einer ölartigen farblosen Flüssigkeit, welche meistens erst nach längerer Zeit krystallinisch erstarrt. Schon bei ihrer Schmelztemperatur beginnt die Säure sich zu verflüchtigen und sie kann in passenden Vorrichtungen in relativ sehr niedrigen Temperaturen unverändert sublimirt werden, wenn man jede Feuchtigkeit ferne hält. Sie condensirt sich dann grösstentheils zu krystallinischen Krusten, theilweise auch in feinen, glänzenden, langen Nadeln. Wird sie über ihren

Schmelzpunkt hinaus erhitzt, so färbt sie sich bei etwa 140° gelblich, bei 146° sieht man in der Flüssigkeit träge Bläschen aufsteigen, ohne dass ein eigentliches Sieden eintritt; bei steigender Temperatur entwickeln sich zwar Dämpfe, aber gleichzeitig entweicht reichlich Salzsäuregas, die Flüssigkeit färbt sich dunkelbraun, bleibt nach dem Erkalten viele Stunden flüssig und erstarrt später zu einer braunen, krystallinischen Masse. Einer näheren Untersuchung habe ich die dabei auftretenden Producte nicht unterzogen. Wird die Säure mit Wasser in Berührung gebracht, so verwandelt sie sich sehr bald in die schon oben mehrfach erwähnte ölartige Flüssigkeit, die im Wasser untersinkt und sich in grösseren Mengen desselben löst, welche Lösung stark sauer reagirt und schmeckt.

Die Analyse[1] der freien Säure führte zu der Formel $C_4H_5Cl_3O_2$, wornach sie als Trichlorbuttersäure zu bezeichnen ist. Die Säure wurde behufs der unten angeführten Bestimmungen zu einem groben Pulver zerdrückt, durch mehrere Wochen im Exsiccator über Schwefelsäure stehen gelassen.

0·3059 Grm. gaben 0·2805 Grm. CO_2 und 0·076 Grm. H_2O.
0·3388 Grm. gaben 0·7545 Grm. Ag Cl und 0·0077 Grm. Ag.

Daraus ergibt sich folgende Zusammensetzung:

Berechnet nach $C_4H_5Cl_3O_2$ in 100 Theilen		Gefunden
Kohlenstoff	25·06	25·01
Wasserstoff	2·61	2·76
Chlor	55·61	55·84
Sauerstoff	16·72	—
	100·00	

Die Salze der Trichlorbuttersäure sind im Allgemeinen schwierig zu bereiten, da die Säure in Verbindung mit Metallen sich sehr leicht verändert, wenn nicht eine selbst nur mässig erhöhte Temperatur sorgfältigst vermieden und die Lösung der Salze nur durch thunlichst kurze Zeit der Verdunstung überlassen wird. Diese Zerleglichkeit tritt bei den Salzen der Alkali-

[1] Sämmtliche in dieser Abhandlung erwähnten Elementaranalysen wurden mit Bleichromat in einem Sauerstoffstrome durchgeführt.

und alkalischen Erdmetalle, sowie des Silbers besonders entschieden hervor, so dass ich mich bei der Darstellung der Salze auf wenige Metalle beschränkt sah, von denen sich das Blei als das geeignetste erwies. Alle Salze, deren Darstellung ich vornahm, selbst die Bleiverbindung, sind in Äther löslich und krystallisiren daraus beim Verdunsten des Äthers. Mit Silber lässt sich kein Salz hervorbringen, da selbst das Hydrat mit salpetersaurem Silber nach kurzer Zeit die Bildung von Chlorsilber veranlasst.

Trichlorbuttersaures Ammon. Wenn ein Tropfen feuchter, somit flüssiger Trichlorbuttersäure längere Zeit der Luft ausgesetzt bleibt, so bedeckt er sich nach einigen Tagen zunächst mit sehr feinen, wollig durcheinandergewirrten, farblosen Nadeln von Ammoniumsalz, dessen Menge sich allmälig steigert, so dass der Tropfen endlich zu einer krystallinischen Masse erstarrt. Grössere Mengen der Säure verwandeln sich unter einer Glocke neben Ammoniakflüssigkeit gestellt, sehr bald in Krystalle, welche jedoch stets noch etwas freie Säure eingeschlossen enthalten. Ich bereitete das reine Ammoniumsalz durch Übersättigen der Säure mit reiner chlorfreien Ammoniakflüssigkeit und Verdunsten der klaren Lösung bei +12—15°. Man erhält hiebei zunächst an den Wänden der Schale stärkere, weisse, krystallinische Krusten und Drusen, während sich später aus der nun concentrirteren Flüssigkeit deutlicher ausgebildete, obwol kleine Krystalle abscheiden. Werden diese für sich in Wasser gelöst und wieder verdunsten gelassen, so wiederholt sich die Bildung der Krusten und deutlicheren Krystalle und die Lösung der ersteren bietet denselben Erfolg, so dass augenscheinlich nicht eine Verschiedenheit der Substanz, sondern nur der Grad der Concentration der Lösung den Grund für diesen Wechsel in den äusseren Eigenschaften des Salzes bedingte. Herr Professor V. v. Lang hat die krystallographische Untersuchung der Krystalle dieses Salzes ausgeführt (s. diese Berichte Band LXX, II. Abth., Juliheft).

Das Salz wurde im gröblich gepulverten Zustande über Schwefelsäure im Vacuo getrocknet und dann damit die Bestimmung des Chlors und Ammoniums vorgenommen.

0·5452 Grm. gaben 0·248 Grm. Platin.

0·4799 Grm. mit Kalk geglüht, gaben 0·9788 Grm. AgCl und 0·004 Grm. Ag.

Diese Zahlen führen zu der Formel $C_4H_4Cl_3O_2NH_4$, welche in 100 Gewichtstheilen verlangt:

51·07% Chlor und 8·63% Ammonium,
während gefunden wurden 50·75% „ „ 8·30% „

Trichlorbuttersaures Kalium. Bringt man in mit wenig Wasser überschichtete, also ölartige Trichlorbuttersäure in kleinen Portionen kohlensaures Kalium, so bildet sich unter lebhaftem Aufbrausen ein breiartiges Haufwerk von nadelförmigen Krystallen des Kaliumsalzes, welches in Wasser merklich schwerer löslich ist als die Ammoniumverbindung. Um ein zuverlässig neutrales Salz zu gewinnen, übersättigte ich die Säure schwach mit Kaliumcarbonat, welches ganz frei von Chlor war und liess die Lösung allmälig verdunsten. Die so gewonnene krystallinische Masse wurde hierauf mit absolutem Weingeist behandelt, dieser von dem zurückgebliebenen Kaliumcarbonat abfiltrirt und verdunsten gelassen. Die Krystalle, welche ich dabei erhielt, waren ziemlich gross aber undeutlich und wurden über Schwefelsäure getrocknet.

0·2834 Grm. gaben 0·105 Grm. K_2SO_4 entsprechend 16·63% Kalium, während die Formel $C_4H_4Cl_3O_2K$ 17·03% Kalium verlangt.

Trichlorbuttersaures Baryum bereitete ich durch Sättigen von mit Wasser gemengter Säure mit Baryumcarbonat in der Kälte und Verdunsten der filtrirten Lösung. Sobald diese etwas concentrirt war, schieden sich daraus kleine, octaedrische Krystalle ab, bald wurde aber beim weiteren Verdunsten die Flüssigkeit syrupdick und schliesslich erstarrte sie zu einer grösstentheils gummiartigen spröden Masse. Diese wurde zerrieben und über Schwefelsäure getrocknet.

0·3958 Grm. gaben 0·1745 Grm. $BaSO_4$, entsprechend 25·92% Baryum. Die Formel Ba 2 $(C_4H_4Cl_3O_2)$ verlangt 26·44% Baryum.

Trichlorbuttersaures Blei. Dieses Salz stellte ich theils durch Verdunsten einer Lösung von salpetersaurem Blei mit gelöstem, trichlorbuttersaurem Ammon, theils durch Behandlung von reinem Bleiweiss mit dem Säurehydrat dar. Es scheidet

sich allmälig aus der Flüssigkeit in aus feinen, seidenglänzenden Nadeln bestehenden Drusen ab, welche, wie alle oben beschriebenen Salze, kein Krystallwasser enthalten und behufs der Analyse über Schwefelsäure getrocknet wurden.

0·5156 Grm. Substanz gaben 0·3059 Grm. CO_2 und 0·0742 Grm. H_2O.

Ferner gaben 0·4623 Grm. an $PbSO_4$ 0·2387 Grm. und endlich 0·380 Grm. mit Kalk geglüht, 0·5359 Grm. AgCl und 0·0121 Grm. Ag.

	Berechnet nach der Formel $2(C_4H_4Cl_3O_2)Pb$ in 100 Theilen	Gefunden
Kohlenstoff	16·32	16·18
Wasserstoff	1·36	1·59
Chlor	36·23	35·92
Blei	35.20	35·27
Sauerstoff	10·89	—
	100·00	

Dichlorcrotonsäure.

Wie schon in meiner oben citirten vorläufigen Mittheilung erwähnt wurde, zerfällt die Trichlorbuttersäure durch die Behandlung mit überschüssigen stärkeren Basen und Wasser bei 100° in Chlormetall und dichlorcrotonsaures Salz:

$$C_4H_4Cl_3O_2K + KHO = KCl + C_4H_3Cl_2O_2K + H_2O.$$

Ich habe der so entstandenen Säure vorläufig den Namen Dichlorcrotonsäure gegeben, welcher, sobald uns in die Constitution der bisher bekannten oder etwa noch zu entdeckenden chlorfreien Crotonsäuren, wie die Quartenyl- und Tetracrylsäure Geuther's im Zusammenhange mit den Chlorderivaten derselben, ein zuverlässigerer Einblick wie bisher gestattet sein wird, in einen geeigneteren umgewandelt werden soll.

Wenn man bei der Umwandlung der Trichlorbuttersäure in Dichlorcrotonsäure erstere in ganz reinem Zustande anwendet, so erhält man nach ein- bis zweistündigem Kochen der Lösung und im Falle diese ziemlich stark verdünnt war, nach dem Eindampfen derselben zu einer stärkeren Concentration auf Zusatz

von Salzsäure oder verdünnter Schwefelsäure aus der noch heissen Lösung eine ölartige Abscheidung, welche sehr bald zu einer krystallinischen Masse erstarrt, während beim Auskühlen sich noch reichlich lange, glänzende Nadeln bilden. Findet die Zerlegung des Salzes in der Kälte statt, so erscheint die Säure zunächst nahezu gallertartig, verwandelt sich aber bald in ein Haufwerk von feinen Nadeln. In beiden Fällen sind die Säuren und die Flüssigkeit völlig farblos.

Ich habe mir übrigens die Dichlorcrotonsäure in verhältnissmässig bedeutenden Quantitäten aus den Flüssigkeiten dargestellt, welche man bei der Bereitung der Monochlorcitramalsäure durch Einwirkung von Chlor auf citraconsaures Natrium erhält, sobald das monochlorcitramalsaure Baryum ausgeschieden und abfiltrirt ist, indem sich, wie schon oben bemerkt wurde, darin eine merkliche Menge von Trichlorbuttersäure gelöst findet, allerdings gemengt mit anderen Reactionsproducten, welche ich vorläufig noch nicht näher kenne, die aber verhindern, dass sofort reine Dichlorcrotonsäure gewonnen werden kann.

Wenn man das erwähnte Filtrat mit Kalkmilch schwach übersättigt und dann zum Sieden erwärmt, so verschwindet bald die alkalische Reaction, wornach wieder Kalkhydrat zuzufügen und das Sieden fortzusetzen und diess, falls die alkalische Beschaffenheit der Flüssigkeit wieder aufhört, zu wiederholen und dann die Flüssigkeit noch zwei bis drei Stunden im Sieden zu erhalten ist, wobei immer ein ziemlich starker, eigenthümlicher aromatischer Geruch auftritt. Dadurch ist das im Überschuss zugesetzte Kalkhydrat grösstentheils unlöslich und die Lösung braun geworden. Man filtrirt dann von dem Niederschlage ab und dampft die Flüssigkeit so weit ein, dass sich ein guter Theil des Kochsalzes, gemengt mit dem früher zugesetzten Baryumsalze, krystallinisch abscheiden. Nach dem völligen Erkalten wird abfiltrirt. Die Flüssigkeit gibt nun häufig ohne weiteres Concentriren auf Zusatz von Salzsäure in geringem Überschusse eine Abscheidung von unreiner Dichlorcrotonsäure, und falls diess nicht an einer Probe derselben wahrgenommen wird, ist die Lösung noch weiter einzudampfen. Die Säure, die so gewonnen wurde, ist dunkelgelb bis braun gefärbt und enthält stets eine

braune, ölartige Substanz beigemengt, welche, wenn man das Filter, auf welchem die Säure gesammelt wurde, über mehrere Lagen Fliesspapier breitet und wohl bedeckt trocken werden lässt, von dem Papier zum Theil aufgesaugt wird. Übrigens enthält die so abgeschiedene Säure häufig auch Kochsalz- und Chlorbaryumkrystalle in merklicher Menge. Das saure Filtrat enthält noch namhafte Quantitäten von Dichlorcrotonsäure, welche man leicht gewinnt, indem man es der Destillation unterwirft, welche aber von Zeit zu Zeit, sobald sich reichlich Kochsalz abgeschieden hat, unterbrochen und nach Beseitigen der Krystalle fortgesetzt werden muss. Das Destillat wird mit Kalkhydrat neutralisirt, eingedampft und mit Salzsäure daraus wieder rohe Dichlorcrotonsäure gewonnen. Ich habe auf diesem Wege bei meinen ersten Versuchen, die neben der Monochlorcitramalsäure durch Einwirkung von Chlor auf citraconsaures Natrium entstehenden Producte kennen zu lernen, wobei die Behandlung mit Chlor unterbrochen wurde, sobald sich die ersten Spuren von öligen Abscheidungen zeigten, namhafte Quantitäten von Dichlorcrotonsäure erhalten, bevor ich die Trichlorbuttersäure, aus welcher sie entsteht, entdeckte.

Aus der in angegebener Weise bereiteten unreinen Säure kann man ohne Schwierigkeit eine reine Substanz durch vorsichtige Sublimation gewinnen, welche sich bei einer weit unter dem Siedepunkt der Säure liegenden Temperatur durchführen lässt und wobei die erwähnte braune Beimengung als eine dunkle, harzartige Substanz, nebst dem etwa vorhandenen Salze zurückbleibt. Der sublimirten Säure haftet aber noch immer eine ziemlich stark aromatisch riechende Substanz an, welche bei wiederholtem Sublimiren oder Umkrystallisiren aus heissem Wasser völlig beseitigt werden kann.

Die so gereinigte Säure zeigt einen sehr schwachen Geruch. Sie ist völlig farblos und schmilzt bei einer Temperatur von 64° zu einer ölartigen Flüssigkeit, welche einen schwachen aber ziemlich scharfen Geruch zeigt. Ihr Siedepunkt liegt bei 215·5° (uncorrigirt) und die Dämpfe verdichten sich in der Vorlage zu einem Öle, welches sehr rasch wieder zu einer ganz weissen, krystallinischen Masse erstarrt. Die Säure wirkt sehr heftig auf die Epidermis, so dass schon sehr kleine Stäubchen

derselben auf der Haut sehr heftiges Brennen hervorrufen. Eigenthümlich ist auch die energische Einwirkung der Säure auf vulkanisirtes Kautschuk. Wenn man eine verdünnte wässrige Lösung der unreinen Säure behufs ihrer Gewinnung in der oben angedeuteten Weise aus einer Retorte destillirt, deren Tubulus mittelst eines Kautschukpfropfens geschlossen ist, so erscheint dieser schon nach kurzer Zeit ganz verzerrt und zusammengeschrumpft und wird sehr bald völlig unbrauchbar.

Aus heissem Wasser scheidet sich die Säure beim Abkühlen in langen, feinen, glänzenden Prismen ab, deren Krystallgestalt sich aber nicht bestimmen lässt. Kalte Lösungen davon liefern beim Verdunsten sehr lange Nadeln. Bei langsamem Sublimiren erhält man die Säure anfangs in freien, flachen, glänzenden, wollig durcheinander gewirrten Nadeln, während sie später sich auch reichlich in krystallinischen Krusten an den Glaswänden des Sublimationsgefässes verdichtet, sobald diese schon etwas wärmer geworden sind. Trotz ihres hohen Siedepunktes verflüchtigt sich die Säure an der Luft schon bei niedriger Temperatur leicht und kleine Partien davon verschwinden bald vollständig.

Behufs der Analyse wurde die Säure geschmolzen und dann gröblich gepulvert einige Tage über Schwefelsäure stehen gelassen.

I. 0·4316 Grm. mit Kalk geglühter Substanz gaben 0·7935 Grm. AgCl und 0·034 Grm. Ag.

II. 0·4784 Grm. gaben mit Natriumamalgam[1] entchlort 0·8856 Grm. AgCl und 0·0017 Grm. Ag.

III. 0·2763 Grm. gaben 0·0655 Grm. H_2O; die Kohlenstoffbestimmung ging verloren.

IV. 0·2907 Grm. gaben 0·3305 Grm. CO_2 und 0·070 Grm. H_2O.

---

[1] Zu dieser Bestimmung muss ich bemerken, dass die Anwendung des Natriumamalgams nur dann zum Ziele führt, wenn selbe sehr lange fortgesetzt wird und zudem von dem unangenehmen Umstande begleitet ist, dass sich braune Zersetzungsproducte bilden, welche, im Natronhydrat gelöst, beim Ausfällen das Chlorsilber zum Theil begleiten und diesem eine gelbliche Färbung ertheilen.

Diese Zahlen führen zu der Formel $C_4H_4Cl_2O_2$:
In 100 Theilen:

	Berechnet	Gefunden			
		I.	II.	III.	IV.
Kohlenstoff	30·96	—	—	—	31·00
Wasserstoff	2·58	—	—	2·63	2·67
Chlor	45·82	45·74	45·91	—	—
Sauerstoff	20·64	—	—	—	—
	100·00				

Salze der Dichlorcrotonsäure.

Von diesen habe ich mehrere dargestellt und dabei beobachtet, dass jene der positiveren Metalle, welche sämmtlich Krystallwasser enthalten, in Wasser leicht löslich sind und behufs des Trocknens nicht auf 100° erwärmt werden dürfen, da sie sich dabei mehr oder weniger stark braun färben und beständig an Gewicht verlieren. Die so veränderten Salze scheiden auf Zusatz von Salzsäure eine braune Säure ab, welche nur zum Theil krystallinisch erstarrt. Zur weiteren Feststellung der Zusammensetzung der Säure benützte ich vor Allem:

Dichlorcrotonsaures Silber. Dieses wurde durch Fällen einer ziemlich concentrirten Lösung des Kalksalzes (s. u.) mit Silbernitrat als ein schwer löslicher Niederschlag erhalten, dann in siedendem Wasser gelöst, wobei nur eine geringe Reduction eintrat, und aus dem Filtrat beim Abkühlen in ziemlich langen, glänzenden Nadeln gewonnen, welche gegen Licht nicht sehr empfindlich sind.

Behufs der Analyse trocknete ich sie über Schwefelsäure, wobei das Salz nur sehr wenig an Gewicht verlor.

Es gaben dann 0·3445 Grm. Substanz 0·189 Grm. AgCl.

Ferner gaben 0·4885 Grm. des Salzes 0·3293 Grm. CO_2 und 0·055 Grm. H_2O.

Diese Zahlen führen zu der Formel $C_4H_3Cl_2O_2Ag$.

In 100 Theilen:

	Berechnet	Gefunden
Kohlenstoff	18·32	18·39
Wasserstoff	1·15	1·25
Chlor	27·10	—
Sauerstoff	12·21	—
Silber	41·22	41·29

Dichlorcrotonsaures Blei bereitete ich durch Erwärmen des in Wasser gelösten Hydrats mit reinem Bleiweiss. Das Filtrat gab beim Verdunsten farblose glänzende Nadeln, welche Wasser enthalten. Dieses entweicht nur sehr träge über Schwefelsäure und wird auch durch mehrstündiges Erwärmen auf 30 bis 40° nicht ausgetrieben. Bei 100° kann es aber leicht vollständig entwässert werden, wobei das Salz zu grösseren zähen Tropfen zusammenschmilzt, welche beim Erkalten zu einer völlig unkrystallinischen, gummiartigen, schwach gelblichen Masse erstarren.

0·731 Grm. verloren allmälig, durch schliesslich bei 100° erfolgtes Trocknen 0·027 Grm. H_2O entsprechend 3·69%.

0·4883 Grm. durch 6 Stunden bei 30—40° getrocknet, gaben 0·277 Grm. $PbSO_4$, entsprechend 38·76% Blei.

0·389 Grm. lufttrockener Substanz gaben 0·2212 Grm. $PbSO_4$, entsprechend 38·88% Blei.

Die Formel 2 $(C_4H_3Cl_2O_2)$ Pb + H_2O verlangt 3·37% Wasser und 38·83% Blei.

I. 0.7582 Grm., zuerst durch 3 Monate über Schwefelsäure im Vacuo, dann 2 Tage bei 45° getrocknet, wobei kein Verlust mehr eintrat, gaben 0·4484 Grm. $PbSO_4$.

II. 0·4376 Grm. bei 100° getrocknet, mit Kalk geglüht, gaben 0·485 Grm. AgCl und 0·0025 Grm. Ag.

III. 0·457 Grm., bei 100° getrockneter Substanz, gaben 0·309 Grm. CO_2 und 0·053 Grm. H_2O.

Aus diesen Zahlen ergibt sich die Formel 2 $(C_4H_3Cl_2O_2)$ Pb für das entwässerte Salz.

In 100 Theilen:

	Berechnet	Gefunden		
		I.	II.	III.
Kohlenstoff	18·64	—	—	18·44
Wasserstoff	1·17	—	—	1·31
Chlor	27·57	—	27·63	—
Sauerstoff	12·43	—	—	—
Blei	40·19	40.40	—	—
	100·00			

Dichlorcrotonsaures Calcium, durch Kochen von in Wasser gelöster Säure mit gepulvertem Marmor bereitet, ist ein in Wasser leicht lösliches Salz, welches aus der concentrirten Flüssigkeit in büschelförmig vereinigten, glänzenden Nadeln krystallisirt, welches Wasser enthält und sich bei 100° besonders leicht unter anhaltendem Gewichtsverlust und Braunfärbung zersetzt, so dass man im Verlaufe von vierzehn Tagen eine Verminderung des Gewichtes bis zu 30 Procenten erreichen kann, wornach sich das Salz nur mehr unter starker Trübung im Wasser löst und auf Zusatz von Salzsäure eine braune ölartige Substanz abscheidet, welche allmälig erstarrt, während später auch lichtere Nadeln von unveränderter Dichlorcrotonsäure zum Vorschein kommen.

Bei etwa 38° kann das Salz vollständig getrocknet werden, ohne dass es sein Krystallwasser verliert. Ich beschränkte mich darauf, den Calciumgehalt des lufttrockenen Salzes zu bestimmen.

I. 0·7252 Grm. gaben mit Schwefelsäure und Weingeist gefällt 0·2536 Gr. $CaSO_4$, somit 10·28% Calcium.

II. 0·365 Grm. gaben 0·1292 Grm. $CaSO_4$, entsprechend 10·41% Calcium.

III. 0·412 Grm. gaben 0·1442 Grm. $CaSO_4$, entsprechend 10·29% Calcium.

Die Formel $2\,(C_4H_3Cl_2O_2)\,Ca + 2\,H_2O$ verlangt 10·41% Calcium.

Dichlorcrotonsaures Natrium stellte ich durch Sättigen der Säure mit zweifach kohlensaurem Natrium, Verdunsten der Lösung bis zur Trockne und Behandlung des Rückstandes mit starkem Weingeist dar, worin er sich bis auf eine geringe

Menge von überschüssig zugesetztem kohlensaurem Salz löste. Beim Verdunsten erhielt ich nadelförmige Krystalle, welche Wasser enthielten. Behufs der Bestimmung des Krystallwassers wurde das Salz über Schwefelsäure im Vacuo so lange stehen gelassen, bis kein Gewichtsverlust mehr eintrat. Andererseits bestimmte ich den Natriumgehalt des wasserhältigen Salzes.

0·7895 Grm. nahmen über Schwefelsäure im Vacuo um 0·070 Grm. ab, entsprechend 8·87% Wasser.

0·557 Grm. lufttrockenes Salz gaben 0·195 Grm. Na_2SO_4, entsprechend 11·76% Natrium.

Die Formel $C_4H_3Cl_2NaO_2 + H_2O$ verlangt 9·23% Wasser und 11·79% Natrium.

Mit einem Salze zweiter Bereitung, welches über Schwefelsäure vollkommen entwässert wurde, führte ich Bestimmungen des Chlors und des Natriums aus.

0·5228 Grm. gaben dann 0·2142 Grm. Na_2SO_4, entsprechend 13·09% Natrium, und

0·6439 Grm. gaben 1·0289 Grm. AgCl, und 0·0053 Grm. Ag, entsprechend 39·80% Chlor.

Die Formel $C_4H_3Cl_2O_2Na$ verlangt 13·00% Natrium und 40·11% Chlor.

Einwirkung von Wasserstoff auf Dichlorcrotonsäure.

Es lag nahe, aus der Dichlorcrotonsäure die zugehörige Monochlorcrotonsäure und weiter, wo möglich auch die betreffende Crotonsäure darzustellen, um diese Producte mit den bereits bekannten Säuren gleicher Zusammensetzung zu vergleichen. Vorläufig ist mir diess aber nicht gelungen, indem die betreffenden Versuche bisher nur zweifelhafte Andeutungen der Möglichkeit gaben, in der Dichlorcrotonsäure ein Atom Chlor durch Wasserstoff zu ersetzen, während die weitergehende Einwirkung des Wasserstoffs nicht zu einer Crotonsäure, sondern zu Isobuttersäure führte, welche Fr. Geromont bereits aus Kekule's Monobromcrotonsäure auf ähnlichem Wege erhalten hatte. (Ber. d. deutsch. chem. Gesellsch. 1872, pag. 492.) Schon die Trägheit, welche sich bei der Reduction der Dichlorcrotonsäure behufs der Chlorbestimmung mit Natriumamalgam zeigte, liess, da ich diesen Vorgang zweimal selbst bei ziemlich lange

andauernder Einwirkung des Amalgams mit ungenügendem Erfolge einleitete und auf diesem Wege erst dann zum Ziele gelangte, als ich die Dauer der Reduction auf mehrere Wochen ausdehnte und so das oben, bei der die Säure betreffenden Bestimmungen, unter Nr. II verzeichnete Resultat erhielt, liess erkennen, dass die Entziehung des Chlors sehr schwierig zu bewerkstelligen ist, wie diess auch von Sarnow bei der von ihm näher untersuchten, aus der Trichlorcrotonsäure abgeleiteten Monochlorcrotonsäure beobachtet wurde. (Annal. d. Chem. Bd. 164, pag. 96.) Da meine Versuche zunächst dahin gerichtet waren, womöglich eine Monochlorcrotonsäure zu erhalten, so benützte ich die Einwirkung von Zink und Salzsäure, indem ich dabei Zinkblech anwendete und durch etwa 14 Tage die Reaction fortsetzte. Die saure Flüssigkeit wurde hierauf in einem Falle mit Kalkhydrat, bei einem späteren Versuche mit kohlensaurem Natron im Überschusse versetzt, aufgekocht, filtrirt und dann durch Eindampfen ein Salz erhalten, aus welchem Salzsäure eine krystallisirbare Säure abschied, welche einen deutlichen, eigenthümlich an Buttersäure erinnernden Geruch besass und bei 60·5° schmolz. Ich unterwarf sie nun einer bei möglichst niedriger Temperatur durchgeführten Sublimation, wobei der erwähnte Geruch verschwand und das Sublimat sich sofort als reine Dichlorcrotonsäure erkennen liess. Die oben bei Dichlorcrotonsäure unter Nr. I aufgeführte Chlorbestimmung wurde mit der in eben erwähnter Weise behandelten Dichlorcrotonsäure durchgeführt und es lässt sich wohl mit Recht annehmen, dass die geringe Menge der beigemischten Substanz, welche den Schmelzpunkt etwas herabstimmte und den erwähnten Geruch hervorrief, nichts anderes als Isobuttersäure war.

Bei einem folgenden, noch länger fortgesetzten, ähnlichen Versuche, gewann ich ein Säuregemenge, welches nach der Abscheidung mit Salzsäure anfangs ölartig war, dann aber krystallinisch erstarrte. Dieses Product schmolz theilweise schon bei sehr mässiger Wärme, während der Rest noch bei 60—63° starr blieb. Ich halte es für wahrscheinlich, dass sich in diesem Falle ein Gemenge von Dichlorcrotonsäure, Monochlorcrotonsäure und Isobuttersäure gebildet hatte und werde diesen Vorgang nochmals genauer verfolgen, um festzustellen, ob die dabei etwa entstan-

dene Monochlorcrotonsäure mit jener identisch ist, von welcher noch unten die Rede sein wird, oder nicht. Nachdem mir aber die oben erwähnte Chlorbestimmung mittelst Natriumamalgam bewiesen hatte, dass auf diesem Wege eine vollständige Chlorentziehung zu Stande gebracht werden kann, so habe ich grössere Quantitäten der Dichlorcrotonsäure dieser Einwirkung durch lange Zeit unterzogen, das so gewonnene Natriumsalz mittelst Salzsäure zerlegt, wobei sich eine ölige Säure abschied, welche mit Äther ausgeschüttet wurde und nach dem Abdampfen desselben ganz farblos zurückblieb. Die Vermuthung, dass diese Säure eine flüssige Crotonsäure, etwa die Quartenylsäure Geuther's sei, bestätigte sich nicht, denn sie erwies sich als Isobuttersäure. Ich stellte zunächst das besonders charakteristische Calciumsalz durch Sättigen mit Marmor dar und fand es hinsichtlich seiner Eigenschaften mit jenem von Markownikoff (Annal. d. Chem. Bd. 138, pag. 369) mitgetheilten, völlig übereinstimmend, besonders was den Gehalt an Krystallwasser betrifft, welcher dieses Salz von dem normalbuttersauren so wesentlich unterscheidet.

Ich stellte das Calciumsalz der Isobuttersäure durch Erwärmen der gelösten Säure mit gepulvertem reinen Marmor dar. Das Filtrat gab nach dem Eindampfen im Wasserbad bis zu ziemlich starker Cencentration ziemlich grosse, strahlig vereinigte, glänzende Nadeln, welche an der Luft leicht verwittern und ihren Wassergehalt bei 100° bald abgaben. Das so getrocknete Salz wurde auf seinen Calciumgehalt durch Fällen mit verdünnter Schwefelsäure und überschüssigem Weingeist untersucht.

0·348 Grm. gaben hierbei 0·2205 Grm. $CaSO_4$, entsprechend 18·64% Calcium. Die Formel 2 $(C_4H_7O_2)$ Ca verlangt 18·69% Calcium. Behufs der Feststellung des, für das isobuttersaure Calcium so charakteristischen Krystallwassergehaltes wurden die Krystalle noch feucht in einem offenen Uhrschälchen der Luft ausgesetzt und von Stunde zu Stunde gewogen, bis die anfangs sehr bedeutende Gewichtsabnahme zum Stillstand kam, worauf nach wenigen Stunden bei 100° das Salz seinen Krystallwassergehalt vollständig abgab.

Dabei verloren 0·525 Grm. des lufttrockenen Salzes 0·1545 Grm. Wasser, was 29·43 % entspricht, während die von Markownikoff für das krystallisirte isobuttersaure Calcium aufgestellte Formel: 2 $(C_4H_7O_2)$ Ca + 5 H_2O 29·60 % Wasser verlangt. Andererseits zeigte die gesättigte Lösung des Calciumsalzes beim Erhitzen auf 100° nicht die geringste Spur des für die Lösungen des normalen buttersauren Calciums unter gleichen Umständen so charakteristischen krystallinischen Gerinnens.

Isobuttersaures Silber stellte ich behufs der Feststellung der Zusammensetzung meiner Säure durch Doppelzersetzung mit dem Calciumsalze mit salpetersaurem Silber als einen weissen krystallinischen Niederschlag dar, welcher aus heisser, wässriger Lösung in ziemlich grossen, glänzenden, gegen das Licht wenig empfindlichen Blättchen krystallisirt erhalten wurde. Behufs der Analyse trocknete ich das Salz über Schwefelsäure.

0·2777 Grm. gaben 0.1534 Grm. Silber.
0·2719 „ „ 0·2442 „ CO_2 und 0·0925 Grm. H_2O

Daraus ergibt sich die Formel: $C_4H_7O_2Ag$.

In 100 Theilen:

	Berechnet	Gefunden
Kohlenstoff	24·61	24·50
Wasserstoff	3·59	3·77
Sauerstoff	16·42	—
Silber	55·38	55·24
	100·00	

Isobuttersaures Baryum bereitete ich durch Sättigen der Säure mit kohlensaurem Baryum. Die Lösung gab beim Eindampfen bis zur Syrupsdicke anfangs kleine undeutliche Krystalle und erstarrte später zu einer krystallinischen Masse. Behufs der Baryumbestimmung wurde das lufttrockene Salz bei 100° getrocknet, wobei es nur einen ganz geringen Gewichtsverlust erlitt.

0·3751 Grm. gaben 0·2356 Grm. $BaCO_3$, entsprechend 43·68 % Baryum. Die Formel 2 $(C_4H_7O_2)$ Ba verlangt 44·05 % Baryum.

Einwirkung von Zinkstaub auf Trichlorbuttersäure.

Als ich versuchte, Zinkstaub bei gleichzeitiger Anwesenheit von Salzsäure auf Trichlorbuttersäure wirken zu lassen, um womöglich auch auf diesem Wege zur Isobuttersäure zu gelangen, beobachtete ich sofort eine sehr heftige, von bedeutender Temperaturserhöhung begleitete Einwirkung, welche einen sehr raschen Verlauf nahm und zunächst mit der Bildung einer neuen Säure abschloss, die sich während des Abkühlens zum Theile in grossen nadelförmigen Krystallen abschied, zum Theile aber unter Wasserstoffentwicklung mit Zink zu einem leicht löslichen Salze verband. Durch Zusatz von kohlensaurem Natrium im geringen Überschusse wurde das entstandene Zinksalz zerlegt, nach dem Aufkochen von dem Zink und kohlensauren Zink abfiltrirt und die klare Flüssigkeit im Wasserbad concentrirt. Durch Zerlegung des Natriumsalzes mit Salzsäure erhielt ich nun eine sehr reichliche Abscheidung der neuen Säure in feinen Nadeln, welche beim Erwärmen leicht zu einer ölartigen Flüssigkeit schmolz, zum Theile sich auch löste und beim Erkalten erstarrte, zugleich theilweise in grossen Nadeln auskrystallisirte. Nach dem Filtriren und Trocknen konnte das Product durch vorsichtige Sublimation von dem anhängenden Salze leicht vollständig befreit werden. Aus dem oben erwähnten Filtrate gelang es übrigens noch eine reichliche Menge der Säure durch vorsichtiges Destilliren in wässriger Lösung zu gewinnen und durch Rectification über etwas Bleiweiss von der noch beigemengten Salzsäure zu befreien. Die unten angegebenen analytischen Daten lassen keinen Zweifel darüber aufkommen, dass diese Säure nach der Formel $C_4H_5ClO_2$ zusammengesetzt ist und daher vorläufig als eine Monochlorcrotonsäure bezeichnet werden kann, deren Untersuchung ich aber noch nicht so weit abgeschlossen habe, um mir über ihre Beziehungen zu den übrigen bereits bekannten Säuren von gleicher Zusammensetzung ein begründetes Urtheil bilden und einen entsprechenden Namen für sie vorschlagen zu können.

Die in obiger Weise dargestellte und gereinigte Säure bildet aus heissem Wasser umkrystallisirt schöne, glänzende

lange, farblose Nadeln. Sie verflüchtigt sich mit Wasserdämpfen sehr leicht und reichlich. Ihren Schmelzpunkt fand ich bei 59° liegend, den Erstarrungspunkt bei 55°. Die geschmolzene Säure ist ölartig, sinkt in Wasser unter und erstarrt zu einer deutlich strahlig-krystallinischen Masse. Sie besitzt einen nicht sehr starken aber deutlich aromatischen Geruch. Diese Eigenschaften legen die Vermuthung sehr nahe, dass die Säure mit jener Monochlorcrotonsäure identisch sei, welche Geuther als eine der beiden isomeren aus Äthyldiacetsäure durch Einwirkung von Phosphor pentachlorid entstehenden Säuren mit dem Namen Monochlorquartenylsäure bezeichnete und die von O. Frölich als Monochlorcrotonsäure ausführlicher untersucht wurde. (Zeitschrift für Chemie, neue Folge, Bd. V, pag. 270.)

O. Frölich fand den Schmelzpunkt der Säure bei 59·5°, deren Erstarrungspunkt bei 55·5°. Er hebt ihre grosse Flüchtigkeit hervor, welche mir auch bei meiner Säure auffiel und beschreibt eine Reihe von Salzen derselben.

Nachdem ich mir durch einige Versuche über die Zusammensetzung der Säure Gewissheit verschafft hatte, trachtete ich zunächst durch Darstellung einiger charakteristischen Salze festzustellen, mit welcher von den bereits bekannten Säuren gleicher Zusammensetzung die von mir gewonnene Säure etwa identisch ist und nahm selbstverständich dabei vor Allem auf die von Frölich untersuchte Monochlorquartenylsäure Rücksicht.

Ich bemerkte zunächst die Fähigkeit meiner Säure, mit Baryum ein leichtlösliches und deutlich krystallisirbares Salz zu bilden, welches ich wiederholt darstellte, indem ich die Säure mit Wasser und kohlensaurem Baryt erwärmte und das Filtrat im Wasserbade stark concentrirte. Aus der Lösung scheiden sich allmälig farblose, ziemlich lange, zum Theil wohl ausgebildete Prismen des Salzes ab, welche aber, kaum lufttrocken geworden, sehr rasch verwittern. Herr Professor V. v. Lang hat die Krystalle des Salzes einer krystallographischen Untersuchung unterzogen (s. diese Berichte, Bd. LXX, II. Abth., Juliheft), welche aber in Folge des raschen Verwitterns zu genauen Resultaten nicht führen konnte. Ich bestimmte mit aller Vorsicht den Wassergehalt des Salzes und fand, dass 0·509 Grm. nach mehrtägigem Verweilen über Schwefelsäure im Vacuum anfangs

rasch, später träge 0·0825 Grm. Wasser verloren, was 16·20% entspricht. Die Formel 2$(C_4H_4ClO_2)$Ba + 4H_2O verlangt 16·07% Wasser. Die mit dem getrockneten Rückstande durchgeführte Baryumbestimmung ergab für 0·4228 Grm. Substanz 0·2628 Grm. schwefelsaures Baryum, entsprechend 36·55% Baryum, während die Formel des wasserfreien Salzes 36·41% verlangt.

Das Salz unterscheidet sich demnach wesentlich von jenem, welches Frölich mit der Monochlorquartenylsäure Geuthers darstellte, denn nach seinen Mittheilungen verwittert diese Verbindung selbst über Schwefelsäure nicht und enthält nur ein Molekül Krystallwasser.

Die zweite Säure von derselben Zusammensetzung, welche Geuther entdeckte, untersuchte dieser Chemiker selbst eingehend. Er nannte sie Monochlortetracrylsäure und beschreibt deren Baryumsalz als eine in farblosen Octaedern krystallisirende, leichtlösliche Verbindung, welche kein Krystallwasser enthält. (Journal für pract. Chemie, neue Folge, Bd. 3, pag. 437.)

Ferner haben Krämer und Pinner durch Oxydation des Crotonchlorals mit Salpetersäure eine Trichlorcrotonsäure erhalten, aus welcher sie mittelst Zink und Salzsäure eine Monochlorcrotonsäure darstellten, welche später von Sarnow ausführlicher untersucht wurde. (Annal. d. Chem., Bd. 164, pag. 93.) Sarnow beschreibt das Baryumsalz dieser Säure (l. ö. Seite 101) als eine in dünnen fettglänzenden Blättchen krystallisirende Substanz, welche er von gleicher Beschaffenheit erhielt, wenn er es durch Mischen concentrirter Lösungen des Ammoniumsalzes mit Chlorbaryum oder durch Behandeln von kohlensaurem Baryt mit dem Säurehydrat bereitete. Auch dieses Salz enthält kein Krystallwasser. Obwohl die von Sarnow untersuchte Säure hinsichtlich ihres Schmelz- und Siedepunktes mit Geuther's Monochlortetracrylsäure übereinstimmt, führt Sarnow mehrere triftige Gründe an, welche für eine wesentliche Verschiedenheit beider Säuren sprechen.

Endlich wäre hier noch jener Monochlorcrotonsäure Erwähnung zu thun, welche Swarts durch Behandlung von Citradichlorpyroweinsäure auf ähnlichem Wege, wie früher Kekulé die Monobromcrotonsäure aus der Citrabibrombrenzweinsäure

erhielt. (Bulletins d. l'Acad. roy. d. Sciences etc. de Belg. 2. Serie, T. 33, pag. 37.)

Swarts gibt über ihre Eigenschaften nur wenige Andeutungen. Herr Morawski stellte unlängst eine kleine Quantität derselben den Angaben ihres Entdeckers entsprechend dar und fand den Schmelzpunkt der Säure bei 59—60°, deren Erstarrungspunkt bei 52°, welche Zahlen den von mir für die aus Trichlorbuttersäure gewonnenen Monochlorcrotonsäure bestimmten sehr nahe liegen. Das mit der Säure aus Citradichlorbrenzweinsäure dargestellte Baryumsalz stimmt jedoch nach den bisherigen Beobachtungen mit dem oben beschriebenen nicht völlig überein und es muss durch eingehendere Versuche, welche baldigst in Angriff genommen werden sollen, entschieden werden, ob meine Säure mit jener Swarts' identisch ist oder nicht. Vorläufig jedoch begnüge ich mich an dieser Stelle noch einige weitere analytische Daten mitzutheilen, welche die oben für die Säure gegebene Formel bestätigen.

Neben dem bereits beschriebenen Baryumsalze stellte ich auch das Bleisalz und die Silberverbindung dar.

Das Bleisalz bereitete ich durch Mengen von ziemlich concentrirten Lösungen des Baryumsalzes mit überschüssigem, essigsaurem Blei. Es entstand sofort ein weisser amorpher Niederschlag, welcher sich jedoch nach 24 Stunden in kleine, undeutliche, glänzende Krystalle umwandelte.

Von diesen wurden im lufttrockenen Zustande 0·742 Grm. über Schwefelsäure gestellt, wobei sie nach 2 Tagen 0·030 Grm. Gewichtsverlust erlitten, welcher sich bei weiterem Verweilen über Schwefelsäure im Vacuum nicht steigerte. Dieser Verlust entspricht 4·04% Wasser, während die Formel $2(C_4H_4ClO_2)Pb + H_2O$ 3·87% verlangt. Das trockene Salz wurde weiter zu einer Blei- und Chlorbestimmung benützt.

0·2167 Grm. gaben 0·1479 Grm. $PbSO_4$, entsprechend 46·62% Blei; ferner gaben 0·2718 Grm. 0·1729 Grm. AgCl und 0·0028 Grm. Ag, entsprechend 16·07% Chlor.

Die Formel $2(C_4H_4ClO_2)Pb$ verlangt 46·36% Blei und 15·91% Chlor.

Das Silbersalz wurde durch Mengen des gelösten Baryumsalzes mit salpetersaurem Silber zunächst als ein weisser Nieder-

schlag erhalten, welcher in siedendem Wasser gelöst, dabei eine ziemlich starke Reduction erlitt, beim Erkalten des völlig farblosen Filtrates aber daraus in weissen, glänzenden, flachen Nadeln krystallisirte.

Behufs der Analyse wurde das Salz im Dunkeln über Schwefelsäure getrocknet, wobei es sein Aussehen durchaus nicht veränderte.

0·2850 Grm. gaben 0·1790 Grm. AgCl.

0·2895 „ „ 0·2270 „ CO_2 und 0·0545 Grm. H_2O.

Aus diesen Daten ergibt sich die Formel $C_4H_4ClO_2Ag$.

In 100 Theilen:

	Berechnet	Gefunden
Kohlenstoff	21·09	21.38
Wasserstoff	1·75	2·09
Chlor	15·61	—
Sauerstoff	14·08	—
Silber	47·47	47·27
	100·00	

Über die Entstehung der oben beschriebenen Trichlorbuttersäure wird sich wohl erst dann eine begründete Vorstellung bilden lassen, wenn der gleichzeitig neben derselben so reichlich entstehende oben erwähnte ölartige Körper eine genauere Untersuchung erfahren haben wird, welche ich mit den mir davon zu Gebote stehenden grösseren Mengen demnächst vorzunehmen beabsichtige. Es lässt sich allerdings leicht ein Schema aufstellen, welches die Bildung der Säure aus der bei der Einwirkung des Chlors auf Citraconsäure entstehenden, wenn auch im isolirten Zustand noch nicht bekannten Citradichlorbrenzweinsäure erläutert. Die etwa dabei durch weitere Einwirkung von Chlor entstehende Citratrichlorbrenzweinsäure könnte leicht in Kohlensäure und Trichlorbuttersäure zerfallen:

$$C_5H_5Cl_3O_4 = CO_2 + C_4H_5Cl_3O_2.$$

Auch liegt die Annahme nahe, dass sich aus der oben erwähnten Citradichlorbrenzweinsäure zunächst Monochlorcrotonsäure bildet, welche sich hierauf durch Aufnahme von Chlor in Trichlorbuttersäure verwandelt.

$$C_5H_6Cl_2O_4 = CO_2 + HCl + C_4H_5ClO_2 \text{ und}$$
$$C_4H_5ClO_2 + Cl_2 = C_4H_5Cl_3O_2.$$

Doch habe ich bei der von mir so häufig vorgenommenen Sättigung von Citraconsäurehydrat mit Chlor behufs Darstellung der Monochlorcitramalsäure niemals die geringste Trübung der Flüssigkeit nach eingetretener Sättigung mitChlor wahrgenommen. Die von mir angestellten Versuche in der Lösung nach Abscheidung der Monochlorcitramalsäure als Barynmsalz durch das oben beschriebene Verfahren die etwa vorhandene Trichlorbuttersäure in Dichlorcrotonsäure überzuführen, welche sich leicht erkennen lässt, führten auch nur zu undeutlichen Resultaten, indem allerdings schliesslich eine flüchtige, krystallisirte Säure erhalten wurde, deren Schmelzpunkt bei 55° lag, doch in so höchst geringer Menge, dass weitere Versuche damit nicht ausgeführt werden konnten. Wenn ich es auch für möglich halte, dass dieses Product unreine Dichlorcrotonsäure war, so ist die Menge derselben und somit auch jene der Trichlorbuttersäure, aus welcher sie etwa entstanden ist, als höchst gering zu bezeichnen, während die Einwirkung des Chlors auf das citraconsaure Natron reichliche Quantitäten der sich dabei abscheidenden Trichlorbuttersäure liefert, welche jedoch, wie ich schon oben bemerkte, von einem zweiten ölartigen, aber indifferenten Körper begleitet ist, der sich, wie ich an dieser Stelle besonders hervorheben muss, stets in merklich grösserer Quantität bildet als die Trichlorbuttersäure selbst, und somit wohl kaum als ein zufälliges Nebenproduct betrachtet werden kann.

Über eine Folgerung aus der Analogie der Temperatur und der Potentialfunktion.

Von Dr. **Karl Domalip**,
Assistenten für Physik am deutschen Polytechnicum zu Prag.

Fourier hat in seiner „Theorie analytique de la chaleur" das Problem der Verbreitung der Wärme analytisch gelöst. Experimentell gefundene Thatsachen und der Natur der Sache angemessene Annahmen bildeten die Grundlage, die Prämissen zu seiner Deduction.

Dass diese Grundsätze richtig gewählt waren, beweist die Übereinstimmung der Resultate, zu denen Fourier gelangt ist, mit denen der Erfahrung.

Auf analoge Grundsätze sich stützend, behandelte Ohm auf gleiche Weise die Elektricitätsleitung in der galvanischen Kette und gelangte zu Resultaten, die gleichfalls mit der Erfahrung übereinstimmen.

Aus dem Vergleiche der Resultate, welche diese beiden Physiker in diesen verschiedenen Gebieten erhalten haben, geht hervor, dass dieselben untereinander grosse Ähnlichkeit besitzen.

Die Differentialgleichungen der Wärmebewegung stimmen so mit denen der Elektricitätsleitung in analogen Fällen überein, dass die einen in die anderen leicht überführbar sind.

Wenn man den Temperaturzustand für einen bestimmten Fall der Wärmeleitung auf bekannte graphische Weise darstellt, so wird man eine Curve erhalten, die identisch ist mit derjenigen, die den Zustand im analogen Falle in der Elektricitätsleitung für die elektroskopische Spannung oder die Potentialfunction der freien Elektricität versinnlicht. Die Temperaturen auf der einen Seite und die Potentialfunction auf der anderen sind analoge Grössen.

Ohm sagt selbst in Bezug auf die Analogie beider Erscheinungen Folgendes:

„Die Form und die Behandlung der so erhaltenen Differentialgleichungen ist denen für die Wärmebewegung durch Fourier und Poisson uns gegebenen so ähnlich, dass sich schon hieraus, wenn auch weiter keine anderen Gründe vorhanden wären, der Schluss auf einen inneren Zusammenhang zwischen beiden Erscheinungen mit allem Rechte machen liesse, und dieses Identitätsverhältniss nimmt zu, je weiter man es verfolgt.“

Ich will hier nicht auf diese Analogie näher eingehen, nur ein Fall mag hier in Kürze hervorgehoben werden, um an denselben ein neues Resultat knüpfen zu können, das aus der Analogie beider Naturerscheinungen folgt, und in der Erfahrung sich bestätigt hatte.

Fourier findet für den Fall, dass in einem Metallringe das Gleichgewicht der Wärme gestört wird, und die Wärme sich theils in dem Ringe selbst verbreitet, theils an die Umgebung abgegeben wird, folgende Differentialgleichung

$$\frac{dv}{dt} = a\frac{d^2v}{dx^2} - bv.$$

In dieser Gleichung bedeutet v die Temperatur eines in der Entfernung x befindlichen Schnittes, t die Zeit, somit $\frac{dv}{dt}$ die Änderung der Temperatur in Bezug auf die Zeit.

a und b sind constante Grössen.

Ohm findet für die Änderung der elektroskopischen Kraft für den analogen Fall folgenden Ausdruck:

$$\gamma\frac{du}{dt} = \alpha\frac{d^2u}{dx^2} - \beta u.$$

In dieser Gleichung bezeichnet u die elektroskopische Kraft, oder nach Kirchhoff die Potentialfunction.

t und x haben dieselbe Bedeutung wie in der früheren Gleichung und γ, α, β sind constante Grössen.

Aus diesen beiden Gleichungen geht hervor, dass die Grössen v, u gleiche Functionen derselben Variablen x und t sind, so dass also

$$v = f(x, t, c) \quad \text{und} \quad u = f(x, t c').$$

Wenn man zwei Querschnitte des oben erwähnten Ringes in dem einen Falle, indem man dieselben mit Wärmereservoiren, deren Temperaturen verschieden sind, in Berührung bringt, auf constanten Temperaturniveaux erhält, und analog im anderen Falle zwei Querschnitte auf constanten Potentialniveaux erhält, was z. B. in einem galvanischen Elemente geschieht, so erhält man aus den obigen Gleichungen für den stationären Zustand, also für den Fall, dass die Differentialquotienten

$$\frac{dv}{dt} \text{ und } \frac{du}{dt} = 0 \text{ sind,}$$

folgende Gleichungen

$$\frac{d^2v}{dx^2} - \alpha_1 v = 0$$

$$\frac{d^2u}{dx^2} - \alpha_1 u = 0.$$

Integriren wir diese Gleichungen, so erhalten wir v und u als gleiche Functionen von x und zwar ist

$$v = Me^{-xm} + Ne^{+xm}$$

$$u = Ae^{-xa} + Be^{+xa}.$$

Dieser hier angeführte Fall findet in der Wärmeleitung in der Natur gewöhnlich statt. Bei der Elektricitätsleitung in einer galvanischen Kette können wir uns noch eine weitere Einschränkung erlauben, indem man die an die Luft abgegebene Elektricitätsmenge gleich Null setzt. Setzen wir diesen Umstand auch für die Wärmeleitung voraus, so erhalten wir folgende Gleichungen:

$$\frac{d^2u}{dx^2} = 0$$

$$\frac{d^2v}{dx^2} = 0,$$

aus denen durch Integration folgt:

$$u = mx + n$$

$$v = m_1 x + n.$$

Die beiden Constanten sind aus den Bedingungen, dass zwei Querschnitte bestimmte Temperaturen, beziehungsweise bestimmte Werthe der Potentialfunktion behalten, leicht zu bestimmen. Die letzte Gleichung bestimmt die Vertheilung der elektroskopischen Kraft, wie sie Ohm für einen linearen Leiter in der galvanischen Kette aufgestellt hatte, und die von Ermann, Kohlrausch und anderen auch experimentell nachgewiesen wurde.

Vergleichen wir noch die Ausdrücke für die Mengen der Agentien, welche durch einen Querschnitt q hindurchgehen, wenn die Temperaturniveaux T_1 und T_2 und beziehungsweise die Potentialniveaux V_1 und V_2 sind, und der Abstand derselben l ist, nämlich

$$w = kq\frac{T_1-T_2}{l}$$

$$J = k_1 q\frac{V_1-V_2}{l}.$$

Diese letzte Gleichung drückt bekanntlich die Intensität des Stromes nach dem Ohm'schen Gesetze aus, und unterscheidet sich von der für die Wärmeleitung aufgestellten nur durch eine constante Grösse, da die Wärmeleitung der Elektricitätsleitung, wie aus der Erfahrung hinlänglich bewiesen ist, proportional ist. Man kann somit statt k_1, welches die Elektricitätsleitungsfähigkeit bezeichnet, die Wärmeleitungsfähigkeit multiplicirt mit einer constanten Zahl substituiren, mithin

$$k_1 = ck$$

setzen.

Aus dem hier Angeführten geht somit klar hervor, dass man die Gesetze, welche in der galvanischen Kette Geltung haben, aus den Gesetzen, welche Fourier für die Wärmeleitung gefunden hatte, ableiten kann, indem man die Temperatur mit der Potentialfunction vertauscht. Auch andere über die Wärme aufgestellten Gesetze lassen sich auf die Elektricität übertragen. Ich will hier auf die Anwendung des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie auf elektrische Erscheinungen, die

Mach[1] angedeutet hat, hinweisen. Umgekehrt könnte man wieder aus den bekannten Gesetzen für die Elektricitätsleitung Gesetze für die Wärmeleitung ableiten und einen solchen Versuch will ich im Folgenden durchführen.

Bekanntlich kann man die Arbeit, welche ein elektrischer Strom leisten kann, theoretisch bestimmen. Dieser Arbeitswerth ist experimentell auch verificirt worden. Es lässt sich nun eine analoge Gleichung für die Arbeit eines Wärmestromes aufstellen. und diese so gefundene Gleichung führt in ihrer weiteren Deduction auf ein Resultat, das mit der Erfahrung vergleichbar ist. Es ist dies der thermoelektrische Strom.

Die Arbeit der elektromotorischen Kräfte während dem Zeitelemente dt, welche auf die zwischen den beiden Niveauflächen V_1 und V_2 sich befindenden elektrischen Massen wirken, wird ausgedrückt durch

$$dL = c(V_1 - V_2)i\,dt.$$

Die in der Zeiteinheit geleistete Arbeit wird also sein

$$L = c(V_1 - V_2)i.$$

Substituiren wir in dieser Gleichung

$$i = c\frac{V_1 - V_2}{\lambda},$$

so erhalten wir

$$L = c\frac{(V_1 - V_2)^2}{\lambda}$$

oder wenn man

$$V_1 - V_2 = E$$

setzt,

$$L = c\frac{E^2}{\lambda}.$$

Denken wir uns die Enden zweier Metallstäbe zusammengelöthet und die eine Löthstelle auf der Temperatur T_1 und die

[1] Mach, Die Geschichte und die Wurzel des Satzes von der Erhaltung der Kraft. S. 54. Prag 1872. Calve.

andere auf einer niedrigeren T_2 gehalten, so wird Wärme von höherem zu tieferem Niveau überströmen. Ein Analogon ist ein galvanisches Element, da auch hier eine constante Differenz der Potentialniveaux durch die elektromotorische Kraft des Elementes erzeugt wird.

Um nun die Arbeit zu bestimmen, welche von diesem Wärmestrome geleistet werden kann, hat man blos in dem oben angegebenen Ausdrucke für die Arbeit des elektrischen Stromes nur statt $V_1 - V_2$ den Ausdruck $T_1 - T_2$ zu substituiren, und man erhält

$$A = c_2 \frac{(T_1 - T_2)^2}{\lambda}.$$

Diese beiden Ausdrücke unterscheiden sich wieder blos durch eine constante Grösse.

Durch den Übergang der Wärme von der wärmeren Löthstelle zur kälteren wird, wie aus der Erfahrung bekannt ist, ein elektrischer Strom erregt. Es wird somit in diesem Falle die Arbeit des Wärmestromes, die derselbe leisten kann, zur Entstehung einer neuen Naturerscheinung verbraucht. Diese verbrauchte Arbeit ist nun potentiell in dem entstandenen elektrischen Strome enthalten, und kann wieder in Arbeit umgewandelt werden. Aus dem Principe der Erhaltung der Kraft folgt, dass die von diesem Strome möglicherweise geleistete Arbeit der verbrauchten Arbeit des Wärmestromes gleich sein muss. Setzen wir somit diese Arbeitsgrössen einander gleich, so erhalten wir die Relation

$$c_1 \frac{(T_1 - T_2)^2}{\lambda} = c_2 \frac{(V_1 - V_2)^2}{\lambda},$$

aus der dann

$$V_1 - V_2 = E = c(T_1 - T_2)$$

folgt. Diese Gleichung sagt aus:

„Die elektromotorische Kraft eines Thermoelementes ist der Differenz der Temperaturen proportional".

Diese Gleichung wurde vom Thomson und Clausius auf anderen Wegen gefunden und stimmt mit der Erfahrung in bestimmten Temperaturgrenzen überein. Dass diese Gleichung

mit der Erfahrung nicht im vollen Einklange ist, wenn diese Temperaturgrenze überschritten wird, kann die Richtigkeit der oben abgeleiteten Gleichung nicht beeinflussen. Den Grund des Nichtübereinstimmens mit der Erfahrung hat man in diesem Falle darin zu suchen, dass die Bedingungen, unter welchen die obigen Gleichungen aufgestellt worden sind, nicht in dem fraglichen Falle erfüllt wurden. Ich will dies an einem analogen Falle in der galvanischen Kette zeigen.

Die Gleichung für die Arbeit eines elektrischen Stromes können wir auch in folgender Form aufschreiben:

$$A = c\lambda J^2.$$

Messen wir diese Arbeit des Stromes durch die Wärme, welche derselbe in einem metallischen homogenen Leiter entwickelt, so werden wir finden, wie schon Joule durch seine Versuche festgestellt hat, dass die entwickelte Wärme diesem Ausdrucke für die Arbeit äquivalent ist. Diese Übereinstimmung findet aber nicht statt, wenn man statt des Leiters erster Ordnung einen Leiter zweiter Ordnung nimmt. In diesem Falle wird die entwickelte Wärme eine geringere, als nach der Formel sich ergeben sollte, da in diesem Falle die Arbeit des Stromes nicht allein zur Wärmeerzeugung, sondern auch zu einer chemischen Zersetzung verbraucht wird. Die Summe der Äquivalenzwerthe beider Verwandlungen ist gleich der gesammten Arbeit.

Ähnlich verhält es sich auch mit der Arbeit, die von einem Thermostrome geleistet wird. Auch hier weiss man aus Erfahrung, dass dieser Wärmestrom die Ursache nicht nur eine, elektrischen Stromes wird, sondern auch anderer Änderungen, indem z. B. moleculare Änderungen stattfinden, deren Äquivalenzwerth mit in Rechnung gebracht werden müsste, was in der vorliegenden Ableitung der Formel nicht geschehen ist.

Zur Kenntniss der Oxycitraconsäure und anderer Abkömmlinge der Brenzcitronensäuren.

Von **Theodor Morawski**,

Assistent an der technischen Hochschule zu Graz.

I. Über Oxycitraconsäure.

In der Abhandlung über „chlorfreie Derivate der Monochlorcitramalsäure" (s. diese Ber. Bd. 69, Abthl. II, pag. 469) beschrieb ich die Oxycitraconsäure und ihre Salze, und konnte mich auf diese Mittheilungen beschränken, weil es sich dort hauptsächlich darum handelte, die Verschiedenheit des Verhaltens der Monochlorcitramalsäure gegenüber der Einwirkung von Basen zu constatiren, wenn sie im Sättigungsverhältniss vorhanden sind und bei, dieses Verhältniss überschreitenden, Mengen von Basen. Weiterhin lud aber die Oxycitraconsäure, durch die Möglichkeit leicht in reinem Zustande hergestellt zu werden, zu einem näheren Studium ein, dem ich nun diese Substanz unterzog und hievon in diesem Berichte Mittheilung mache [1].

Da ich mich durch diese Aufgabe in die Lage versetzt sah, grössere Quantitäten von Oxycitraconsäure darstellen zu sollen, so dachte ich auf Mittel, die zeitraubende Operation der Darstellung der Monochlorcitramalsäure zu vermeiden und versuchte unter anderem, ob nicht die Citrabibrombrenzweinsäure durch die Einwirkung überschüssiger Basen zu Oxycitraconsäure führen würde.

Als ich zu diesem Zwecke so vorging, dass ich in eine bedeutende Menge kochenden Barytwassers unter Umrühren eine Lösung von Citrabibrombrenzweinsäure eintrug, anhaltend

---

[1] Einstweilen war auch Herr Professor V. v. Lang so freundlich, die krystallographische Untersuchung der Oxycitraconsäure auszuführen und in diese Berichte einzurücken (Band LXX, II. Abth. Juliheft).

kochte und den überschüssigen Baryt durch Kohlensäure entfernte, erhielt ich beim Eindampfen die charakteristischen Krystallisationen des oxycitraconsauren Baryums, deren Zusammensetzung ich überdies durch analytischen Nachweis identificirte.

0·734 Grm. gaben bei 100° 0·155 Grm. H_2O ab = 21·11%, theoretisch 20·39%; ferner bildeten 0·579 Grm. bei 100° getrockneten Baryumsalzes 0·404 Grm. $BaCO_3$ = 48·53% Baryum; berechnet 48·75%.

Ebenso entsteht Oxycitraconsäure, wenn in gleicher Weise vorgegangen wird mit den Flüssigkeiten, welche durch die Einwirkung von Chlor erhalten werden, wenn dieses Gas in Lösungen von Citraconsäure im gleichen Gewicht Wasser geleitet wird. In diesen Flüssigkeiten entsteht zunächst, wie dies die von Swarts (Bull. d. l'Acad. roy. d. Belg. T. XXXIII, p. 38) nachgewiesene Bildung von Monochlorcrotonsäure beim Kochen nach der Neutralisation mit kohlensaurem Natron beweist, unzweifelhaft eine der Citrabibrombrenzweinsäure vollkommen analoge Citradichlorbrenzweinsäure, deren Isolirung zwar Swarts nicht gelang, deren vorübergehende Existenz aber trotzdem nicht geläugnet werden kann. Dass nun das Chlorsubstitutionsproduct dem analogen gebromten Körper in seinen Reactionen folge, ist aber leicht begreiflich.

War jedoch die Ausbeute an Oxycitraconsäure bei Citrabibrombrenzweinsäure nicht sehr befriedigend, so war sie es im letzteren Falle noch weit weniger, so dass ich von der Benützung dieser beiden Substanzen fernerhin abstand und zur Monochlorcitramalsäure zurückkehrte, die ich mit bestem Erfolge in der Art zur Anwendung brachte, dass ich deren Baryumsalz in viel kochendes Barytwasser einrührte; nach sehr kurzer Zeit war dann das monochlorcitramalsaure Baryum in oxycitraconsaures Salz umgewandelt. Obwohl ich dieses Verfahrens schon Erwähnung that, sehe ich mich doch veranlasst, darauf zurückzukommen, nachdem ich durch meine vermehrten diesbezüglichen Erfahrungen nicht umhin kann, diesem Verfahren die beste Verwendbarkeit zuzusprechen, indem es die Zeit- und Substanzverlust involvirende Isolirung der Monochlorcitramalsäure ausschliesst.

Mehr von theoretischem Interesse bewogen, als in der Absicht für meine Zwecke darauf zu reflectiren, versuchte ich auch,

ob die von Gottlieb (diese Ber. Band 68, II. Abth., pag. 159) und dann von Swarts (Bull. d. l'Acad. roy. d. Belg. T. XXXIII, pag. 34) aufgefundene Chlorcitraconsäure durch Kochen mit überschüssigem Barytwasser nicht einen Austausch des Chloratoms gegen Hydroxyl erleide. Nachdem ich aber das Kochen einen ganzen Tag hindurch unterhalten hatte, überzeugte ich mich von der Unveränderlichkeit der genannten Säure bei solcher Einwirkung, worauf ich das Studium neuer Bildungsweisen der Oxycitraconsäure abschloss, weil zu weiteren Versuchen einladende Möglichkeiten sich zur Zeit nicht mehr darboten.

Es folge nun die Beschreibung der verschiedenen Versuche, welche ich anstellte, um zu Umsetzungsproducten der Oxycitraconsäure zu gelangen, welche die Natur dieser Säure völlig aufzuklären im Stande wären.

Umwandlung von Oxycitraconsäure in Citraweinsäure.

Wenn man die Formel der Oxycitraconsäure vergleicht mit jener der Citraweinsäure, so sieht man, dass die Differenz nur ein Molecül Wasser beträgt, so dass:

$$\underbrace{C_5H_6O_5}_{\text{Oxycitraconsäure}}+H_2O = \underbrace{C_5H_8O_6}_{\text{Citraweinsäure.}}$$

Durch meine Versuche wurde nun dieser Process auf drei verschiedene Arten realisirt, und zwar 1. durch Wasseraufnahme in oxycitraconsaure Salze, 2. durch directe Addition von Wasser zur freien Säure und 3. durch Hinzutreten von Wasser, nachdem die Bildung eines Anhydrids der Citraweinsäure aus Oxycitraconsäure vorausgegangen war.

Vielfache Bemerkungen über die Zerleglichkeit der oxycitraconsauren Salze habe ich bereits unter anderen Mittheilungen über Oxycitraconsäure niedergelegt und mag vieles des hier Gebotenen als detaillirtere Ausarbeitung von bereits Gesagtem gelten.

Was zunächst oxycitraconsaures Baryum anbelangt, so überzeugte ich mich, dass es nicht nur durch Kochen für sich, sondern auch beim Kochen mit viel Barythydrat unzersetzt bleibt. Wird aber dieses Salz in Wasser vertheilt, im zugeschmolzenen Rohre anhaltend auf 120° erhitzt, so erleidet es der grössten

Menge nach Umwandlung in citraweinsaures Baryum. Beim Öffnen der Röhre finden sich darin Gase unter höherem Druck, lässt man dieselben entweichen, schmilzt das Rohr neuerdings zu und erhitzt abermals, so kann beim darauffolgenden Öffnen der Röhre das Gas als nahezu reine Kohlensäure durch Absorption in Kalilauge erkannt werden. In dem Maasse, als das Erhitzen fortgesetzt wird, vermehrt sich die Menge des beim Freiwerden der Kohlensäure gleichzeitig entstehenden kohlensauren Baryts und ebenso einer öligen Substanz von eigenthümlichem Geruch. Somit ist es sehr wahrscheinlich, dass dieses ölige Product nicht das directe Umsetzungsresultat der Oxycitraconsäure sei, sondern schon die Citraweinsäure zur Muttersubstanz habe, wie dies noch mehr durch folgende Wahrnehmungen bestätigt wird. Wenn nach mehrstündigem Erhitzen des oxycitraconsauren Baryums mit Wasser im zugeschmolzenen Rohre, wobei das Auftreten der öligen Substanz durchaus nicht wahrnehmbar ist, der trübe Inhalt des Rohres durch ein Filter geklärt und dann eingedampft wird, so scheidet sich ein amorphes gummiartiges Barytsalz aus, welches durch diese Eigenschaften schon auf citraweinsaures Baryum deutend, auch durch eine Baryumbestimmung als solches erkannt wurde.

0·2095 Grm. dieses Salzes, bei 120° getrocknet, gaben 0·1375 Grm. $BaCO_3$ entsprechend 45·69% Baryum, während in $C_5H_6BaO_6$ 45·82% Baryum enthalten sind.

Leichter als das Baryumsalz ist das Bleisalz zerleglich; hiezu ist das Kochen mit Wasser im offenen Gefässe ausreichend, um Zerlegung bei gleichzeitiger Bildung von Bleicarbonat nachweislich zu machen. Um jedoch durchgreifend diese Reaction zu bewerkstelligen, ist es entsprechend, das Bleisalz ebenfalls bei 120° mit Wasser zu behandeln. Das dabei entstehende Umsetzungsproduct wurde im geschmolzenen Zustande beim Auskühlen des Rohres gefunden und als Kruste von den Wandungen abgelöst; hierauf getrocknet, gepulvert und mit verdünnter Essigsäure sorgfältig verrieben, um eingeschlossenes Bleicarbonat zu lösen. Das bei 120° getrocknete Bleisalz erwies sich dann als citraweinsaures Blei, worin 56·14%, denn 0·9395 Grm. gaben 0·0605 Grm. PbO und 0·474 Grm. Pb entsprechend 56·43% Blei.

Die Verhältnisse des oxycitraconsauren Eisenoxyds schienen mir besonders Erfolg versprechend, wesshalb ich deren Untersuchung mit grösserer Aufmerksamkeit betrieb. Hauptsächlich gedachte ich dabei die Natur des öligen Productes erfahren zu können. Bei sorgfältiger Durchsicht der Fachliteratur hoffte ich auf Mittheilungen über andere Eisenoxydsalze zu stossen, welche auch auffallende Zerleglichkeitserscheinungen bieten mögen und aus deren Erläuterungen Nutzen ziehen zu können für meinen Fall. Solche Fälle sind jedoch nur spärlich vertreten, und unter diesen möchte ich nur jenen, den Lerch (Annal. d. Chem. Bd. 57, pag. 300) bezüglich der Chelidonsäure gibt, mit dem der Oxycitraconsäure verglichen wissen, was nämlich die äusseren Erscheinungen der Zersetzung anbelangt. Die Natur derselben war ich ebenso wenig wie Lerch im Stande vollkommen aufzuklären, und ich stand wegen der Ungunst der Verhältnisse von der weiteren Untersuchung ab, als ich die hier zu gebenden Wahrnehmungen gemacht hatte.

Das oxycitraconsaure Eisenoxyd ist in Wasser ziemlich schwer löslich; hingegen löst es sich leicht bei Gegenwart eines oxycitraconsauren Alkalisalzes. Man kann desshalb eine bedeutende Menge Eisenchlorid anwenden, bevor ein bleibender Niederschlag entsteht. Das Salz ist aber auch löslich im überschüssigen Eisenchlorid, wobei es dann der Lösung eine dunkler braungelbe Farbe verleiht. Bei der Darstellung des Salzes muss der Zusatz des Eisenchlorids aus diesem Grunde sehr vorsichtig geschehen, um nicht auf die eine oder andere Art zu viel Oxycitraconsäure im Filtrate des Eisenoxydsalzes zu belassen. Das Eisenoxydsalz lässt sich gut auswaschen; jedoch ist es bei aller Vorsicht nicht für die Analyse geeignet herzustellen. Als ich eine kleine Menge desselben über Schwefelsäure trocknete, wobei die dunklere Fleischfarbe in ein lichteres Röthlichgelb überging, um damit eine Eisenbestimmung vorzunehmen, fand ich schon eine etwas grössere Menge Eisens, als der Zusammensetzung des neutralen Salzes entspricht, und es verrieth auch das Aussehen des Salzes, dass es jedenfalls eine theilweise Veränderung erlitten habe. Der Zerfall des Eisenoxydsalzes verläuft nun verschieden, je nachdem das reine, sorgfältig gewaschene Salz in Wasser vertheilt zum Kochen erhitzt wird oder einfach die, überschüssiges

Eisenchlorid enthaltende Flüssigkeit mit dem Niederschlag des Eisenoxydsalzes anhaltend gekocht wird.

Im ersteren Falle ändert sich bald die Farbe des Niederschlags und es tritt frei geworden Kohlensäure auf; einige Zeit hindurch nimmt man auch den Geruch wahr, der jenem öligen Körper zukommt, welchen ich bei Zersetzung des oxycitraconsauren Baryums beim Erhitzen mit Wasser auf 120° erhielt. Der Niederschlag, der bedeutend lichter geworden ist, verschwindet bei noch so langem Kochen nicht. Wenn man nun die Flüssigkeit schwach ansäuert, wobei sich der Niederschlag löst, erhält man mit rothem Blutlaugensalze nur schwache Andeutungen von Eisenoxydul. Filtrirt man die Flüssigkeit vom gelblichbraunen Niederschlag ab, so zeigt sich ihre Farbe als eine gelbliche; wenn sie jedoch längere Zeit an der Luft steht, wird sie immer dunkler und spielt in's Braunviolette hinüber. Durch Eindampfen bekommt man fast schwarze, spröde, unkrystallinische Massen, deren Untersuchung vergeblich gewesen wäre.

Falls man, was ich als den zweiten Fall hinstellte, die Zersetzung des oxycitraconsauren Eisenoxydes bei Gegenwart von Eisenchlorid vornimmt, sind die Erscheinungen wesentlich andere. Vor allem ist die weitaus reichlichere Entwicklung von Kohlensäure auffallend, und als zweite neue Erscheinung tritt das völlige Verschwinden des Niederschlags hinzu; die Farbe der Flüssigkeit ist dabei braungrün geworden und sie enthält dann viel Eisenoxydul, wie ich dies bereits am angegebenen Orte nachwies.

Vergleicht man nun die beiden Modificationen des Versuches, so wird es klar, dass die erste derselben vollkommen der Zersetzung der anderen neutralen oxycitraconsauren Salze entspricht. Wozu bei der geringen basischen Kraft des Eisenoxyds die Kochhitze genügte, musste beispielsweise für's Baryumsalz die Temperatur von 120° in Anwendung gebracht werden. Für den zweiten Fall aber ist es bei Betracht der Eigenschaften, der im Filtrat vom ersten Fall zu vermuthenden Körper unzweifelhaft, dass die Bildung der bedeutenden Mengen von Eisenoxydul von einer zweiten durch's Eisenchlorid veranlassten Reaction herrührt.

Am Schlusse der Besprechung dieser Verhältnisse kann ich noch anfügen, dass das Verhalten löslicher oxycitraconsaurer Salze gegen die Lösung eines Eisenoxydulsalzes ein ganz

bemerkenswerthes ist. Fügt man zu einer Lösung von oxycitraconsaurem Natron schwefelsaures Eisenoxydul, so entsteht kein Niederschlag und tritt auch keine merkliche Verfärbung der Flüssigkeit ein. Erhitzt man nun diese Flüssigkeit zum Kochen, so wird sie zuerst gelb, dann braun undurchsichtig und ist schliesslich von einem schwarzen Niederschlag erfüllt, während bei dieser Umwandlung der wiederholt bezeichnete Geruch zu verspüren ist und reichliche Mengen von Kohlensäure schäumend entweichen. Offenbar bildet sich auch hier zuerst Citraweinsäure, die unter den waltenden Bedingungen dann weiterhin zerfällt.

Die zweite der beobachteten Bildungsweisen von Citraweinsäure ist jene aus freier Oxycitraconsäure durch Einwirkung von Wasser bei 110—120°.

Oxycitraconsäure wurde mit der zehnfachen Wassermenge in Röhren eingeschlossen und während zwei Stunden eine Temperatur von 110—120° unterhalten. Beim Öffnen der Röhren zeigte sich deren Inhalt stets etwas gebräunt und waren immer deutliche Entwicklungen von Kohlensäure wahrnehmbar. Die Oxycitraconsäure hatte sich aber dabei der Hauptmenge nach in eine syrupöse Säure umgewandelt, die in Bezug auf ihre Salze als übereinstimmend erkannt wurde mit Citraweinsäure. Eine Baryumbestimmung mit dem gummösen Baryumsalz, wie es auch der Citraweinsäure zukommt, angestellt, gab die verlangte Baryummenge.

0·4105 Grm. dieses bei 120° getrockneten Salzes gaben 0·268 Grm. $BaCO_3$, entsprechend 45·40% Baryum; berechnet sind 45·82%.

Es erübrigt nun noch die Bildung der Citraweinsäure durch das eigenthümliche Anhydrid zu schildern: das Erhitzen reiner Oxycitraconsäure auf 120° durch viele Stunden hat den Erfolg, dass die Säure weich wird und zu einer sehr voluminösen Masse sich aufbläht, wie ich es schon einmal andeutete. Die Oxycitraconsäure hat sich durch die Wirkung der Wärme in einen anderen Körper umgewandelt, der sich durch grosse Hygroskopicität auszeichnet und unzweifelhaft als ein Anhydrid der Citraweinsäure angesprochen werden muss. Wird nämlich dieser Körper mit Wasser zusammengebracht, worin er einige Zeit gelatinös verweilt, dann aber allmälig in Lösung geht, so wandelt

er sich in Citraweinsäure um, als welche der Abdampfrückstand dieser Lösungen leicht zu erkennen war.

Die Zusammensetzung und Eigenschaften des Bleisalzes gaben hiefür volle Gewissheit; es wurde für die Analyse bei 120° getrocknet.

I. 0·4185 Grm. gaben 0·069 Grm. H_2O und 0·2485 Grm. CO_2
II. 0·337 Grm. gaben 0·055 Grm. H_2O und 0·1995 Grm. CO_2
III. 0·904 Grm. gaben 0·111 Grm. PbO und 0·398 Grm. Pb
IV. 0·747 Grm. gaben 0·1375 Grm. PbO und 0·290 Grm. Pb

Berechnet für $C_5H_6PbO_6$		Gefunden			
		I	II	III	IV
C ...	16·25	16·19	16·14	—	—
H ...	1·62	1·81	1·81	—	—
Pb...	56·14	—	—	55·43	55·91

Die Bildung des Anhydrids der Citraweinsäure aus Oxycitraconsäure versuchte ich quantitativ zu verfolgen, jedoch mit wenig günstigem Erfolge, wovon hauptsächlich die grosse Hygroskopicität des Anhydrids die Ursache sein mag.

Es schien mir zuerst wahrscheinlich, dass die Oxycitraconsäure ein Molecül Wasser verliere und dass dann dem anhydridischen Producte die Formel $C_5H_4O_4$ zukommen werde. Um dies zu erfahren, führte ich mehrere Analysen des Anhydrids aus, wobei möglichste Sorgfalt angewendet wurde, um Wasseranziehung der zu analysirenden Substanz zu verhindern; nichtsdestoweniger wurden aber immer zu hohe Zahlen für den Wasserstoffgehalt gefunden, und zwar zu hoch für die Formel der Oxycitraconsäure, welche sich durch die Analysen als diejenige des daraus entstehenden Anhydrids der Citraweinsäure erwies.

In drei Verbrennungen wurden folgende Resultate erhalten:

I. 0·2885 Grm. gaben 0·128 Grm. H_2O und 0·440 Grm. CO_2
II. 0·2725 Grm. gaben 0·113 Grm. H_2O und 0·415 Grm. CO_2
III. 0·282 Grm. gaben 0·121 Grm. H_2O und 0·423 Grm. CO_2

Berechnet für $C_5H_6O_5$		Gefunden		
		I	II	III
C	41·09	41·59	41·53	40·91
H	4·11	4·92	4·58	4·71

Diese Zahlen, wenn sie auch nicht mit der Berechnung in guter Übereinstimmung stehen, zeigen doch evident, dass die Formel $C_5H_4O_4$ dem Anhydride nicht zukommen kann, denn diese verlangt 46·87% Kohlenstoff und 3·13% Wasserstoff. Auch wurde nie ein, solcher Umsetzung entsprechender, Gewichtsverlust beobachtet bei der Bildung des Anhydrids. Was nun diesen Gewichtsverlust anbelangt, so war derselbe sehr ungleich bei verschiedenen Darstellungsoperationen, gab jedoch in keinem Falle deutbare Zahlen. Ebensowenig war dies der Fall mit jenen Zahlen, zu welchen ich gelangte, als ich gewogene Mengen dieses Anhydrids in Citraweinsäure umwandelte und die Gewichtszunahme, die dabei resultirte, in Betracht zog. Hier erhielt ich immer zu niedrige Zahlen, was in Anbetracht der Hygroskopicität des Anhydrids keineswegs befremden kann. Alles dies in Erwägung gezogen, scheint mir die Deutung dieser Umsetzung in der Weise richtig zu sein, dass man annimmt, es spalte sich beim Erhitzen der Oxycitraconsäure ein Molecül Wasser ab, wobei ein neuer Körper von grosser Wasseranziehungskraft entsteht, der das eben austretende Wassermolecül an einer anderen Stelle wieder festhält, so dass das Resultat des Processes eine Wanderung der Atome im Molecül genannt werden kann.

Oxycitraconsäure und Jodwasserstoffsäure.

Dass die Einwirkung von Natriumamalgam bei gewöhnlicher Temperatur nicht von günstigem Erfolge begleitet war, beschrieb ich bereits in meiner vorhergehenden Abhandlung. Da nun eine stattfindende Reduction möglicherweise die Stellung des Sauerstoffatoms, welches die Oxycitraconsäure mehr enthält als Citraconsäure, in klares Licht setzen konnte, versuchte ich die reducirende Einwirkung rauchender Jodwasserstoffsäure zu veranlassen. Concentrirte Jodwasserstoffsäure wirkt auf Oxycitraconsäure verhältnissmässig leicht ein. Dieses Reductionsmittel im zugeschmolzenen Rohre in überschüssiger Menge angewendet, hat nach mehrstündigem Erhitzen auf 100—110° seinen Einfluss bereits in der Weise geübt, dass es eine Addition von Wasserstoff veranlasst, indem sich gleichzeitig Jod ausscheidet. Durch Aufnahme von zwei Atomen Wasserstoff wurde hiebei die Oxycitra-

consäure in eine andere Säure umgewandelt von gleicher Zusammensetzung mit Citramalsäure und ihren theilweise wenig gekannten Isomeren. Für die Ermittlung der Constitution der Oxycitraconsäure war es desshalb besonders wichtig, zu erforschen, welche der Säuren von der Formel $C_5H_8O_5$ durch die besprochene Reaction entstand. Ich trachtete desshalb die Säure in reinem Zustande zu bekommen, was keine besondere Schwierigkeit bot, und aus ihren Eigenschaften, dann aber auch aus jenen ihrer Salze die Mittel zu gewinnen, um die wichtige Entscheidung zu treffen.

Der in obiger Weise erhaltene Inhalt der Röhren wurde mit überschüssigem gefällten Silber anhaltend geschüttelt, hierauf filtrirt und die farblose Flüssigkeit eingedampft. Der Abdampfrückstand war syrupös und wurde nach langem Stehen im Vacuo über Schwefelsäure zu einer glasartigen amorphen Masse. Der Schmelzpunkt dieser Säure wurde dann etwas über 100° liegend gefunden, was mit dem Schmelzpunkt der Citramalsäure zusammentrifft, während Itamalsäure, nach Swarts bei 60° schmelzend, und Oxypyroweinsäure, nach Simpson bei 133° schmelzend, hierdurch schon ausgeschlossen waren.

Weiters beweisend war die durch Destillation bewirkte Umwandlung meiner Säure in Citraconsäure, welche letztere Säure sich im Destillat zuerst als öliges Anhydrid ausschied, dann im Wasser löste und eine Krystallisation von Citraconsäure gab, deren Schmelzpunkt in zutreffender Weise bei 80° gefunden wurde. Durch diese Eigenschaften ist die Übereinstimmung meiner Säure mit Citramalsäure kaum mehr anzuzweifeln, und handelte es sich nur noch darum, einige analytische Daten als Beweismittel zu beschaffen.

Da die Citramalsäure als amorphe Substanz für die Analyse weniger geeignet war, stellte ich deren Silbersalz dar durch Absättigen mit Ammoniak und Ausfällen mit Silbernitrat in der heissen Lösung, die dann rasch filtrirt und abgekühlt wurde, wobei sich das Silbersalz krystallinisch ausschied. Kalt gewaschen wurde es dann im Vacuo über Schwefelsäure getrocknet und analysirt.

0·392 Grm. gaben 0·2305 Grm. CO_2 und 0·068 Grm. H_2O.

0·3315 Grm. gaben 0·1965 Grm. Silber.

Berechnet für $C_5H_6Ag_2O_5$			Gefunden
C_5	=	16·57	16·04%
H_6	=	1·66	1·92%
Ag_2	=	59·66	59·27%
O_5	=	22·11	—
		100·00	

Das neutrale Ammonsalz ist aus ganz concentrirten Lösungen krystallisirbar, während das Barytsalz amorph, gummös erscheint. Durch Alkohol wird es aus wässeriger Lösung flockig gefällt, worin es ebenfalls mit den Angaben von Carius über Citramalsäure (Annal. d. Chem. Band 129, pag. 160) übereinstimmt. Was späterhin Gottlieb (diese Berichte, Band 64, Abth. II, pag. 239) mittheilt, bezüglich des Bleisalzes und seines Wassergehaltes, so war es auch in diesem Falle zutreffend, ebenso wie es, was seine Löslichkeit betrifft, jene Eigenthümlichkeiten zeigte, welche Carius bei der Darstellung dieses Salzes als besonders berücksichtigenswerth hervorhebt.

1·322 Grm. des lufttrockenen Bleisalzes verloren durch Erhitzen auf 100° 0·124 Grm. Wasser; das sind 9·38%, entsprechend der Formel $C_5H_6PbO_5 + 2H_2O$, welche verlangt 9·25% Wasser.

0·8635 Grm. des bei 100° getrockneten Salzes gaben 0·100 Grm. PbO und 0·4165 Grm. Pb; daraus berechnen sich 59·02% Blei, während die Rechnung 58·64% verlangt.

Wenn wir nun die Entstehungsweise der Oxycitraconsäure in Betracht ziehen, so ist es gewiss, dass vier Sauerstoffatome in den beiden Carboxylgruppen vertheilt sind, während das fünfte Sauerstoffatom höchst wahrscheinlich einer Hydroxylgruppe angehört. Letzteres in Erwägung gezogen, war es von vorneherein wahrscheinlicher, dass die Einwirkung der Jodwasserstoffsäure derart sein werde, dass zuerst eine Reduction des Hydroxyls erfolgen und das erste Reductionsproduct Citraconsäure sein werde, die dann bei der herrschenden Einwirkungstemperatur in Mesaconsäure übergegangen wäre. Nachdem nun dies nicht eintrat, schien es mir wichtig, direct festzustellen, ob die Oxycitraconsäure in der That das vermuthete Hydroxyl enthalte.

Es wurde desshalb Oxycitraconsäure mit einem Überschuss von Essigsäureanhydrid in einem Rohre eingeschlossen und während zwei Stunden auf 140° erhitzt. Der nahezu ungefärbte Inhalt der Röhre wurde dann auf dem Wasserbad eingedampft, wobei das überschüssige Essigsäureanhydrid und Essigsäure entwichen; hierauf wurde die rückständige dickflüssige Masse über Schwefelsäure im Vacuo weiterhin getrocknet, wobei sie äusserst zähflüssig, aber selbst nach wochenlangem Stehen nicht krystallinisch wurde. Die Oxycitraconsäure hatte also Umwandlung erlitten und es war nun die Aufgabe, die Natur des Umwandlungsproductes zu ermitteln. War die Umsetzung im gedachten Sinne erfolgt, so konnte durch Kochen dieser acetylirten Oxycitraconsäure mit überschüssigen Basen Oxycitraconsäure und Essigsäure gebildet werden. Allein dies trat nicht ein, sondern es wurde beim Eindampfen ein amorphes Baryumsalz erhalten, welches ich zuerst für citraweinsaures Baryum hielt, was es jedoch nicht sein kann, weil es auf Zusatz von Bleiacetat keinen Niederschlag gab. Obwohl nun dieser Versuch keineswegs der Voraussetzung entsprechend verlief, was bei der leichten Zerleglichkeit der Oxycitraconsäure bei den meisten Reactionen nicht sehr befremdend erscheinen kann, so ist aus der Bildung von Citramalsäure aus Oxycitraconsäure, insoferne das nunmehr zu Bemerkende ins Auge gefasst wird, an dem Vorhandensein der Hydroxylgruppe in der Oxycitraconsäure dennoch nicht zu zweifeln.

Oxycitraconsäure geht nämlich äusserst leicht eine Verbindung ein mit Salzsäure, so dass man annehmen kann, dass auch Jodwasserstoffgas sehr leicht additionell zu Oxycitraconsäure hinzutritt. In dieser vorübergehend bestehenden Hydriodoxycitraconsäure wird nun die Substitution des Jodatoms durch Wasserstoff leicht stattfinden können, in der Art, dass das Endresultat gleichbedeutend ist mit der Addition zweier Wasserstoffatome. Dass aber eine derartige Substitution erst die Bildung einer Hydroxylgruppe veranlassen werde, hat wenig Wahrscheinlichkeit für sich. Es dürfte also in der Oxycitraconsäure das unveränderte Hydroxyl der Monochlorcitramalsäure enthalten sein, was von vornherein wahrscheinlich war und woran zu zweifeln ich nur desshalb berechtigt war, weil bei einer anderen, gleich

zu beschreibenden Reaction der Oxycitraconsäure, das in Rede stehende Sauerstoffatom in Form von Kohlenoxyd abgespaltet wird.

Oxycitraconsäure und rauchende Salzsäure.

Mit Salzsäure verbindet sich Oxycitraconsäure erstaunlich leicht und es entsteht ein Additionsproduct, welches isomer ist mit Monochlorcitra- und Monochloritamalsäure und als die dritte Säure dieser Zusammensetzung betrachtet werden muss, wie bald gezeigt werden soll.

Wenn Oxycitraconsäure eine Stunde lang mit rauchender Salzsäure auf 100—110° im zugeschmolzenen Rohre erhitzt wird, so erhält man nach dem Erkalten, ohne dass sich Zersetzungsgase gebildet hätten, eine fast farblose Lösung, welche nach und nach schöne perlmutterglänzende rhombische Blättchen ausscheidet, die schon durch dieses eigenthümliche Äussere von den beiden bekannten Säuren sich unterscheiden.

Dass die Verbindungsfähigkeit von Oxycitraconsäure mit Salzsäure eine ganz ausserordentliche ist, beweist nun das Folgende: Es standen mir grosse Flüssigkeitsmengen zur Verfügung, welche ich sammelte, als ich aus dem Baryumsalze der Oxycitraconsäure diese Säure durch Salzsäure abschied und dann diese Flüssigkeiten wiederholt mit Äther ausschüttelte. Ich hoffte nun aus diesen Flüssigkeiten noch ansehnliche Quantitäten von Oxycitraconsäure gewinnen zu können, wenn ich sie durch Eindampfen concentrirte und wieder mit Äther ausschüttelte. Mit dem Eindampfen ging ich dabei so weit, dass viel der überschüssig vorhandenen Salzsäure abraucht. Die erkaltete Flüssigkeit wurde dann wieder mit Äther behandelt und der Äther in einer Retorte abgedampft. Zu meinem Erstaunen bestand der Rückstand nicht aus krystallinischen Krusten, wie sich die Oxycitraconsäure bei dieser Operation ausscheidet, sondern war hingegen eine syrupöse Flüssigkeit, die erst nach längerer Zeit Krystalle abschied, die aber nun durch ihre Form leicht als das Additionsproduct von Oxycitraconsäure mit Salzsäure erkennbar waren; übrigens vergewisserte ich mich hievon noch durch die Bestimmung des Schmelzpunktes und durch das Verhalten dieser Säure gegen Basen, das nun bald beschrieben werden soll. Die

Einwirkung der Salzsäure hatte also schon unter diesen für die Bildung solcher Additionsproducte ziemlich ungünstigen Verhältnissen stattgefunden, was jedenfalls hervorgehoben zu werden verdiente.

Die kaum zweifelhafte Zusammensetzung dieser Säure wurde durch folgende Bestimmungen festgestellt:

I. 0·349 Grm. gaben 0·127 Grm. H_2O und 0·4155 Grm. CO_2.
II. 0·3475 Grm. gaben 0·125 Grm. H_2O und 0·414 Grm. CO_2.
III. 0·2975 Grm. gaben 0·111 Grm. H_2O und 0·3575 Grm. CO_2.
IV. 0·3735 Grm. gaben mit Kalk geglüht 0·295 Grm. AgCl und 0·001 Grm. Ag.
V. 0·355 Grm. gaben als Salz gekocht 0·2755 Grm. AgCl und 0·0035 Grm. Ag.

Berechnet für $C_5H_7ClO_5$		Gefunden				
		I	II	III	IV	V
C_5	32·87	32·47	32·49	32·77	—	—
H_7	3·84	4·04	3·97	4·13	—	—
Cl	19·45	—	—	—	19·82	19·52
O_5	43·84	—	—	—	—	—
	100·00					

Die Säure ist leicht löslich in Wasser und kann aus geringen Mengen concentrirter wässeriger Lösungen schon in schönen tafelförmigen Krystallen erhalten werden. Die Krystallisationsfähigkeit der Säure ist eine ausserordentliche und werden besonders schöne Krystalle erhalten, wenn man die Säure in rauchender Salzsäure unter Erwärmen auflöst, wo sich dann beim Erkalten die Säure reichlich abscheidet.

Die grosse Löslichkeit der Säure in Äther konnte, wie gezeigt, vortheilhaft verwendet werden, bei der Gewinnung der Säure aus den Mutterlaugen.

Ausser der Verschiedenheit der Krystallform und des Habitus dieser neuen Säure, die ich ihrer Abstammung halber Hydrochloroxycitraconsäure nennen will, ist, um sie von ihren Isomeren zu unterscheiden, der Schmelzpunkt der Säure von Bedeutung. Die Säure schmilzt nämlich höher als die beiden anderen bei einer Temperatur von 160—162°, wobei sie stark aufschäumt und zu zerfallen scheint. Monochloritamalsäure

schmilzt nach Swarts bei 150°, Monochlorcitramalsäure gar bei 100°, also bedeutend differirend von meiner Säure.

Mit Salzen dieser Säure beschäftigte ich mich wenig, da in nicht geringerem Grade, als dies bei Monochloritamalsäure der Fall ist, die Hydrochloroxycitraconsäure Zerlegung erleidet bei Gegenwart von Metalloxyden, so dass die Reindarstellung von Salzen kaum gelingen dürfte. Keineswegs unterliess ich es aber Reactionen gegen Salzlösungen vorzunehmen, welche Unterschiede hervortreten lassen mochten zwischen den drei Isomeren.

Hydrochloroxycitraconsäure sättigte ich mit Ammoniak ab und benützte diese Lösung, um sofort die verschiedenen Reactionen folgen zu lassen. Bei Zusatz concentrirter Silbernitratlösung entsteht ein weisser flockiger Niederschlag, der nach und nach sich mit Chlorsilber bereichert, welches aus der Zersetzung des Salzes hervorgeht. Beim Zusammenmischen verdünnter Lösungen entsteht kein Niederschlag, jedoch stellt sich nach einiger Zeit ein solcher ein, der aber nichts anderes ist als Chlorsilber. Mit Bleiacetat entsteht in der neutralen Lösung ein reichlicher weisser Niederschlag, der sich in überschüssigem Bleiacetat löst. Chlorbaryum und Chlorcalcium geben keine Niederschläge, wenn man aber die damit versetzten Lösungen viele Tage stehen lässt, so entsteht ein Niederschlag, der zum Theil aus kohlensaurer Alkalierde besteht, bei Chlorbaryum aber auch mit den feinen Nadeln des oxycitraconsauren Baryums durchsetzt ist. Im Allgemeinen kann ich diesen Bemerkungen noch beifügen, dass die durch die Gegenwart von Basen bewirkte Zersetzung der Hydrochloroxycitraconsäure einer sehr vollständigen Entchlorung derselben entspricht, so dass, wie bereits bei Mittheilung der analytischen Daten erwähnt, ein Kochen der neutralisirten Lösung genügt, um das Chlor vollständig durch Silbernitrat ausfällbar zu machen.

Diese Zersetzung der Salze näher zu studiren, sah ich mich schon durch die interessanten Ergebnisse veranlasst, die ich bei Monochlorcitramalsäure erzielte und wie dort theilte ich diese Untersuchung ab in zwei Theile, je nachdem ich die neutralen Salze zersetzte oder die Zersetzung bei Gegenwart überschüssiger Basen vornahm. Vorzüglich bediente ich mich für beide

Fälle des Barytsalzes, wodurch ich verhältnissmässig schnell Aufklärung fand.

Durch Neutralisiren einer Lösung von Hydrochloroxycitraconsäure mit Barytwasser erhält man eine vollkommen klare Lösung, die sich aber beim Kochen allmälig trübt und schliesslich reichliche Mengen von kohlensaurem Baryt enthält, während Kohlensäure mit einer flüchtigen, unangenehm riechenden Substanz entweicht. Filtrirt man vom kohlensauren Baryt ab und dampft ein, so erhält man eine Krystallisation, die aus nichts anderem besteht, als Chlorbaryum und oxycitraconsaurem Baryum, welches letztere Salz in den charakteristischen Nadeln auftritt.

Anders ist das Verhalten der Hydrochloroxycitraconsäure, wenn ihre Zersetzung bei Gegenwart überschüssiger Basen erfolgt; jedoch ist der Verlauf dann ein besonders einfacher, indem die Producte nur Chlorbaryum und oxycitraconsaures Baryum sind. Die Flüssigkeit bleibt also beim Kochen nahezu klar und gibt nach Entfernung des überschüssigen Barythydrates beim Eindampfen die nadelförmigen Krystallisationen des genannten Baryumsalzes.

Letzteres wurde lufttrocken gemacht und durch Wasser- und Baryumbestimmung identificirt.

0·342 Grm. gaben beim Erhitzen auf 100° 0·070 Grm. Wasser oder 20·46%; berechnet 20·39%.

0·272 Grm. gaben, bei 100° getrocknet, 0·223 Grm. $BaSO_4$, somit 48·21% Baryum; berechnet 48·75%.

Diese Zersetzung erfolgt ebenfalls bei gewöhnlicher Temperatur binnen wenigen Stunden. Wenn man in einem Kolben die Hydrochloroxycitraconsäure mit Barythydrat übersättigt, so wird man nach 2—3 Stunden die Wände des Kolbens ganz überzogen finden mit den feinen Krystallisationen des oxycitraconsauren Baryums.

Dass die Hydrochloroxycitraconsäure durch Natriumamalgam leicht in Citramalsäure umgewandelt wird, überzeugte ich mich durch wiederholte Versuche, wobei ich auch die Citramalsäure isolirte und auf ihren Schmelzpunkt untersuchte. Eine Silberbestimmung im Silbersalze wurde vorgenommen mit:

0·3975 Grm., welche gaben 0·2345 Grm. Silber oder 58·99%; berechnet sind 59·66%.

Weiterhin erhielt ich durch Destillation der Säure Citraconsäure und stellte auch das Bleisalz dar, dessen eigenthümliche Lösungsverhältnisse ebenfalls für Citramalsäure sprachen.

Von grösserem Interesse schien mir das Studium der Zersetzung, welche Hydrochloroxycitraconsäure durch Destillation erleidet. Das Ergebniss dieser Untersuchung ist nun ein so bemerkenswerthes, dass es besonders ausführlich besprochen werden soll. Die Ergebnisse von Vorversuchen waren die folgenden: Die Hydrochloroxycitraconsäure geräth nach dem Schmelzen in siedende Bewegung und kann, wobei sie sich grösstentheils zersetzt, bis auf minimale kohlige Rückstände abdestillirt werden. Dabei entwickeln sich Dämpfe von Salzsäure und bildet sich ein öliges Destillat, welches bei längerem Stehen einige Krystalle ausscheidet. Diese sind nun an der Krystallform leicht als unveränderte Hydrochloroxycitraconsäure zu erkennen, wozu die Bestimmung des entsprechenden Schmelzpunktes als weiterer Beweis genommen wurde. Als die Salzsäure sich vollständig verflüchtigt hatte, zeigte das ölige Destillat einen Geruch, der sehr an Essigsäure erinnerte, so dass die Bildung von niedrigeren Kohlenstoffverbindungen wahrscheinlich wurde, und nun auch Bedacht genommen werden musste auf gasförmige Producte. Zu diesem Zwecke wurde der Destillationsapparat in folgender Weise zusammengestellt. Die Retorte mit der zu destillirenden Säure wurde luftdicht an einen Liebig'schen Kühler angefügt, an welchen sich eine zweihalsige Vorlage anschloss, die durch den engeren Tubulus in Verbindung gebracht war mit zwei Mitscherlich'schen Kaliapparaten, deren erster mit klarem Barytwasser, der zweite hingegen mit concentrirter Kalilauge gefüllt war.

Als nun die Destillation in Gang gesetzt wurde, traten in den mit Barytwasser gefüllten Apparat Gasblasen ein, welche sofort eine Trübung erzeugten; bald verschwand dieselbe in der ersten Kugel, trat in den folgenden auf und verschwand dann auch in diesen, so dass die Absorption saurer Gase nun nur mehr in der Kalilauge des zweiten Apparates erfolgen konnte. Dieser Vorgang im ersten Apparat lässt sich nun nur so erklären, dass gleichzeitig Kohlensäure und Salzsäure eindrangen, welch' letztere nach und nach die erstere verdrängte und der Kalilauge zuführte. Den mit Kali gefüllten Apparat durchdrangen conti-

nuirlich, als längst alle Luft aus dem Apparate verdrängt sein musste, Gasblasen, die ich durch Anfügung eines in eine Spitze ausgezogenen Glasrohres mit einer Flamme in Berührung bringen konnte. Dabei entzündete sich dieses indifferente Gas und brannte mit schön blauer Flamme. Dieses Gas wurde hierauf in Röhren gesammelt und beim Entzünden desselben in einer der Röhren überzeugte ich mich, dass das Gas von hohem specifischen Gewichte sei, was, zusammengehalten mit den andern Beobachtungen, die Vermuthung erweckte, dass dieses Gas Kohlenoxyd sei. War es in der That Kohlenoxyd, so konnte dies schnell bewiesen werden, indem ich die von E. Ludwig (Annal. d. Chem. Bd. 162, pag. 48) angegebene Umwandlungsweise von Kohlenoxyd in Kohlensäure durch Chromsäure getränkte Gypskugeln zur Anwendung brachte. Der Erfolg entsprach ganz der Voraussetzung; ohne Volumsveränderung war durch die Einwirkung der Chromsäure das Gas in Kohlensäure verwandelt, welche in Kalilauge absorbirt wurde, womit bewiesen ist, dass das Gas wirklich Kohlenoxyd sei.

Werden diese drei Zersetzungsproducte in Betracht gezogen, so ist die Vermuthung naheliegend, dass das vierte Product Propionsäure sei, denn:

$$C_5H_7ClO_5 = CO_2 + HCl + CO + C_3H_6O_2.$$

Damit war auch der an Essigsäure erinnernde Geruch des öligen Destillats leicht vereinbar und somit der Weg gegeben, der am schnellsten zur Lösung dieser Frage führen mochte. Zuerst versuchte ich durch fractionirte Destillation die vermeintliche Propionsäure zu reinigen, jedoch war der Erfolg ein wenig günstiger, wegen der geringen Mengen, die zur Destillation verwendet werden konnten; nichtsdestoweniger konnte doch festgestellt werden, dass die Hauptmasse des öligen Destillats zwischen 135° und 145° siedete.

Zweckmässiger erschien mir nun die Darstellung des Silbersalzes, welches, wenngleich seine äusseren Eigenschaften minder charakteristisch sind, durch seine quantitative Zusammensetzung Gewissheit verschaffen musste. Es wurde aus heissem Wasser umkrystallisirt und sind die damit erhaltenen analytischen Resultate die folgenden:

I. 0·2555 Grm. des Silbersalzes gaben 0·1525 Grm. Ag.
II. 0·3025 Grm. gaben desgleichen 0·1805 Grm. Ag.
III. 0·2255 Grm. gaben 0·1345 Grm. Ag.
IV. 0·4260 Grm. gaben 0·254 Grm. Ag.
V. 0·322 Grm. gaben 0·236 Grm. CO_2 und 0·080 Grm. H_2O.
VI. 0·332 Grm. gaben 0 2395 Grm. CO_2 und 0·0795 Grm. H_2O.

Berechnet für $C_3H_5AgO_2$		Gefunden					
		I	II	III	IV	V	VI
C_3	19·82	—	—	—	—	19·98	19·67
H_5	2·84	—	—	—	—	2·75	2·66
Ag	59·66	59·68	59·66	59·64	59·62	—	—
O_2	17·68	—	—	—	—	—	—
	100·00						

Es kann somit dieses Salz nur propionsaures Silber sein und ist die Richtigkeit des oben vermuthungsweise aufgestellten Schema's damit bewiesen. Diese Zersetzung der Hydrochloroxycitraconsäure ist nun gänzlich verschieden von jener, welche Monochlorcitramalsäure bei der Destillation erleidet, wobei bekanntlich nach Untersuchungen des Herrn Professors Gottlieb Monochlorcitraconsäure entsteht, also der ursprüngliche Kohlenstoffkern erhalten bleibt.

Obwohl ich nun durch verschiedene Vorversuche noch andere beachtenswerthe Zersetzungen der Oxycitraconsäure eingeleitet hatte, die allem Anscheine nach zu günstigen Resultaten führen würden, z. B. die Destillation der Oxycitraconsäure, wobei sehr wenig Rückstand bleibt und ein kaum gefärbtes Destillat resultirt, oder die Einwirkung von Brom bei höherer Temperatur wobei ein indifferentes bromhältiges Öl unter Abspaltung von Kohlensäure entsteht, so unterliess ich es doch, die Versuche mit der schwer zu beschaffenden Oxycitraconsäure fortzusetzen, welche durch die geschilderten Umsetzungen hinreichend charakterisirt sein dürfte, wenn wir die anderen, mit ihr in Beziehung stehenden Substanzen ihrer Constitution nach kennen und ging daran, die Monochloritamalsäure jenen Einwirkungen zu unterziehen, welche für ihre beiden Isomeren bisher geschildert wurden.

II. Über Monochloritamalsäure und ihre Zersetzung durch Basen.

Dem Erfolge nach lässt sich auch bei diesen Zersetzungen die Unterscheidung von zweierlei Einwirkungen festhalten, welche stattfinden, je nachdem die Basen im Verhältnisse der einfachen Sättigung der Säure vorhanden sind oder die Menge der einwirkungsfähigen Basen dieses Verhältniss überschreitet.

Die erstere dieser beiden Reactionen war schon einmal Gegenstand des Studiums; jedoch schien mir die Wiederaufnahme desselben aus mehr als einem Grunde berechtigt. Fürs Erste war die angedeutete Arbeit insoferne unvollkommen, als darin die Zersetzungsproducte eines Körpers beschrieben sind, welcher Körper noch nicht isolirt worden war, der, wenngleich mit Berechtigung vermuthet, doch nicht durch seine Reindarstellung als chemisches Individuum charakterisirt worden war und fürs Zweite waren die Zersetzungsproducte dieses fraglichen Körpers nicht so scharf charakterisirt, dass ihre Eigenschaften nicht angezweifelt werden könnten. Die Untersuchung, auf welche sich das eben Gesagte bezieht, wurde von Wilm (Annal. d. Chem. Band 141, pag. 28) ausgeführt, welcher nach der von Carius für Citraconsäure erfolgreich angewendeten Methode die Itaconsäure behandelte und durch zwei aufeinander folgende Processe, deren erster aber nicht unzweifelhaft erkannt wurde, zur Itaweinsäure gelangte. Itaweinsäure wurde nun von Wilm als Isomere der Citraweinsäure erkannt und daraus zurückgeschlossen, dass das unbekannte Mittelglied eine Isomere der Monochlorcitramalsäure sein müsse. Hat sich es nun herausgestellt, dass der Zusammenhang zwischen Monochlorcitramalsäure und Citraweinsäure nicht vollkommen den Anschauungen von Carius entsprach, so war es um so mehr geboten, noch dunklere Verhältnisse zu prüfen und wo möglich zu klären.

Monochloritamalsäure, jene von Wilm theoretisch erkannte Säure, wurde seither von Swarts (Bull. d. l'Acad. roy. d. Belg. T. XXXIII, p. 39) und von mir (diese Ber. Band 66, Abth. II, pag. 454) isolirt und ihre Eigenschaften charakterisirt. Sie

konnte nun als Material verwendet werden zur Eruirung ihres Zusammenhanges mit Itaweinsäure.

Dabei waren die Beobachtungen Wilm's unbedingt vom hohen Werthe, da die besonders charakteristischen Salze der Itaweinsäure von ihm dargestellt wurden. Die von ihm wahrgenommene Schwerlöslichkeit des neutralen Kalksalzes konnte in erster Linie nützlich verwerthet werden, indem ich zur Zersetzung der Monochloritamalsäure, deren neutrales Kalksalz zu verwenden, hierdurch veranlasst war.

Gewogene Mengen Monochloritamalsäure wurden in Wasser gelöst und dem Moleculargewichte entsprechend fein gepulverter, kohlensaurer Kalk zugesetzt. Nach vollkommener Auflösung des letzteren wurde die Flüssigkeit zum Kochen erhitzt und das Kochen mehrere Stunden lang fortgesetzt. Dass sich dabei alles Chlor in Form von Chlorcalcium abscheidet, beweist folgende Bestimmung:

0·4875 Grm. reiner Säure gaben 0·379 Grm. AgCl und 0·001 Grm. Ag, entsprechend 19·30%, berechnet 19·45% Chlor.

Die lange Zeit gekochte Lösung trübt sich und wird diese Trübung reichlicher, je mehr die Flüssigkeit concentrirt wird. Diese Trübung ist nun bewirkt durch die krystallinische Ausscheidung des Kalksalzes der Itaweinsäure. In analytischer Beziehung stellten sich bei diesem Kalksalze nach den Angaben von Wilm grosse Schwierigkeiten ein. Wilm lässt nach Mittheilung einiger wenig entsprechender Daten die Zusammensetzung dieses Salzes ziemlich unentschieden. Solche Schwierigkeiten beobachtete ich nun gleichfalls, jedoch gelang es mir, dieselben zu beseitigen. Das auf obige Art erhaltene Kalksalz wurde auf einem Filter gesammelt und anhaltend mit kochendem Wasser gewaschen, wobei ein anderes schwerlösliches Kalksalz, von dem bald die Rede sein soll, vollkommen ausgewaschen wurde.

Das gut gewaschene Salz wurde dann bei 100° getrocknet und gewogen. Fernerhin wurde die Gewichtsabnahme desselben beim Erhitzen auf 180° wiederholt sorgfältig beobachtet. Sie überstieg nie das Verhältniss, welches dem Vorhandensein von einem Molekül Wasser auf zwei Moleküle Salz entspricht. Dieses

zwischen den bezeichneten Temperaturgrenzen flüchtige Krystallwasser haftet dem Salze sehr hartnäckig an und kann nur durch anhaltendes Erhitzen entfernt werden.

0·511 Grm. bei 100° getrocknet, verloren auf 180° erhitzt, 0·0215 Grm. Wasser, entsprechend 4·20%; während nach dem angegebenen Verhältnisse 4·26% sich berechnen.

An dieser Stelle möchte ich auf eine, mir nur durch vorläufige Mittheilung bekannte Arbeit hinweisen, in welcher Ronday (Bull. d. l'Acad. roy. d. Belg. T. XXIV, pag. 195) das von ihm unternommene, vergleichende Studium der Itaweinsäure Wilm's und der Homoweinsäure Kekulé's (Annal. d. Chem. I. Suppl. B. pag. 346) ankündigt und mehrere Beweise beibringt für die Identität der beiden genannten Säuren. Bezüglich der Kalksalze jedoch, welche hinsichtlich ihrer äusseren Eigenschaften vollkommen übereinstimmen sollen, fand er für das Kalksalz der Homoweinsäure einen anderen Krystallwassergehalt als Wilm für Itaweinsäure. Letzterer berechnet aus seinen Analysen einen Krystallwassergehalt von $^3/_4$ Molekülen auf ein Molekül Salz, während Ronday durch wiederholt übereinstimmende Wasserbestimmungen mit homoweinsaurem Calcium für dieses Salz zur Formel gelangt: $C_5H_6CaO_6+{}^1/_2H_2O$ entsprechend einem Gehalte von 4·26% Wasser. Wie man sieht, hat dieses Salz mithin die gleiche Zusammensetzung mit dem von mir dargestellten, itaweinsauren Calcium und ist dadurch für die kaum fragliche Übereinstimmung von Homo- und Itaweinsäure ein neuer Beweis gegeben.

Das bei 180° getrocknete Salz ist wasserfrei und entspricht vollkommen der theoretischen Zusammensetzung. Was jedoch die Kohlenstoffbestimmungen anbelangt, erhielt ich nur gute Resultate, wenn ich nach der Methode vorging, die Wislicenus (Annal. d. Chem. Band 149, pag. 211) für schwer verbrennliche Salze beschrieb.

I. 0·3575 Grm. bei 180° getrocknet, gaben hierbei 0·100 Grm. H_2O und 0·387 Grm. CO_2.

II. 0·370 Grm. gaben 0·250 Grm. $CaSO_4$.

III. 0·4725 Grm. gaben 0·3155 Grm. $CaSO_4$.

IV. 0·558 Grm. gaben 0·3755 Grm. $CaSO_4$.

Berechnet für $C_5H_6CaO_6$		Gefunden I.	II.	III.	IV.
C_5	29·70	29·52	—	—	—
H_6	2.97	3·10	—	—	—
Ca	19·80	—	19·87	19·64	19·79
O_6	47·53	—	—	—	—
	100·00				

Aus diesem Kalksalze stellte ich durch Auflösen in Salpetersäure, Neutralisiren mit Ammoniak und Zusatz von Bleinitrat das schöne, krystallisirte Bleisalz dar, welches in Täfelchen erhalten wurde von 1 Millim. Seitenlänge. Dieses Salz wurde von Wilm bei 100° getrocknet und dann analysirt, wobei es sehr gut zutreffende Zahlen lieferte, so dass aus dem Bleisalze die Itaweinsäure am unzweifelhaftesten erkannt werden konnte. Es war nun nicht werthlos, den Wassergehalt dieses Bleisalzes zu bestimmen, dessen Feststellung Wilm übergangen hatte.

Zwei Bestimmungen ergaben Folgendes:

I. 1·007 Grm. lufttrockenes Salz gaben beim Erhitzen auf 100° 0·052 Grm. Wasser ab, entsprechend 5·16%.

II. 1·0105 Grm. desgleichen, gaben diesfalls 0·050 Grm. Wasserverlust, entsprechend 4·94% Wasser.

Diese Bestimmungen ergeben somit für das krystallisirte Bleisalz die Formel $C_5H_6PbO_6+H_2O$, welche Formel 4·65% Wasser verlangt.

Die Ausbeuten an itaweinsaurem Kalk schienen, da die Menge der zersetzten Monochloritamalsäure genau bekannt war, als verhältnissmässig sehr gering. Eine grosse Menge der Säure musste entweder eine andere Säure gegeben haben von gleichem Kohlenstoffkern oder war dieser Kohlenstoffkern zerfallen. Für letztere Annahme war wenig Grund vorhanden, denn das Entweichen von Kohlensäure oder anderen flüchtigen Zerfallsproducten konnte nicht beobachtet werden, ebensowenig aber die Ausscheidung von kohlensaurem Kalk. Hingegen stellten sich bald entscheidende Thatsachen als beweisend für die erstere Annahme ein. Das Filtrat vom itaweinsaurem Kalk wurde sehr weit eingeengt und erkalten gelassen. Über Nacht war dann

eine reichliche Ausscheidung rhomboedrischer Krystalle gebildet, die in kaltem Wasser sehr wenig löslich waren und so von der fast nur mehr Chlorcalcium enthaltenden Mutterlauge befreit werden konnten. Aus heissem Wasser umkrystallisirt, wurden die Krystalle ganz farblos und besonders schön erhalten, so dass sie ohne weiters zur Analyse verwendbar waren.

Bei 100° getrocknet hatten die Krystalle nichts von ihrer Durchsichtigkeit eingebüsst, hatten also noch kein Krystallwasser verloren. Hingegen trat beim Erhitzen auf 180° ein für mehrere Bestimmungen gleich bleibender Gewichtsverlust ein. Das bei 180° getrocknete Salz gab nach dem Auflösen in heissem Wasser wieder die ursprünglichen Krystalle.

I. 0·4500 Grm. gaben beim Erhitzen auf 180° 0·0435 Grm. Wasser ab, entsprechend 9·66%.

II. 0·9925 Grm. gaben desgleichen 0·099 Grm. Wasserverlust, entsprechend 9·97%.

III. 0·475 Grm. gaben einen Wasserverlust von 0.047 Grm., entsprechend 9·89%.

Die Analysen des bei 100° getrockneten Salzes gaben folgende Daten:

I. 0·323 Grm. gaben 0·113 Grm. H_2O und 0·389 Grm. CO_2.

II. 0·330 Grm. gaben 0·0915 Grm. $CaCO_3$.

III. 0·475 Grm. gaben 0·176 Grm. $CaSO_4$.

Diese Zahlen führen nun zur Formel eines sauren Kalksalzes einer Säure von gleicher Zusammensetzung mit Oxycitraconsäure und Oxyitaconsäure mit einem Molekül Krystallwasser.

Berechnet für $C_5H_5\overset{|}{C}aO_5+H_2O$		Gefunden I.	Gefunden II.	Gefunden III.
C_5	32·78	32·84	—	—
H_7	3·83	3·87	—	—
$\overset{|}{C}a$	10·93	—	11.09	10·93
O_6	52.46	—	—	—
	100·00			

Der Wassergehalt, welcher theoretisch 9·83% beträgt, wurde durch die obigen Bestimmungen sehr gut übereinstimmend gefunden.

Eine Calciumbestimmung mit dem bei 180° getrockneten Salze ergab den für das wasserfreie Salz berechneten Calciumgehalt.

0·3245 Grm. dieses Salzes gaben 0·1335 Grm. $CaSO_4$, woraus sich 12·11% Calcium berechnen, während die Theorie 12·10% erfordert.

Da dieses Salz somit theoretisch übereinstimmt mit dem sauren Calciumsalze zweier isomerer Säuren, nämlich der Oxycitra- und Oxyitaconsäure, so stellte ich nun sofort einen vergleichenden Versuch an mit dem der letzteren Säure entsprechenden Kalksalze. Ziemlich reine Oxyitaconsäure gewann ich mittelst einer Darstellungsmethode, welche auf die von Meilly (Annal. d. Chem. Band 171, pag. 166) untersuchte Zersetzung der aconsauren Salze durch Basen gegründet ist und als eine Vereinfachung der Meilly'schen Methode, Oxyitaconsäure darzustellen, betrachtet werden kann. In bekannter Weise erzeugte ich aconsaures Natron zu dessen erwärmter Lösung ich eine Menge Barytwassers hinzufügte, dessen Baryummenge dem im aconsauren Salze enthaltenen Natrium aequivalent war. Sofort entstand eine reichliche Ausscheidung von oxyitaconsaurem Baryum, welche sich beim Kochen noch vermehrte. Nun wurde die berechnete Menge erforderlicher Salzsäure zugesetzt, eingedampft und der Rückstand mit Äther ausgezogen.

Die aus dem Äther erhaltene Säure wurde nun mit Kalkcarbonat zur Hälfte abgesättigt und hierauf die andere Hälfte der Säure zugesetzt, worauf die ganze Flüssigkeit bis auf ein kleines Volum eingedampft wurde. Dabei entstanden aber nicht die erwarteten Krystalle des Kalksalzes, sondern ein dicker Syrup, der nicht zum Krystallisiren gebracht werden konnte. Es war also dadurch bewiesen, dass das Kalksalz nicht das saure Salz der Oxyitaconsäure sein könne. Ebensowenig konnte es aber das der Oxycitraconsäure entsprechende Salz sein, denn die aus dem Kalksalze abgeschiedene Säure konnte ich bisher nicht krystallinisch erhalten, während Oxycitraconsäure so leicht krystallisirt.

Was ich früher kaum für fraglich hielt, nämlich dass das Kalksalz ein saures Salz sei, schien mir nun erst des Beweises bedürftig, da wir bereits von den Derivaten der Itaconsäure

zwei kennen, welche, von zwei basischen Muttersubstanzen abstammend, einbasische Säuren sind, und zwar die Aconsäure und Paraconsäure. Da das Lackmuspapier durch die Säure nur schwach geröthet wurde, bedurfte es eines schärferen Beweismittels, um eventuell nachzuweisen, dass das Kalksalz wirklich einer zweibasigen Säure angehöre. Desshalb löste ich ziemlich viel des Kalksalzes in heissem Wasser und als dieses erkaltet war, setzte ich Lackmustinctur hinzu, worauf ich zur schwach gerötheten Flüssigkeit tropfenweise Kalkwasser zufügte. Wenige Tropfen färbten den Lackmus schon ganz entschieden blau, so dass kein Zweifel sein kann, dass das Salz schon neutral sei. Es gehört mithin einer Säure an, welche einbasisch ist und mit Oxycitraconsäure und Oxyitaconsäure gleiche Zusammensetzung hat. Wenn ich ihr den Namen Oxyparaconsäure gebe, so dürften ihre Beziehungen zu den in diese Gruppe gehörigen Säuren am besten bezeichnet sein. Durch Zusatz von Salzsäure zum Kalksalze schied ich die Säure aus, indem ich die Flüssigkeit mit Äther ausschüttelte, worin sie sich löst, wenngleich nur immer in geringen Mengen. Aus Äther wurde sie als dickflüssige Substanz abgeschieden, welche, wenn sie überhaupt krystallisirt, zum mindesten ebenso schwer krystallisirt erhalten zu sein dürfte, wie Citra- und Itaweinsäure. Die Lösung des Kalksalzes gibt auf Zusatz von Blei-, Kupfer-, Baryum- und Silbersalzen keine Niederschläge und macht Eisenoxyd durch Ammoniak unfällbar. Auf diese wenigen Mittheilungen über diese neue Säure muss ich mich für jetzt beschränken, behalte mir jedoch vor, das eingehendere Studium der Säure demnächst auszuführen.

Hier sei nur noch einer Reaction der Oxyparaconsäure Erwähnung gethan, welche die Natur dieser Säure in sehr einfacher Weise erkennen lässt.

Ich theile hier gleich das Resultat eines quantitativ ausgeführten Versuches mit, welcher in ausserordentlich kurzer Zeit den Verlauf der durchgeführten Einwirkung vollkommen klar erkennen liess.

In einem geräumigen Kolben wurden 0·5625 Grm. des Kalksalzes, bei 100° getrocknet, gelöst. Für dieses Salz berechnet sich ein Gehalt an Calcium von 0·06148 Grm. Es wurden hierauf 67 CC Kalkwasser zugesetzt, wovon 1 CC 0·00092 Grm.

Calcium enthielt, somit so viel Kalkhydrat hinzugefügt, als 0·06164 Grm. Calcium entspricht. Diese Flüssigkeit wurde nun eine Stunde lang gekocht, wobei sich ein schwerlösliches, krystallinisches Kalksalz ausschied. Es wurde nun die Reaction der Flüssigkeit untersucht und nahezu neutral gefunden, denn einige Tropfen sehr verdünnter Salzsäure (1 CC = 0·006 Grm. Na_2CO_3) genügten, um die zugesetzte Lackmustinctur zu röthen. Aus dem Salze der einbasischen Säure war mithin ein neutrales Salz einer zweibasischen Säure entstanden und diese ist nun nichts Anderes als Itaweinsäure.

$$\underbrace{C_5H_5\overset{I}{Ca}O_5}_{\text{Oxyparacons. Calcium}} + \overset{I}{Ca}HO = \underbrace{C_5H_6\overset{II}{Ca}O_6}_{\text{Itaweinsaures Calcium.}}$$

An dieser Stelle möchte ich die zwei ganz analog verlaufenden Entstehungsprocesse von Oxyitaconsäure und Itamalsäure ins Gedächtniss bringen.

Nach Swarts (Bull. d. l'Acad. roy. d. Belg. T. XXIV, pag. 34) geben die paraconsauren Salze durch Kochen mit Wasser und umso leichter bei Gegenwart von Basen itamalsaure Salze. Man könnte somit, um die Analogie besser hervortreten zu lassen, schreiben:

$$\underbrace{C_5H_5\overset{I}{Ca}O_4}_{\text{Paraconsaures Calcium}} + \overset{I}{Ca}HO = \underbrace{C_5H_6\overset{II}{Ca}O_5}_{\text{Itamalsaures Calcium}}$$

und ebenso für die Umwandlung der Aconsäure in Oxyitaconsäure:

$$\underbrace{C_5H_3\overset{I}{Ca}O_4}_{\text{Aconsaures Calcium}} + \overset{I}{Ca}HO = \underbrace{C_5H_4\overset{II}{Ca}O_5}_{\text{Oxyitaconsaures Calcium}}$$

Dass das, wie oben beschrieben, erhaltene Salz wirklich ein itaweinsaures sei, beweisen schon seine Schwerlöslichkeit und die Umstände seiner Ausscheidung, noch mehr aber das aus demselben gewonnene Bleisalz, dessen Krystallform, Wasser- und Bleigehalt gleich sind mit jenen des itaweinsauren Bleies.

0·591 Grm. gaben, auf 100° erwärmt, 0·028 Grm. Wasser ab, entsprechend 4·74%; berechnet für $C_5H_6PbO_6 + H_2O$ sind 4·65% Wasser.

0·563 Grm. des bei 100° getrockneten Salzes gaben dann 0·458 Grm. $PbSO_4$, entsprechend 55·57% Blei, während die Berechnung 56·14% verlangt. Dass die Bestimmung des Bleies zu niedrig ausfiel, trug vor Allem der Umstand bei, dass dieses Salz kleine Mengen von Lackmusfarbstoff eingeschlossen enthielt.

Durch die Auffindung der Oxyparaconsäure, beim Zerfall der Monochloritamalsäure durch Kochen, ist man nun im Stande, manche damit in Verbindung stehende Erscheinungen zu erklären, die früher nicht zu deuten waren.

So hatte ich z. B. wiederholt quantitativ diese Zersetzung verfolgt. Dabei wurde durch das Kochen die Flüssigkeit wohl sauer, aber zum Zurücktitriren auf die Neutralisation erreichte die dazu verbrauchte Menge von Basen nie den achten Theil der im neutralen Salze vorhandenen Menge von Basis, während die vorausgesetzte Bildung eines sauren Salzes den Verbrauch einer der Hälfte des im Salze vorhandenen Metalles entsprechenden Menge von Basis bedingt hätte.

Diesem kleinen Theile scheint die gebildete Menge von itaweinsaurem Salze zu entsprechen und alles Übrige scheint oxyparaconsaures Salz geworden zu sein.

Das Schema, welches Wilm für diese Umsetzung dem, auch unrichtigen, Carius'schen für Monochlorcitramalsäure nachgebildet hat, ist somit nicht der richtige Ausdruck der Thatsachen.

Es ist also nicht:

$$\underbrace{C_5H_5\overset{II}{Ca}ClO_5}_{\substack{\text{Monochloritamals.}\\ \text{Calcium}}} + H_2O = \overset{I}{Ca}Cl + \underbrace{C_5H_7\overset{I}{Ca}O_6}_{\substack{\text{Saur. itaweinsaures}\\ \text{Calcium}}}$$

sondern es hat vielmehr das Umsetzungsschema folgende Gestalt:

$$\underbrace{C_5H_5\overset{II}{Ca}ClO_5}_{\substack{\text{Monochloritamals.}\\ \text{Calcium}}} = \overset{I}{Ca}Cl + \underbrace{C_5H_5\overset{I}{Ca}O_5}_{\substack{\text{Oxyparacons.}\\ \text{Calcium.}}}$$

Es ist fernerhin leicht einzusehen, dass das, was Wilm für Itaweinsäure hielt, ein Gemisch dieser Säure war mit Oxyparaconsäure und dadurch erklärt sich auch die eigenthümliche Mittheilung, die Wilm bezüglich des Baryumsalzes gibt, dessen

Baryummenge er in einer Bestimmung zu 37·5% fand, was er mit der sehr unwahrscheinlichen Annahme, dass sich ein saures Salz gebildet habe, erklären wollte. Als er das Baryumsalz darstellte, indem er zur Säure überschüssiges Barytwasser zusetzte, war der Erfolg, wie leicht erklärlich, ein vollkommen günstiger, weil, je länger das Barythydrat einwirkte, desto mehr itaweinsaures Baryum entstand durch die Einwirkung des überschüssigen Barythydrats, welche, wenngleich langsamer, doch auch schon bei gewöhnlicher Temperatur erfolgt.

Das Bleisalz konnte leicht rein erhalten werden, weil der günstige Umstand besteht, dass das oxyparaconsaure Blei ein leicht löslicher Körper ist und somit vom itaweinsauren Blei gut getrennt werden konnte. Beim Silbersalze ist es am auffallendsten ersichtlich, dass oxyparaconsaures Silber beigemischt sein musste, denn dies zeigen die beiden von Wilm publicirten Analysen desselben durch den zu hohen Kohlenstoff- und Wasserstoffgehalt ganz deutlich.

An die Beschreibung der itaweinsauren Salze schliesst Wilm die Schilderung einer neuen Säure an, die er aus Itaweinsäure erhielt durch Destillation und als Brenzitatraubensäure beschreibt. Abgesehen nun davon, dass die analytischen Daten nicht tadellos zu nennen sind, ist auch in Betracht zu ziehen, dass das Material, aus dem die Brenzitatraubensäure entstand, keine reine Substanz war und dass es zunächst unentschieden ist, ob die Brenzitatraubensäure, falls sie überhaupt besteht, aus Oxyparaconsäure oder aus Itaweinsäure entsteht. Die Wiederaufnahme des Studiums dieser Reaction ist deshalb jedenfalls gerechtfertigt und werde ich diese Untersuchung demnächst beginnen.

Die Zersetzung der Monochloritamalsäure durch einen grossen Ueberschuss an Basis ergab als Resultat die Bildung von Oxyitaconsäure. Die Art und Weise zu beschreiben, wie ich diese Einwirkung in Gang setzte, kann mir erspart bleiben, weil ich hier genau so vorging wie bei Monochlorcitramalsäure.

Ich wendete wie dort Barytwasser an und konnte wenige Minuten nach Beginnen des Kochens schon reichliche Aus-

scheidungen von oxyitaconsaurem Baryum beobachten. Ein Theil davon wurde auf einem Filter gesammelt, gewaschen und getrocknet bei 160°.

0·427 Grm. gaben dann 0·301 Grm. $BaCO_3$, entsprechend 49·01 %, während 48·75 % berechnet sind.

Um weitere Beweise für die Bildung von Oxyitaconsäure zu sammeln, schien mir die Untersuchung der Salze derselben, die noch sehr mangelhaft gekannt sind, weniger geeignet, als der Nachweis der Entstehung der Zerfallsproducte von Oxyitaconsäure durch Basen, welche wir durch die Arbeit von Meilly (Annal. d. Chem. Band 171, pag. 166) kennen lernten.

Es wurde deshalb bei Zersetzung der Monochloritamalsäure durch Barythydrat für einen grossen Überschuss des letzteren gesorgt und das Kochen der Flüssigkeit besonders lange fortgesetzt. Dabei nahm die Menge des entstandenen oxyitaconsauren Baryums wieder beträchtlich ab. Es wurde dann die Flüssigkeit filtrirt und solange Schwefelsäure zugesetzt, als noch reichlich ein Niederschlag entstand. Wegen der vorhandenen, aus Monochloritamalsäure entstandenen Salzsäure wurde es vermieden, alles Baryum auszufällen, um die Salzsäure gebunden zu erhalten, die leicht beim darauffolgenden Abdestilliren der Flüssigkeit, die im Destillat zu hoffende Ameisensäure verunreinigt hätte.

Die nun vom schwefelsauren Baryt abfiltrirte Lösung gab nun in der That ein saures Destillat, welches mit kohlensaurem Blei abgesättigt, filtrirt und zur Trockne eingedampft wurde, wobei sich ein nadelförmiges Bleisalz ausschied, welches den Bleigehalt des ameisensauren Bleies zeigte.

0·105 Grm. desselben gaben 0·106 Grm. $PbSO_4$, entsprechend 68·96 %; berechnet 69·62 %.

Dieses Bleisalz, mit Silbernitrat gekocht, bewirkte die Reduction des Silbersalzes sofort. Nachdem nun die Bildung von Ameisensäure bewiesen war, war der Nachweis der entstandenen Bernsteinsäure auch nicht schwer zu führen. Die von der Destillation zurückgebliebene Flüssigkeit gab beim Eindampfen zur Trockne einen krystallinischen Rückstand, von dem eine kleine Menge in einem Röhrchen erhitzt wurde, wobei sofort ein Sublimat von wasserfreier Bernsteinsäure sich bildete.

Zum Überfluss wurde die Bernsteinsäure dann noch durch die zum Husten reizenden Dämpfe und durch die Reaction gegen Eisenoxydsalze unzweifelhaft nachgewiesen.

Die Entstehung der Oxyitaconsäure bei dieser Reaction kann somit nicht mehr angezweifelt werden und sie erscheint besonders interessant deshalb, weil sie, wie so viele andere Reactionen, parallel verläuft, mit jener der von Citraconsäure abstammenden Isomeren. Swarts (Bull. d. l'Acad. roy. d. Belg. T. XXXIII, pag. 50) konnte, wenn auch nicht vollkommen sicher, das Entstehen der Oxyitaconsäure aus Itabibrombrenzweinsäure nachweisen und nun ist durch meine Versuche ihre Bildung aus Monochloritamalsäure festgestellt, während ganz analog die Oxycitraconsäure aus Citradibrombrenzweinsäure sowohl als auch aus Monochlorcitramalsäure gebildet werden kann.

Nach Abschluss dieser Versuche ging ich daran, die Einwirkung der Hitze auf Monochloritamalsäure zu studiren.

Bei der Destillation der Monochloritamalsäure stellten sich aber bald ähnliche Schwierigkeiten ein, wie sie von Swarts angetroffen wurden, als er die Itabibrombrenzweinsäure der Destillation unterwarf. Wenn ziemlich grosse Mengen von Monochloritamalsäure in einer Retorte erhitzt wurden, bestand das Destillat immer nur aus wenigen Tropfen, während die Hauptmenge der Säure in der Retorte in eine kohlige Masse sich verwandelt hatte unter Entweichen von Salzsäuredämpfen und die Schleimhäute der Augen in hohem Grade afficirenden, flüchtigen Substanzen.

Ich versuchte auch die Destillation im luftverdünnten Raume; da jedoch die Bunsen'sche Pumpe, die mir zur Verfügung stand, nur eine geringe Luftverdünnung zuliess, konnte ich damit auch nicht den gewünschten Erfolg erzielen. Das günstigste Resultat erhielt ich noch durch Destillation der Säure in einer tubulirten Retorte, durch deren Tubulus ein Gasleitungsrohr geführt war, welches gestattete, auf die Oberfläche der geschmolzenen Monochloritamalsäure einen raschen Kohlensäurestrom zu führen. Hierbei erhielt ich ein fast ungefärbtes Destillat, worin Kryställchen einer schwerlöslichen Säure

schwammen, welche von der einschliessenden Flüssigkeit zu trennen mir jedoch nicht gelang.

Es liegt jedoch die Vermuthung nahe, dass diese Krystalle Monochloritaconsäure waren, welche Säure sich nach Swarts durch geringe Löslichkeit auszeichnet.

Bei Benützung einer gutwirkenden Luftpumpe dürfte es gewiss gelingen, für die Untersuchung ausreichende Mengen dieser Krystalle zu erhalten, was mir nicht gelingen konnte, trotzdem ich grosse Mengen von Material diesem Versuche opferte.

Bei dem Umstande, als der Vergleich dieser Reaction mit der gleichen Reaction der beiden Isomeren sehr wünschenswerth gewesen wäre, erscheint mir das Misslingen dieses Versuches besonders bedauernswerth.

III. Beiträge zur Kenntniss der Mesaconsäure.

Von den drei isomeren Brenzcitronensäuren wurde bisher Mesaconsäure am seltensten in den Kreis der Untersuchungen einbezogen, obwohl gerade diese Säure zu studiren, am anregendsten erscheint, weil eben ihre Natur am wenigsten erforscht ist und wo über die Constitution der beiden anderen Säuren schon vielseitig begründete Anschauungen aufgestellt wurden, für Mesaconsäure noch keinerlei Anhaltspunkte gefunden werden konnten, die ihren Zusammenhang mit den Isomeren zu beleuchten im Stande wären. Indem ich hier die Ansicht ausspreche, dass die Ursache, welche viele veranlasst haben mag, von der Untersuchung dieser Säure abzustehen, darin liegen mag, dass unrichtige Vorstellungen über die mit der Darstellung grösserer Mengen von Mesaconsäure verbundenen Schwierigkeiten sehr verbreitet sind, glaube ich hiefür in der That den schwerwiegendsten Grund gefunden zu haben und für die Richtigkeit dieser Ansicht im Verlaufe dieser Abhandlung manchen Beweis bringen zu können.

Man kennt bis jetzt hauptsächlich zwei Methoden Mesaconsäure darzustellen, und zwar die ältere, von Gottlieb (Annal. d. Chem. Band 77, pag. 268) herrührend, auf der Einwirkung verdünnter Salpetersäure beruhend und eine neuere von Swarts

(Bull. d. l'Acad. roy. d. Belg. T. XXI., pag. 548) beschriebene, welche die Einwirkung rauchender Salzsäure auf Citraconsäure voraussetzt. Von diesen beiden Methoden, wenn beide gleiche Ausbeute geben, erscheint die erstere immerhin als die bequemer auszuführende, weil die Einwirkung in offenen Gefässen stattfindet, während bei der zweiten das umständliche Arbeiten mit zugeschmolzenem Glasrohre und mit rauchender Salzsäure nothwendig ist. Die Methode, der ich mich ausschliesslich bediente, war die erstere und gewann ich binnen sehr kurzer Zeit, indem ich nur unwesentliche Änderungen der älteren Angabe einführte, so bedeutende Mengen dieser Säure, dass ich den Werth dieser Darstellungsmethode nicht besser charakterisiren kann, als indem ich die Ansicht ausspreche, dass aus gleichen Mengen Citraconsäure in einer gewissen Zeit mehr reine Mesaconsäure dargestellt werden kann, als Itaconsäure nach den besten Darstellungsmethoden. Die andere Darstellung von Mesaconsäure dürfte nun kaum rascher ausführbar sein als die Darstellung von Itaconsäure und da sie von Swarts besonders deshalb empfohlen wird, weil sie die Unsicherheiten des Verfahrens mit Salpetersäure ausschliesst, bin ich veranlasst, ihren grösseren Werth sehr zu bezweifeln, nachdem die erwähnten Unsicherheiten durchaus nicht bestehen. Wenn man die von Gottlieb angegebene Verdünnung der Salpetersäure festhält, so kann man einer reichen Ausbeute an leicht zu reinigender Mesaconsäure sicher sein. Im hohem Grade überraschend erscheint mir deshalb eine Mittheilung Aarland's (Journal f. pract. Chem. N. F. Band VI., pag. 263), welcher über die Darstellung der Mesaconsäure folgendes sagt: „Mesaconsäure soll erhalten werden, wenn Citraconsäure mit Salpetersäure längere Zeit gekocht wird. Beim Erkalten soll sich dann die ziemlich schwerlösliche Mesaconsäure in porzellanartigen Massen ausscheiden. Ich versuchte dies auf die verschiedenste Art und Weise, ohne jedoch zum gewünschten Ziele zu gelangen". Erklärlich erscheint mir diese Mittheilung nur durch die Vermuthung, dass Aarland in die bezügliche, bereits citirte Originalabhandlung Gottlieb's nicht Einsicht genommen habe, worin die für die Bildung von Mesaconsäure günstigen Bedingungen in hinreichender Ausführlichkeit mitgetheilt sind. Bei Ausserachtlassung der richtigen

Verdünnung der Salpetersäure kann die Bildung der Mesaconsäure leicht gänzlich misslingen oder Mesaconsäure entstehen, die von beigemengten Nitrokörpern nur schwer gereinigt werden kann.

Da die aus neuester Zeit herrührenden Schmelzpunktbestimmungen, welche mit Mesaconsäure gemacht wurden, die nach Swarts' Methode gewonnen wurde, nahezu um 7° differiren von der älteren Angabe Gottlieb's, so nahm ich eine Schmelzpunktbestimmung vor mit Mesaconsäure, welche mittelst Salpetersäure dargestellt wurde. Nach wiederholtem Umkrystallisiren aus heissem Wasser lag der Schmelzpunkt derselben constant bei 202°, so dass die Schmelzpunktangabe Gottlieb's nur auf die Anwendung eines ungenauen Thermometers zurückgeführt werden kann und die nach dieser älteren Methode dargestellte Mesaconsäure denselben Schmelzpunkt zeigt, wie die nach Swarts dargestellte, für welche Aarland (Journ. f. pract. Chem. N. F. Band VI., pag. 264) und Swarts (Bull. d. l'Acad. roy. d. Belg. T. XXXVI., pag. 65) diesen nahezu übereinstimmend zu 200·5°, respective 202° fanden.

Einwirkung von Chlor auf Mesaconsäure.

Während die durch die Einwirkung von Brom auf Mesaconsäure entstehende, von Kekulé (Annal. d. Chem. Suppl. Band II, pag. 100) entdeckte Mesabibrombrenzweinsäure noch zu wenig gekannt ist, um eine stricte Unterscheidung derselben von ihren Isomeren möglich zu machen, ist die Einwirkung von Chlor auf Mesaconsäure bisher gar nicht zum Gegenstande einer Untersuchung gemacht worden.

Ich stellte mir nun diese Aufgabe, und ging dabei in ähnlicher Weise vor, wie es für die beiden, in dieser Beziehung wohl untersuchten Isomeren bisher am zweckmässigsten sich erwies. Die, wie oben erwähnt dargestellte Mesaconsäure wurde in Wasser aufgeschlämmt, in Woulff'sche Flaschen gebracht und nun anhaltend Chlor eingeleitet. Dabei war ein stetes Abnehmen der ungelösten Mengen von Mesaconsäure wahrzunehmen und nach zweitägigem Einleiten war die Flüssigkeit klar geworden und von überschüssigem Chlor bald darauf intensiv gefärbt. Der Inhalt der Flaschen wurde auf dem Wasserbad

concentrirt, wobei zuerst das überschüssige Chlor entwich und bei zunehmender Concentration traten Dämpfe von Salzsäure auf. Die Flüssigkeit wurde bis zur Syrupdicke eingedampft und mehrere Tage stehen gelassen; jedoch trat keine Krystallisation ein. Bei Beobachtung dieses Verhaltens war es mir wahrscheinlich geworden, dass der Vorgang folgenden Verlauf genommen habe. Mesaconsäure habe zwei Atome Chlor aufgenommen und entweder eine neue Mesadichlorbrenzweinsäure gebildet, oder es war dieses Product übereinstimmend mit einem der von Swarts aufgefundenen, deren Isolirung leider noch nicht gelang. Dieses Product kann nun beim Erhitzen und Eindampfen eine Umsetzung in dem Sinne erfahren haben, dass ein Chloratom austrat, sowie es für Citra- und Itaconsäure nachgewiesen ist. Ob nun die so entstandene Säure nicht vielleicht eine der bereits bekannten sei, versuchte ich vor allem durch einige Reactionen festzustellen. War es Monochlorcitramalsäure, so konnte das charakteristische Baryumsalz Aufklärung geben. Desshalb wurde die Säure mit Kreide abgesättigt und zur abfiltrirten Flüssigkeit Chlorbaryum zugesetzt. Nach kurzer Zeit traten schon die Krystallisationen ganz in derselben Weise ein, wie bei der aus Citraconsäure bereiteten Monochlorcitramalsäure, immer reichlicher sich ausscheidend. Nach zwei Tagen wurde das ausgeschiedene Salz gesammelt und gewaschen. An der Luft getrocknet hatte es gleichen Baryumgehalt mit dem von Gottlieb (diese Berichte, Bd. 64, Abth. II, pag. 233) beschriebenen Salze von der Zusammensetzung: $C_5H_5BaClO_5 + 4H_2O$, denn:

I. 0·978 Grm. gaben 0·585 Grm. $BaSO_4$, entsprechend 35·18% Baryum.

II. 0·929 Grm. gaben 0·553 Grm. $BaSO_4$, entsprechend 35·00% Baryum.

Berechnet sind für das monochlorcitramalsaure Baryum obiger Zusammensetzung 35·17% Baryum.

Dieses Salz gehört nun offenbar der Monochlorcitramalsäure an, und noch mehr erhärtet wurde diese Thatsache dadurch, dass die Säure in kochendes Barytwasser eingetragen wurde, dessen Kochen dann eine Stunde fortgesetzt, worauf durch

Kohlensäure das überschüssige Barythydrat entfernt wurde und im Filtrat vom kohlensauren Baryt durch Eindampfen und Erkalten die schönen Krystallisationen des nadelförmigen Baryumsalzes der Oxycitraconsäure erhalten werden konnten.

Ist nun der aus dem Dichloradditionsproducte durch Substitution eines Chloratoms durch Hydroxyl hervorgegangene Körper für Citraconsäure und Mesaconsäure identisch, so ist desshalb noch nicht ausgeschlossen, dass die, beiden Fällen entsprechenden, Dichlorproducte nur isomer seien. Diese Frage zur Entscheidung zu bringen, scheinen die Eigenschaften dieser leicht zersetzlichen Körper kaum zuzulassen; hingegen dürften sich die Bromadditionsproducte besser dazu eignen, weil sie nicht so wie die Chloradditionsproducte so leicht ein Halogenatom substituiren lassen und desshalb leichter rein darzustellen sind. Was für die Bromadditionsproducte gilt, muss naturgemäss auch für die analogen chlorhältigen Substanzen gelten, und ich nahm desshalb ein vergleichendes Studium auf von Citra- und Mesabibrombrenzweinsäure.

Was die Untersuchung ersterer Säure anbelangt, so hat Kekulé dieselbe mit Ausführlichkeit behandelt, während er sich beim Studium der zweiten Säure und ihrer Reaction nur auf weniges beschränkte. Hiebei führt er einzig als unterscheidend an, die verschiedene Löslichkeit beider Säuren in Wasser, während er als beiden gemeinschaftlich die Zersetzungsfähigkeit zu Monobromcrotonsäure beschreibt. Die aus beiden erhaltene Monobromcrotonsäure zeigt nahezu vollständige Übereinstimmung in Bezug auf den Schmelzpunkt, so dass die Identität der auf zwei verschiedene Arten erhaltenen Säuren in hohem Grade wahrscheinlich ist. Ob die aus Mesaconsäure entstehende Monobromcrotonsäure durch Reduction mit Natriumamalgam ebenfalls Isobuttersäure gibt, bin ich eben daran zu untersuchen.

Ich hielt vorläufig die Verschiedenheit von Citra- und Mesabibrombrenzweinsäure keineswegs für entschieden und stellte mit letzterer Säure mehrere Versuche an, um deren Resultate zu vergleichen mit jenen, welche Kekulé für Citrabibrombrenzweinsäure beobachtete.

Mesabibrombrenzweinsäure.

Eine der ersten Reactionen, welche ich mit dieser Säure vornahm, bestand in der Einwirkung überschüssigen Barythydrats auf dieselbe, die in der oft beschriebenen Weise eingeleitet wurde. Die gekochte, vom überschüssigen Barythydrat befreite Lösung gab beim Eindampfen die unverkennbaren Krystallisationen des oxycitraconsauren Baryums, so dass also Mesabibrombrenzweinsäure sich bei dieser Reaction ganz ebenso verhält, wie das entsprechende Citraconsäurederivat.

Die nächstfolgende Zersetzung der Mesabibrombrenzweinsäure war jene durch Einwirkung der Hitze. Die krystallinischen Krusten der genannten Säure wurden in eine Retorte gebracht und erhitzt. Bald schmolz die Säure und begann eine siedende Bewegung der Flüssigkeit, worauf sich reichlich Dämpfe von Bromwasserstoff entwickelten, während in der Retorte ölige Streifen auftraten, die sofort zu fettglänzenden Schuppen erstarrten. Letztere wurden mit wenig Wasser gewaschen und nach dem Trocknen nochmals destillirt, worauf das sofort erstarrende Destillat wieder wie früher mit Wasser behandelt und dann getrocknet wurde. Der Schmelzpunkt lag bei 97°, also nahezu übereinstimmend mit dem des Bromcitraconsäureanhydrids. In Wasser gelöst und mit Ammoniak neutralisirt, gab die Flüssigkeit auf Zusatz von Chlorbaryum nach einiger Zeit eine Krystallisation eines schwer löslichen Baryumsalzes, worin neuerdings Übereinstimmung besteht mit Bromcitraconsäure.

Bei 100° getrocknet gab dieses Salz an Baryumgehalt wie folgt:

0·546 Grm. gaben 0·366 Grm $BaSO_4$, entsprechend 39·41%; berechnet für $C_5H_3BrBaO_4$ sind 39·82%.

Dass somit die Destillationsproducte der Mesabibrombrenzweinsäure mit jenen der Citrabibrombrenzweinsäure übereinstimmen, ist nicht zu bezweifeln, und bei Erwägung der beiden hier mitgetheilten Thatsachen die Wahrscheinlichkeit der Identität beider Säuren eine um so grössere geworden. Jedoch halte ich es geboten, vor der endgiltigen Entscheidung einen sorgfältigen Vergleich zu ziehen zwischen den Salzen beider Säuren,

mit welcher Arbeit ich eben beschäftigt bin und bald darüber Bericht erstatten werde können, während ich das hier über Mesabibrombrenzweinsäure Gesagte nur als eine vorläufige Mittheilung betrachtet wissen möchte.

Herrn Professor Gottlieb, welcher mir durch manchen Rath die Durchführung dieser Arbeiten wesentlich erleichterte, wurde ich dadurch neuerdings in hohem Grade zu Dank verpflichtet.

Über die Abhängigkeit des Reibungscoëfficienten der atmosphärischen Luft von der Temperatur.

Von **A. v. Obermayer.**

(Mit 1 Tafel.)

Die dynamische Gastheorie geht bekanntlich von der Hypothese aus, dass die Gasmoleküle sich mit grossen Geschwindigkeiten geradlinig fortschreitend nach allen Richtungen des Raumes bewegen, beim Zusammenstosse wie elastische Kugeln von einander abprallen und weder anziehende noch abstossende Wirkungen auf einander ausüben.

Mit Zugrundelegung dieser Hypothese haben Maxwell [1], O. E. Mayer [2], Lang [3] und Stefan [4] Formeln für den Reibungscoëfficienten abgeleitet, indem sie die innere Reibung in Gasen als eine Übertragung von Bewegungsgrössen der Moleküle in den schneller bewegten Schichten an jene in den langsamer bewegten auffassten. Setzt man voraus, dass der Moleküldurchmesser sich mit der Temperatur nicht verändere, so ergeben diese Formeln, dass der Reibungscoëfficient vom Drucke, unter dem sich das Gas befindet, unabhängig und der Quadratwurzel aus der absoluten Temperatur proportional sei.

Die Abhängigkeit des Reibungscoëfficienten von Druck und der Temperatur hat Maxwell aus der Verzögerung zu ermitteln gesucht, welche horizontale, an einem Drahte aufgehangene, in Schwingungen versetzte Messingscheiben durch die

---

[1] Phil. Mag. (4), XIX, 19.
[2] Pogg. Ann. Bd. 125.
[3] Sitzungsb. LXIX.
[4] Sitzungsb. LXV.

Luftreibung bei verschiedenen Drücken und Temperaturen erlitten. Der Reibungscoëfficient wurde hiernach wirklich unabhängig vom Drucke, dagegen der ersten Potenz der absoluten Temperatur proportional gefunden.

Maxwell fand sich hiedurch zur Aufstellung einer anderen Hypothese veranlasst, wonach die Moleküle als materielle Punkte anzusehen sind, die sich rasch nach allen Richtungen des Raumes bewegen und mit abstossenden Kräften aufeinander wirken, welche den fünften Potenzen ihrer Entfernungen verkehrt proportional sind. Diese Hypothese steht zwar mit den Versuchen von Jonle und Thomson über innere Arbeit im Widerspruche, gibt aber den Reibungscoëfficienten der ersten Potenz der absoluten Temperatur proportional. Nach dieser Hypothese ist ferner der Diffusionscoëfficient der Gase der zweiten Potenz der absoluten Temperatur proportional, so wie es die Versuche Loschmidt's [1] ergeben haben, während nach der älteren Hypothese für den Diffusionscoëfficienten die Potenz $^3/_2$ der absoluten Temperatur gefunden wurde.

Aus den Versuchen, welche O. E. Mayer [2] sowohl mit schwingenden Scheiben als mit strömender Luft in Capillaren ausgeführt hat, ist gleichfalls die Unabhängigkeit des Reibungscoëfficienten vom Drucke zu erkennen, dagegen ergibt sich die Potenz $^3/_4$ der absoluten Temperatur.

Vor Kurzem hat endlich J. Puluj [3] die Potenz $^2/_3$ der absoluten Temperatur und in späteren Versuchen eine noch kleinere Potenz gefunden.

Bezeichnet man den Reibungscoëfficienten bei den Temperaturen von Null und $t°$ Celsius mit μ_0 und μ_t, so kann man folgende Beziehung zwischen diesen beiden Grössen annehmen:

$$\mu_t = \mu_0 (1 + \beta t).$$

Es wurde nun gefunden:

---

[1] Sitzungsb. Bd. LXI, 2. Abth.

[2] Pogg. Ann. Bd. 125, S. 177, 401, 564; Bd. 127, S. 253, 353; Bd. 148, S. 1, 203, 526.

[3] Sitzungsb. Bd. LXIX, 2. Abth.

Von **Maxwell** aus Schwingungsbeobachtungen zwischen 10·5° C. und 84° C. . . . . . $\beta = 0 \cdot 00365$

Von O. E. **Mayer** [1] aus Schwingungsbeobachtungen zwischen 19° C. und 82° C. je nach den verschiedenen Voraussetzungen bei der Berechnung der Versuche . . . . $\beta = 0 \cdot 0025$
$\beta = 0 \cdot 0030$

Von O. E. **Mayer** aus Strömungsversuchen mit einer Capillare von 79·75^{cm} Länge 0·000811$\square^{cm}$ Querschnitt oder 0·0161^{cm} Halbmesser

zwischen 18° C. und 36° C. . . . . . . $\beta = 0 \cdot 0027$
„ 20° C. „ 99° C. . . . . . . $\beta = 0 \cdot 0024$
„ 21° C. „ 100° C. . . . . . . $\beta = 0 \cdot 0028$

Von O. E. **Mayer** mit einer Capillare von 86·5^{cm} und 65·7^{cm} Länge, 0·000015$\square^{cm}$ Querschnitt oder 0·00691^{cm} Halbmesser

zwischen 20·5° C. und 100° C. . . . . . $\beta = 0 \cdot 0030$

Von J. **Puluj** mit einer Capillare von 155·76^{cm} Länge und 0·001223$\square^{cm}$ Querschnitt oder 0·01973^{cm} Halbmesser

zwischen 13° C. und 27° C. . . . . . . $\beta = 0 \cdot 0024$.

Nimmt man aus den von O. E. **Mayer** gefundenen Zahlen das arithmetische Mittel, so erhält man für die Schwingungsbeobachtungen 0·00275, für die Strömungsbeobachtungen 0·00272, was fast genau der Potenz $^3/_4$ der absoluten Temperatur entspricht.

Die Versuche **Mayer's** sind zwar mit sehr viel Sorgfalt angestellt, aber nicht sehr zahlreich. Der Umstand, dass **Mayer** und **Maxwell** Zahlen gefunden haben, welche erheblich von einander abweichen, hat mich zur Anstellung zweier längerer Versuchsreihen veranlasst; die erstere weniger genaue lieferte $\beta = 0 \cdot 002735$, die letztere erheblich bessere den Werth $\beta = 0 \cdot 002723$. Diese beiden Werthe befinden sich in der besten Übereinstimmung mit den Ergebnissen der

---

[1] Pogg. Ann. Bd. 148, S. 203.

Mayer'schen Versuche, und es ist somit wohl die Annahme berechtigt, dass die Maxwell'schen Versuche zu hohe Werthe geliefert haben, sei es nun wie O. E. Mayer behauptet, dass Maxwell der Berechnung seiner Versuche nicht die richtige Temperatur zu Grunde gelegt hat, sei es, dass der mit der Temperatur zunehmenden Dämpfung [1] des Aufhängedrahtes nicht Rechnung getragen wurde. Die niedrigen Werthe, welche von Puluj ermittelt wurden, finden ihre Erklärung in dem geringen Temperatursintervall, welches die Beobachtungen umfassen, und darin, dass sie aus den Versuchen mit einer einzigen Capillare abgeleitet sind.

Die Ermittlung der Abhängigkeit des Reibungscoëfficienten der Gase aus Strömungsversuchen ist möglicherweise von zwei Fehlerquellen beeinflusst. Die eine ist das Vorhandensein einer verdichteten Luftschichte an den Wandungen der Röhre, welche den Querschnitt bei niedrigen Temperaturen mehr verengt als bei höheren und so eine Verkleinerung des Temparatursfactors herbeiführt. Durch verschiedene Reinigungsmethoden wurde versucht einen Unterschied in der Beschaffenheit der Wandungen herbeizuführen; es scheint jedoch, dass dieser Unterschied sich während des Strömens alsbald ausgleicht, oder gar nicht von Einfluss auf das Versuchsresultat ist. Bei den anfänglichen Versuchen wurden die Röhren nämlich mittelst eines Gemenges von concentrirter Schwefelsäure und concentrirter Salpetersäure gereinigt, dann mit destillirtem Wasser gewaschen und durch längere Zeit fortgesetztes Durchsaugen von Luft und Erwärmen der Capillare getrocknet. Bei den späteren Versuchen geschah das Trocknen mittelst Durchsaugen von absolutem Alkohol, von Äther und endlich von trockener Luft unter gleichzeitigem Erwärmen der Capillare.

Die nach beiden Methoden gereinigten Capillaren ergeben für den Reibungscoëfficienten und seine Änderung mit der Temperatur dieselben Werthe; die letztere Methode führt indessen rascher zum Ziele. Aus den angestellten Versuchen lässt sich kein Schluss auf das Vorhandensein der erwähnten Fehlerquelle ziehen. Wenn noch Strömungsversuche mit anderen Gasen

---

[1] Streintz, Sitzungsb. Bd. LXIX, Abth. 2, S. 337.

als atmosphärischer Luft denselben Temperatursfactor ergeben, so darf man mit ziemlicher Sicherheit annehmen, dass diese Fehlerquelle ohne erheblichen Einfluss auf die Versuchsresultate ist.

Die zweite Fehlerquelle liegt in den Temperaturänderungen, welche die strömende Luft in den Capillaren dadurch erfährt, dass sie vom Drucke am Anfange der Capillaren auf jenen am Ende derselben übergeht. Diese Druckänderung geschieht in sehr kurzer Zeit, da die mittlere Strömungsgeschwindigkeit selten unter zwei Meter liegt. In einer Capillare von 50^{cm} Länge verweilt ein kleines Luftquantum somit höchstens $0{\cdot}25^{sec}$, es dürfte also kaum Zeit haben von den Röhrenwendungen die zur Ausdehnung verbrauchte Wärmemenge aufzunehmen. Thatsächlich ergeben sehr kurze und weite Capillaren, in denen die Geschwindigkeit sehr gross, etwa 10^{m} ist, auffallend kleine Werthe von β. Die Geschwindigkeiten, die in der zweiten hier aufgeführten Versuchsreihe vorkommen, liegen zwischen zwei und fünf Meter in der Secunde; innerhalb dieser Grenzen scheint der Einfluss auf den Werth des Reibungscoëfficienten allerdings unerheblich zu sein, denn die Versuche lassen keine Abhängigkeit der Temperaturscorrection von der Geschwindigkeit mit Sicherheit constatiren, es nimmt also in der kurzen Zeit, welche die Luft in der Capillare bleibt, dieselbe genügend Wärme auf, um nicht merklich zu erkalten. Für ganz verschwindend würde ich indessen den Einfluss der Erkaltung der Luft in der Capillare, sowohl auf den absoluten Werth des Reibungscoëfficienten, als auch auf die Temperaturscorrection nicht halten.

Es folgt nun die Beschreibung der angewendeten Apparate und die Aufzählung der Versuchsresultate.

Die Capillaren.

Um cylindrische Capillaren zu erhalten, wurde eine grosse Anzahl von Thermometerröhren mit rundem Querschnitte kalibrirt und die cylindrischen Stücke herausgeschnitten.

Es ergaben sich so sehr viele kurze und nur sehr wenige lange Stücke; die letzteren und einige der ersteren wurden zu

den Strömungsversuchen ausgewählt; brauchbare Resultate lieferten aber nur die langen Stücke.

Die Durchmesser der Capillaren wurden aus den Quecksilbergewichten bestimmt, welche die Capillaren zu fassen vermochten. Es ergaben sich für die Halbmesser r, die Querschnitte q und die Längen der Capillaren folgende Zahlen:

Capillare 11 $r = 0\cdot0138^{cm}$
$q = 0\cdot000594\square^{cm}$
$l = 39\cdot4^{cm}$

Capillare 26 $r = 0\cdot0196^{cm}$
$q = 0\cdot001208\square^{cm}$
$l = 52\cdot0^{cm}$ und $50\cdot4^{cm}$

Capillare I $r = 0\cdot02241^{cm}$
$q = 0\cdot001581\square^{cm}$
$l = 36\cdot0^{cm}$

Capillare IV $r = 0\cdot02655^{cm}$
$q = 0\cdot002210\square^{cm}$
$l = 126\cdot3^{cm}$.

An die Enden der Glascapillaren wurden weitere Röhren von ungleicher Länge angeschmolzen, wie aus Fig. 3 zu ersehen ist. In dem längeren Röhrenstücke sollte die eintretende Luft vorgewärmt werden. Um ganz sicher zu sein, dass die Luft vor dem Eintritte in die Capillare die erwunschene Temperatur angenommen habe, wurden später an die Capillaren mehrfach gebogene Vorwärmeröhren wie die in Fig. 1 *C* an die Capillaren 11, 26 und I angeschmolzen. Ein bestimmter Einfluss der längeren Vorwärmrohre ist aus den Versuchen nicht mit hinlänglicher Sicherheit zu entnehmen, scheint aber doch vorhanden zu sein.

Ausser den Glascapillaren wurde noch eine Messingcapillare verwendet. Diese letztere bestand aus drei durch aufgelöthete Muffe miteinander verbundenen Capillaren, jede von circa 170 bis 180^{cm} Länge. Die Durchmesser wurden für eine Capillare mit dem Mikroskope bestimmt und $0\cdot075^{cm}$ gefunden. Die Durchmesser der anderen Capillaren waren etwas grösser, aber nicht über 1^{mm}. An die Enden der Messingcapillaren waren dünnwan-

dige Bleiröhren von circa 4 bis 5^{mm} Durchmesser gelöthet, um die Capillaren mit den Bestandtheilen des Apparates verbinden zu können. Das eine nahe an 5^{m} lange Bleirohr diente zum Vorwärmen der Luft. Die Messingcapillare sowie die Bleiröhren waren zu kreisförmigen Ringen zusammengebogen. Absolute Werthe des Reibungscoëfficienten konnten mit der Messingcapillare nicht erhalten werden, wohl aber die Änderung des Reibungscoëfficienten mit der Temperatur.

Die Anfertigung der Messingcapillare geschah durch den Röhrenzieher Némethy in Wien. Es wurde aus dickem Messingbleche eine mehrere Millimeter im Durchmesser haltende Röhre zusammengerollt und mit Messingloth gelöthet. Diese Röhre wurde zuerst über mehrere Stahldorne von abnehmenden Durchmesser ausgezogen, um die inneren Wandungen glatt zu machen, dann der Stahldorn entfernt und die Röhre durch die Löcher des Zieheisens wie ein Draht hindurchgezogen. Der Querschnitt der Röhre verengte sich dabei ziemlich regelmässig. Vor jedem Zuge musste die Capillare ausgeglüht werden. Ehe ich dieselbe zum Versuche verwendete, prüfte ich ihre Dichtigkeit unter Wasser mit einer kleinen Compressionszunge. Es zeigte sich, dass die Löthungen stellenweise feine Risse erhalten hatten und es mussten diese Stellen mit Zinn überzogen werden. Zum Versuche waren die Capillaren allerdings dicht, allein, zu absoluten Bestimmungen erwiesen sie sich wie schon erwähnt unbrauchbar.

I. Strömungs-Versuche bei veränderlicher Druckdifferenz.

Es wurde die Luft bei dieser Versuchsreihe durch die Capillaren in einen grösseren bis auf einen gewissen Manometerstand ausgepumpten Behälter einströmen gelassen und die Änderung des Manometerstandes von 5 zu 5 Minuten beobachtet und hieraus der Reibungscoëfficient gerechnet. Um grosse Quantitäten Luft mit geringen Geschwindigkeiten bei geringen Druckdifferenzen strömen lassen zu können, war das Volumen des ausgepumpten Behälters sehr gross gewählt worden. Dadurch leidet indessen die Empfindlichkeit der Methothe, indem sich der Manometerstand selbst bei grösserem, eingetretenem Luftvolumen nur wenig ändert, und wegen der langen Beobachtungsdauer

Temperatursschwankungen des Beobachtungslocals von merklichem Einflusse auf den abgelesenen Manometerstand sind. Für einen Grad Celsius Temperaturänderung, ändert sich der Stand des Manometers bei wenig ausgepumpten Ballon nahezu um 35 Millimeter. Die nach dieser Methode angestellten Versuche zeigen auch thatsächlich sehr beträchtliche Abweichungen. In der Methode selbst liegt eine Fehlerquelle. Durch die einströmende Luft wird der Manometerstand des Einströmgefässes verringert, der Druck in diesem letzteren also gesteigert und somit auch eine Temperaturserhöhung der Luft im Ballon herbeigeführt. Diese Temperaturserhöhung gleicht sich nicht sofort aus, es bleibt eine kleine Temperatursdifferenz zwischen Ballon und Umgebung bestehen, welche bei Beginn der Messungen eine andere ist als zu Ende derselben. Unter geeigneten Umständen können hiedurch Fehler in den Resultaten herbeigeführt werden.

Der Apparat, der zu den Versuchen diente, ist in Fig. I dargestellt. Die Luft tritt durch den Tubulus O der Flasche F, welche eigentlich für beabsichtigte Strömungsversuche von anderen Gasen als atmosphärische Luft bestimmt ist, in den Apparat ein, strömt durch den Hahn H_5 und durch Bleiröhren in die Chlorcalciumgefässe A_1 und A_2, in das mit Baumwolle erfüllte gebogene weitere Glasrohr D und durch die Capillare C in die Bleiröhre E_2, dann durch den Geissler'schen Hahn H_1 und das Bleirohr P in den Ballon B.

Die Bleiröhren sind an die Glasbestandtheile des Apparates mit Siegellack angekittet. Die Capillare ist gleichfalls mit Siegellack eingekittet. Die gebogenen Bleiröhren E_1 und E_2 sollen durch ihre Nachgiebigkeit das Brechen der Capillare verhindern.

Es wurden mehrere Einströmgefässe angewendet. Das Volumen des Ballons I wurde durch Vergleichung mit dem bekannten Volumen eines zweiten Ballons bestimmt. Die übrigen Volumina wurden aus den Wassergewichten gerechnet, welche die Ballons fassten. Es wurde so gefunden:

Ballon I $= 66226^{cc}$

Ballon II $= 61777^{cc}$

Ballon III $= 15176^{cc}$

Das kleinste Gefäss III wurde zu den Versuchen mit der Capillare 11 verwendet, welche ihres geringen Querschnittes wegen nur wenig Luft durchströmen liess.

Auf die Hälse der Ballons waren mit Gyps und Leim Messingfassungen aufgekittet. In diese Messingfassungen lässt sich ein und derselbe, mit einem Hahne versehene Aufsatz Fig. II einschrauben; derselbe bestand aus drei einander rechtwinkelig durchstossenden, zum Theile durchborhrten Armen. Der verticale Arm 11 ist in die Messingfassung des Ballons eingeschraubt und seiner ganzen Länge nach mit einer weiten Durchbohrung versehen. Die obere Öffnung ist durch eine gleichfalls durchbohrte Schraube *s* geschlossen und diese Durchbohrung, während der Versuche bei veränderlichem Druck durch ein zugeschmolzenes Glasrohr mit Siegellack verkittet. Der Arm 2, 2 hat eine durchgehende enge Bohrung; an dem einen Ende ist die Bleiröhre *P* mit einem Holländer aufgeschraubt, das andere Ende trägt einen wohl eingeschliffenen Messinghahn H_2, der durch einen Kautschukschlauch L_1 mit einer Luftpumpe verbunden ist. Vom Arme 3, 3 ist nur die eine Hälfte bis zur Bohrung von 1, 1 durchbohrt, und an ihr Ende das zum Wassermanometer M_1 führende Bleirohr mit einem Holländer aufgeschraubt. Das Wassermanometer besteht aus zwei getheilten Glasröhren, die durch eine mit Siegellack aufgekittete Bleifassung mit einander verbunden sind, und ist fast 3 Meter lang.

Der Ballon *B* steht in einem mit Kupferblech ausgekleideten Kasten *K*, der mit Wasser gefüllt ist. Die Temperatur des Wassers wird durch einen Rührer *R* ausgeglichen und an einem langen Thermometer mit willkürlicher Theilung abgelesen. Ein Theilstrich des Thermometers ist ungefähr 0·24° C.

Nach längerem Hin- und Herprobiren hielt der Apparat endlich vollkommen dicht. Unter anderem mussten alle Messingbestandtheile mit Asphaltlack überstrichen werden.

Die Beobachtungen.

Vor jeder Beobachtungsreihe eines Tages wurde die Dichtigkeit des Ballons geprüft. Am Tage vorher wurde hiezu der Ballon bis auf einen gewissen Manometerstand ausgepumpt, durch zehn bis zwölf Minuten gewartet, bis die entstandene Tem-

peraturserniedrigung sich ausgeglichen hatte und dann der Barometerstand, der Manometerstand und die Ballontemperatur abgelesen. Vor Beginn der Versuche wurden diese drei Grössen wieder beobachtet und aus ihrer Vergleichung mit den Ablesungen vom vorhergehenden Tage auf die Dichtigkeit geschlossen. Es konnte während des ganzen Jahres, durch welches der Apparat in Verwendung stand, nicht ein einziges Mal das Eintreten von Luft zufolge Undichtigkeiten constatirt werden.

Auch die Dichtigkeit der Verbindungen der Capillare mit dem Apparate konnte geprüft werden. Es wurden hiezu die Hähne H_1 und H_4 gesperrt und der Hahn H_3, von dem ein Schlauch zu einer Luftpumpe führte, geöffnet, der Raum zwischen H_1 und H_4 einschliesslich der Capillare ausgepumpt und an dem Quecksilbermanometer M_2 die erzielte Verdünnung abgelesen. Nach dem Absperren des Hahnes H_3 konnte am Manometer M_2 die Dichtigkeit der Verbindungen erkannt werden.

Zur Erzielung anderer als der Zimmertemperaturen wurde die Capillare in einem Kupferkasten gesenkt, dessen Wände aussen mit Holz verkleidet waren. Es wurde entweder bei der Temperatur des siedenden Wassers oder im erstarrenden Paraffin oder endlich in einer Kältemischung von Kochsalz und Schnee beobachtet.

Zum Paraffinbade wurden zehn bis zwölf Kilogramme Paraffin benöthigt. Es konnte hiedurch die Temperatur durch ein einhalb bis zwei Stunden zwischen 53° C. und 52·7° C. erhalten werden. Durch sorgfältiges Zudecken des Kastens kann man, wie leicht begreiflich, das Erstarren des Paraffins wesentlich verzögern. Als geringere Quantitäten Paraffin, etwa nur 6 Kilogramm verwendet wurden, blieb die Temperatur auf 51·5° C. stationär.

Zur Kältemischnng wurden etwa zwei bis zwei einhalb Kilogramme fein gestossenes Kochsalz mit circa sechs Kilogrammen Schnee in einem hölzernen Schaffe mit einer geeigneten Schaufel sorgfältig untereinander gemischt und die Mischnng vorsichtig in das kupferne Gefäss eingetragen und dort mit einem Stück Holz festgestampft. Es wurde so eine Temperatur von −21·5° C. erzielt, welche sehr leicht durch ein einhalb bis zwei Stunden constant erhalten werden konnte. Auch hier trägt das

sorgfältige Bedecken und Umgeben des Kastens mit schlechten Leitern zur längeren Erhaltung der Temperatur merklich bei.

Zum Beginne der Versuche wird der Hahn H_1 aufgedreht, nach einiger Zeit das Manometer abgelesen und von da an diese Ablesung von fünf zu fünf Minuten wiederholt. Gleichzeitig wird auch der Barometerstand und die Ballontemperatur notirt.

Zur Berechnung der Versuche sollen folgende Bezeichnungen eingeführt werden, die im weiteren Verlaufe der Abhandlung beibehalten werden:

r der Halbmesser,
l die Länge der Capillare,
$s = 13 \cdot 596$ das specifische Gewicht des Quecksilbers bei 0° Celsius,
$g = 981 \cdot 2^{cm}$ die Beschleunigung der Schwere,
W das Volumen des Ballons,
b der auf 0° C. reducirte Barometerstand,
$p_1 = bgs$ der entsprechende Luftdruck in absoluten Einheiten gemessen,
M und m die Wassermanometerstände zu Anfang und Ende einer Beobachtung,
H und h die entsprechende Quecksilbersäulenhöhe,
$P_2 = (b-H)sg$ und $p_2 = (b-h)sg$ die entsprechenden Drucke,
T die Strömungstemperatur,
t die Ballontemperatur,
ϑ die Strömungszeit,
μ der Reibungscoëfficient.

Als Längeneinheit ist den Rechnungen der Centimeter, als Masseneinheit das Gramm und als Zeiteinheit die Secunde zu Grunde gelegt.

Nach dem Poiseuille'schen Gesetze ist das in der Zeit ϑ bei der constanten Druckdifferenz $p_1 - p_2$ eingeströmte Luftvolumen V unter dem Drucke p_2 im Ballon gemessen.

$$V = \frac{\pi R^4}{16\mu l} \frac{p_1^2 - p_2^2}{p_2} \vartheta.$$

In den vorliegenden Versuchen ist der Druck p_2 im Ballon veränderlich, die Druckdifferenz $p_1 - p_2$ nur während der sehr kleinen Zeit $d\vartheta$ constant. Für das in dieser Zeit eingeströmte Volumen dV hat man

$$dV = \frac{\pi R^4}{16\mu l} \frac{p_1^2 - p_2^2}{p_2} d\vartheta.$$

Das Volumen dV breitet sich im Ballon vom Volumen W aus, erzeugt dort eine Druckerhöhung dp_2 und erkaltet von der Strömungstemperatur T auf die Temperatur t des Ballons. Nach dem combinirten Gay-Lussac Mariotte'schen Gesetze hat man:

$$\frac{p_2 \, dV_2}{1+\alpha T} = \frac{W dp_2}{1+\alpha t}.$$

Eliminirt man aus dieser und der vorigen Gleichung dV und integrirt nach p_2 von einem Anfangswerthe P_2 bis zu einem Endwerthe p_2, so erhält man:

$$\frac{1}{p_1} \log nat \left(\frac{p_1 + p_2}{p_1 + P_2} \frac{p_1 - P_2}{p_1 - p_2} \right) = \frac{\pi R^4 \vartheta}{8 \mu l W}.$$

Ersetzt man die Drücke durch die entsprechenden Quecksilbersäulenhöhen und bestimmt μ aus der Gleichung, so erhält man:

$$\mu = \frac{\pi R^4 sgb}{8 Wl} \frac{1+\alpha t}{1+\alpha T} \frac{\vartheta}{K} \qquad K = \log nat \left(\frac{2b-h}{2b-H} \cdot \frac{H}{h} \right).$$

Rechnet man aus den in gleichen Zeiten aufeinander folgenden Manometerablesungen die Grösse K, so erkennt man die Giltigkeit des Poiseuille'schen Gesetzes an der Constanz dieser Grössen.

Um die Resultate dieser Versuche übersehen zu können, führe ich zehn Beobachtungen auf, die mit der Capillare 11 mit einem kurzen Vorwärmerohr bei sehr verschiedenen Druckdifferenzen ausgeführt wurden. Es wurde der Ballon III benützt, dessen Volumen sammt dem der Bleiröhren 15167^{cc} war.

Unter K' sind die Brigg'schen Logarithmen von $\frac{2b-h}{2b-H}\frac{H}{h}$ eingetragen.

15. November:

Strömungstemperatur . . . . . 14·5° C.
Ballontemperatur . 15
Barometerstand . . . 74·05

M	$b'-H$	K'
59·30	69·69	
57·03	69·86	0·0185
54·81	70·02	0·0178
52·55	70·18	0·0188

$\mu = 0·0001792$

15. November:

Strömungstemperatur . . . . . 14·5° C.
Ballontemperatur . 15
Barometerstand . . . 74 00
74·05

M	$b-H$	K'
213·13	58·33	
205·28	58·92	0·0184
197·62	59 50	0·0184
190·39	60·04	0·0179
183·27	60·58	0·0183

$\mu = 0·0001796$

15. November:

Strömungstemperatur . . . . . 51·3° C.
Ballontemperatur . 15
Barometerstand . . . 74·08
74·06

M	$b-H$	K'
62·20	69·50	
60·23	69·65	0·0145
58·21	69·79	0·0152
56·29	69·93	0·0151
54·42	70·05	0·0149
52·65	70·18	0·0148

$\mu = 0·0001956$

15. November:

Strömungstemperatur . . . , . 51·3° C.
Ballontemperatur . 15
Barometerstand . . . 74·05
74·04

M	$b-H$	K'
201·25	59·24	
195·11	59·69	0·0149
189·07	60·13	0·0149
183·33	60·55	0·0149
177·70	60·95	0·0147
172·27	61·36	0·0150

$\mu = 0·0001959$

15. November:

Strömungstempera-
tur . . . . —21·5° C.
Ballontemperatur . 14·8
Barometerstand . . . 74·07

M	$b-H$	K'
90·22	67·43	
85·78	67·76	0·0229
81·49	68·06	0·0233
77·40	68·37	0·0233
73·56	68·66	0·0229
69·88	68·93	0·0231
66·40	69·18	0·0230
65·12	69·42	0·0228

$\mu = 0·0001633$

16. November:

Strömungstempera-
tur . . . . . 21·5° C.
Ballontemperatur . 14·5
Barometerstand . . . 73·18

M	$b-H$	K'
105·00	65·46	
99·88	65·83	0·0229
94·96	66·19	0·0230
90·29	66·53	0·0230
85·82	66·86	0·0230
81·60	67·17	0·0229

$\mu = 0·0001617$

16. November:

Strömungstempera-
tur . . . . . 15·5° C.
Ballontemperatur . 14·4
Barometerstaud . . . 73·56
73·53

M	$b-H$	K'
131·07	63·92	
125·98	64·30	0·0184
121·19	64·64	0·0179
116·50	65·08	0·0184
111·96	65·31	0·0182
107·62	65·63	0·0179
103·43	66·93	0·0183
99·35	66·23	0·0184

$\mu = 0·0001796$

16. November:

Strömungstempera-
tur . . . . . 16·3° C.
Ballontemperatur . 14·5
Barometerstand . . . 73·32
73·29

M	$b-H$	K'
95·10	66·32	
91·40	66·58	0·0181
87·75	66·85	0·0184
84·35	67·09	0·0179
81·05	67·33	0·0181
77·80	67.56	0·0184

$\mu = 0·0001796$

16. November:

Strömungstemperatur . . . . . 51·6° C.
Ballontemperatur . 14·5
Barometerstand . . . 73·26
73·24

M	$b-H$	K'
119·40	64·47	
115·70	64·74	0·0145
112·11	65·01	0·0147
108·57	65·26	0·0146
105·08	65·52	0·0151
101·79	65·76	0·0144
98·50	66·99	0·0150

$\mu = 0·0001951$

16. November:

Strömungstemperatur . . . . . 51·3° C.
Ballontemperatur . 14·5
Barometerstand . . . 73.24
73·21

M	$b-H$	K'
72·95	67·87	
70·57	68·05	0·0150
68·30	68·20	0·0146
66·18	68·35	0·0140
63·96	68·50	0·0154
61·74	68·67	0·0158
59·82	68·81	0·0143
58·05	68·94	0·0134

$\mu = 0·0001964$

Es ergibt sich somit:

15·1° C.	$\mu = 0·0001795$	
—21·5	0·0001625	$\beta = 0·00270$
51·4	0·0001958	$\beta = 0·00257$
	Im Mittel	$\beta = 0·00264.$

Dieser Werth für β ist kleiner als der später mit dem langen Vorwärmerohr gefundene, und es ist sehr möglich, dass die Luft durch das Paraffinbad, welches den Kasten nur zur Hälfte erfüllte, nicht genügend erwärmt war, während die Kältemischung, welche den Kasten vollständig erfüllte und noch einen Theil der herausragenden Vorwärmrohre umgab, die beabsichtigte Abkühlung hervorbrachte. Aus früheren Versuchen mit der Capillare 11, welche zwischen gewöhnlicher und Siedetemperatur angestellt wurden ergab sich übrigens ein etwas höherer Werth für β.

Die der grösseren Druckdifferenz entsprechende grössere Geschwindigkeit hat, wie man aus den angeführten Zahlen ersieht, keinen Einfluss auf den Reibungscoëfficienten.

Von den anderen Versuchen, die nach dieser Methode ausgeführt wurden, sollen noch die folgenden mitgetheilt werden. In der ersten Columne stehen unter n die Anzahl der ausgeführten Versuche, unter ϑ die gesammte Versuchsdauer, unter T die Strömungstemperatur, unter μ der Reibungscoëfficient und unter β die Temperatursfactoren, welche aus den Versuchen bei der Zimmertemperatur und jenen, durch andere Mittel erzeugten, berechnet sind.

Capillare 26 mit dem kurzen Vorwärmrohr:

n	ϑ	T	μ	β
4	12·5 Min.	—21·5° C	0·0001601	0·00267
9	22·5	13·6	0·0001780	
4	10·5	53	0·0001956	0·00299

Im Mittel $\beta = 0{\cdot}00283$

Capillare 26 mit dem langen Vorwärmrohr:

n	ϑ	T	μ	β
4	120 Min.	—21·5° C.	0·0001596	0·00281
5	125	14·86	0·0001767	
6	155	52·90	0·0001969	0·00314

Im Mittel $\beta = 0{\cdot}00297$

Capillare I mit dem kurzen Vorwärmrohr:

n	ϑ	T	μ	β
3	75 Min.	14·5° C.	0·0001774	
2	65	—21·5	0·0001615	0·00258

Capillare IV mit einem kurzen Vorwärmrohr:

n	ϑ	T	μ	β
3	80 Min.	16·1° C.	0·0001760	
3	80	99·5	0·0002118	0·00242.

Nimmt man aus den acht aufgeführten Werthen von β das arithmetische Mittel, so erhält man $\beta = 0{\cdot}002735$, eine Zahl, die zufällig mit jener sehr gut stimmt, welche aus den späteren genaueren Versuchen gefolgert wurde.

Aus den μ, welche für die Zimmertemperaturen gefunden werden, ist das arithmetische Mittel:

$$\mu = 0 \cdot 0001775 \qquad 14 \cdot 8^\circ \text{ C.},$$

und damit findet man den Werth des Reibungscoëfficienten bei Null Graden 0·0001706; man hat somit die Bezeichnung:

$$\mu_0 = 0 \cdot 0001706 \; (1 + 0 \cdot 002735 \, t).$$

II. Strömungs-Versuche bei constanter Druckdifferenz.

Es wurde derselbe Apparat benützt wie zu den vorigen Versuchen, nur erhielt der Ballon sammt Kasten eine höhere Aufstellung; es war der Ballon zum Theil mit Wasser gefüllt, und durch eine geeignete Regulirvorrichtung konnte ebensoviel Wasser ausfliessen gelassen werden, als dem Volumen nach Luft in den Ballon strömte.

Die Regulirvorrichtung ist in Fig. IV dargestellt. Sie besteht aus einem gebogenen bis an den Boden des Ballons reichenden Glasrohr U_1, welches in die Durchbohrung der Schraube s (Fig. II) eingekittet ist. Dieses Rohr ist durch ein mit Siegellack aufgekittetes Bleirohr mit einer Röhre U_2 verbunden, deren unteres Ende mittelst einer aufgeschobenen Glasröhre und Siegellack an dem einen Arme eines Glas $\mathfrak{T}$ gekittet ist. Die beiden anderen Arme des Glas $\mathfrak{T}$ sind durch Kautschukschläuche mit zwei Glashähnen H_6 und H_7 verbunden. Zur Erzielung eines dichten Abschlusses sind über die Stellen, wo die Kautschukschläuche auf die Glasröhren geschoben sind, kurze Stücke eines weiteren Glasrohres aufgezogen, welche den Schlauch ungemein fest an die Glasröhren anpressen.

An H_7 steckt ein längerer Kautschukschlauch S_1, der in eine etwa zehn Liter fassende Flasche G taucht, welche zum Theil mit Wasser gefüllt ist und eine höhere oder tiefere Aufstellung erhalten kann.

Der Glashahn H_6 ist durch den Kautschukschlauch S_2 mit dem seitlichen Arme einer Glasröhre X in Verbindung, an deren oberes Ende eine zu einem Öhre gebogene verschmolzene Thermometerröhre angesetzt und deren unteres Ende in eine Spitze

ausgezogen ist. Die Glasröhre X steckt in einer weiteren Glasröhre Y und kann durch eine Schnur, welche in das Öhr geknüpft ist, über die Rolle Z läuft und an der Trommel eines Zahnrades befestigt ist, durch eine Schraube ohne Ende gehoben und gesenkt werden.

Um den Apparat für die Beobachtungen in Stand zu setzen, wird mit der Luftpumpe durch den geöffneten Hahn H_2 Luft aus dem Ballon gepumpt; dabei sind H_6 und H_7 geschlossen. Nun wird die Flasche G in gleiche Höhe mit dem Ballon gestellt und H_7 geöffnet. Der äussere Luftdruck treibt das Wasser in den Ballon hinein. Ist eine genügende Menge Wasser im Ballon, so wird H_2 geschlossen, und dann noch so viel Wasser dazu fliessen gelassen, bis das Manometer M_1 einen für die Beobachtungen erwünschten Stand eingenommen hat und dann auch H_7 geschlossen.

Zum Beginne der Beobachtungen wird der Barometerstand, die Zimmertemperatur und die Ballontemperatur abgelesen, dann die Hähne H_1 und H_6 aufgedreht und an dem Hahne H_6 so lange regulirt bis der Manometerstand sich nur mehr wenig ändert. Durch Heben und Senken der Ausflussöffnung von X wird endlich die vollkommene Constanz des Manometerstandes herbeigeführt

Wenn der constante Manometerstand hergestellt und durch einige Zeit erhalten worden ist, so können die Beobachtungen beginnen. In dem Momente, als der Zeiger einer Secundenuhr durch einen bestimmten Theilstrich geht, wird unter Y ein gewogenes Becherglas geschoben, und die in 3 bis 8 Minuten ausfliessende Wassermenge aufgefangen. Zu Ende einer beobachteten Zeit wird das Becherglas mit denselben Vorsichtsmassregeln wieder entfernt. Änderungen des Manometerstandes werden durch geeignete Bewegungen von X ausgeglichen. Es gelingt häufig, den Manometerstand während 5 bis 6 Minuten vollkommen constant zu erhalten. Je empfindlicher der Apparat sein soll, desto mehr Wasser muss in den Ballon eingelassen werden, um das Luftvolumen desselben zu verkleinern.

Zur Berechnung der Versuche kann man das Poiseuille'sche Gesetz direct anwenden. Nennt man das in der Minute aus-

geflossene Wassergewicht in Grammen Q, so hat man zur Berechnung des Reibungscoëfficienten die Formel:

$$\mu = \frac{60\pi s g r^4}{16 l} \frac{2b-h}{b-h} \frac{h}{Q} \frac{1+\alpha t}{1+\alpha T}.$$

Dabei ist das specifische Gewicht des ausgeflossenen Wassers gleich Eins genommen.

Die mittlere Geschwindigkeit, mit der sich die Luft durch den Querschnitt einer Capillare bewegt, wird durch dieselbe Zahl gemessen, wie das Luftvolumen, welches in der Zeit Eins durch den Querschnitt Eins hindurchströmen würde.

Man findet die mittlere Geschwindigkeit v_m in einem Querschnitte, aus dem Ausdrucke für das Poiseuille'sche Gesetz:

$$v_m = \frac{s g R^2}{16 l \mu} \frac{(2b-h)h}{b'},$$

worin b' den Druck in dem betreffenden Querschnitte, in Quecksilbersäulenhöhe gemessen, bezeichnet; aus der wirklich beobachteten, eingeströmten Luftmenge Q jedoch nach der Formel:

$$v_m = \frac{Q}{60} \frac{1+\alpha T}{1+\alpha t} \frac{b-h}{b'},$$

für jene Stelle, wo die Luft in den Ballon eintritt, wo also der Druck $b-h$ herrscht:

$$v_m = \frac{Q}{60.} \frac{1+\alpha T}{1+\alpha t}.$$

Nach dieser Formel sind die später angeführten Strömungsgeschwindigkeiten berechnet.

Es folgt nun eine Zusammenstellung der Versuche; n bedeutet hierin die Anzahl der Minuten, welche der Versuch dauerte.

Capillare 11 mit einem langen Vorwärmerohre.

Zimmertemperatur.

Datum	T	t	Q	b	M	h	n	μ
3. Jänn.	11·8	12·2	7·87	75·27	58·80	4·32	7	0·0001752
„ „	11·8	12·2	7·89	75·26	58·89	4·33	8	1750
„ „	11·8	12·2	7·93	75·26	58·95	4·33	8	1743
„ „	11·8	12·2	7·93	75·26	58·95	4·33	8	1743
„ „	11·8	12·2	7·94	75·26	58·93	4·33	9	1740
6. Jänn.	14·4	12·5	9·20	74·44	69·40	5·10	8	1773
„ „	14·4	12·5	9·25	74·45	69·37	5·10	7	1764
„ „	14·3	12·5	9·30	74·45	69·40	5·10	9	1753
8. Jänn.	12·0	12·6	10·41	75·32	76·76	5·64	7	1751
„ „	12·0	12·6	10·78	75·32	78·36	5·76	7	1727
„ „	11·9	12·6	10·77	75·31	78·41	5·76	6	1730
„ „	11·8	12·6	10·73	75·31	78·44	5·76	7	1737
„ „	11·8	12·7	10·66	75·30	78·44	5·76	7	1747
9. Jänn.	12·2	12·8	9·53	75·00	69·80	5·13	6	1731
„ „	12·2	12·8	9·54	75·00	69·82	5·13	8	1730
„ „	12·2	12·8	9·52	75·00	69·83	5·13	6	1733
„ „	12·2	12·8	9·55	75·00	69·81	5·13	6	1728

Im Mittel $T = 12 \cdot 38°$ C. $\mu = 0 \cdot 00017431$.

Kältemischung von Kochsalz und Schnee.

Datum	T	t	Q	b	M	h	n	μ
6. Jänn.	—21·5	13·0	11·127	74·47	65·38	4·80	9	0·0001570
„ „	—21·5	13·0	11·224	74·47	66·20	4·87	8	1579
„ „	—21·5	13·0	11·211	74·47	66·10	4·86	9	1578
„ „	—21·5	13·0	11·230	74·48	66·02	4·85	9	1571
„ „	—21·5	13·0	11·210	74·48	65·99	4·85	9	1575
„ „	—21·5	13·0	11·200	74·48	65·92	4·85	9	1575

Im Mittel —$21 \cdot 5°$ C. $\mu = 0 \cdot 00015747$.

Schmelzpunkt des Paraffins.

Datum	T	t	Q	b	M	h	n	μ
3. Jänn.	53·1	11·8	6·97	75·12	65·15	4·79	8	0·0001921
„ „	53·0	11·8	6·97	75·12	65·14	4·79	9	1921
„ „	52·9	11·8	6·87	75·12	65·15	4·79	7	1949
„ „	52·8	11·8	7·76	75·12	73·18	5·38	9	1946
„ „	52·8	11·8	7·97	75·11	73·15	5·38	9	1894
„ „	52·8	11·8	7·84	75·09	73·17	5·38	10	1926
8. Jänn.	52·9	12·8	8·41	75·25	77·50	5·70	6	1915
„ „	52·7	12·7	8·61	75·25	78·99	5·81	8	1908
„ „	52·7	12·8	8·64	75·24	78·62	5·78	8	1891
„ „	52·7	12·8	8·56	75·22	78·88	5·80	7	1915
„ „	52·7	12·9	8·54	75·21	78·74	5·79	7	1926

Im Mittel 52·8° C. $\mu = 0·00019192$

Die Capillare 11 ergibt somit folgende Zahlen:

T = —21·5° C.	μ = 0·00015747	β = 0·002955
12·38	0·00017431	
52·81	0·00019192	0·002581

Im Mittel $\beta = 0·002768$.

Capillare 26 mit dem angeschmolzenen langen Vorwärmerohre.

Zimmertemperatur.

Datum	T	t	Q	b	M	h	n	μ
31. Dez.	13·8	12·6	18·03	74·66	44·43	3·41	7	0·0001727
„ „	13·3	12·7	17·93	74·60	46·87	3·37	5	1719
„ „	13·3	12·7	18·12	74·59	45·37	3·41	6	1719
„ „	13·2	12·7	17·19	74·59	46·39	3·41	6	1740
„ „	13·0	12·7	17·99	74·60	46·65	3·43	5	1744
„ „	31·0	12·7	18·25	74·60	46·67	3·43	5	1717
„ „	13·0	12·7	18·22	74·60	46·77	3·44	8	1726

Datum	T	t	Q	b	M	h	n	μ
1. Jänn.	12·3	12·8	17·58	74·98	45·00	3·31	5	0·0001726
„ „	12·3	12·8	17·50	74·98	45·02	3·31	8	1735
„ „	12·3	12·8	17·40	74·98	45·02	3·31	7	1736
„ „	14·6	14·7	38·24	74·10	93·45	6·87	.	1739
„ „	14·6	14·7	38·34	74·09	93·44	6·87	.	1739

Im Mittel 13·33° C. $\mu_2 = 0 \cdot 00017329$.

Schmelzpunkt des Paraffins.

Datum	T	t	Q	b	M	h	n	μ
16. Jänn.	53	14·7	30·40	74·05	92·25	6·78	.	0·0001910
„ „	53	14·7	30·16	74·05	92·22	6·78	.	1925
„ „	53	14·7	30·23	74·04	92·27	6·78	.	1921
„ „	53	14·7	29·46	74·04	89·59	6·59	.	1912
„ „	53	14·7	29·51	74·04	89·60	6·59	.	1908
„ „	53	14·7	29·77	74·03	90·28	6·64	.	1908
„ „	52·9	14·7	29·92	74·02	90·35	6·64	.	1899
„ „	52·9	14·7	29·57	74·01	90·28	6·64	.	1921

Im Mittel 53·0° C. $\mu = 0 \cdot 00019130$.

Kältemischung von Kochsalz und Schnee.

Datum	T	t	Q	b	M	h	n	μ
1. Jänn.	—21·5	12·8	20·47	75·05	42·19	3·10	.	0·0001574
„ „	—21·5	12·8	20·50	75·05	42·25	3·11	.	1575
„ „	—21·5	12·8	20·34	75·05	42·24	3·10	.	1586
„ „	—21·5	12·8	20·44	75·05	42·24	3·10	.	1579
„ „	—21·5	12·8	20·47	75·04	42·35	3·11	.	1579

Im Mittel —21·5° C. $\mu = 0 \cdot 00015726$

—21·5° C.	$\mu = 0 \cdot 00015726$	$\beta = 0 \cdot 002753$
13·33	0·00017329	
53·0	0·00019130	0·002714

Im Mittel $\beta = 0 \cdot 002734$

Capillare I mit angeschmolzenem langen Vorwärmerohre.

Zimmertemperatur.

Datum	T	t	Q	b	M	h	n	μ
14. Jänn.	14·8	14·3	48·19	75·16	50·54	3·72	.	0·0001747
„ „	15·4	14·3	48·21	75·18	50·53	3·72	.	1742
„ „	15·4	14·3	48·00	75·19	50·55	3·72	.	1752
„ „	15·5	14·3	47·79	75·22	50·51	3·72	.	1757
15. Jänn.	15·2	14·5	32·21	74·89	34·13	2·51	.	1746
„ „	15·2	14·5	32·34	74·83	34·21	2·52	.	1743
„ „	15·2	14·5	32·49	74·78	34·20	2·52	.	1734
16. Jänn.	14·8	14·7	37·01	74·18	38·91	2·86	.	1743
„ „	14·8	14·7	36·93	74·18	38·88	2·86	.	1746

Im Mittel 15·14° C. $\mu = 0·00017455$.

Schmelzpunkt des Paraffins.

Datum	T	t	Q	b	M	h	n	μ
14. Jänn.	53·1	14·4	36·39	75·19	47·50	3·49	.	0·0001920
„ „	53·0	14·4	36·53	75·19	47·55	3·50	.	1915
„ „	53·0	14·4	37·16	75·19	48·44	3·56	.	1919
„ „	52·9	14·4	31·28	75·20	41·18	3·03	.	1929
16. Jänn.	53·0	14·7	29·99	74·18	39·26	2·89	.	1918
„ „	53·0	14·7	30·08	74·18	39·26	2·89	.	1913
„ „	53·0	14·7	30·00	74·18	39·28	2·89	.	1918
„ „	52·9	14·7	32·38	74·18	42·49	3·12	.	1925
„ „	52·9	14·7	32·56	74·18	42·43	3·12	.	1912

Im Mittel 53·0° C. $\mu = 0·00019188$.

Kältemischung von Kochsalz und Schnee.

Datum	T	t	Q	b	M	h	n	μ
15. Jänn.	—21·5	14·5	40·18	74·78	33·54	2·47	.	0·0001577
„ „	—21·5	14·5	40·39	74·78	22·56	2·47	.	1570
„ „	—21·5	14·5	40·22	74·78	33·53	2·47	.	1575
„ „	—21·5	14·5	40·16	74·77	33·54	2·47	.	1578
„ „	—21·5	14·5	32·98	74·77	27·58	2·03	.	1576
„ „	—21·5	14·5	32·97	74·77	27·63	2·03	.	1579
„ „	—21·5	14·5	48·75	74·76	40·59	2·98	.	1579
„ „	—21·5	14·5	49·09	74·76	40·60	2.98	.	1569

Im Mittel—21·5° C. $\mu_2 = 0.00015754$

—21·5° C. $\mu =$ 0·00015704	$\beta =$ 0·00277
15·14	0·00017455	
52·99	0·00019188	0·00273

Im Mittel $\beta = 0·00275$.

Messingcapillare.

Zimmertemperatur.

Datum	T	t	Q	b	M	h	n	μ'
10. Jänn.	10·5	12·5	38·63	75·10	34·52	2·54	.	0·1347
„ „	10·5	12·5	38·43	75·10	34·27	2·52	.	1343
„ „	10·5	12·5	38·87	75·10	34·23	7·53	.	1331
„ „	10·5	12·5	39·75	75·10	35·32	2·54	.	1338
11. Jänn.	11·2	12·2	37·67	75·01	33·76	2·48	.	1345
„ „	11·2	12·3	37·77	75·00	33·83	2·49	.	1345
31. Jänn.	14·9	13·8	34·33	75·02	31·14	2·29	.	1357
„ „	14·9	13·8	34·40	75·02	31·23	2·30	.	1358

Im Mittel 11·52° C. $\mu' = 0·13443$.

Siedetemperatur des Wassers.

Datum	T	t	Q	b	M	h	n	μ'
10. Jänn.	97·0	12·5	24·96	75·11	35·26	2·59	.	0·1630
„ „	97·0	12·5	25·05	75·11	35·22	2·59	.	1624
„ „	100·0	12·5	23·32	75·11	33·35	2·45	.	1637
„ „	100·0	12·5	23·25	75·11	33·33	2·45	.	1640
„ „	99·5	12·5	23·23	75·11	33·26	2·44	.	1640
„ „	99·0	12·5	23·43	75·11	33·28	2·45	.	1629

Im Mittel 98·9° C. $\mu' = 0\cdot16333$.

Schmelzpunkt des Paraffins.

Datum	T	t	Q	b	M	h	n	μ'
10. Jänn.	53	14·3	31·05	75·16	34·95	2·57	·	0·1484
„ „	53	14·3	31·10	75·17	34·94	2·57	·	1481
„ „	53	14·3	31·09	75·17	34·99	2·57	·	1483
„ „	53	14·3	31·14	75·18	35·00	2·57	·	1481
„ „	53	14·3	31·12	75·18	34·98	2·57	·	1481

Im Mittel 53° C. $\mu' = 0\cdot1482$.

Kältemischung von Kochsalz und Schnee.

Datum	T	t	Q	b	N	h	n	μ'
13. Jänn.	—21·5	14·4	43·18	75·00	30·93	2·27	.	0·1221
„ „	—21·5	14·4	43·05	75·00	31·03	2·28	.	1229
„ „	—21·5	14·3	43·10	75·00	31·02	2·28	.	1227
„ „	—21·5	14·3	40·61	75·00	29·15	2·14	.	1223
„ „	—21·5	14·3	40·95	75·00	29·35	2·16	.	1224
„ „	—21·5	14·3	40·81	75·00	29·33	2·16	.	1225
„ „	—21·5	14·3	40·99	75·00	29·39	2·16	.	1221

Im Mittel —21·5° C. $\mu = 0\cdot12243$.

Bei der Messingcapillare sind absolute Werthe nicht zu erhalten, es wurde daher für dieselbe der Werth $\frac{\mu}{A}$ ausgerechnet, welcher unter μ' in der gegebenen Zusammenstellung eingetragen ist.

Die Dimensionsänderungen des Messings mit der Temperatur können nicht vernachlässigt werden; an den Werthen von μ' muss eine hierauf bezügliche Correction angebracht werden. Die corrigirten μ' sind nach der Formel gefunden:

$$\mu' = \frac{\mu}{A} = \frac{2b-h}{b-h} \frac{h}{Q} \frac{1+\alpha t}{1+\alpha T}[1+0\cdot000018(T-t)]^3.$$

Es ist hienach:

$T = -21\cdot5°$ C.	$\mu' = 0\cdot1222$	$\beta = 0\cdot002851$
$11\cdot52$	$0\cdot1344$	
$53\cdot0$	$0\cdot1486$	$0\cdot002591$
$98\cdot9$	$0\cdot1641$	$0\cdot002593$

Im Mittel $\beta = 0\cdot00268.$

Die verschiedenen Werthe von β, wie sie aus den angewendeten Temperatursintervallen folgen, sind nun

Capillare 11	von	$-21\cdot5°$ C.	bis $12\cdot38°$ C.	$0\cdot002955$
		$12\cdot38$	„ $52\cdot8$	$0\cdot002581$
„ 26	„	$-21\cdot5$	„ $13\cdot33$	$0\cdot002753$
		$13\cdot33$	„ $53\cdot0$	$0\cdot002714$
„ I	„	$-21\cdot5$	„ $15\cdot14$	$0\cdot002770$
		$15\cdot14$	„ $53\cdot0$	$0\cdot002730$
Messingcapillare	von	$-21\cdot5$	„ $11\cdot52$	$0\cdot002851$
		$11\cdot52$	„ $53\cdot0$	$0\cdot002591$
		$11\cdot52$	„ $98\cdot9$	$0\cdot002593$

Das arithmetische Mittel aller dieser Zahlen ist

$$\beta = 0\cdot002723,$$

eine Zahl, die erheblich sicherer angenommen werden darf, als die $\beta = 0\cdot002735$ aus der ersten Versuchsreihe bestimmte.

Zur Berechnung des absoluten Werthes des Reibungscoëfficienten bei Null Graden Celsius, ist aus allen Werthen in der Nähe derselben Temperatur das arithmetische Mittel genommen, man findet so:

$T = -21 \cdot 50°$ C.	$\mu_t = 0 \cdot 00015742$	$\mu_0 = 0 \cdot 0001672$
$13 \cdot 62$	$0 \cdot 00017405$	$0 \cdot 0001678$
$52 \cdot 90$	$0 \cdot 00019170$	$0 \cdot 0001674$.

Aus allen Beobachtungen zusammen ergibt sich somit für den Reibungscoëfficienten bei Null Graden Celsius

$$\mu_0 = 0 \cdot 00016747.$$

Die erste Versuchsreihe gibt einen unerheblich grösseren Werth $\mu_0 = 0 \cdot 0001706$.

Diese Werthe stimmen mit den von O. E. Meyer gefundedenen, welche etwa 0·000168 bis 0·000174 sind, ganz gut. Auch haben directe Beobachtungen mit der Capillare 11 die Werthe 0·000168 und 0·000165 geliefert.

Man erhält somit aus dieser Versuchsreihe

$$\mu_t = 0 \cdot 00016747\,(1 + 0 \cdot 002723\, t).$$

Schliesslich habe ich noch die Strömungsgeschwindigkeiten nach der früher angeführten Formel berechnet. Es bedeuten in der nachfolgenden Zusammenstellung: Q_m die mittlere ausgeflossene Wassermenge, h_m und b_m die mittleren Werthe der Druckdifferenz und des Barometerstandes, endlich v_m die mittlere Geschwindigkeit in dem Querschnitte der Capillare, wo der Druck $b_m - h_m$ herrscht.

Capillare	T	Q_m	h_m	b_m	v_m
11	12·38° C.	9·34	5·01	75·09	268
	—21·50	11·20	4·85	74·48	277
	52·90	7·92	5·40	75·18	254
26	12·90	17·82	3·37	74·72	246
	14·70	38·29	6·87	74·10	528
	—21·50	29·88	6·68	74·04	472
	53·06	20·44	3·10	75·05	249
I	15·40	40·35	3·13	74·84	425
	—21·50	34·04	3·17	74·68	406
	53·00	40·59	2·49	74·77	375

Die Geschwindigkeiten während der Versuche liegen also zwischen zwei und fünf Metern. Die Vergleichung der Ge-

schwindigkeitswerthe mit den Temperatursfactoren β ergibt keinen erkennbaren Zusammenhang beider.

Durch die angeführten Versuche erfährt der Werth des Temperaturfactors, den Mayer gleich 0·00272 gefunden hatte, eine vollkommen zufriedenstellende Bestätigung, und man darf wohl mit sehr grosser Wahrscheinlichkeit den Reibungscoëfficienten der Potenz $^3/_4$ der absoluten Temperatur proportional setzen.

Aus dem absoluten Werthe $\mu_0 = 0 \cdot 0001675$ findet man für die mittlere Weglänge λ eines Moleküls, wenn das Maxwell'sche Vertheilungsgesetz der Geschwindigkeiten der Gasmoleküle vorausgesetzt wird, nach der von Stefan [1] gegebenen Formel

$$\lambda = \frac{8\mu}{\pi \rho v} = 0 \cdot 00000737^{\text{cm}}.$$

In der Formel ist $\rho = 0 \cdot 001294$ und v die mittlere Geschwindigkeit eines Gasmoleküles 44700^{cm}. Aus den von Loschmidt ermittelten Diffusionscoëfficienten hat Stefan für die mittlere Weglänge der Luftmoleküle die Zahl 0·0000071, aus dem von Maxwell gefundenen Werthe $\mu = 0 \cdot 0001878$ des Reibungscoëfficienten, die Zahl 0·00000827 berechnet; diese letztere Zahl stimmt mit der ersteren viel weniger gut, als jene 0·00000737, die aus dem von mir gefundenen Werthe des Reibungscoëfficienten sich ergibt.

[1] Sitzungsber. LXV.

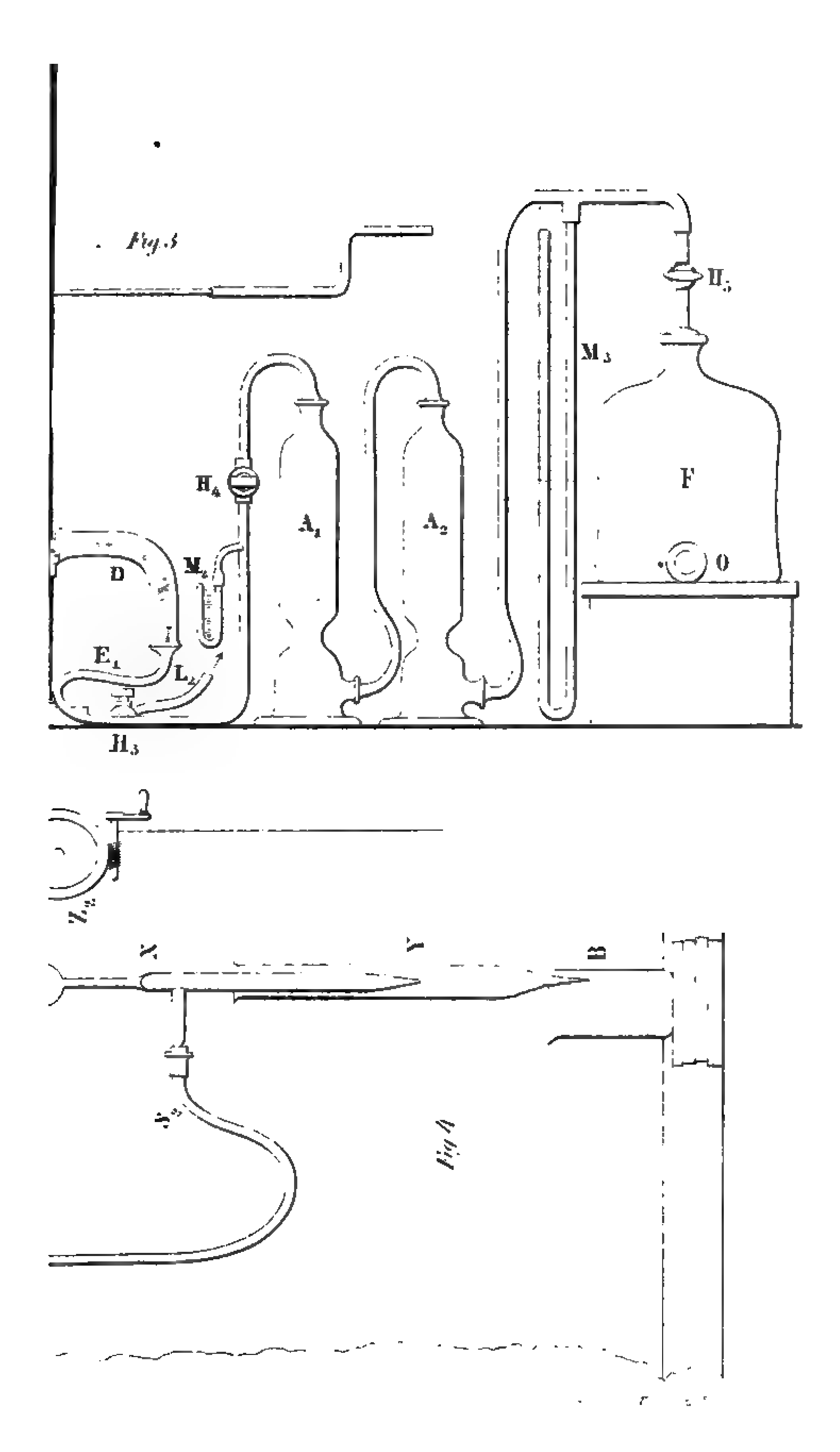


Fig. 3
H5
M3
F
O
H4
A1
A2
D
M2
E1
L2
H3
Fig. 4

Analyse der Morizquelle in Sauerbrunn bei Rohitsch in Südsteiermark.

Von Professor **Max Buchner** in Graz.

Diese Quelle liegt im Curorte Sauerbrunn in Südsteiermark, am Fusse des kürzlich in den Landesbesitz übergegangenen Parkhügels Jankomir, entspringt mehrere Klafter unter der Erde aus einem Bohrloche, welches in einen gemauerten Schacht mündet, aus welchem mittelst einer Pumpe das Wasser gehoben wird; die Brunnenanlage ist durch eine Hütte gedeckt. Das zur Analyse verwendete Wasser wurde grösstentheils am 2. October 1874 Früh geschöpft; ein kleinerer Theil am 16. und 17. October 1874. Die Quellentemperatur war am 16. October bei einer Lufttemperatur von 14·1° C. nur 11·3° C.; am 17. October bei 21·2° C. Lufttemperatur eine solche von 12·25° C.

Das Wasser war vollkommen klar, sehr stark moussirend, von sehr angenehmem Geschmacke. Aus den gefüllten Flaschen entwich beim Öffnen derselben das Kohlensäuregas sehr heftig, und blieb das Wasser noch längere Zeit perlend. Bei längerem Aufbewahren in geschlossenen Flaschen blieb das Wasser klar, am Boden findet sich nur wenig eines bräunlich gefärbten Absatzes.

Die Temperatur-Bestimmungen sowie die Kohlensäure-Bestimmungen wurden von mir an der Quelle selbst gemacht, beziehungsweise vorbereitet.

Qualitative Analyse.

Das Wasser gab beim Kochen unter lebhafter Gasentwicklung einen bedeutenden Niederschlag, der abfiltrirt wurde; das Filtrat reagirte noch stark alkalisch, nach Zusatz von Salzsäure trat noch ein ziemlich reichliches Aufbrausen ein; das gekochte

und filtrirte Wasser mit Salpetersäure schwach angesäuert, gab mit Silberlösung einen geringen, mit Baryumchlorid einen stärkeren Niederschlag; von den in grösserer Menge vorhandenen Stoffen wurde Kali, Natron, Kalk, Bittererde, Eisenoxydul, Chlor, Schwefelsäure und Kohlensäure gefunden, in geringer Menge, theilweise in Spuren wurden noch Lithion, Strontian, Baryt, Manganoxydul, phosphorsaure Thonerde, Phosphorsäure, Borsäure, Salpetersäure, Jod und Brom nachgewiesen; die Prüfung auf Ammonverbindungen fiel negativ aus.

Quantitative Analyse.

Bestimmung des specifischen Gewichtes.

Das Fläschchen mit destillirtem Wasser wog 160·8350 Grm., dasselbe mit dem Mineralwasser gewogen, gab 161·2850 Grm.; eine zweite Probe gab für reines Wasser 160·8400, für das Mineralwasser 161·2850; es berechnet sich daher für die erste Bestimmung 1·00286 und für die zweite Bestimmung 1·00277, also im Mittel 1·00281 als specifisches Gewicht; diese Bestimmungen wurden bei 6° C. Wassertemperatur der Proben durchgeführt, um das Entweichen von Kohlensäure möglichst zu verhindern.

Bestimmung der Gesammtmenge der nicht flüchtigen Bestandtheile.

1 Liter Wasser wurde in einer Platinschale abgedampft und im Luftbade bei 180° C. getrocknet, bis kein Gewichtsverlust eintrat; der Rückstand wog 2·34053 Grm.; mit Berücksichtigung des specifischen Gewichtes auf 10.000 Theile Wasser berechnet, ergeben sich 23·3632 Theile; das am 17. October geschöpfte Wasser gab fast dasselbe Resultat.

Bestimmung des Chlors.

$^1/_2$ Liter Wasser gab 0·0568 Grm. Chlorsilber, in einer zweiten Bestimmung gab $^1/_2$ Liter des Wassers 0·0560 Grm. Chlorsilber, woraus sich für 10.000 Theile Wasser 0·2801 Chlor berechnen.

Bestimmung der Schwefelsäure.

1 Liter Wasser gab 0·9168 Grm. Baryumsulfat, welche auf Schwefelsäure und 10.000 Theile berechnet 3·1439 Schwefelsäure geben.

Bestimmung der Kieselsäure.

1 Liter Wasser gab 0·02280 Grm. Kieselsäure, also auf 10.000 Theile 0·2270.

Bestimmung der Salpetersäure.

5 Liter Wasser wurden auf ½ Liter verdampft, dann filtrirt, das Filtrat fast zum Trocknen gebracht, dann mit Zinkstaub, Eisenfeile und Kaliumhydroxyd nach Siewert mit Weingeist destillirt, in Normaloxalsäure geleitet; es waren 0·2 CC. gesättigt worden, welche 0·0126 Salpetersäure oder 0·0202 Kaliumnitrat entsprechen; auf 10.000 Theile berechnet, ergeben sich 0·0252 Salpetersäure oder 0·0404 Kaliumnitrat.

Bestimmung der Phosphorsäure.

10 Liter des Wassers gaben nach Fällung des Eisens und des Thonerdephosphates noch 0·0040 Grm. pyrophosphorsaure Magnesia, entsprechend 0·00256 Phosphorsäure oder 0·00543 neutralen Kalkphosphates in 10.000 Theilen.

Bestimmung der halbgebundenen und freien Kohlensäure.

Die Kohlensäure-Bestimmung wurde an der Quelle nach der Methode von Pettenkofer, modificirt von Gottlieb, ausgeführt; die Titrirungen ergaben für je eine Probe des geschöpften Wassers fast absolut übereinstimmende Resultate:

165 CC. Mineralwasser, 120 CC. Barytwasser, 12 CC. Salmiaklösung und 18 CC. Baryumchlorid-Lösung, nach 12 Stunden titrirt, ergaben folgendes Resultat: 20 CC. erforderten 11·3 CC. Oxalsäure, während 10 CC. früher 56·5 CC. Oxalsäure bedurften; es entsprechen also 10·4 CC. Wasser 31·6 Mgrm. Kohlensäure oder 10.000 Theile 30·38 Kohlensäure.

Eine zweite Probe geschöpft, gab beim Titriren 30·05 Kohlensäure, eine dritte Probe am 17. October geschöpft, gab 32·01 Kohlensäure, also im Mittel dreier Untersuchungen 30·81 in 10.000 Theilen. Wenn man nun von den 30·81 Theilen Kohlensäure jene Menge in Abzug bringt, welche zur Bildung von sauren kohlensauren Salzen in Anspruch genommen wird, so verbleiben 23·2287 Grm. = 11684·3 CC., oder 1 Volum Wasser enthält 1·16 Vol. freie Kohlensäure.

Bestimmung des Kalkes.

1 Liter Wasser gab bei der ersten Bestimmung 0·900 Grm. Calciumkarbonat; bei einer zweiten 0·904 Grm. und eine dritte 0·9100 Grm., im Mittel 0·904, auf 10.000 Theile berechnet 9·0230 Theile, nach Abzug des Antheils im Kalkphosphate.

Bestimmung der Magnesia.

333 CC. Wasser gaben 0·246 Grm. pyrophosphorsaure Bittererde, welche auf Magnesiumcarbonat und 10.000 Theile berechnet 5·566 entsprechen.

Bestimmung der Alkalien.

Diese wurden als Chloride bestimmt und gaben je 1 Liter Wasser in zwei fast absolut übereinstimmenden Resultaten 0·762 Grm. Davon wurde das Kalium in der Hälfte als Kaliumplatinchlorid = 0·062 Grm. bestimmt, welches auf 10.000 Theile als Kaliumsulfat 0·4068 und Kaliumnitrat 0·0404 entspricht; es verbleiben also auch auf 10.000 Theile als Chlornatrium 0·4623, als Natriumsulfat 5·2125 und als Natriumcarbonat 2·2385 Theile.

Bestimmung des Strontians.

10 Liter Wasser gaben 0·0055 Grm. Strontiumsulfat, auf 10.000 Theile und Carbonat berechnet 0·0044 Theile.

Bestimmung des Eisenoxyduls.

2 Liter Wasser gaben bei der Trennung von Thonerde mittelst Schwefelammon unter Anwendung von Weinsäure 0·007 Grm. Eisenoxyd, auf 10.000 Theile und Ferrocarbonat berechnet 0·0505 Theile.

Bestimmung der phosphorsauren Thonerde.

10 Liter Wasser gaben 0·0275 Grm., welche auf 10.000 Theile berechnet 0·0274 Theilen entsprechen; nachdem das Filtrat noch phosphorsäurehältig war, wurde der Niederschlag als Thonerdephosphat berechnet.

In 20 Liter Wasser wurden ferner nachgewiesen, und zwar das Lithion spectralanalytisch, Baryt bei der Kieselsäure, Mangan, Borsäure, Jod und Brom. Um über die Mengen des Jod eine bestimmtere Andeutung zu erzielen, wurde aus 1 Mgrm. Kaliumjodid das Jod freigemacht, und in der gleichen Menge Schwefelkohlenstoff aufgenommen, wie das Jod aus den 20 Litern Wasser, die Lösung aus dem Jodkalium war aber auffallend intensiver gefärbt, als jene aus dem Mineralwasser.

Um noch auf organische Substanzen im Mineralwasser zu prüfen, wurde 1 Liter Wasser längere Zeit gekocht, dann nach 24 Stunden von dem ausgeschiedenen krystallinischen Niederschlage abgegossen, mit Schwefelsäure und Kaliumpermanganat bei 80° C. behandelt; es wurden nur 2 Mgrm. entfärbt, eine Quantität, welche fast sämmtliche Quellwasser zersetzen.

Werden nun die Resultate der Untersuchung in gewöhnlicher Weise geordnet, so ergeben sich für die Morizquelle:

	in 10.000 Theilen:	in einem Civilpfunde = 7680 Gran
Kaliumsulfat	0·4068	0·3124
Kaliumnitrat	0·0404	0·0310
Natriumsulfat	5·2125	4·0031
Natriumchlorid	0·4623	0·3550
Natriumcarbonat	2·2385	1·7197
Calciumcarbonat	9·0230	6·9296
Magnesiumcarbonat	5·5660	4·2746
Strontiumcarbonat	0·0044	0·0033
Ferrocarbonat	0·0505	0·0387
Thonerdephosphat	0·0274	0·0210
Calciumphosphat	0·0054	0·0041
Kieselsäure	0·2270	0·1643
Summe der fixen Bestandtheile	23·2642	17·8568
Halbgebundene Kohlensäure	7·5813	5·8224
Freie Kohlensäure	23·2387	17·8473
Summe der wägbaren Bestandtheile	54·0842	41·5265

Um das Resultat der Einzelnbestimmungen, wie die Quantität des Abdampfungsrückstandes, der auf 10.000 Theile berechnet 23·3632 Theile ergab, zu controliren, wurde derselbe mit Schwefelsäure behandelt, stark geglüht und gewogen; er gab auf 10.000 Theile berechnet 29·824, während die Rechnung nach den Einzelnbestimmungen auf schwefelsaure Salze bezogen 29·764 ergeben.

Dieser Analyse gemäss gehört die Morizquelle zu Sauerbrunn in die Classe der erdalkalisch-salinischen Säuerlinge, nähert sich zunächst dem Wasser des Marienbrunnen und der Ferdinandsquelle, unterscheidet sich aber wesentlich durch seinen geringeren Gehalt an Natriumsulfat und Carbonat von dem Wasser des berühmten Rohitscher Tempelbrunnen.

Über die Schwingungen des Wassers in Röhren.

Von Dr. V. Dvořák, Privatdocenten in Prag.

(Mit 7 Holzschnitten.)

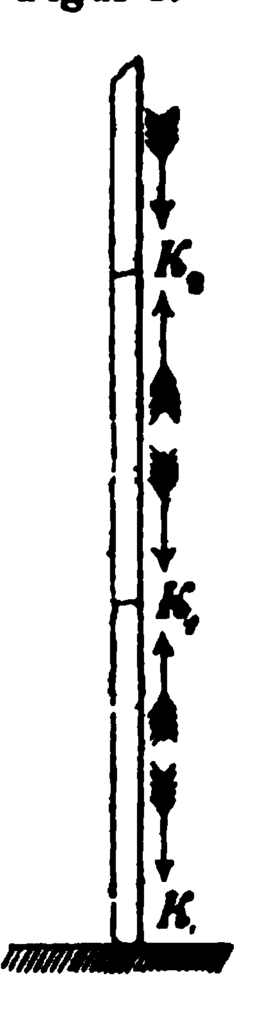
In der vor Kurzem mitgetheilten Notiz (December 1874) habe ich einige Resultate bekannt gemacht, welche die Wertheim'sche Theorie über die Fortpflanzungs-Geschwindigkeit des Schalles im Wasser betrafen. Bekanntlich hat schon Cagniard Latour viele Versuche über die Schwingungen des Wassers in Röhren ausgeführt; doch die Verwerthung seiner Versuche für die Theorie beruht auf einer unrichtigen Grundlage. So bestimmte derselbe die Schallgeschwindigkeit im Wasser, indem er eine am Ende zugeschmolzene Röhre von dünnem Glase, die mit Wasser gefüllt war, mit einem nassen Tuche rieb; aus dem Ton, den die Röhre gab, wurde die Schallgeschwindigkeit im Wasser wie bei einer gedeckten Pfeife berechnet. Ich konnte nirgends näher erfahren, wie Cagniard Latour die mit dem Tuche gestrichene Röhre handhabte[1]; ob er sie bloss in der Mitte mit der Hand hielt, oder ob er sie mit dem zugeschmolzenen Ende irgendwo (etwa auf den Tisch) anstemmte, und sie in der Mitte strich. Bloss in letzterem Falle konnte ich der Röhre einen Ton entlocken. Der Ton ist nur dann rein, wenn man die Röhre auf eine elastische Unterlage (etwa einen Resonanzboden) andrückt, und ändert seine Tonhöhe, wenn man eine andere Unterlage nimmt. Ist aber die Unterlage nicht elastisch und mitschwingungsfähig, so klingt der Ton unrein und ist wie ein blosses Rasseln und Klirren.

---

[1] Mir standen bloss die Ann. de Chimie T. XII, XVIII, LVI, nicht aber die Noten an die Academie vom 21. November 1831, und vom 7. Mai 1827 zu Gebote. Auch in Seebeck's Akustik (Dove's Repertorium) findet sich in den Referaten über die Versuche Cagniard Latour's B. III, p. 96, 97; B. VI, p. 68) nichts darüber angeführt.

Wenn übrigens die Berechnung von Cagniard Latour nicht desshalb unrichtig wäre, weil er eine dünnwandige Glasröhre nahm und dann die Schallgeschwindigkeit in Röhren der im freien Raume gleichsetzte, so ist sie es aus einem anderen Grunde, indem, wie man aus dem Folgenden ersehen wird, das Wasser in der Glasröhre nicht wie in einer gedeckten, den Grundton angebenden Pfeife schwingt. Cagniard Latour bemerkte nämlich, dass beim Reiben der Röhre die Luftblasen gegen den Boden der Röhre fahren [1]. Dieses ist übrigens nur theilweise richtig, denn bei genauer Untersuchung findet man, dass es in der Röhre Stellen gibt, wo die Luftblasen, statt abwärts zu steigen, mit grosser Geschwindigkeit nach aufwärts fahren. Ich habe nun aus anderen Versuchen gefunden, dass die Luftblasen in einer schwingenden Wassersäule stets zu den Knoten hinfahren. Wenn wir nun in einer solchen Röhre, wie sie wahrscheinlich Cagniard Latour verwendete, mehrere Knotenpunkte K, K_1, K_2 (Fig. 1) annehmen, so wird die ganze Erscheinung erklärlich, indem die Luftblasen stets in der Richtung der Pfeile bewegt werden. Streicht man mehreremal schnell hintereinander, so kann man selbst eine Ansammlung der Luftblasen in der Nähe von K, K_1, K_2 herbeiführen. Es schwingt also das Wasser nicht so, dass eine Viertelwellenlänge in die Länge der Wassersäule aufgeht, wie es Cagniard Latour annahm.

Figur 1.



Ausserdem habe ich bemerkt, dass es nur dann gelingt, von einer mit Wasser gefüllten Glasröhre einen Ton zu erhalten, wenn dieselbe dünn im Glase ist; je dicker die Glaswand ist, desto unreiner wird der Ton, und bei hinreichender Glasdicke spricht die Röhre fast gar nicht mehr an.

Um eine an beiden Enden freie Wassersäule zu bekommen, bog Cagniard Latour eine an beiden Enden offene Glasröhre

---

[1] Ann. de Chimie p. 263, T. LVI.

heberförmig auf, und füllte sie mit Wasser[1]. Der Ton war dann um eine Octave höher, wie wenn ein Ende zugeschmolzen war. Es ist aber klar, dass im ersten Falle das Wasser gar nicht mitschwingt, wie ich mich auch selbst oft überzeugt habe, dass also Cagniard Latour bloss den Ton der Glasröhre gehört haben konnte; die von ihm beobachtete Übereinstimmung ist daher rein zufällig.

Ich untersuchte auch die von Cagniard Latour beobachtete Bildung und Bewegung der Luftblasen etwas näher. Das Einfachste ist, wenn man eine unten zugeschmolzene mit Wasser gefüllte Röhre mit dem Boden gegen eine steinerne Tischplatte (oder eine Bleimasse) stösst[2]. Ist das Wasser unausgekocht, so kann man erstaunliche Mengen von Luftblasen durch einige starke Stösse (die mit Wasser gefüllte Röhre verträgt auch heftigere Stösse) zur Entwicklung bringen. Die meisten Luftblasen entwickeln sich in der Nähe des Bodens. Ist das Wasser auch noch so gut ausgekocht[3], so entstehen doch Bläschen, die aber theilweise wieder verschwinden. Nimmt man eine recht dünnwandige Glasröhre, so wird, wie ich gefunden habe, die Blasenentwicklung bedeutend herabgesetzt. Warum die Luft von dem Wasser freigegeben wird, darüber sagt Cagniard Latour nichts. Ich glaube aber, dass durch den heftigen Rückstoss[4] das

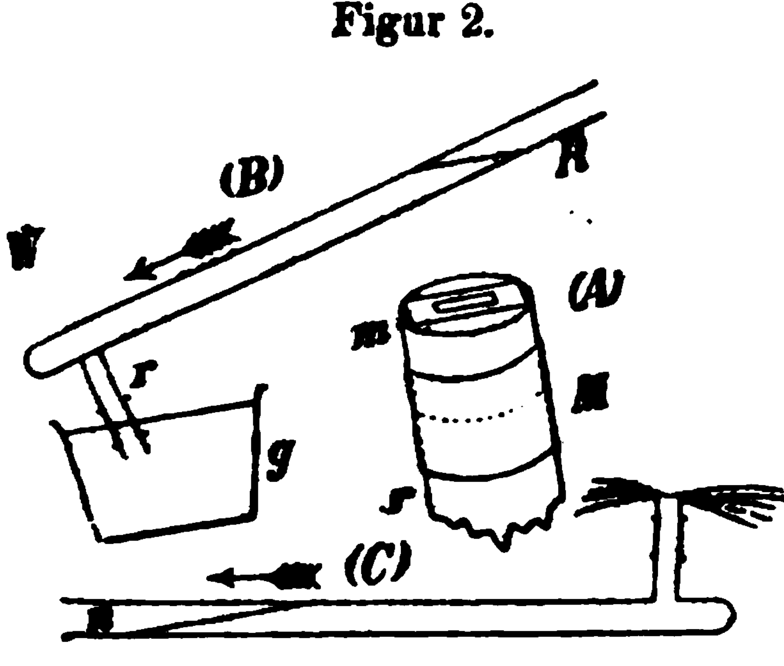
[1] Ann. de Chimie LVI, p. 281.

[2] Ann. de Chimie LVI, p. 260.

[3] Ann. de Chimie LVI, p. 260, 263.

[4] Für einen Schulversuch kann man diesen Rückstoss des Wassers sehr leicht zeigen. An einer Glasröhre *R* (Fig. 2), die an einem Ende zugeschmolzen ist, wird ein kurzes Stück von einer zweiten Glasröhre *r* angeschmolzen. Das Ende der Glasröhre *r* trägt ein Membranventil. Ein solches Ventil, wie es in Fig. 2 (*B*) gezeichnet ist, besteht aus einem kurzen Röhrenstückchen von Messing *m*, welches oben mit einem angelötheten Bleche geschlossen ist. Dieses Blech hat einen schmalen Schlitz, über welchen eine Kautschukmembran gespannt ist; die Enden der Membran sind an dem Bleche festgeklebt. Dieses Röhrenstückchen steckt mit Reibung in einem zweiten Röhrenstückchen *M*, welches wieder auf die

Figur 2.



Wasser an mehreren Stellen reisst; dadurch entstehen vollständig luftleere Räume, in welche dann die im Wasser absorbirte Luft eintritt. Man sieht übrigens bei jedem heftigen Schlag sehr deutlich, dass die Wassersäule momentan an sehr vielen Stellen, besonders in der Nähe des Bodens reisst[1]. Die Risse sind nicht gesetzmässig vertheilt und scheinen aus unregelmässigen kugligen Höhlungen zu bestehen. Bekannt ist die Ansicht Cagniard Latour's über die sogenannten Globularschwingungen, wonach derselbe annimmt, dass sich während des Schwingens sehr kleine kugelförmige Hohlräume in Wasser bilden, die bei jeder einzelnen Schwingung auftauchen und wieder verschwinden. Sehr eigenthümlich ist seine Ansicht über die Entstehung des Tones; indem nämlich die Wände des Hohlraumes zusammenschlagen, entsteht ein kurzer, trockener Schlag, und die Reihe solcher aufeinander folgenden

---

Glasröhre *r* aufgekittet ist. Zu dem Versuche, den ich zuerst beschreiben will, wird das Messingröhrchen *m* mit dem Membranventil gerade umgekehrt, als wie es in der Figur gezeichnet ist, in das weitere Röhrenstück *M* eingesteckt, so dass sich das Ventil nur nach Innen öffnen kann. Dann wird das Glasrohr *R* theilweise mit Wasser gefüllt, das Röhrenstück *r* mit dem Ventil in ein Gefäss *G* mit Wasser gegeben, und die Röhre *R* mit dem zugeschmolzenen Ende mässig mehreremals gegen die Mauer *W* gestossen. Durch den Rückstoss wird das Wasser in die Röhre *R* hineingesaugt, und zwar füllt sich die Röhre ziemlich schnell, so dass das Wasser bald überfliesst. Doch kann man den Versuch noch anders anstellen. Das Ventil wird so gestellt, wie es in der Figur gezeichnet ist, so dass es sich nur nach aussen öffnet. Die Röhre wird so gehalten, dass das Ventil höher liegt, als das Wasserniveau *n* in der Röhre (Fig. 2, *C*), welche jetzt mit dem offenen Ende gegen die Mauer gestossen wird. Bei jedem Stoss spritzt das Wasser in Folge des Rückstosses der Wassersäule mit Gewalt unter der Membran des Ventils hervor.

Übrigens sieht man die Wirkung des Rückstosses auch jedesmal, wenn man eine einfache unten zugeschmolzene Glasröhre gegen den Fussboden stösst. Das Wasser spritzt oftmal in einem aus der Mitte des Röhrenquerschnittes heraufkommenden Strahle bis an die Decke des Zimmers. Die Erschütterungen im Wasser müssen sehr heftig sein; denn bringt man einige Tropfen Öl oben auf das Wasser, so wird durch anhaltendes Stossen der Röhre gegen eine Bleimasse das ganze Wasser in eine milchige Flüssigkeit verwandelt. Diese milchige Trübung dauert wochenlang und rührt von sehr kleinen Öltröpfchen her, wie man sich mit einem guten Mikroskope überzeugen kann.

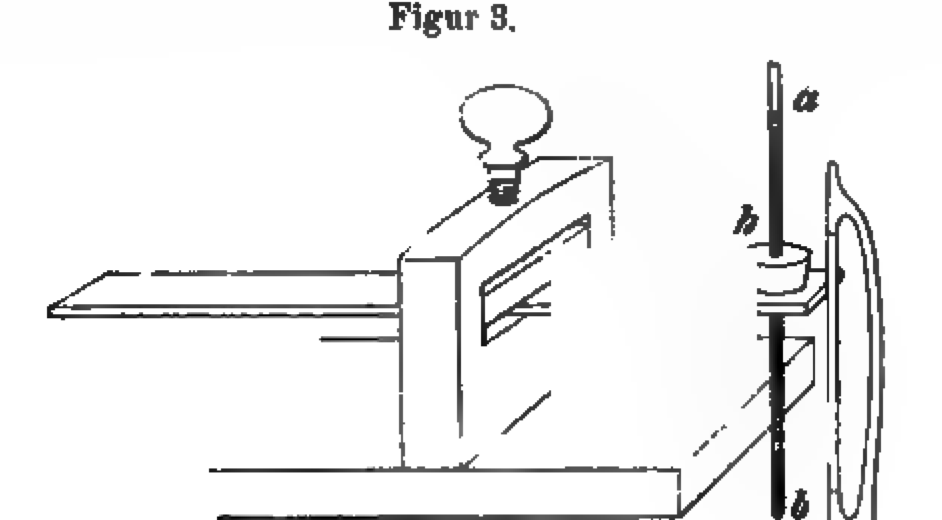
[1] Ann. de Chimie LVI, p. 258.

Schläge gibt einen Ton, welcher den gewöhnlichen Ton der Wassersäule verstärkt[1].

Die gebildeten Luftblasen bewegen sich bei jedem Stosse gegen den Boden der Röhre; auch sah ich, dass die grösseren sich etwas schneller abwärts bewegten, als die ganz kleinen. Ich glaubte Anfangs, dass bloss die an der Röhrenwand befindlichen Luftblasen herunterrücken; es fahren aber auch die mitten in der Flüssigkeitssäule befindlichen Luftblasen nach abwärts. Dieses sieht man am besten beim Öl, in welchem die Luftblasen sich träge und langsam bewegen, und man sie desshalb leichter in der Mitte erhalten kann, als bei Wasser.

Diese Abwärtsbewegung der Luftblasen im Wasser habe ich noch auf andere Art erzielt. Wenn man z. B. eine Eprouvette theilweise mit Wasser füllt, und die oberhalb des Wassers befindliche Luft durch kräftiges Darüberblasen zum Tönen bringt, so bewegen sich die Luftblasen im Wasser gegen den Boden der Eprouvette. Die Luftblasen muss man aber zuvor durch Schütteln der Eprouvette erzeugen. Ähnliches habe ich in der Note über das Kundt'sche Manometer (Sitzber. 1873) erwähnt. („Lässt man kleine Luftblasen in den mit der Pfeife verbundenen Manometerschenkel aufsteigen, so bleiben sie knapp unter der Oberfläche des Wassers stehen; beim Ertönen der Pfeife steigen die Luftblasen unter das Niveau des Wassers

Figur 3.



herab, die kleineren tiefer als die grösseren, und bleiben während des Tönens unverändert an derselben Stelle.")

[1] Ann. de Chimie LVI, p. 256, 257.

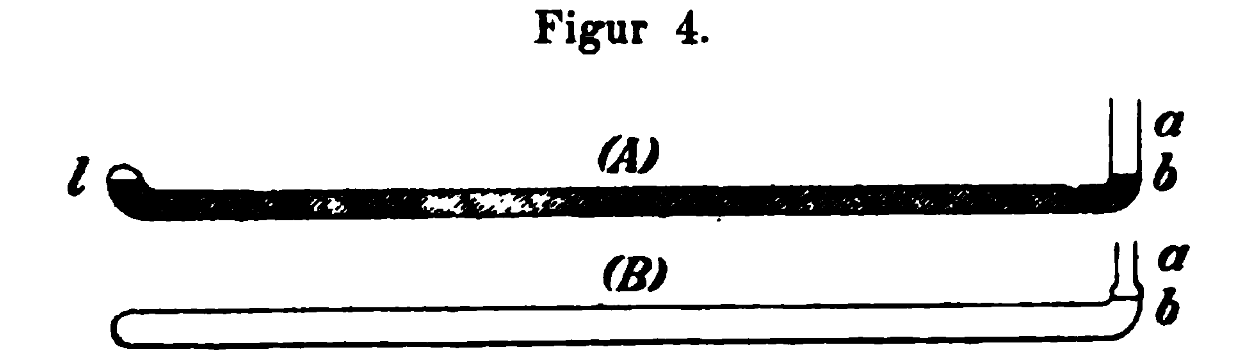
Auch bekommt man eine Abwärtsbewegung der Luftblasen, wenn man eine mit Wasser gefüllte Röhre als Ganzes in longitudinale Schwingungen versetzt. Dazu dient die in Fig. 3 abgebildete Vorrichtung. Eine Glasröhre *ab*, die recht dünnwandig ist, um das Gewicht nicht unnöthig zu vermehren, wird in einen Kork *k* fest eingesetzt, welcher Kork wiederum in ein Loch der transversalschwingenden Holzleiste *l* passt. Die Luftblasen müssen zuerst durch Schütteln erzeugt werden, worauf die Röhre mit dem Korke schnell in das Loch der Holzleiste eingesetzt und letztere mit dem Bogen gestrichen wird. Natürlich combiniren sich mit den longitudinalen Schwingungen der Glasröhre auch transversale. Ist die Schwingungszahl des ganzen Systemes genug gross (ich hatte etwa 256 Schwingungen in der Secunde), so fahren die Luftblasen äusserst energisch gegen den Boden der Röhre. Je langsamer die Schwingungen des Systems sind, desto mehr schwindet die Abwärtsbewegung, so dass man bei wachsender Schwingungsdauer zu einem Punkt kommt, wo die Luftblasen beim Streichen der Leiste bloss an einer Stelle stehen bleiben, ohne herabzusteigen; oder sie steigen etwas langsamer auf, als sonst. Doch bemerkt man jedesmal nicht nur eine blosse Abwärtsbewegung, sondern es fahren auch die Luftblasen zu Anfang der Bewegung rasch zur Seite gegen die Wand der Röhre. Die Richtung, nach welcher die Blasen zur Seite fahren, ist in verschiedenen Röhrenquerschnitten nicht dieselbe; doch habe ich die Sache noch nicht soweit untersucht, um ein Gesetz dafür angeben zu können. Will man dieses zur Seite fahren der Luftblasen gut sehen, so darf man die Schwingungszahl nur so gross nehmen, dass bloss ein schwaches Abwärtssteigen der Luftblasen eintritt.

Sehr merkwürdig ist es aber, dass man eine schief gehaltene Glasröhre bloss mit den Händen in ihrer eigenen Längsrichtung hin und her zu bewegen braucht, um eine aufwärtssteigende Luftblase zum Stehen zu bringen, mag die Luftblase klein oder gross sein.

Endlich sieht man auch eine Bewegung der Luftblasen, wenn man in einer Wassersäule einen Ton erregt. Am besten ist es, wenn man eine an beiden Enden freie Wassersäule nimmt. Zu diesem Zwecke giesst man das Wasser in eine Röhre von der

in Fig. 4 (*A*) dargestellten Form. In *l* ist eine kleine Portion Luft. Die Luftsäule *ab* wird durch kräftiges Darüberblasen in Schwingungen versetzt. Doch muss zuerst diese Luftsäule auf

Figur 4.



die Wassersäule abgestimmt werden. Dieses geschieht einfach durch Hinzugeben oder Wegnehmen von Wasser aus der Glasröhre. Zu diesem Zwecke nimmt man ein beiderseits offenes Glasröhrchen, das man oben mit dem Finger zuhält, nachdem man durch theilweises Eintauchen eine beliebige Portion Wasser hineingebracht hat.

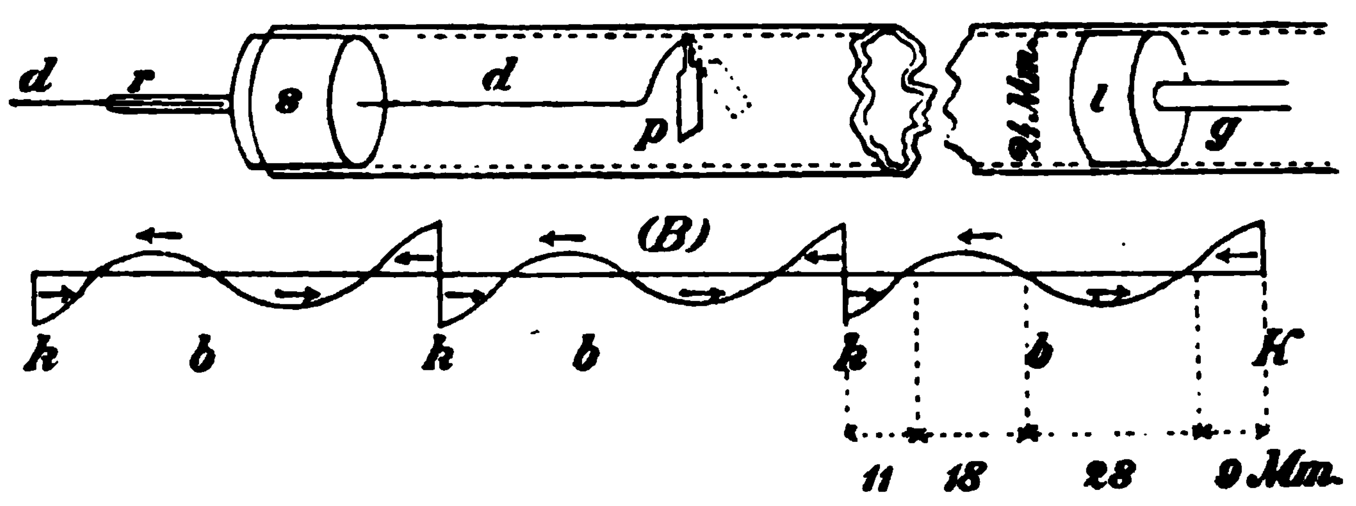
Dass die Luftsäule wirklich auf die Wassersäule abgestimmt ist, erkennt man leicht an der heftigen Bewegung kleiner in der Röhre enthaltenen Luftbläschen, und dann an der schnellen Bildung der Staubfiguren. Aus den Staubfiguren erkennt man, dass die Luftblasen immer an den Knoten der schwingenden Luftsäule hinfahren. Sie stellen sich jedoch nicht genau auf den durch die Staubfiguren bestimmten Knoten ein, sondern in einer kleinen Entfernung von demselben, wobei sie fortwährend in unruhiger Bewegung verbleiben und häufig ihre Stelle wechseln. Das letztere geschieht besonders augenfällig bei kleinen durch ungleichmässiges Anblasen erzeugten Schwankungen in der Tonhöhe der Luftsäule. Ist der Ton besonders gut getroffen, so läuft die Luftblase seitlich an der Röhrenwand herunter bis auf den tiefsten Theil des Röhrenquerschnittes, wobei sie in dem zu den Staubfiguren verwendeten Pulver eine Furche zieht.

Eine blosse Transversalschwingung bewirkt kein Herabsteigen der Luftblasen. Ich spannte eine mit Wasser gefüllte Glasröhre vertical in der Mitte ein und strich sie mit dem Bogen, wobei sie einen ganz guten Transversalton gab. An den Luftblasen zeigte sich aber keine Wirkung.

Die Erklärung dieser eigenthümlichen Bewegung der Luftblasen wollte mir bis jetzt nicht gelingen. Es schien mir, dass

diese Erscheinung mit den Erscheinungen der akustischen Anziehung und Abstossung analog sei. Zu diesem Zwecke untersuchte ich die akustische Anziehung und Abstossung zuerst für Luft in einer Kundt'schen Röhre. Ein nach oben aufgebogener Draht *d* (Fig. 5) ging luftdicht durch den Kork *s* und durch eine

Figur 5.



Glasröhre *r* mit kleiner Öffnung. Er trug an dem aufgebogenen Theile einen kleinen an zwei dünnen Fäden aufgehängten Papierstreifen *p*. Der Papierstreifen wurde mit dem Drahte bis an den Kork *l* des tonerregenden Glasstabes *g* herangeschoben, und dann jedesmal um ein ganz kleines Stückchen von *l* entfernt. Das Resultat war ein sehr eigenthümliches, wenn die Länge der Luftsäule ziemlich genau einem Vielfachen von einer halben Wellenlänge gleich war. Es wechselte nämlich je nach der Lage des untersuchten Punktes die Anziehung mit der Abstossung. Fig. 5 (*B*) stellt das ganze Resultat graphisch dar; *K* ist die vordere Begrenzfläche des Korkes *l* und *k* sind die Knoten der Luftsäule. Die Pfeile geben die Richtung an, nach welcher der Papierstreifen ausweicht. Merkwürdig ist es, dass in der Röhre der Papierstreifen von dem Ende des tonerregenden Glasstabes abgestossen wird, während in freier Luft das Gegentheil eintritt. Um ein constantes Resultat zu erreichen, muss man jedoch sehr gleichmässig und nicht allzu stark streichen.

Ist aber die Länge der Luftsäule nicht gleich einem Vielfachen von einer halben Wellenlänge, so zeigt sich bloss eine schwache Abstossung des Papierstreifens von den Knoten [1].

---

[1] Dieses bringt in manche Eigenthümlichkeiten der so complicirten Erscheinungen in der Kundt'schen Röhre einigen Zusammenhang. So ist der Indifferenzpunkt *b* (Fig. 5, *B*) nicht in der Mitte zwischen beiden Knoten, sondern etwas nach links gerückt. Dieses zeigt sich auch an den

Doch kann man auch im Wasser die akustische Anziehung und Abstossung sehr leicht sehen. Ein tönender Glasstab (eigentlich eine 99 Ctm. lange, 11 Mm. dicke Glasröhre mit starken Wänden) ragte in eine Weber'sche Wellenrinne (aus Gusseisen mit starken Glaswänden, 160 Ctm. lang, 15 Ctm. tief im Innern 2 Ctm. breit) hinein (Fig. 6); an den beiden

Figur 6.

ıbes waren zwei Korke k und k_1.
ı Ende des Glasstabes wurde ein
30 Mm, lang, oder ein Streifen von
en aufgehängt. Ragte das länglich-
s in die mit Wasser gefüllte Wellen-
am Staniolstreifen eine Anziehung,
ng mit dem Glasstabende kam. Bei
sich an der Stelle, wo der Staniol-
erührte, ein Nabel, dessen convexe
.e gekehrt war. Als ich jedoch das
Glasröhre, welches ganz eben ab-
ck verschlossen war, zu dem Ver-

der Mittheilung „Über einige neue Staub-
Fig. 2 (*A* und *B*), Fig. 4, Fig. 5 in Wirk-
ı es dort bloss schematisch gezeichnet ist,
nmer nach links verrückt, ähnlich wie in
r gezeichnet ist. Ausserdem ist es jetzt
r (wenn die Länge der Luftsäule = einen
sich von der Mitte zum Knoten bewegt,
kann. Wenn die Länge der Luftsäule nicht
;e war, so schien es mir stets, dass in der
r Nähe der Knoten; es wird nämlich in
von den Knoten abgestossen.

suche verwendete, so zeigte sich am Staniolstreifen (bequemer ist hier ein Blechstreifen) für kleine Distanzen desselben vom Glasstabende Anziehung, für grössere Distanzen jedoch (etwa von 3 Mm. angefangen) eine sehr energische Abstossung. Oft wird auch der Staniolstreifen um eine verticale Axe gedreht, und zwar wahrscheinlich dann, wenn er nicht genau von der Mitte des Glasstabes, sondern etwas zur Seite steht. Bei jedem kräftigen Strich fährt immer von dem Ende des Glasstabes eine Art von Wölkchen heraus; diese neblige Trübung („vide ou espace nébuleux") hatte schon Cagniard Latour bei einer unter Wasser schwingenden Zunge bemerkt, und zwar auch in sorgfältig ausgekochtem Wasser[1]. Das Wasser ist wahrscheinlich an dieser Stelle zerrissen. Auch bemerkte ich, wenn das länglichrunde Ende *a* des Glasstabes verwendet wurde, noch Folgendes: Es hatten sich, nachdem das Wasser einige Tage in der Wellenrinne stehen geblieben war, daselbst grosse bräunliche im Wasser schwebende Flocken (wahrscheinlich von Eisenoxydhydrat) gebildet. Sobald nun so ein Flocken in den Bereich der Spitze *a* kam, wurde aus ihm gewöhnlich ein Ring gebildet, gerade so wie die Rauchringe sind, und dieser Ring wurde dann fortgeschleudert, während er sich dabei zugleich erweiterte. Es scheint also, dass sich bei der Spitze ein sogenannter Wirbel bildet.

Als ich einst die Wellenrinne mit sehr kaltem Wasser gefüllt hatte, so bildeten sich nach längerer Zeit, nachdem das Ganze die Zimmertemperatur angenommen hatte, unzählige kleine Luftblasen, die an den Glaswänden hingen. Als ich nun den Glasstab strich, fuhren sie gegen denselben hin, wobei sich immer mehrere zu einer Gruppe vereinigten. Eine ähnliche Gruppenbildung hatte auch Cagniard Latour bei seinen Versuchen beobachtet[2]. Luftblasen, die knapp unter der Oberfläche des Wassers hängen geblieben waren, stiegen bei mehrmaligem Streichen so weit hinunter, bis sie den Glasstab berührten, woselbst sie dann bei weiterem Streichen verblieben.

---

[1] Ann. de Chimie LVI, p. 260. Auch Kundt hat ähnliches bemerkt.
[2] Ann. de Chimie LVI, p. 263.

Die Luftblasen kann man natürlich auch durch heftiges Umrühren des Wassers erzeugen.

Auf einen merkwürdigen Umstand machte mich Herr Prof. Mach aufmerksam. Ich hängte nämlich eine an beiden Enden offene Glasröhre *R* (Fig. 6) auf Fäden dem Glasstab gegenüber auf, so dass das Ende des Glasstabes nur sehr wenig in die Röhre hineinragte. Die Glasröhre war auf den Ton des Glasstabes gestimmt (die Art der Abstimmung wird im Folgenden auseinander gesetzt) und enthielt 9 halbe Wellenlängen seines Tones. Bei jedem Strich bewegte sich, wie Herr Prof. Mach bemerkte, die Glasröhre *R* gegen den Glasstab. Eine Täuschung war nicht möglich, denn die Wellenrinne stand auf einem festen Tisch, der gegen die Mauer angelehnt war; die Wellenrinne selbst war ebenfalls an die Mauer angelehnt und wurde an dieselbe ausserdem beim Streichen fest angedrückt; auch war die Bewegung der Glasröhre bei kräftigem Streichen ziemlich energisch. Das Ganze ist desshalb merkwürdig, weil man schwer einsehen kann, wo die Kraft, welche die Glasröhre zum Stab bewegt, angreifen soll, und weil ausserdem die Glasröhre eine beträchtliche Masse hat.

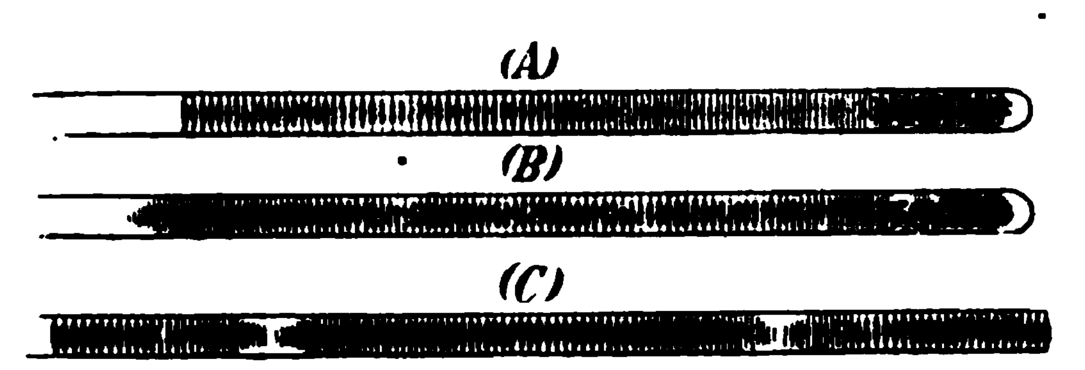
Bedeckt man eine horizontale Glasplatte in einem Gefässe, etwa 2 Ctm. hoch mit Wasser, welches gelöstes Schiesspulver enthält, so setzt sich nach einiger Zeit die Kohle des Schiesspulvers auf die Glasplatte ab. Man befestigt nun auf der Zinke einer Stimmgabel ein Zündhölzchen, dessen Längsrichtung mit der Schwingungsrichtung der Gabel zusammenfällt. Taucht man nun das Zündhölzchen, nachdem man die Gabel kräftig angeschlagen hat, so weit in das Wasser, dass das Ende des Zündhölzchens einige Millimeter von der Glasplatte absteht, so wird die an der Glasplatte gelagerte Kohle augenblicklich in einem Kreise um das Zündhölzchen herum weggefegt.

Was die Bildung der Staubfiguren betrifft, so zeigen sich bei den mit Wasser gefüllten Röhren einige eigenthümliche Erscheinungen.

Um die Staubfiguren zu erzeugen, muss man zuvor die Röhre einige Minuten in horizontaler oder schiefer Lage stehen lassen, damit die Kohle des Schiesspulvers Zeit hat, sich an dem Boden der Röhre abzusetzen. Die Staubfiguren kann man auf

sehr verschiedene Arten hervorbringen. Am einfachsten und leichtesten gelingt dieses, wenn man eine etwa 1 Meter lange an einem Ende zugeschmolzene Glasröhre mit dem einen Ende mehreremal mässig gegen ein festes Widerlager, z. B. gegen die Mauer stösst. Die Röhre wird dabei etwas schief gehalten, damit das Wasser nicht ausfliesst. Vertical darf man sie nicht halten, weil sonst das zur Erzeugung der Staubfiguren verwendete Pulver von der Wand der Röhre herabfallen würde. Die gebildeten Rippen haben bei dem offenen Ende ihre grösste Breite, und werden gegen das zugeschmolzene Ende hin immer schmäler, bis sie nahe beim Ende ganz verschwinden. Fig. 7 (*A*).

Figur 7.



Ich versuchte auch die Rippen durch Streichen der Röhre mit einem nassen Tuche zu erzeugen, wobei die Röhre in der Mitte befestigt war. Eine solche Röhre gibt jedoch keinen regelmässigen Ton, sondern das Wasser wird in derselben unter blossem Rasseln und Klirren hin und hergeschleudert und die Wassersäule stellenweise zerrissen; die gebildeten Rippen sind also von keinem Interesse. Anders ist es, wenn man die Röhre mit dem zugeschmolzenen Ende an die Mauer andrückt und sie in der Mitte streicht. Zu diesem Zwecke erfasst man die Röhre mit der einen Hand ganz nahe an dem zugeschmolzenen Ende, während die andere Hand das Streichen besorgt. Die Röhre muss von ganz dünnem Glase sein und sie wird beim Streichen ebenso wie die Röhre im vorigen Versuche schief gehalten. Es bildet sich nach einigen Strichen eine scharfe Staubfigur von der in Fig. 7 (*B*) dargestellten Form; an den beiden Enden der Röhre ist die Breite der Rippen $= o$, und nimmt von dort aus gegen die Mitte stetig zu. Man würde jedoch irren, wenn man annähme, dass diese Staubfigur den Schwingungen des Wassers entspricht; denn die kleinen Luftblasen, die sich an den Knotenpunkten der tönenden Wassersäule ansammeln,

zeigen an, dass die Wassersäule in mehreren Abtheilungen schwingt. Es ist also wahrscheinlich die Schwingung der Glasröhre, die sich in den Staubfiguren abbildet, und es wären also die beiden Enden der Glasröhre als Knoten, die Mitte derselben als Bauch zu betrachten. Dieses würde aber eine von der gewöhnlichen verschiedene Art der Rippenbildung voraussetzen, indem hier die Röhrenwand mit dem darauf gelagerten Staube sich bewegt, die Flüssigkeit aber ruht, während es sonst gerade umgekehrt ist. Die relative Bewegung ist aber in beiden Fällen dieselbe. Dass sich übrigens die Schwingungen der Wassersäule nicht mit den Schwingungen der Glasröhre zugleich abbilden, rührt wahrscheinlich davon her, dass die Excursionen des Wassers gegen die Excursionen der Röhre zu klein sind.

Diese Art der Rippenbildung, wo die Flüssigkeit ruht und die Röhrenwand sich bewegt, sieht man auch, wenn man eine beiderseits offene, horizontal gelegene Röhre streicht. Die Enden der Röhren müssen aufgebogen sein, damit das Wasser nicht ausfliesst, und werden verstopft, nachdem man eine kleine Portion Luft in jedem Röhrenende belassen hat; die aufgebogenen Stücke an den Röhrenenden sind natürlich sehr kurz zu nehmen. Die Rippen bilden in diesem Falle die Schwingung der Röhre sehr augenfällig ab, was man besonders gut sieht, wenn man eine recht lange Röhre mit zwei Knotenpunkten tönen lässt[1]. Fig. 7 (*C*). Für einen Schulversuch könnte man so die Schwingungen der Glasröhre sehr deutlich veranschaulichen. Auch in einer mit Wasser gefüllten Kundt'schen Röhre bemerkt man an dem Schiesspulver, welches sich an dem tonerregenden Glasstab angesammelt hat, ähnliche Rippen.

Doch ist es merkwürdig, dass eine blosse dünne Flüssigkeitsschichte (ohne Staub) auch ähnliche Rippungen zeigt, wie eine Staubschichte. Wenn man einen in der Mitte geklemmten horizontalen Spiegelglasstreifen auf der einen Seite mit reinem

---

[1] Ist ein oder beide Röhrenenden in eine nach oben gekehrte Spitze ausgezogen, und reicht das Wasser bis in diese Spitze, so fährt bei jedem Striche ein scharfer Wasserstrahl mit Heftigkeit aus der Spitze heraus. Das Wasser zerstäubt hiebei in die feinsten Tropfen, welche von der Sonne beleuchtet, den sogenannten Sprühregenbogen zeigen.

Wasser befeuchtet, und ihn auf der anderen Seite mit einem nassen Tuche reibt, so bilden sich auf dem befeuchteten Theile Rippen, die gegen den Knoten zu schmäler werden. Diese Rippen sind durchaus nicht zu verwechseln mit den auf transversalschwingenden Platten entstehenden, von Mathiessen und Faraday beobachteten Rippungen; sie sind auch ebenso unregelmässig vertheilt, wie die gewöhnlichen Staubrippen. Einzelnstehende Tropfen werden in der Schwingungsrichtung des Glasstreifens zu einer Rippe zusammengedrückt, die sich sofort wieder zu einem Tropfen ausbreitet, wenn der Ton aufgehört hat. Auch bemerkte ich bei der in Fig. 3 dargestellten Vorrichtung an einem Öltropfen, der am unteren Ende der Glasröhre *ab* hing, dass sich derselbe stets in der Schwingungsrichtung der Glasröhre verkürzte. Hörte man mit dem Streichen auf, so zog sich der Tropfen wieder ganz langsam in die Länge. Noch bequemer kann man die Rippenbildung an einer Flüssigkeitsschichte sehen, wenn man eine innen gut gereinigte Glasröhre mit Wasser ausspült und sie streicht, so lange noch eine dünne Flüssigkeitsschichte an den Wänden der Glasröhre hängt. Die Rippen bilden sich oft scharf und regelmässig aus. Diese Rippenbildung an einer Flüssigkeitsschichte habe ich übrigens schon in einer Kundt'schen Röhre bei sehr heftigen Luftschwingungen bemerkt (Sitzber. 1874. „Über einige neue Staubfiguren"). In dem hier vorliegenden Falle bewegt sich also wieder die Röhrenwand, während die umgebende Luft stillsteht, bei einer Kundt'schen Röhre ist hingegen die Luft in heftiger Bewegung, während die Röhrenwand fest steht. Es hat also den Anschein, dass beide Fälle auf dasselbe hinauslaufen.

Was die Verwendung der Staubfiguren zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit im Wasser betrifft, so habe ich schon in der vorläufigen Mittheilung angegeben, dass gedeckte Röhren zu diesem Zwecke nicht verwendbar sind. Ich will als Beleg ein Beispiel anführen. Eine Glasröhre Fig. 4 (*B*) gab bei 19° C. bei einem bestimmten Ton vier schwingende Abtheilungen, die vom Knoten aus der Reihe nach 57·3, 52, 45, 18·6 Cm. betrugen. Bei 14° C. wollte diese Röhre durchaus nicht bei ebendemselben Tone Rippen geben, sondern erst bei einem etwas höheren; die Zahl der schwingenden Abtheilungen (beurtheilt nach den

Staubfiguren) war aber bloss = 3, die Länge derselben der Reihe nach beiläufig 71, 56, 46 Cm. Auch zeigten die Rippen eine eigenthümliche Anordnung. Ihre Breite nahm nämlich auf einer Stelle plötzlich zu, und daneben war ein grosses Stück der Röhre, wo die Rippen unmerklich fein waren. Diese Erscheinung rührt unzweifelhaft davon, dass die Glasröhre longitudinal mitschwingt, und es werden auf einer Stelle, wo die Excursionen des Wassers und der Glasröhre in demselben Sinne geschehen, viel schwächere Rippen auftreten, als dort, wo die Excursionen beider gerade entgegengesetzt sind. Es braucht also auch eine Stelle, wo keine Rippen auftreten, nicht ein Knoten zu sein.

In Röhren, die an beiden Enden offen sind, verläuft jedoch die Erscheinung ganz regelmässig. Die Röhre lag während des Tönens nur auf zwei Punkten auf und wurde bloss an dem aufgebogenen Ende, damit sie nicht umkippte, ganz lose befestigt. Das Anblasen mit dem Munde erfordert Übung und ist auf die Dauer anstrengend. Auch erhält man den Ton nicht leicht auf einer constanten Höhe. Doch wenn man den Ton nicht durch Anblasen mit dem Munde, sondern durch einen Strom verdichteter Luft aus einem hinlänglich grossen Behälter erzeugen würde, so wären die erhaltenen Resultate noch viel constanter als die in meiner vorläufigen Mittheilung angegebenen. Trotzdem erhält man durch blosses Anblasen mit dem Munde Rippen, deren Abstand im Bauche der Welle von Mitte zu Mitte gerechnet 1 Mm. beträgt. Ausserdem ist es nicht nöthig, bei diesen Versuchen ausgekochtes Wasser zu nehmen, weil hier die Schwingungen des Wassers nicht so stark sind, wie bei der Kundt'schen Vorrichtung. Bei dieser wird nämlich dem Wasser durch den Glasstab eine sehr heftige Bewegung mit Gewalt aufgedrungen und dadurch wird die Wassersäule leicht zerrissen. Ausserdem ist das Wasser in der Kundt'schen Röhre durch zwei Pfropfen eingeschlossen, und dieses könnte vielleicht die Freiheit des Schwingens beeinträchtigen; auch ist das Entfernen der Luftblasen sehr umständlich.

Bei den Versuchen mit der beiderseits aufgebogenen Röhre Fig. 4 (A) ist es gut, die Röhre etwas schief zu halten, so dass die im Theile l enthaltene Luftportion, die nicht gross sein darf, etwas comprimirt wird. Durch das Anblasen wird nämlich auf

das Wasser bei *b* ein Druck ausgeübt, wodurch bei jedesmaligem Anblasen die ganze Wassersäule etwas ins Schwanken geräth. Doch bewirkt dieses Schwanken keine Rippenbildung, obwohl ein auf die Glasröhre ausgeübter Stoss augenblicklich eine starke Rippung hervorbringt. Diese Art der Rippung ist zuerst von Stefan (Sitzber. 1872. „Über Schichtungen in schwingenden Flüssigkeiten") beobachtet worden, und rührt davon her, dass sich die Wassersäule als Ganzes hin- und herbewegt.

Bei Röhren von grösserem Durchmesser kann man den aufgebogenen Theil *a b* (Fig. 4, *B*) durch Ausziehen verengern, weil sonst die Luftsäule wegen ihrem grossen Querschnitt und der geringen Länge sehr schlecht ansprechen würde. Will man eine gebildete Staubfigur zerstören, um dann eine neue zu bilden, so lässt man eine recht grosse Luftblase, die den ganzen Röhrenquerschnitt ausfüllen muss, in der Röhre aufsteigen; die Kohle wird dadurch vollständig aufgewirbelt und gleichmässig in der Flüssigkeit vertheilt. Man muss jedoch darauf achten, dass dabei keine Luft zu der in dem aufgebogenen Theile Fig. 4 (*A*) enthaltenen Luftportion hinzukomme, denn sonst müsste man die Abstimmung der Luftsäule auf die Wassersäule wiederholen.

Was die Auffindung des Knotens anbelangt, so ist es besonders bei einer grösseren Länge der Halbwellen nicht gut möglich, den Knoten direct zu finden, denn die Rippen werden in der Nähe des Knotens ausserordentlich fein und verschwinden gewöhnlich in einem gewissen Bereiche um den Knoten herum. Ich bestimmte daher zu beiden Seiten des Knotens die Grenze, wo die Rippen aufhörten, scharf und deutlich zu sein, was bei der grossen Regelmässigkeit der Rippen nicht so schwer ist, als man glauben würde. Man hält zu diesem Zwecke ein sehr weisses Papier, oder einen Spiegel, der das Licht der Wolken reflectirt, schief unter die Röhre. Der Knoten wurde dann in die Mitte zwischen die zwei so bestimmten Punkte verlegt.

Da es sich vorläufig nicht darum handelte, genaue Resultate zu bekommen, sondern darum, ob die Wertheim'sche Theorie überhaupt richtig sei, so wurde auf das Verhältniss des Röhrendurchmessers zur Wellenlänge, von welchem bekanntlich die Verzögerung der Schallgeschwindigkeit durch die Reibung

abhängt, keine Rücksicht genommen. Es ist nun durch Kundt's und durch meine Versuche wohl festgestellt, dass die Wertheim'sche Theorie unrichtig ist. Es ist aber nicht erklärt, wieso Wertheim bei Pfeifen von so verschiedener Wanddicke und Durchmesser fast identische Resultate für die Schallgeschwindigkeit erhalten konnte. Wertheim sagt selbst[1], dass er sich genau überzeugt habe, ob der Ton der Pfeife unabhängig sei von der gesammten, die Pfeife umgebenden Wassermasse, von der Höhe der auf dem Mundstück lastenden Säule, von der Lage dieses Mundstückes in Bezug auf die Oberfläche der Flüssigkeit, von dem Abstand des offenen Endes der Pfeife von der gegenüberstehenden Wand des Kastens etc. Auch verwendete Wertheim zwei verschiedene Apparate, einen grossen und einen kleineren, welche dieselben Resultate gaben.

Die Pfeifen, welche Wertheim zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit im Wasser benützte, hatten folgende Dimensionen:

	Innerer Durchmesser	Wanddicke
Pfeife *A* von Messing..........	40 Mm.	2 Mm.
„ *B* „ „	20 „	3 „
„ *C* „ „	10 „	1 „
„ *D* von Glas.............	20 „	1 „

Die Mundstücke waren bei allen vier Pfeifen von Messing.

Sieht man nun die langen Versuchsreihen von Wertheim[2] durch, so findet man, dass die Abweichungen der einzelnen Resultate für zwei verschiedene Pfeifen nicht grösser sind, als die Abweichungen bei einer und derselben Pfeife. Nun fand ich z. B. bei meinen Versuchen, dass die Schallgeschwindigkeit in einer Röhre von 17·9 Mm. innerem Durchmesser und 0·82 Mm. Wanddicke, welche Röhre der Wertheim'schen Pfeife *D* nahekommt, bei 19° C. bloss 998 Meter betrug, während sie bei einer Röhre von 11 Mm. innerem Durchmesser und 2 Mm. Wanddicke schon auf 1281 Meter stieg. Wertheim fand bei der Pfeife *D* als Mittelwerth bei 15° C. die Schallgeschwindigkeit = 1178 Meter. Nachdem ich die zuerst erwähnte Röhre

[1] Pogg. Annal. B. LXXVII, p. 433.
[2] Pogg. Annal. B. LXXVII, p. 556.

soweit unter Wasser gebracht hatte, dass bloss die Öffnung zum Anblasen hervorragte, fand ich keinen sehr merklichen Unterschied in der Schallgeschwindigkeit gegen früher, wo die Röhre in freier Luft war. Ähnliches fand auch Kundt. Dass also die Pfeifen Wertheim's ganz von Wasser umgeben waren, das hatte keinen Einfluss. Ich glaubte jedoch, dass es vielleicht einen Unterschied mache, wenn die Enden der schwingenden Wassersäule unmittelbar mit der umgebenden Flüssigkeit communiciren, wie dieses bei den Pfeifen Wertheim's der Fall war. Desshalb stellte ich den Versuch auf folgende Art an: Ich nahm zuerst einen Kundt'schen, mit Wasser gefüllten Apparat, und erzeugte in demselben die Staubfiguren[1]. Ich zählte dann 9 halbe Wellenlängen ab und schnitt die Röhre beiderseits in je einem Knoten ab, so dass die Länge der Röhre 9 halbe Wellenlängen betrug. Die Röhre wurde nun an beiden Enden mit dünnen Kautschukmembranen überbunden, nachdem man sie zuvor mit Wasser gefüllt hatte, mit der Vorsicht, dass keine Luftblasen in der Röhre zurückblieben. Dann wurde die Röhre in eine Weber'sche mit Wasser gefüllte Wellenrinne auf zwei Punkten mit Fäden aufgehängt. (S. Fig. 6.) Der tonerregende Glasstab, der zu dieser Röhre gehörte, wurde in die Wand der Wellenrinne eingesetzt, so dass sein rundliches Ende die eine Kautschukmembran berührte. Es zeigte sich nun, dass die Röhre auf den Glasstab sehr gut resonnirte, wie sich aus der leichten Bildung der Staubfigur schliessen liess. Es wurde nun die Röhre sehr vorsichtig herausgenommen und die Zahl der Halbwellen abgezählt; es waren wieder 9 Halbwellen in der Röhre, zum Zeichen, dass die Schallgeschwindigkeit in der Röhre (die etwa 940 Meter betrug) sich nicht merklich geändert hatte. Wurde die Röhre zuerst unter Wasser gebracht und dann, nachdem das Pulver sich an dem Boden der Röhre

---

[1] Die Röhre war dünn im Glase (etwas über $^1/_2$ Mm. Wanddicke bei 18 Mm. innerem Durchmesser), und es bildeten sich beim Streichen des tonerregenden Glasstabes auch in unausgekochtem Wasser fast gar keine Luftblasen darin. Es ist schon im früheren erwähnt, dass die Luftblasenentwicklung bei dünnwandigen Röhren viel schwächer ist, wie bei dickwandigen, indem jene dem Wasser viel nachgeben, wodurch Risse in der Wassersäule vermieden werden.

abgesetzt hatte, die beiden Kautschukmembranen mit einem scharfen Messer abgeschnitten, so zeigten sich ebenfalls Rippen in der Röhre[1]. Obwohl ich die Staubfigur wegen der geringen Breite der Wellenrinne nicht messen konnte, so glaube ich doch, dass sie genau dieselbe war, wie in dem Falle, wo die Kautschukmembranen nicht weggeschnitten waren.

Es bleibt also, wie es scheint, keine andere Annahme übrig, als dass das Mundstück bei Wasserpfeifen eine bei weitem grössere Rolle spielt, wie bei den mit Luft angeblasenen Pfeifen. Bei Wasserpfeifen gibt das Mundstück schon für sich oft einen ganz reinen musikalischen Ton (der mit dem Drucke höher wird), was bei Luftpfeifen nie der Fall ist, ausser bei den Zungenpfeifen. Trotzdem wäre es aber noch unerklärt, wie so die verschiedenen Mundstücke bei den vier Pfeifen eine so übereinstimmende Wirkung ausüben konnten.

Natürlich ist die Übereinstimmung der von Grassi bestimmten Compressions-Coëfficienten der Flüssigkeiten mit den von Wertheim aus der Schallgeschwindigkeit bestimmten rein zufällig.

Kundt erwähnt in seiner Arbeit[2] die Erregung von Zungenpfeifen unter Wasser. Diese Erregung der Zungenpfeifen, sowie das Freigeben der absorbirten Luft und das Trübewerden auch des ausgekochten Wassers in der Nähe eines unter Wasser tönenden Körpers sind in der von Kundt selbst citirten Abhandlung Cagniard Latour's[3] enthalten. Was den ersteren Gegenstand betrifft, so sagt darüber Cagniard Latour: „Les autres appareils à l'aide desquels j'ai pu faire resonner l'eau sont... divers petits tubes auxquels étaient ajustées des anches usitées telles que celles de hautbois, de clarinette, et des anches libres convenablement construites".

Die Versuche wurden im physikalischen Laboratorium der Prager Universität ausgeführt.

---

[1] Die Röhre gibt für sich, wenn man den Glasstab streicht, oft einen viel tieferen schnarrenden Ton, und zwar meistens dann, wenn der Glasstab etwas in die Röhre hineinragt.

[2] Pogg. Annal. 1874, Heft 9, p. 11.

[3] Ann. de Chimie T., LVI.

V. SITZUNG VOM 18. FEBRUAR 1875.

In Verhinderung des Präsidenten führt Herr Hofrath Freih. v. Burg den Vorsitz.

Der Secretär liest eine Zuschrift des k. & k. Ministeriums des Äussern vom 17. Februar, womit der Akademie eine von dem k. u. k. Consul in Honolulu, Dr. Eduard Hoffmann eingesendete Mittheilung des dortigen britischen Consuls, Mr. Wodehouse, über die Resultate der Beobachtung des Venusdurchganges durch die von der englischen Regierung nach den Sandwichs-Inseln entsendete Commission zur Verfügung gestellt wird.

Das Directorium der deutschen Seewarte in Hamburg zeigt mit Zuschrift vom 1. Februar an, dass dieses Institut mit Beginn dieses Jahres ins Leben trat, und ladet die Akademie ein, mit demselben in geregelten Verkehr und Austausch zu treten.

Der Verein der Montan- und Eisen-Industriellen in Österreich zeigt mit Circular-Schreiben vom 1. Februar seine Constituirung an, und offerirt gleichfalls den Austausch seiner Publicationen.

Herr Custos Th. Fuchs erklärt sich, mit Zuschrift vom 6. Februar bereit, der an ihn ergangenen Einladung zur Fortsetzung der im verflossenen Jahre begonnenen Studien über die jüngsten geologischen Veränderungen des östlichen Mittelmeerbeckens zu entsprechen, und schlägt zu dem ihm beizugebenden Assistenten seinen vorjährigen Begleiter, Herrn Studiosus Al. Bittner vor.

Der Secretär legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Über Beugungserscheinungen im Spectrum", von Herrn W. Rosický, eingesendet durch Herrn Regrth. Dr. E. Mach in Prag.

„Über die Erstarrungstemperaturen der Schwefelsäurehydrate und die Zusammensetzung der ausgeschiedenen Krystallmassen nebst Erörterung der erhaltenen Resultate", von den Herren Professor L. Pfaundler und E. Schnegg.

„Über die Nervenendigung in der Epidermis der Säuger", von Herrn Dr. Aug. v. Mojsisovics in Graz.

Herr Hofrath Dr. H. Hlasiwetz überreicht eine Abhandlung: „Über vermeintliches Vorkommen von Trymethylcarbinol unter den Producten der alkoholischen Gährung und eine vortheilhafte Darstellungsweise dieses Alkohols", von Herrn Aug. Freund.

Herr Prof. Dr. S. L. Schenk legt eine Abhandlung über „die Kiemenfäden der Knorpelfische während der Entwickelung" vor.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Akademie der Wissenschaften, königl. bayer., zu München: Sitzungsberichte der philosoph.-philolog. und histor. Classe. 1874. Bd. II. Heft 1. München; 8°. — Abhandlungen der philos.-philolog. Classe. XIII. Bandes 2. Abtheilung. München 1874; 4°. — Abhandlungen der mathem.-physik. Classe. XI. Bandes 3. Abtheilung. München, 1874; 4°. (Nebst den betreffenden Separatabdrücken.) — Über den Einfluss des Freih. Justus v. Liebig auf die Entwicklung der reinen Chemie. Denkschrift von Emil Erlenmeyer. München, 1874; 4°. — Über Deutschlands Weltstellung. Rede von Franz v. Löher. München, 1874; 8°.

— — und Künste, südslavische: Rad. Knjiga XXIX. U Zagrebu, 1874; 8°.

American Chemist. Vol. V, Nr. 6. New-York, 1874; 4°.

Annales des mines. VIIe Série. Tome VI. 4me Livraison de 1874. Paris; 8°.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift (nebst Anzeigen-Blatt). 13. Jahrgang, Nr. 4—5. Wien, 1875; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXXX, Nrs. 4—5. Paris, 1875; 4°.

Gesellschaft, k. k. geographische, in Wien: Mittheilungen. Band XVIII (neuer Folge VIII.), Nr. 1. Wien, 1875; 8°.

Gesellschaft, österr., für Meteorologie: Zeitschrift. X. Band, Nr. 3, Wien, 1875; 4°.

— Deutsche chemische, zu Berlin: Berichte. I—VII. Jahrgang (1868—1874): VIII. Jahrgang (1875), Nr. 1—2. Berlin; 8°.

— Berliner medicinische: Verhandlungen aus dem Gesellschaftsjahre 1873/74. Band V. Berlin, 1874; 8°.

— Kgl. bayer. botan., in Regensburg: Flora. N. R. 32. Jahrgang. Regensburg, 1874; 8°.

— Allgem. Schweizerische, für die gesammten Naturwissenschaften: Neue Denkschriften. Band XXVI. Zürich, 1874; 4°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXXVI. Jahrgang, Nr. 6—7. Wien, 1875; 4°.

Halle, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus dem Jahre 1874. 4° & 8°.

Landbote, Der steirische. 8. Jahrgang, Nr. 3. Graz, 1875; 4°.

Landwirthschafts-Gesellschaft, k. k., in Wien: Verhandlungen und Mittheilungen. Jahrgang 1875. Januar-Heft. Wien; 8°.

Madrid, Universität: Revista. 2ª Epoca. Tomo IV, Nr. 3—6. Madrid, 1874; 4°.

Mittheilungen aus J. Perthes' geographischer Anstalt. 21. Band, 1875, I. Heft. Gotha; 4°.

Moniteur scientifique du D^teur^ Quesneville. 398ᵉ Livraison. Paris, 1875; 4°.

Nature. Nrs. 275—276, Vol. XI. London, 1875; 4°.

Observatoire Royal de Bruxelles: Annales. Tome XXII. Bruxelles, 1873; 4°. — Observations des phénomènes périodiques pendant l'année 1872. 4°.

Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri: Bullettino meteorologico. Vol. IX, Nr. 4. Torino, 1875; 4°.

Reichsforstverein, österreichischer: Österr. Monatsschrift für Forstwesen. XXV. Band. Jahrgang 1875, Februar-Heft. Wien; 8°.

„Revue politique et littéraire" et „Revue scientifique de la France et de l'étranger." IVᵉ Année, 2ᵉ Série, Nrs. 32—33. Paris, 1875; 4°.

Société Géologique de France: Bulletin. 3me Série, Tome IIe. 1874, Nr. 6. Paris, 1875; 8°.

Verein, Nassauischer, für Naturkunde: Jahrbücher. Jahrgang XXVII und XXVIII. Wiesbaden, 1873 & 1874; 8°.

Wiener Medizin. Wochenschrift. XXV. Jahrgang, Nr. 6—7. Wien, 1875; 4°.

Zeitschrift des österr. Ingenieur- & Architekten-Vereins. XXVI. Jahrgang, 18. Heft. Wien, 1874; 4°.

Über vermeintliches Vorkommen von Trimethylcarbinol unter den Producten der alkoholischen Gährung, und eine vortheilhafte Darstellungsweise dieses Alkohols.

Von **August Freund.**

Vor längerer Zeit[1] bekam ich aus einer hiesigen Spiritus-Raffinerie ein Fuselöl, welches merkwürdigerweise nur äusserst wenig Amylalkohol enthielt, und das bei der ersten Fractionirung grösstentheils bei 100° C. überdestillirte[2].

Nachdem dasselbe durch 48stündiges Erhitzen mit Kalihydrat von etwa beigemengten Estern befreit, und über Ätzkalk entwässert worden war, wurde es einer sorgfältigen Fractionirung unterworfen, wobei das, was zwischen 107—110° überdestillirte, immer gesondert aufgefangen wurde. Ich erhielt so, ausser einer verhältnissmässig geringen Menge einer unterhalb 107° siedenden und vorwiegend aus Äthylalkohol mit wenig Propyl und Butylalkohol bestehenden Fraction, eine nicht unbedeutende Quantität nahezu reinen Isobutylalkohols, und dies veranlasste mich einige Derivate dieses Alkohols darzustellen. Unter anderen wurde eine grössere Quantität meines Alkohols auf Butylchlorür verarbeitet, welches als Ausgangsproduct für anderweitige reine Butylverbindungen dienen sollte.

Das Chlorür wurde durch Erhitzen des mit Chlorwasserstoff gesättigten Alkohols mit der doppelten Menge roher rauchender Salzsäure in zugeschmolzenen Glasröhren[3] im Wasserbade dargestellt, da ich mich überzeugt habe, dass nach der durch

---

[1] Etwa 5 Jahren.

[2] Ich erfuhr nachträglich, dass dies ein, aus einer grösseren Partie rohen Fuselöls im Colonnen-Apparate abdestillirtes Product war, was die nahezu gänzliche Abwesenheit von Amylalkohol erklärlich machte.

[3] Ich verwendete 80 Cm. lange und 2 Mm. im Lichten breite Kaliglasröhren, welche zu $^3/_4$ mit der Mischung gefüllt wurden.

Linnemann[1] angegebenen Methode nur etwa 53 Pct. rohen Chlorürs erhalten wird, während der Theorie nach 125 Pct. erhalten werden sollten[2]. Die Dauer des Erhitzens war 3 Tage, da bis zu dieser Zeit die Menge des entstehenden Chlorürs zunimmt. Es entging jedoch auch unter diesen Umständen ein ansehnlicher Theil des Alkohols der Umwandlung in Chlorür, und habe ich desshalb die vom rohen Chlorür getrennte Flüssigkeit mit Chlorwasserstoff gesättigt und neuerdings erhitzt; die nach dem wiederholten Erhitzen vom rohen Chlorür getrennte Flüssigkeit aber nach vollständigem Sättigen mit Chlorwasserstoff, bei wiederholter Darstellung, statt roher, rauchender Salzsäure in Verwendung gebracht und so eine der Theorie nahezu gleichkommende Ausbeute an Chlorür erzielt, nämlich 1130 Gr. rohen Chlorürs aus 1 K. Alkohols.

Das rohe Chlorür wurde durch Schütteln mit rauchender Salzsäure von einem geringen Rückhalt an Alkohol befreit, hierauf in üblicher Weise gewaschen, und nach dem Trocknen mit Chlorcalcium einer sehr oft wiederholten Fractionirung unterworfen. Dabei wurde nun ausser der Hauptmenge eines zwischen 66·5—69° C. siedenden Isobutylchlorürs und geringer Mengen theils unterhalb 66·5° theils oberhalb 69° aufgefangener Antheile, etwa 120 Gr. eines zwischen 50—53° siedenden Chlorürs gewonnen.

Wiewohl zur Darstellung meines Chlorürs ein zwischen 107—110° siedender Alkohol verwendet wurde, so konnte doch dieses Product aus Propylchlorür (von einem Rückhalt an Propylalkohol) oder aus dem tertiären Butylchlorür (von einem Gehalt an Trimethylcarbinol herrührend) bestehen; dies letztere um so eher, als bereits Buttlerow[3] in einem aus käuflichem Butylalkohol erhaltenen Chlorür, jenes des Trimethylcarbinols nachgewiesen und in Folge dessen auf das Vorkommen dieses Alkohols unter den Producten der alkoholischen Gährung geschlossen hat.

---

[1] Ann. Ch. Phm. 162, 16.

[2] Es ist dies übrigens leicht erklärlich, da 100 Theile trockenen Butylalkohols etwa 30 Theile Chlorwasserstoff zu absorbiren vermögen, welcher Menge 76 Theile Butylchlorürs entsprechen würden.

[3] Ann. Ch. Pharm. 144. 34

Um über die Natur dieses unter 53° siedenden Chlorürs Aufschluss zu erhalten, wurde ein Theil davon mit der vierfachen Menge Wassers in zugeschmolzenen Röhren etwa 10 Stunden lang im Wasserbade erhitzt. Nach dieser Zeit war das Chlorür bis auf einen kleinen Rest gelöst. Als hierauf die wässrige Flüssigkeit der Destillation unterworfen wurde, konnte aus dem Destillate durch Potasche eine alkoholische Flüssigkeit abgeschieden werden, welche schon nach dem Entwässern mittelst geschmolzener Potasche in einer Kältemischung aus Schnee und Salz erstarrte, nach einmaligem Destilliren über Baryumoxyd aber auch bei gewöhnlicher Temperatur fest wurde, einen Siedepunkt von 82—85° zeigte und nach allen Verhältnissen in Wasser löslich war; mithin als Trimethylcarbinol sich erwies.

Da die Spiritus-Raffinerie, aus welcher mein Butylalkohol stammte, fast ausschliesslich Kartoffelbranntwein verarbeitet, so glaubte ich einen Beweis mehr für das Vorkommen von Trimethylcarbinol unter den Producten der weingeistigen Gährung gefunden zu haben.

Berücksichtigt man, dass nach oft wiederholten Fractionirungen, wobei ein nicht unbedeutender Theil einer so niedrig siedenden Flüssigkeit durch Verdunsten verloren gehen musste, immer noch circa 10 Pct. des nahezu reinen tertiären Chlorürs gewonnen wurden, anderseits die Zwischenfractionen auch noch davon enthielten, so musste der Schluss gezogen werden, dass der für das Chlorür verwendete Alkohol über 10 Pct. an Trimethylcarbinol enthalten müsse, und die niedriger siedenden Fractionen meines Butylalkohols weit reichhaltiger seien.

Um über die Gesammtmenge des in meinem Butylalkohol muthmasslich enthaltenen Trimethylcarbinols, wenigstens annäherungsweise Aufschluss zu erhalten, und auch anderswoher stammenden Butylalkohol auf einen etwaigen Gehalt an Trimethylcarbinol zu prüfen, wurden mehrere Proben nach bereits erwähnter Art möglichst vollständig in Chlorüre überführt, und diese letzteren nach Entfernung von anhängender Salzsäure ohne weiteres mit der vierfachen Menge Wassers erhitzt, darauf die gebildete Salzsäure durch Titriren der Menge nach bestimmt.

Es stellte sich hierbei heraus, dass die der gefundenen Salzsäure entsprechende Menge in Lösung gegangenen Chlorürs

bei den meisten Proben circa 15—16 Pct. ausmachte, von einem Chlorür aber, welches aus einem zwischen 80—100° überdestillirten Antheile meines Butylalkohols dargestellt worden war (der also reichhaltiger an Trimethilcarbinol hätte sein sollen), nicht nur nicht mehr, aber eher weniger als 15 Pct. in Lösung ging[1].

Dieser Umstand im Zusammenhang mit der geringen Wahrscheinlichkeit, dass in einem, so oft und mit solcher Sorgfalt fractionirten Alkohol, wie der im Eingange erwähnte, immer noch etwa 12 Pct. eines um 25° niedriger siedenden Productes enthalten sein sollte, liess vermuthen, dass in den verwendeten Alkoholen möglicherweise gar kein Trimethylcarbinol vorhanden sei, und dessen Chlorür aus dem Isobutylalkohol selbst, unter dem Einflusse der Salzsäure gebildet werde.

Um nun hierüber Gewissheit zu erhalten, war es von Nöthen, einen Isobutylalkohol zu beschaffen, welcher für gänzliche Abwesenheit von Trimethylcarbinol hinlängliche Garantie bot. Da nun das Isobutylchlorür durch wiederholtes Erhitzen mit erneuten Mengen Wassers absolut frei von tertiärem Chlorür zu erhalten ist, so müsste auch aus demselben, nach Überführung in einen Ester und Verseifung dieses letzteren, ein völlig reiner Isobutylalkohol gewonnen werden.

Die grosse Schwierigkeit jedoch, womit das Isobutylchlorür sein Isobutyl auszutauschen vermag, liess mich gar bald die Überzeugung gewinnen, dass ich auf diesem Wege die nöthige Menge Alkohols mir nicht werde verschaffen können[2]. Die Methode von Wurtz[3] wollte ich aus dem Grunde nicht anwenden, weil ich mich überzeugt habe, dass ein Isobutylchlorür, welches nach sehr oft wiederholter Fractionirung, als zwischen

---

[1] Ich führe keine näheren Details der diesbezüglichen Versuche an, weil dieselben, später gemachten Erfahrungen gegenüber, werthlos geworden sind.

[2] Es wurde das Chlorür mit Silberacetat und Eisessig, Bleiacetat und Eisessig, Bleiacetat und Äthylalkohol, Kaliacetat und Alkohol, ausserdem mit Silber, Blei und Kalibenzoat, theils trocken, theils bei Gegenwart von Alkohol zusammengebracht, allein selbst nach tagelangem Erhitzen in zugeschmolzenen Röhren auf 100° bildeten sich nur sehr geringe Mengen Esters. Am besten noch schien essigsaures Kali in alkoholischer Lösung einzuwirken.

[3] Ann. Ch. Ph. 93. 108.

66·5°—69° siedend erhalten worden war, immer noch tertiäres Chlorür enthielt, ich demnach auch nicht erwarten durfte[1], durch fractionirte Destillation ein völlig reines Isobutyljodür zu erhalten.

Da es übrigens für meinen Zweck nur darum zu thun war, einen von Trimethylcarbinol freien Isobutylalkohol zu erhalten, eine geringe Verunreinigung mit Amylalkohol aber von keinem Einflusse sein konnte, so nahm ich zur fractionirten Waschung, welche mir schon einmal[2] gute Dienste geleistet hatte, meine Zuflucht. Je. 200 Gr. zwischen 107—110° siedenden Butylalkohols wurden zunächst mit so viel Wasser versetzt, bis eine schwache aber bleibende Trübung sich bemerkbar machte (was nach Zusatz von 41 Gr. Wasser auf 200 Gr. Alkohol der Fall war). Hierauf wurden je 100 Gr. Wasser zugesetzt, tüchtig durchgeschüttelt und zur Ruhe hingestellt. Nach dem Klären wurde die wässrige Schichte herausgehoben, eine der vorigen gleiche Menge Wassers zugesetzt, und die erwähnte Operation zehnmal wiederholt.

Schon der Umstand, dass von Anfang bis zu Ende nahezu gleiche Mengen Alkohols in Lösung gingen (zwischen 11—12·5 Gr. in 100 Gr. Wasser), sprach für die Abwesenheit des nach allen Verhältnissen in Wasser löslichen Trimethylcarbinols; auf jeden Fall durfte aber angenommen werden, dass in dem rückständigen Alkohol kein Trimethylcarbinol mehr enthalten sein könne. Dieser Rückstand wurde anfänglich mit Potasche, dann mit Ätzkalk entwässert, und davon derjenige Antheil, welcher unter 110° (grösstentheils bei 108—110°) überdestillirte für die nachstehenden Versuche verwendet. I)

Anderseits wurde aus den Waschwässern der Alkohol abdestillirt und nach dem Entwässern ebenfalls derjenige Antheil verwendet, welcher innerhalb derselben Temperaturgrenzen, wie der vorige, siedete. II)

Von beiden Antheilen wurden je 100 Gr. mit Salzsäuregas gesättigt, in Glasröhren eingeschmolzen und erhitzt. Von I wurden 49 Gr., von II 52 Gr. rohen Chlorürs erhalten. Nach dem Befreien

---

[1] Ein später anzuführender Versuch bestätigte die oben ausgesprochene Befürchtung vollkommen.

[2] Journ. für prakt. Chemie 3. 228. (1871.)

von anhängender Salzsäure wurden beide Chlorüre mit der vierfachen Menge Wassers erhitzt und die nach etwa zwölfstündigem Erhitzen gebildete Salzsäure titrirt. Die gefundenen Werthe waren für beide Chlorüre nahezu dieselben, und die der Salzsäure entsprechende Menge in Lösung gegangenen Chlorürs betrug für I) 4.1 Pct., für II) 3.8 Pct.

Da von reinem Isobutylchlorür unter gleichen Umständen etwa 1 Pct. in Lösung geht, so musste demnach in beiden Chlorüren etwa 3 Pct. tertiären Chlorürs enthalten gewesen sein.

Lässt man die Meinung gelten, dass der Alkohol I) frei von Trimethylcarbinol war[1], so muss dasselbe nun auch für den Antheil II) zugestanden werden, und das gefundene tertiäre Chlorür kann somit nur aus dem primären Isobutylalkohol entstanden sein. Da bei dem Erhitzen des mit Chlorwasserstoff gesättigten Alkohols etwa 60 Pct. der Umwandlung in Chlorür entgangen waren, so wurden, um eine möglichst vollständige Überführung in Chlorür zu bezwecken, die rückständigen sauren Flüssigkeiten nach völligem Sättigen mit Salzsäure ein zweites mal erhitzt.

Aus I) wurden so noch weitere 19 Gr., aus II) 23 Gr. Chlorür gewonnen, das jedoch schon reichhaltiger an tertiärem Chlorür sich erwies, denn I) enthielt davon 8 Pct., II) 8·2 Pct.

Die nach wiederholtem Erhitzen von Chlorür getrennten Flüssigkeiten wurden noch ein drittes und viertes mal mit Salzsäure gesättiget und erhitzt.

Nach dem Erhitzen zum drittenmal gab I) 18 Gr., II) 15 Gr. Chlorür mit einem Gehalt von etwa 14 Pct. tertiären Chlorürs.

Nach dem letzten Erhitzen wurde von I) 10 Gr., von II) 13 Gr. Chlorür gewonnen, welches etwa 21 Pct. tertiären Chlorürs enthielt.

Die angeführten Versuche lassen ersehen, dass in dem Maasse, als die Menge Chlorwasserstoffs im Verhältniss zum Butylalkohol zunimmt, auch die Quantität des entstehenden tertiären Chlorürs grösser wird. Um zu erfahren, welches Verhältniss wohl das geeignetste wäre zur Erzielung der grösst-

---

[1] Das später zu erwähnende Verhalten dieses Alkohols gegen Jodwasserstoff liefert den Beweis für die Richtigkeit der obigen Meinung.

möglichen Ausbeute an tertiärem Chlorür, wurden noch folgende Versuche angestellt:

a) 25 Gr. des mehrfach erwähnten zwischen 107—110° siedenden Alkohols, wurden mit 150 Gr. roher rauchender Salzsäure vermischt.

b) 25 Gr. desselben Alkohols wurden mit Chlorwasserstoff gesättigt und mit 170 Gr. stärkster reiner Salzsäure vermischt.

c) 25 Gr. reinen Isobutylalkohols von Kahlbaum in Berlin wurden mit 150 Gr. roher rauchender Salzsäure vermischt.

d) 25 Gr. desselben Alkohols mit Chlorwasserstoff gesättiget und dann mit 150 Gr. r. r. Salzsäure vermischt.

e) 25 Gr. desselben Alkohols mit Salzsäure gesättigt und 200 Gr. r. r. Salzsäure vermischt.

f) 25 Gr. desselben Alkohols mit Salzsäure gesättigt und 250 Gr. r. r. Salzsäure vermischt.

Nach eintägigem Erhitzen im Wasserbade wurden erhalten an rohem Chlorür:

von *a)*	20	Gr.	enthaltend	29	Pct.	tertiären	Chlorürs,
„ *b)*	29	„	„	35·6	„	„	„
„ *c)*	20	„	„	29	„	„	„
„ *d)*	25·5	„	„	32·5	„	„	„
„ *e)*	27	„	„	35	„	„	„
„ *f)*	27·5	„	„	36	„	„	„

Diesen Versuchen nach gab das Gemisch *f)* die grösste Ausbeute an tertiärem Chlorür; berücksichtigt man jedoch, dass zwischen *b)* und *f)* der Unterschied im Gehalt an tertiärem Chlorür nur unbedeutend, bei *b)* aber die Menge des rohen Chlorürs grösser ist, so muss das sub *b)* eingehaltene Verhältniss als das vortheilhafteste angesehen werden.

Nachdem ich die Bildung des tertiären Butylchlorürs bei der Einwirkung von Chlorwasserstoff auf Isobutylalkohol constatirt hatte, schien es mir nicht ohne Interesse, zu erfahren, wie sich Isobutylalkohol gegenüber Brom- resp. Jodwasserstoff verhält. Es wurden zu diesem Zwecke 50 Gr. reinen Isobutylalkohols von Kahlbaum mit gasförmigem Bromwasserstoff gesättiget (wozu 35·5 Gr. erforderlich waren). Die eine Hälfte *a)* dieses mit Bromwasserstoff gesättigten Alkohols wurde ohne

weiters in ein Glasrohr eingeschmolzen und einen Tag lang im Wasserbade erhitzt, die andere hingegen *b)* wurde zuvor mit 100 Gr. stärkster (rauchender) wässriger Bromwasserstoffsäure vermischt.

a) Gab 27 Gr. rohen Bromürs, wovon beim Erhitzen mit der vierfachen Menge Wassers circa 5 Pct. in Lösung gingen.

b) Hingegen gab 45 Gr. rohen Bromürs, von welchem unter gleichen Umständen circa 28 Pct. in Lösung gingen.

Anderseits wurden 50 Gr. desselben Alkohols mit gasförmigem Jodwasserstoff gesättigt (wozu 60 Gr. Jodwasserstoff erforderlich waren). Die eine Hälfte hiervon *c)* wurde ohne weiters wie oben erhitzt, die andere Hälfte *d)* wurde vor dem Erhitzen mit 200 Gr. rauchender wässriger Jodwasserstoffsäure vermischt. Zudem wurden noch 25 Gr. von meinem Butylalkohol mit Jodwasserstoff gesättigt und erhitzt. *e)*

c) Gab 47 Gr. rohen Jodürs, von welchem beim Erhitzen mit der vierfachen Menge Wassers circa 2 Pct. in Lösung gingen.

d) Gab 61 Gr. rohen Jodürs, enthaltend circa 12 Pct. unter gleichen Umständen in Lösung gehenden Jodürs.

e) Gab 53 Gr.[1] r. Jodürs, von welchem circa 2 Pct. in Lösung gingen.

Den angeführten Versuchen zu Folge wirken demnach Brom- und Jodwasserstoff in ähnlicher Weise auf Isobutylalkohol, wie der Chlorwasserstoff, das heisst, im Ueberschuss angewendet, geben sie zur Bildung von tertiärem Brom- resp. Jodbutyl Veranlassung.

Die sub *c)* und *e)* erhaltenen Resultate im Zusammenhange mit der Thatsache, dass von reinem, das ist wiederholt mit Wasser erhitztem Isobutyljodür unter gleichen Umständen ebenfalls circa 2 Pct. in Lösung gehen, beweisen einestheils, dass bei Anwendung einer zur vollständigen Umwandlung des Alkohols in Jodür nicht hinreichenden Menge Jodwasserstoffs kein

---

[1] Die grössere Ausbeute an Jodür bei *c)* im Verhältniss zu *e)* rührt daher, dass der Alkohol bei *c)* nur mit Pottasche entwässert war und etwas mehr HJ. in Folge dessen absorbirt hatte.

tertiäres Butyljodür entsteht, andererseits: dass weder in meinem noch in dem von Kahlbaum bezogenen Isobutylalkohol tertiärer Butylalkohol vorhanden war.

Das Entstehen von Derivaten des tertiären Butylalkohols aus primären Isobutylalkohol kann wohl in den obigen Fällen leicht dahin gedeutet werden, dass unter dem Einflusse der Halogenwasserstoffsäure ein Theil des Jsobutylalkohols in Wasser und Butylen zerfällt, welch letzteres dann mit dem Halogenwasserstoff sich direct verbindet; ich muss jedoch noch eines Falles Erwähnung thun, in welchem die stattgefundene Isomerirung wohl nur durch Wasserstoffverschiebung erklärt werden kann.

Als es mir darum zu thun war, vom Isobutylchlorür zurück zum Alkohol zu gelangen, und meine Versuche zur Ueberführung des Chlorürs in einen Ester nicht das gewünschte Resultat ergaben, wollte ich auf einem Umwege zum Ziel gelangen, nämlich mein Chlorür in Jodür umwandeln und dieses dann estrificiren. Ich habe zu diesem Zwecke nach der Methode von Lieben[1] Isobutylchlorür mit der vierfachen Menge rauchender Jodwasserstoffsäure (1·99 sp. Gw.) erhitzt und dabei die Erfahrung gemacht, dass schon bei 100° eine merkliche Umwandlung in Jodür stattfindet, eine vollständige Ueberführung in Jodür jedoch auch bei der durch Lieben angegebenen Temperatur nicht zu bewirken ist. Es wurde daher später nur bei 100° erhitzt (wodurch es möglich war, grössere Quantitäten auf einmal zur Einwirkung zu bringen), das Rohproduct (Chlor- und Jodbutyl) der Destillation unterworfen, und das unterhalb 105° überdestillirte neuerdings mit Jodwasserstoff erhitzt.

Nachdem eine grössere Menge über 105° siedenden Productes erhalten worden war, wurde fractionirt und nach mehreren Fractionirungen folgende Antheile gewonnen:

I) 105—116° — 46 Gr.
II) 116—122° — 170 „
III) 122—126° — 57 „

[1] J. pr. Chem. CIV. 59.

Von der Fraction I) gingen beim Erhitzen mit Wasser 23 Gr., das ist 50 Pct. in Lösung

von II) 28·3 Gr. das ist 16·6 Pct.

„ III) 2·8 „ „ „ 4·8 „

Sämmtliche Antheile enthielten demnach tertiäres Butyljodür beigemengt. Da jedoch das zur Umwandlung in Jodür verwendete Isobutylchlorür nicht absolut frei von tertiärem Chlorür war[1], so konnte immerhin das tertiäre Jodür aus diesem letzteren entstanden sein, wenngleich die gefundene Menge dafür sprach, dass nicht alles daher rühren konnte, sondern vielmehr ein Theil wenigstens aus dem Isobutylchlorür gebildet worden sein musste.

Um in dieser Hinsicht jeglichen Zweifel beseitigen zu können wurden 15 Gr. absolut reinen Jsobutylchlorürs mit 60 Gr. rauchender Jodwasserstoffsäure in zugeschmolzenem Rohre einen Tag lang erhitzt. Nach dieser Zeit waren 21 Gr. rohen Jodürs gebildet worden, welche mit schwacher Natronlauge gewaschen und hierauf mit der vierfachen Menge Wassers erhitzt wurden. Beim Titriren der hierbei gebildeten Säure waren 9·8 C. C. Normalnatronlauge verbraucht worden, welche, wenn die gebildete Säure reine Jodwasserstoffsäure gewesen wäre, 1·245 Gr. HJ = 1·803 Gr. $C_4 H_9 J$, das ist 8·5 Pct. entsprechen.

In Wirklichkeit war zwar dem Jodwasserstoff Chlorwasserstoff beigement, und das Verhältniss beider konnte, einem Versehen zu Folge, nicht ermittelt werden, demungeachtet kann kein Zweifel obwalten, dass beim Erhitzen von Isobutylchlorür mit Jodwasserstoff eine theilweise Isomerirung stattfindet, da beliebig ob die entstandene Säure Jod oder Chlorwasserstoff gewesen wäre, die zu ihrer Titrirung verwendete Natronmenge 0·725 Gr. entstandenen Alkohols entspricht, während aus 15 Gr. reinen Isobutylchlorürs nur 0·12 Gr. Butylalkohols (beim Erhitzen mit der vierfachen Menge Wassers in gleicher Zeit) entstehen können, der entstandene Alkohol zudem als Trimethylcarbinol erkannt wurde.

---

[1] Es war nur durch oft wiederholte Fractionirung aus rohem, zuvor mit Wasser nicht erhitztem Chlorür gewonnen, und hatte einen Siedepunkt 66·5—69° C.

Da nun dem Isobutylchlorür die Strukturformel:

$$\begin{matrix} CH_3 \\ CH_3 \end{matrix} \rangle CH-CH_2Cl$$

dem Trimethylcarbinoljodür aber die Formel:

$$\begin{matrix} CH_3 \\ CH_3 \\ CH_3 \end{matrix} \rangle CJ$$

zuerkannt wird, so muss bei der Umwandlung des ersteren in das letztere entweder eine Wasserstoffverschiebung stattgefunden haben, oder aber die Reation in nachbezeichneter Weise vor sich gegangen sein:

$$\begin{matrix} CH_3 \\ CH_3 \end{matrix} \rangle \underset{|}{\overset{}{C}}-\underset{|}{CH_2} \;\begin{Bmatrix} J \\ + H \end{Bmatrix} = \begin{matrix} CH_3 \\ CH_3 \end{matrix} \rangle CJ-CH_3 + HCl$$
$$\boxed{H \quad Cl}$$

Bei der grossen Leichtigkeit, mit welcher das tertiäre Butylchlorür durch Wasser[1] in der Weise zerlegt wird, dass Chlorwasserstoff und Trimethylcarbinol entstehen[2], bietet das Verhalten von Salzsäure gegenüber dem Isobutylalkohol ein Mittel zu einer einfachen und vortheilhaften Darstellungsweise von Trimethylcarbinol.

Die zu befolgende Methode würde kurz gefasst dahin lauten: Isobutylalkohol wird mit Chlorwasserstoff gesättigt und von der so erhaltenen ölförmigen, stark rauchenden Flüssigkeit 1 Theil mit 5 Theilen möglichst concentrirter, wässriger Salzsäure vermischt[3]. Mit diesem Gemenge werden etwa 80 Cm. lange und 1·5 Cm. breite Röhren aus Kaliglas derart gefüllt, dass die Flüssigkeitssäule etwa 58—60 Cm. betrage.

---

[1] Schon bei gewöhnlicher Temperatur in bemerkbarer Weise.

[2] Eine verhältnissmässig geringe Menge des Chlorürs zerfällt hierbei geradezu in Butylen und Chlorwasserstoff.

[3] Handelt es sich nicht um die grösstmögliche Ausbeute, so kann man sich die Arbeit dahin erleichtern, dass man geradezu 1 Theil Butylalkohols mit 6 Theilen stärkster Salzsäure vermischt.

Nachdem man noch den über der Flüssigkeit befindlichen Theil erwärmt und so eine Verdünnung der im Rohr enthaltenen Luft bewirkt hat, werden die Röhren zugeschmolzen und einen Tag lang im Wasserbade erwärmt.

Nach dieser Zeit wird das rohe Chlorür von der unteren wässrigen Flüssigkeit getrennt, mit etwas rauchender Salzsäure durchschüttelt, um geringe Mengen unveränderten Butylalkohols zu entfernen, und nun mit der drei- bis vierfachen Menge Wassers in zu $^3/_4$ gefüllten, zugeschmolzenen Röhren[1] etwa 10 Stunden erhitzt. Hierauf wird die wässrige Flüssigkeit vom unverändert gebliebenen Chlorür getrennt und so lange destillirt, bis das herüberdestillirende auf Zusatz von Potasche keinen Alkohol mehr abscheidet. Schliesslich wird das gesammte Destillat mit Potasche gesättiget, der abgeschiedene Alkohol anfänglich mit geschmolzener Potasche dann mit Baryumoxyd entwässert und destillirt.

Fast aller so gewonnene Alkohol destillirt zwischen 82—90° C. herüber und nur ein geringer Theil über 90° C.[2] War der Alkohol hinlänglich entwässert worden, so erstarrt derselbe schon im Kühlrohre, so dass es nöthig wird dasselbe lauwarm zu halten. Beim Erkalten erstarrt das Destillat zu einer aus Nadeln oder dünnen, je nach der Menge mehrere Centimeter langen Säulen, welche, wenn sie geschüttelt oder mittelst eines Glasstabes zerbrochen werden, nach einiger Zeit in derbe, durchsichtige, allem Anscheine nach rhombische Prismen sich umwandeln und dann leicht der noch flüssig gebliebene Theil abgegossen werden kann.

Ich fand den Schmelzpunkt solchen auskrystallisirten Alkohols (in der Weise, dass in eine grössere Menge im Schmelzen begriffenen Alkohols das Thermometer eingesenkt wurde) bei 29° C., den Erstarrungspunkt aber bei 24° C.

Der Siedepunkt wurde zwischen 83—84° C. (Quecksilberfaden im Dampfe) gefunden.

---

[1] Ich habe mitunter auch starkwandige Flaschen verwendet, und selbe mit Kautschukstopfen verschlossen.

[2] Aus den höher siedenden Antheilen kann der darin enthaltene Isobutylalkohol durch Wasser abgeschieden und aus der wässrigen Lösung das Trimethylcarbinol gewonnen werden.

Zum Schlusse will ich nur noch erwähnen, dass beim Entwässern mit Baryt ein ziemlich grosser Theil in dem gebildeten Barythydrat zurückgehalten wird [1], und dieser selbst durch Erhitzen desselben im Parafinbade, um viele Grade über den Siedepunkt des Isobutylalkohols nicht gewonnen werden kann. Es verlohnt sich daher, das zurückgebliebene Barythydrat mit Wasser der Destillation zu unterwerfen und in dieser Weise den Alkohol zu gewinnen.

---

[1] Möglicherweise als Baryumalkoholat.

Über die Erstarrungstemperaturen der Schwefelsäurehydrate und die Zusammensetzung der ausgeschiedenen Krystallmassen nebst Erörterung der erhaltenen Resultate.

Von **L. Pfaundler** und **E. Schnegg.**

(Mit 1 Tafel.)

Der erste, experimentelle Theil dieser Untersuchung wurde von E. Schnegg, der zweite, theoretische Theil von L. Pfaundler bearbeitet. [1]

I. Experimenteller Theil.

Frühere Bestimmungen.

Die Literatur des behandelten Gegenstandes beschränkte sich auf einige Messungen der Erstarrungstemperaturen meistens von concentrirter Säure. V. A. Jacquelain [2] gab hierüber nachfolgende Zusammenstellung:

Substanz	Erstarrungstemperatur	Autor
Vitriolöl	+ 2·5° C.	Morveau.
„	+ 9	Chaptal.
Säure von 1·78 spec. G.	+ 7	Keir.
„Gewöhnliche Säure"	— 10 bis — 12°C. .	Dumas.
„Höchst concentrirte"	— 38° C.	Thomson.
„ „	— 10 bis — 12° .	Thenard.
„Mit Wasser verdünnte"	— 0° und darüber	„

---

[1] Der erste Theil wurde von E. Schnegg am 1. October 1874 der philosophischen Facultät der Innsbrucker Universität eingereicht, der zweite Theil von L. Pfaundler einige Wochen später im Innsbrucker naturw. med. Verein vorgetragen.

[2] Ann. de Chem. et de Physique XXX, p. 343.

Substanz	Erstarrungstemperatur	Autor
Säure von 1·845 spec. G.	— 20	Chevreul.
„Mit 2 Äquiv. Wasser“:	„einige Grade unter 0°, bleibt fest bis + 7°“	„
„Gewöhnliche „	— 34°	Berzelius.
Säure von 1·78	+ 4	„
„Gewöhnliche „	— 34	Mitscherlich.
„Mit 2 Äquiv. Wasser“	0	„
?	— 34	Graham.
SO_3H_2O	— 0	Jacquelain.
SO_32H_2O	+ 8	„ [1]

Wie man sieht, differiren die Angaben sehr bedeutend. Die nachfolgende Untersuchung wird diese Abweichungen genügend erklären und zeigen, dass auch die Bestimmungen von Jacquelain einer Richtigstellung bedürfen.

Für verdünntere Säuren standen einige vorläufige Bestimmungen von A. Pölt zur Verfügung, welche vor ein paar Jahren im hiesigen physikalischen Laboratorium ausgeführt, aber bis jetzt nicht veröffentlicht worden waren.

A. Pölt fand für Säure von:

11·8 %	an Monohydrat	die	Erstarrungstemper.	bei	—	7·0° C.
18·0 „	„	„	„	„	„	— 11·5
24·12 „	„	„	„	„	„	— 20·7
25·85 „	„	„	„	„	„	— 23·5
27·32 „	„	„	„	„	„	— 28·2
30·4 „	„	„	„	„	„	— 34·0
31·5 „	„	„	„	„	„	— 36·5.

Diese Versuche würden unzweifelhaft genau mit den meinigen übereinstimmen, wenn bei denselben die Abweichung des Weingeistthermometers von dem Luftthermometer berücksichtigt worden wäre.

In Ermangelung dieses Umstandes wurden diese Daten im Folgenden nur zur vorläufigen Orientirung verwerthet.

---

[1] Während des Druckes fand ich noch eine Bestimmung von Js. Pierre und Puchod über $SO_4H_2 + H_2O$ zu 7·5°, welche am 6. April v. J. in der Akademie in Paris publicirt wurde.

Vorarbeiten.

Diese umfassten die Prüfung und Correction des angewendeten Thermometers, dann die Herstellung der verschiedenen Hydrate und ihre Analyse.

A. Prüfung des Weingeistthermometers durch directe Vergleichung mit dem Luftthermometer; Aufstellung einer Correctionsscala.

Das angewendete Thermometer war von Dr. Geissler in Bonn bezogen, hatte eine Eintheilung in Fünftelgrade und reichte von + 25° bis — 84° C. Es gestattete mit Leichtigkeit eine Ablesung auf Zweihundertelgrade.

Da eine Kalibrage mittelst abgetrennter Weingeistfäden nicht ausführbar war und auch nicht hingereicht hätte, so blieb nichts übrig, als die Angaben des Instrumentes direct mit denen des Luftthermometers zu vergleichen. Zu diesem Zwecke wurde das Gefäss des ersteren unmittelbar neben dem cylindrischen Glasgefässe eines Jolly'schen Luftthermometers in schmelzenden Schnee und dann in kalte Bäder, die bis — 42° C. reichten, versenkt. Diese Bäder wurden am besten durch Mischungen von Schnee mit Chlorcalcium erhalten, aus denen man alle sich bildenden festen Eisstücke durch ein Sieb entfernt hatte, so dass nur der vollständig flüssige Theil die Thermometer umgab. Durch Anwendung grosser Mengen, Umhüllung mit schlechtem Wärmeleiter und fortwährendes Rühren gelang es, eine hinlänglich nahe Constanz der Temperatur zu erreichen. So dauerte z. B. der Anstieg der Temperatur von — 42° bis 0° volle sieben Stunden.

Es wurden zwei solche Vergleichungen mit dem Jolly'schen Luftthermometer angestellt, welche gut übereinstimmten. Die erste Vergleichung reichte weniger tief hinab, darum sollen in folgender Tabelle nur die Daten der letzteren gegeben werden.

1	— 41·7	— 42·47	708·33	316·50	300·0	17·0°C.	722·60	—41·02	+1·45
2	41·6	42·37	„	316·8	„	„	722·93	40·88	+1·49
3	41·85	42·62	„	315·8	„	„	721·00	41·53	+1·09
4	41·75	42·52	„	315·9	„	„	722·08	41·21	+1·31
5	41·50	42·27	„	316·9	„	„	723·00	40·88	+1·39
6	41·05	41·83	„	317·7	„	„	723·83	40·60	+1·23
7	39·6	40·45	„	322·2	„	„	728·20	39 20	+1·25
8	38·6	39·49	„	324·5	„	„	730·60	38·42	+1·07
9	38·0	38·92	„	326·0	„	„	731·70	38·06	+0·86
10	37·0	37·95	707·90	329·0	„	„	734·70	37·10	+0·85
11	35·95	36·94	„	332·0	„	„	737·70	36·12	+0·82
12	35·0	36·02	„	334·5	„	„	740·20	35·32	+0·70
13	34·0	35·05	„	337·0	„	„	742·70	34·51	+0·54
14	33·0	34·08	„	339·8	„	„	745·50	33·61	+0·47
15	31·32	32·44	„	344·9	„	16·5	750·60	32·29	+0·25
16	30·0	31·15	„	347·0	„	„	752·70	31·30	—0·15
17	29·04	30·21	707·9	352·0	„	„	757·7	29·67	+0·54
18	28·0	29·19	„	354·8	„	„	760·4	28·79	+0·40
19	26·1	27·31	„	358·6	„	„	764·2	27·57	—0·26
20	24·5	25·73	„	365·0	„	„	770·6	25·50	+0·23
21	23·0	24·25	„	368·0	„	„	773·6	24·53	—0·28
22	21·5	22·75	„	372·0	„	„	778·1	23·15	—0·40
23	20·0	21·26	„	377·9	„	„	783·5	21·33	—0·07
24	19·0	20·26	„	381·5	„	„	787·1	20·16	+0·10
25	17·9	19·15	„	384·4	„	„	789·9	19·27	—0·12
26	17·0	18·25	„	387·7	„	„	793·3	18·15	+0·10
27	16·0	17·25	707·8	391·4	„	16·2	797·0	16·96	+0·29
28	15·0	16·24	„	394·2	„	„	798·7	16·09	+0·15
29	14·0	15·23	„	397·7	„	„	803·1	14·99	+0·24
30	13·0	14 22	„	400·6	„	„	806·0	14·15	+0·07
31	12·0	13·20	„	403·9	„	„	809·3	12·99	+0·21
32	11·0	12·19	707·7	406·2	„	16·0	811·6	12·23	—0·04
33	10·04	11·21	„	409·0	„	„	814·3	11·36	—0·15
34	9·0	10·15	„	413·0	„	„	818·3	10·07	+0·06
35	8·0	9·13	„	416·2	„	„	821·3	9·10	+0·03
36	7·0	8·10	707·5	419·2	„	„	824·2	8·16	—0·06
37	6·0	7·08	„	423·3	„	„	828·3	6·83	+0·25
38	5·0	6·05	„	426·1	„	„	832 1	5·61	+0·44
39	4·0	5 02	„	429 2	„	„	834·2	4·82	+0·10
40	3·0	3·99	„	433·0	„	„	838·0	3 70	+0·29
41	2·0	2·95	„	436·0	„	„	841·0	2·73	+0·22
42	1·0	1·92	„	438·9	„	„	843·9	1·79	+0·13
43	∓ 0·0	0·88	„	441·1	„	„	846·9	0·82	+0·06

Nr. der Ablesung	Weingeisttherm.		Höhe des Quecksilbers			Temperatur des Quecksilbers	Berechneter Druck	Berechnete Temperatur des Luftthermometers	Correction d. Weingeistthermom. in Beziehung auf das Lufthermom.
	Directe Ablesung	Corrigirt wegen vorstehenden Fadens	im Barometer	im offenen Schenkel	im geschlossenen Schenkel				
44	+ 0·80	0·0	717·8	433·2	300·0	16·0° C.	849·42	(i. Eise)	0·0
45	0·80	0·0	718·4	434·6	"	"		"	0·0
46	0·80	0·0	718·8	433·0	"	"		"	0·0
47	0·80	0·0	"	434·7	"	"		"	0·0
48	1·0	+ 0·26	718·6	435·0	"	"	851·3	+ 0·63	+0·37
49	2·0	+ 1·30	"	438·8	"	15·3	855·1	+ 1·84	+0·54
50	3·0	+ 2·37	"	441·4	"	"	857·7	+ 2·67	+0·30
51	4·0	+ 3·43	"	445·0	"	"	861·3	+ 3·84	+0·41
52	+ 13·0	+ 12·98	716·9	474·3	"	16·0	888·7	+12·72	—0·14

Bei dem angewandten Luftthermometer war der Ausdehnungscoëfficient des Glases $= 3\beta = 0 \cdot 000028$ und das Volumverhältniss zwischen Verbindungscanal und Gefäss $\frac{v}{V} = 0 \cdot 002107$ bestimmt werden.

Die Rechnung geschah nach der Formel:

$$T = \frac{H - Ho}{0 \cdot 003665 H_0 - 3\beta H} + T \frac{v}{V} \frac{H}{H_0} \cdot \frac{1}{1 + 0 \cdot 003665 t},$$

in welcher v und t das Volum und die Temperatur des Verbindungscanales bedeuten.

Da v sehr klein im Verhältniss zu V, so betrug die ganze hieraus resultirende Correction nur einige Tausendtel, was gegen die Ablesefehler am Weingeistthermometer nicht in Betracht kommt.

Aus den Zahlen der letzten Columne ersieht man, dass zwischen 0° und — 32° C. die Angaben des Weingeistthermometers denen des Luftthermometers auf 0·08° C. parallel gehen und erst von dort abwärts erheblich zurückbleiben. Nach Ausgleichung der zufälligen Fehler erhielt man nachfolgende Correctionstabelle zur Verwandlung der Angaben des Weingeistthermometers in solche des Luftthermometers:

Stand des Weingeistthermometers					Zu addirende Correction
zwischen	0°	und	— 32°		+ 0·08° C.
"	— 32	"	— 33		+ 0·2
"	— 33	"	— 33·5		+ 0·3
"	— 33·5	"	— 34·0		+ 0·4
"	— 34·0	"	— 34·5		+ 0·5
"	— 34·5	"	— 35·5		+ 0·6
"	— 35·5	"	— 36·0		+ 0·7
"	— 36·0	"	— 36·5		+ 0·8
"	— 36·5	"	— 37·0		+ 0·9
"	— 37·0	"	— 38·0		+ 1·0
"	— 38·0	"	— 38·5		+ 1·1
"	— 38·5	"	— 39·0		+ 1·2
"	— 39·0	"	— 40·0		+ 1·3
"	— 40·0	"	— 42·0		+ 1·4.

Alle in der Folge vorkommenden Temperaturen sind nach dieser Tabelle, sowie wegen des vorstehenden Fadens corrigirt.

B. Herstellung der chemisch reinen Mischungen von Schwefelsäure mit Wasser in den verschiedenen Concentrationen und genaue Bestimmung ihres Gehaltes.

Ein Quantum von mehreren Kilogrammen destillirter chemisch reiner Schwefelsäure von beiläufig 95% Gehalt an Monohydrat, welches in einer Flasche mit doppeltem Verschluss vor Wasserzutritt verwahrt war, wurde auf das sorgfältigste mehrmals analysirt und sodann durch Mischen mit den berechneten Wassermengen eine Reihe weniger concentrirter Mischungen hergestellt. Es versteht sich, dass bei den zugehörigen Wägungen der Gewichtsverlust in der Luft mitberücksichtigt wurde. Da beim Mischen viel Wärme frei wird, wodurch Wasser verdunstet, so geschah die Ermittlung des Gewichtes des letzteren nach erfolgter Abkühlung durch Abwägung des entstandenen Gemisches. Die letzten Tropfen, welche noch nöthig waren, um eine verlangte Concentration genau hervorzubringen, wurden auf der Wage hinzugegeben. Nachher wurde zur Controle nochmals analysirt.

Die Analysen selbst geschahen durch Übersättigen einer abgewogenen Portion Säure (5—10 Grm.) mit abgewogenem kohlensauren Natron und Rückwärtstitriren des kleinen Überschusses des letzteren mit Schwefelsäuretitre. Gebraucht man hiebei alle die Vorsichtsmassregeln und Verbesserungen, welche Prof. Pfaundler diesbezüglich mitgetheilt hat,[1] so kann man auf einige Hundertel Procente sicher sein.

Nachdem die so direct aus Schwefelsäure und Wasser erhaltenen Gemische ihrer Untersuchung fertig unterworfen waren, wurden durch Mischen derselben unter sich neuerdings eine Reihe von inzwischen liegenden Concentrationen gewonnen, deren Zusammensetzung ebenfalls mehrfach controlirt wurde. Dieses Verfahren ist desshalb besonders vortheilhaft, weil beim Vermischen nahe aneinanderliegender Concentrationen der Procentgehalt des Gemisches viel weniger von der richtigen Wägung der Bestandtheile abhängig ist, als beim Mischen concentrirter Säure mit Wasser.

Zur Darstellung des Monohydrates SO_3H_2O muss zuerst aus destillirter Säure durch Zusatz von wasserfreier Schwefelsäure eine noch concentrirtere Säure hergestellt, diese genau analysirt und durch Vermischen mit berechneter Menge Säure von etwas unter 100% gerade auf den richtigen Gehalt gebracht werden.

Die Mischungen, welche den Formeln SO_3H_2O, SO_32H_2O, SO_33H_2O, SO_34H_2O entsprechen, wurden genau herzustellen gesucht. Bei stärker verdünnten Säuren war ein Einhalten ganzer Äquivalente von Wasser durchaus unnöthig und wurde desshalb nicht immer angestrebt.

Ermittlung der Erstarrungstemperaturen.

Hiebei hat man vor Allem zu unterscheiden, ob man es mit verdünnten oder concentrirten Säuren zu thun hat. Säure von 0 bis 36% Gehalt an Monohydrat beginnt zwischen 0° und — 62° zu erstarren und scheidet hiebei reines Eis ab. Säure von 36% bis circa 72% widerstand allen von mir angewendeten Kältemischungen. Säure von noch höherem Gehalte scheidet

[1] Siehe diese Berichte, Jänner-Heft d. J. Seite 7.

nicht mehr Eis ab, sondern krystallisirte Schwefelsäurehydrate von einer Zusammensetzung, worüber im nächsten Abschnitte, der sich mit diesen Verhältnissen zu beschäftigen hat, Näheres mitgetheilt werden wird.

A. Gefrierversuche mit verdünnter Säure zwischen 0 und 36%.

Für diese Versuche eignete sich am besten die folgende schon mehrfach angewendete Methode. Die Säure war in einer Quantität von circa 200 Grm. in einer Flasche enthalten, deren eingeriebener Glasstöpsel durch einen Kautschukstopfen ersetzt wurde, durch den das Thermometer gesteckt war. In einer Kältemischung, deren Temperatur eine erhebliche Anzahl Grade unter dem erwarteten Gefrierpunkte lag, wurde die erste Eisbildung erzwungen, hierauf die Flasche herausgenommen, das Eis bis auf einige Flitterchen aufthauen gelassen und nun unter fortwährendem Schütteln neuerdings in eine Kältemischung gesenkt, deren Temperatur immer etwas unter, aber immer näher der beobachteten Gefriertemperatur gelegen war. Nicht die Bildung des ersten Eises und das Verschwinden desselben, sondern vielmehr die Vermehrung oder Verminderung desselben gab die Anhaltspunkte zur Ermittlung des wahren Gefrierpunktes.

Derselbe wurde so zwischen immer näher liegende Grenzen eingeschlossen. Die Anzahl Grade, um welche die Flüssigkeit unter ihren eigentlichen Gefrierpunkt abgekühlt werden musste, wechselte ziemlich stark; sie betrug bei den verdünntesten Säuren ungefähr 8°. Tritt dann Erstarrung ein, so ist die Eisbildung eine massenhafte, und da hiedurch die Zusammensetzung der übrig bleibenden Flüssigkeit stark geändert wird, so würde eine auf diese Weise vorgenommene Temperaturbestimmung ganz fehlerhaft werden. Man muss also die Flüssigkeit aus der Kältemischung herausheben und warten, bis der grösste Theil des Eises verzehrt ist und mit einigen übrig bleibenden Kryställchen den Versuch wiederholen. Man könnte zwar auch durch Einführen eines Eiskrystalles von Aussen sich behelfen; da aber dadurch doch die Zusammensetzung etwas alterirt wird, so ist

erstere Methode vorzuziehen. Durchaus nöthig ist hiebei fortwährendes Schütteln, um die Bildung von an den Wänden festhängendem Randeise zu vermeiden. Dasselbe würde nicht genau die vom Thermometer angezeigte Temperatur besitzen, wohl aber kann dies von den Eisflitterchen angenommen werden, welche das Thermometergefäss umschweben.

Als Kältemischung wurde bis zu 44° unter Null die Mischung von krystallisirtem Chlorcalcium mit Schnee, für die tieferen Temperaturen die Mischung von Kohlensäure mit Äther benützt. [1]

B. Erstarrungsversuche mit concentrirten Säuren von 74 bis 100% Gehalt.

Die Erstarrungspunkte der concentrirten Säuren sind viel schwieriger genau zu bestimmen, und zwar aus folgenden Gründen:

1. Die Erstarrungstemperatur ändert sich ausserordentlich rasch mit dem Concentrationsgrade; ein sehr geringer Fehler der Gehaltsbestimmung influenzirt daher sehr stark.

2. Die Erscheinung der Überschmelzung oder, wie man sie auch nennen könnte, der Überkühlung ist in viel höherem Grade vorhanden als bei den verdünnten Säuren.

3. Die concentrirten Säuren werden in der Kälte sehr dickflüssig, daher es viel schwieriger ist, die Temperatur in der Flüssigkeit gleichförmig zu vertheilen.

---

[1] Ich fand am vortheilhaftesten, 900 Grm. Chlorcalcium mit 600 Grm. Schnee zu mischen, wodurch leicht eine Temperatur von — 51° erreicht werden kann. Hält man dieses Verhältniss nicht ein, oder haben die Bestandtheile nicht die für die innige Mischung zweckmässigste Beschaffenheit, so erhält man meist nur ungefähr — 44°.

Man bearbeitet das Chlorcalcium am besten dadurch, dass man seine Lösung bis zum Siedepunkt 127° (mittlerer Barometerstand 710 Mm.) eindampft und bis zum vollständigen Erkalten umrührt. Man erhält dann eine feinpulvrige Krystallmasse von der richtigen Zusammensetzung. Dampft man nur bis zum Siedepunkt 125° ein, so bleibt die Krystallmasse nass, erhitzt man bis 130°, so verliert sie bereits Krystallwasser und ist in beiden Fällen weniger wirksam. Der Schnee soll eine Temperatur unter 0° haben, also trocken und bröselig sein.

Um diesen Schwierigkeiten zu begegnen, musste das Verfahren etwas modificirt werden. Statt der Stöpselgläser wurden grössere Reagenzcylinder genommen, in denen man mit dem Thermometer selbst umrühren konnte, aus welchen ferner leichter Proben der erstarrten Massen zur Analyse herausgenommen werden konnten. Der Beginn der Erstarrung war nur bei den in der Nähe des Mono- oder Bihydrats (100% und 84·48%) liegenden Concentrationen durch Abkühlung im Chlorcalciumschneebade zu erzwingen.

Bei den weiter abstehenden Concentrationen musste stets ein Krystall des Mono- oder Bihydrates bereit gehalten werden, um die Krystallisation einzuleiten, wobei, was für den zweiten Theil dieser Arbeit wichtig ist, von einem gewissen Procentgehalt (nahe 93·4%) an abwärts nur durch das Bihydrat, aufwärts nur durch Monohydrat Krystallisation hervorgerufen werden konnte. Bevor sich die Krystalle bilden, zeigen sich oft kleine Gasbläschen, welche die Flüssigkeit trüben und dadurch die Beobachtung der wahren Erstarrungstemperatur erschweren. Einmal gebildete Krystalle lösen sich nur sehr langsam wieder auf, selbst wenn die Temperatur 4° über den eigentlichen Erstarrungspunkt gestiegen ist. Hiedurch wurde die Untersuchung sehr erschwert und konnte nur durch grosse Sorgfalt eine genügende Genauigkeit erlangt werden. Da es vor Allem nöthig war, die Erstarrungspunkte der reinen Hydrate selbst genau zu bestimmen, so wurde für diese ein besonderes Verfahren eingeschlagen, welches ganz verlässliche Resultate lieferte.

C. Specielle Untersuchung der Erstarrungs- (Schmelz-) Temperaturen des Monohydrats SO_3H_2O und Bihydrats SO_32H_2O.

Eine grosse Eprouvette wurde mit genau 100percentigem Monohydrat zu zwei Dritteln gefüllt, das Thermometer mit durchbohrtem Korke eingeführt, durch Abkühlen ein kleiner Theil der Säure zum Erstarren gebracht und das Ganze in eine grosse Wassermenge, die in einem durchsichtigen Gefässe enthalten war, versenkt. Die Temperatur dieser grossen Wassermenge wurde nun längere Zeit (viele Stunden lang) zwischen engen

Grenzen erhalten und beobachtet, ob die Menge des Erstarrten zu- oder abnehme. Auf diese Weise konnte die Erstarrungstemperatur zwischen die Grenzen + 6·9 und 6·7° C. eingeschlossen und im Mittel auf + 6·79° bestimmt werden. Ein Wassergehalt von 1% erniedrigt diese Erstarrungstemperatur bereits um 2°. Säure von 98% an Monohydrat (wie sie meist durch die Destillation erhalten wird) erstarrt nahe bei 0°, Säure von 96% bei — 12°. Hieraus erklären sich die so sehr abweichenden Resultate verschiedener Forscher, welche auf die genau richtige Zusammensetzung nicht genügend geachtet haben mögen. Eine andere Ursache dieser abweichenden Angaben lag in der Erscheinung der Überkühlung.

Beim Bihydrat $SO_3 2H_2O$ (84·48%) führte folgendes Verfahren zum sicheren Ziele. Mehrere Kilogramme dieser Säure wurden in einer Flasche, durch deren Öffnung das Thermometer mit dem Gefässe bis in die Mitte der Flüssigkeit reichte, erstarren gelassen. Hierauf setzte ich die Flasche an einen Ort, dessen Temperatur nur wenig über 9° lag.

Nun stieg die Temperatur des Thermometers sehr langsam bis + 8·81°, blieb dann Tage lang auf dieser Höhe, während ringsum die Masse anfing, zu schmelzen und begann dann erst wieder zu steigen. Dieser Versuch wurde dann mit demselben Resultat auch nach abwärts und überhaupt oftmals wiederholt. Man kann also den wahren Erstarrungspunkt des Bihydrats auf + 8·81° C. ansetzen. Auch bei diesem ändert sich der Erstarrungspunkt mit der Zusammensetzung sehr, und zwar nimmt er sowohl bei grösserer als auch bei geringerer Concentration ab, so dass z. B. Säure von 80%, wie auch solche von 88·6% bei 0° erstarrt.

Resultate bezüglich der Erstarrungstemperaturen.

Dieselben sind in nachfolgenden Tabellen mitgetheilt, deren Columnen sich durch ihre Aufschrift hinreichend erklären. Die Correction umfasst sowohl die Verbesserung des Nullpunktes, als die wegen des vorstehenden Fadens und die Umrechnung auf Temperaturen des Luftthermometers.

A. Tabelle I.

Die Erstarrungstemperaturen der verdünnten Säuren.

Nr.	Procentgehalt an Monohydrat		Empirische Formel	Anzahl der Versuche	Am Weingeistthermometer abgelesene Erstarrungstemperaturen	Arithmetische Mittel	Correction	Corrigirte Erstarrungstemperatur	Wahrscheinlich. Fehler
	aus den zusammengemischten Mengen berechnet	durch nachträgliche Analyse gefunden							
1	2·88	—	—	26	— 1·1, 0·9, 1·1, 1, 1·1, 0·9, 1, 1·1, 0·9, 0·9, 0·8, 0·9, 0·9, 0·9, 0·9, 0·9, 0·9, 0·95, 0·8, 0·95, 0·9, 0·95, 1·0, 0·9; 0·9, 0·95.	— 0·94	—0·17	— 1·11	0·00
2	5·22	—	$SO_3 100H_2O$	20	— 1·8, 1·9, 1·9, 1·8, 1·8. 1·7, 1·9, 1·8, 1·8, 1·9, 1·9, 1·8, 1·8, 1·9, 1·8, 1·8, 1·8, 1·7, 1·9, 1·8.	— 1·83	—0·37	— 2·20	0·00
3	5·77	5·779	$SO_3 90H_2O$	23	— 2·2, 2·25, 2·2, 2·3, 2·5, 2·4, 2·3, 2·2, 2·2, 2·0, 2·1, 2·2, 2·2, 2·2, 2·15, 2·2, 2·3, 2·2, 2·4, 2·15, 2·15, 2·2, 2·2.	— 2·17	—0·26	— 2·43	0·00
4	6·45	—	$SO_3 80H_2O$	33	— 2·8, 2·7, 2·8, 2·8, 2·5, 2·7, 2·7, 2·8, 2·6, 2·7 2·6, 2·7, 2·4, 2·3,	— 2·55	—0·25	— 2·80	0·00

					2·4, 2·4, 2·3, 2·3, 2·7, 2·6, 2·7, 2·7, 2·6, 2·7, 2·4, 2·3, 2·4, 2·5, 2·7, 2·5, 2·4, 2·7, 2·6.				
5	7·31	7·30	$SO_3 70H_2O$	29	— 2·8, 2·9, 3·0, 3·0, 3·1, 2·9, 3·0, 3·1, 3·2, 2·9, 3·0, 2·8, 2·9, 2·9, 3·0, 2·9, 3·0, 2·9, 3·0, 2·8, 2·8, 2·8, 2·9, 2·9, 3·0, 2·9, 2·7, 2·8, 2·8.	— 2·91	— 0·39	— 3·30	0·00
6	8·45	8·41	$SO_3 60H_2O$	29	— 3·7, 3·75, 3·7, 3·7, 3·8, 3·8, 3·9, 3·7, 3·7, 3·7, 3·6, 3·7, 3·7, 3·6, 3·6, 3·7, 3·6, 3·6, 3·7, 3·7, 3·7, 3·7, 3·7, 3·6, 3·6, 3·6, 3·7, 3·6, 3·6.	— 3·698	— 0·21	— 3·90	0·00
7	10·00	—	$SO_3 50H_2O$	26	— 4·8, 4·9, 4·8, 4·7, 4·7, 4·8, 4·6, 4·8, 4·6, 4·7, 4·6, 4 5, 4·6, 4·6, 4·6, 4·5, 4·6, 4·6, 4·6, 4·7, 4·5, 4·6, 4·7, 4·7, 4·6, 4·7.	— 4·65	— 0·35	— 5·00	0·00
8	12·25	—	$SO_3 40H_2O$	37	— 6·3, 6·3, 6·2, 6·2, 6·2, 6·1, 6·2, 6·2, 6·2, 6·0, 6·1, 6·0, 6·0, 6·0, 6·0, 6·1, 6·1, 6·1, 6·2, 6·1, 6·1, 6·1, 6·2, 6·2, 6·1, 6·0, 5·9, 6·1, 6·1, 6·0, 6·1, 6·1, 6·1, 6·1, 6·2, 6·2, 6·1.	— 6·12	— 0·58	— 6·70	0·00

[1] Das Minuszeichen kann als selbstverständlich bei den folgenden Ablesungen füglich wegbleiben; dasselbe ist auch in der II. Tabelle bezüglich des Pluszeichens zu merken.

Nr.	Procentgehalt an Monohydrat		Empirische Formel	Anzahl der Versuche	Am Weingeistthermometer abgelesene Erstarrungstemperaturen	Arithmetische Mittel	Correction	Corrigirte Erstarrungstemperatur	Wahrscheinlich. Fehler
	aus den zusammengemischten Mengen berechnet	durch nachträgliche Analyse gefunden							
9	15·81	15·79	$SO_3 30H_2O$	36	— 9·3, 9·2, 9·1, 9·1, 9·2, 9·1, 9·2, 9·2, 9·2, 9·1, 9·1, 9·0, 9·1, 9·1, 9·2, 9 2, 9·25, 9·2, 9·2, 9·1, 9·2, 9·1, 9·1, 9·1, 9·2, 9·2, 9·2, 9·4, 9·3, 9·1, 9·2, 9·3, 9·4, 9·1, 9·1, 9·1.	— 9·15	— 0·66	— 9·81	0·00
10	18·50	18·49	—	25	— 12·4, 12·3, 12·1, 12 0, 12·1, 12·2, 12·3, 12·0, 12·1, 12·0, 12·0, 12·0, 12·1, 12·2, 12·2, 12·0, 12·15, 12·0, 12·1, 12·1, 12·1, 12·2, 12·0, 12·1, 12·1.	— 12·11	— 0·58	— 12·69	0·00
11	22·27	—	$SO_3 20H_2O$	34	— 17·0, 17·0, 17·1. 16·9, 17·1, 16·7, 16·6, 16·6, 16·5, 17,16·9, 16·8, 17, 17·2. 17, 17·1, 17·2, 17, 16·8, 16·6, 16·6, 16·6, 16·6, 16·7, 16·6, 16·6, 16·7, 17, 17, 17, 17. 16,9 16·9. 16·9.	— 16·80	— 0·80	— 17·60	0·00

12	25·00	..	—	17	— 20·5, 20·5, 20·45, 20·6, 20·55, 20·5, 20·4, 20·5, 20·45, 20·55, 20·6, 20·5, 20·5, 20·5, 20·4, 20·4, 20·5.	— 20·49	— 1·09	— 21·59	± 0·01
13	—	27·35	—	12	— 25·5, 25·4, 25·4, 25·4, 25·3, 25·3, 25·5, 25·4, 25·45, 25·3, 25·5, 25·4.	— 25·40	— 1·00	— 26·40	0·00
14	—	30·0	—	7	— 32·5, 32·7, 32·5, 32·4, 32·7, 32·6, 32·4.	— 32·5	— 0·50	— 33·00	± 0·01
15	31·21	31·26	$SO_3 13H_2O$	7	— 37·5, 38·0, 37·5, 38·0, 37·8, 37·8, 37·4.	— 37·71	+ 0·61	— 37·10	± 0·06
16	32·3	—	—	6	— 42·0, 43·0, 44·0, 42·0, 44·0, 43·0.	— 43·00	+ 1·4	— 41·6	± 0·20
17	32·8	—	—	5	— 44·0, 46·0, 45·5, 46·0, 45·5.	— 45·4	+ 1·6	— 43·8	± 0·26
18	34·1	34·0	—	8	— 50, 52, 49, 49, 52, 52, 51, 52.	— 50·8	+ 1·0?	— 49·8	± 0·28
19	34·4	—	—	5	— 56, 55, 54, 57, 55.	— 55·4	+ 1·0?	— 54·4	± 0·2
20	35·25	35·20	$SO_3 11H_2O$	7	— 62, 64, 61, 64, 61, 64, 63.	— 62·7	+ 1·0?	— 61·7	± 0·23

Die Correctionen der drei letzten Daten ist etwas unsicher, weil die directe Vergleichung des Weingeistthermometers mit dem Luftthermometer nicht bis zu dieser Temperatur reichte, daher die Correction einer graphischen Interpolation entnommen werden musste.

B. Tabelle II.

Die Erstarrungstemperaturen der concentrirten Säuren.

Nr.	Procentgehalt an Monohydrat: aus den zusammengemischten Mengen berechnet	Procentgehalt an Monohydrat: durch nachträgliche Analyse gefunden	Empirische Formel	Anzahl der Versuche	Am Weingeistthermometer abgelesene Erstarrungstemperaturen	Arithmetische Mittel	Correction	Corrigirte Erstarrungstemperatur	Wahrscheinlich. Fehler
1	—	74·3	—	6	— 27·7, 27·9, 27·6, 27·8, 27·9, 27·7.	— 27·76	— 1·04	— 28·80	± 0·01
2	—	75·0	—	5	— 23·0, 23·5, 24·0, 23·7, 24·0.	— 23·64	— 1·06	— 24·70	± 0·13
3	76·0	75·93	—	5	— 18, 19, 18·5, 18, 18·5.	— 18·40	— 1·0	— 19·4	± 0·13
4	—	77·25	—	7	— 11·8, 11·5, 11·4, 11.2, 11, 11·5, 11·4.	— 11·40	— 0·90	— 12·30	± 0·06
5	78·4	—	—	6	— 6·3, 6·0, 6·1, 6·4, 6·2, 6·2.	— 6·20	— 0·84	- 7·04	± 0·01
6	79·0	—	—	7	— 3·4, 3·6, 3·8, 3·8, 3·7, 3·9, 4·0.	— 3·74	— 0·56	— 4·30	± 0·01
7	—	80·01	—	7	+ 0·5, 0·7, 0·6, 0·8, 0·7, 0·7, 0·6.	+ 0·66	— 0·55	+ 0·11	± 0·00
8	—	80·64	—	7	+ 3·0, 3·0, 2·6, 3·1, 2·6, 3·0, 2·8.	+ 2·89	— 0·56	+ 2·33	± 0·07

9	—	82·62	—	5	+ 7·7, 7·8, 8·0, 7·8, 8·0.	+ 7·86	— 0·31	+ 7·55	± 0·01
10	83·0	—	—	5	+ 8·2, 8·3, 8·2, 8·4, 8·1.	+ 8·24	— 0·24	+ 8·00	± 0·01
11	84·48	84·48	$SO_3 2H_2O$	10	+ 8·99, 9·0, 9·0, 9·0, 8·99, 8·87, 8·79, 8·98, 9·01, 8·99.	+ 8·98	— 0·17	+ 8·81	± 0·00
12	—	85·61	—	7	+ 8·4, 8·5, 8·3, 8·5, 8·4, 8·5, 8·2.	+ 8·40	— 0·30	+ 8·10	± 0·00
13	—	87·00	—	5	+ 6·0, 5·9, 5·8, 6·2, 6·1.	+ 6·00	— 0·50	+ 5·50	± 0·01
14	—	87·83	—	5	+ 3·5, 3·6, 3·5, 3·5, 3·4.	+ 3·50	— 0·60	+ 2·90	± 0·00
15	89·00	—	—	5	— 0·7, 0·5, 0·6, ·5, 0·7.	— 0·60	— 0·89	— 1·49	± 0·01
16	90·60	—	—	5	— 10·5, 10·8, 10·6, 10·5, 10·9.	— 10·66	— 1·01	— 11·67	± 0·01
17	90·10	90·10	—	7	— 7·6, 7·5, 7·6, 7·7, 7·4, 7·5, 7·3.	— 7·51	— 0·79	— 8·30	± 0·01
18	91·60	—	—	5	— 18·0, 17·9, 17·8, 18·1, 18·3.	— 18·02	— 0·99	— 19·01	± 0·14
19	—	92·10	—	5	— 22·4, 22·6, 22·3, 22·8, 22·5.	— 22·52	— 1·13	— 23·65	± 0·01
20	92·8	—	—	5	— 30·0, 29·8, 29·9, 29·6, 30·2.	— 29·90	— 1·30	— 31·20	± 0·07
21	—	94·10	—	5	— 28·9, 28·7, 29·1, 29·0, 28·7.	— 28·88	— 1·13	— 30·01	± 0·12
22	—	94·60	—	5	— 23·8, 23·7, 24·0, 23·9, 23·6.	— 23·80	— 1·10	— 24·90	± 0·12
23	95·00	—	—	12	— 20, 19·5, 19·5, 20, 20·2, 20, 20·3, 20·4, 20, 19·5, 19·5, 20.	— 19·91	— 1·07	— 21·02	± 0·00

Nr.	Procentgehalt an Monohydrat		Empirische Formel	Anzahl der Versuche	Am Weingeistthermometer abgelesene Erstarrungstemperaturen	Arithmetische Mittel	Correction	Corrigirte Erstarrungstemperatur	Wahrscheinlich. Fehler
	aus den zusammengemischten Mengen berechnet	durch nachträgliche Analyse gefunden							
24	—	95·95	—	6	— 12·0, 11·8, 12·2, 11·8, 12·0, 11·8.	— 11·93	— 1·08	— 12·90	± 0·00
25	—	96·45	—	5	— 8·2, 8·3, 8·1, 8·4, 8·5.	— 8·30	— 1·00	— 9·30	± 0·13
26	—	96·84	—	10	— 4·8, 4·9, 4·9, 5·5, 4·8, 4·8, 4·9, 5·2, 4·8, 4·9.	— 4·95	— 1·04	— 5·99	± 0·06
27	—	97·75	—	10	— 0·5, 0·7, 0·8, 0·5, 0·7, 0·9, 0·9, 1, 1, 1.	— 0·80	— 0·50	— 1·3	± 0·00
28	—	98·20	—	5	+ 1·7, 1·8, 1·6, 2·0, 1·6.	+ 1·74	— 0·44	+ 1·30	± 0·01
29	—	98·85	—	6	+ 4·5, 4·6, 4·5, 4·6, 4·6, 4·6.	+ 4·56	— 0·35	+ 4·21	± 0·01
30	—	99·40	—	5	+ 6·5, 6·4, 6·4, 6·3, 6·4.	+ 6·40	— 0·40	+ 6·00	± 0·00
31	100·00	100·00	SO_3H_2O	10	+ 7·1, 7·1, 6·89, 6·95, 7, 7, 7·1, 6·99, 7, 6·97.	+ 7·02	— 0·23	+ 6·79	± 0·00

C. Graphische Darstellung der Erstarrungstemperaturen.

Die eben mitgetheilten Resultate sind auf anliegender Tafel in der Weise dargestellt, dass die Procentgehalte auf der Abscissenachse, die Temperatur mit Rücksicht auf ihr Zeichen als Ordinate aufgetragen wurde.

Man überblickt dabei folgende Ergebnisse:

I. Es ist kein gemeinsames Gesetz, welches für alle Concentrationen zusammen gelten würde, zu erkennen. (Was auch schon durch die Verschiedenheit der auskrystallisirenden Körper bedingt ist.)

II. Bis circa 35%, was nahe der empirischen Formel $SO_3 11H_2O = SO_3H_2O + 10H_2O$ entspricht, sinkt die Erstarrungstemperatur, und zwar keineswegs proportional dem Gehalte an Monohydrat, sondern bedeutend rascher.

III. Zwischen 35% und 74% ist ein Intervall, innerhalb welchem keine Krystallisation auch bei Anwendung des Kohlensäurebades hervorgebracht werden konnte.

IV. Von 74·3% an krystallisiren die Säuren wieder, ihre Erstarrungstemperatur steigt bis zu einem Maximum von 8·81° C., welches genau mit dem zweiten Hydrat $SO_3 2H_2O$ 84·48% zusammenfällt. Nach diesem Maximum sinkt die Erstarrungstemperatur wieder sehr tief, wahrscheinlich bis unter — 40°, um dann wieder zu steigen; das Minimum liegt bei 93·4%, dem keine einfache töchiometrische Zusammensetzung entspricht. (Am nächsten käme noch $5SO_3 7H_2O = 3(SO_3H_2O) + 2(SO_3 2HO)$, was 93·16% gäbe.)

V. Von 93·4% bis 100% steigt die Erstarrungstemperatur wieder sehr rasch bis 6·79% dem Erstarrungspunkte des Monohydrates.

Eine nähere Besprechung dieser Resultate wird mein Mitarbeiter im zweiten theoretischen Theile geben.

Untersuchung der Zusammensetzung der beim Erstarren ausgeschiedenen Körper.

Schon früher war bekannt, dass aus verdünnter Schwefelsäure beim Erstarren nur reines Eis abgeschieden werde. Ich

fand dies neuerdings bestätigt. Die weitere Untersuchung war demnach auf das Procentintervall von 74·3% bis 100% zu beschränken.

Die Absonderung der bei grosser Kälte entstandenen ersten Krystalle aus der oft sehr dickflüssigen Mutterlauge bot begreiflicherweise mancherlei Schwierigkeiten. An ein Abpressen zwischen Ziegelsteinen war in den meisten Fällen gar nicht zu denken. Es wurde auf dreierlei Weise verfahren:

1. Methode: Die erstgebildeten Krystalle wurden mittelst eines Platindrahthakens an den Rand des schiefgehaltenen Reagenzglases gezogen, und von dort, nachdem die Mutterlauge abgeflossen und durch theilweises Abschmelzen der Krystallmasse weggewaschen war, zur Analyse gesammelt.

2. Eine grössere Quantität der Krystalle wurde auf einem trichterförmigen Platinsiebe abtropfen gelassen, welches ringsum mit einem Gefässe, dessen doppelte Wände Kältemischung einschlossen, umgeben war. Auch hier wurde gewartet, bis man annehmen konnte, dass die Mutterlauge durch die Flüssigkeit geschmolzener Krystalle verdrängt war.

3. In die nahe zum Erstarren abgekühlte Flüssigkeit wurde ein enges Reagenzröhrchen, welches intensive Kältemischung enthielt, eingetaucht. Die daran sich fest ansetzenden Krystalle wurden mit herausgehoben, abfliessen gelassen und erst der zuletzt schmelzende Antheil zur Analyse gesammelt.

Mehrmals wurde auch die rückbleibende Mutterlauge analysirt, da man aus der Zusammensetzung Schlüsse auf die der Krystalle ziehen konnte.

A. Resultate der Untersuchung der Zusammensetzung der Krystalle.

Nr.	%Gehalt der Säure, von welcher die Krystalle untersucht worden	%Gehalt der hiebei ausgeschiedenen Krystalle	Anzahl d. %, um welche sich die Zusammensetz. von der ursprünglichen Flüssigkeit unterscheidet	%Gehalt des Rückstandes, wenn dieser untersucht wurde	Anmerkungen
	Von 100% bis 93·4%				Das Gewicht der herausgenommenen Krystalle im Verhältnisse zum Rückstande konnte nicht ermittelt werden. Im Rückstande blieben gewöhnlich auch noch Krystalle zurück, denn es wurden in der Regel nur so viele heraus gelesen, als zu einer guten Analyse nothwendig waren
1	97·75	99·20	+ 1·45	—	
2	96·84	97·58	+ 0·74	—	
3	96·45	99·00	+ 3·45	—	
4	95·00	97·94	+ 2·94	92·80	
5	94·10	96·70	+ 2·60	93·0	
	Von 93·4% bis 84·48%				
6	92·80	90·30	− 2·50	93·7	
7	91·60	88·24	− 3·36	93·1	
8	88·00	85·33	− 2·67	90·97	
9	87·83	84·90	− 2·93	89·0	
	Von 84·48% abwärts				
10	82·62	84·10	+ 1·48	—	
11	80·64	83·00	+ 2·36	—	
12	79·50	82·88	+ 3·30	—	
13	79·00	82·91	+ 3·90	76·10	
14	78·66	79·92	+ 1·26	77·00	
15	78·40	80·71	+ 2·31	—	
16	76·80	78·97	+ 2·17	—	
17	76·00	78·82	+ 2·82	—	
18	74·80	77·33	+ 2·53	—	
19	74·30	77·10	+ 2·80	72·80	
20	74·30	77·41	+ 3·11	72·71	

B. Graphische Darstellung der Zusammensetzung der Krystalle.

Dieselbe ist auf der beigegebenen Tafel einfach in der Weise durchgeführt, dass durch die an die Curven angesetzten horizontalen gestrichelten Linien, die Richtung der Zusammensetzungsänderung und durch die an deren Ende stehenden Kreispunkte der Procentgehalt der Krystalle selbst mit Hilfe der Abscisse ersehen werden kann. (Siehe die Tafel rechts.)

C. Ergebnisse dieser Untersuchung.

Man ersieht aus mitgetheilter Tabelle, und noch besser aus der graphischen Darstellung, dass mit Ausnahme des reinen Mono- und Bihydrats, jede Säure Krystalle liefert, welche sich in ihrem Procentgehalt von der Flüssigkeit unterscheiden, und stets nähert sich dieser Procentgehalt dem Mono- oder Bihydrat. Der neutrale Punkt, welcher die Gebiete dieser beiden Hydrate scheidet, trifft in dasselbe Intervall in der Nähe von 93·4%, in welches das Minimum der Erstarrungstemperatur fällt.

Die durch die Analysen gefundene Annäherung an den Procentgehalt des Mono- oder Bihydrates konnte von vorneherein nicht regelmässig ausfallen, weil ja die Menge der gebildeten Krystalle und der Grad ihrer Reinigung von der Mutterlauge verschieden sein musste.

D. Mischung zerriebener Krystalle vom Mono- und Bihydrat.

Wie gesehen, krystallisiren diese beiden Hydrate bei etlichen Graden über Null, während die Säuren von dazwischenliegenden Percentgehalten bei tiefen, ja auch sehr tiefen Temperaturen zum Erstarren kommen. Daraus konnte man auch schliessen, dass die Krystalle vom Mono- und Bihydrat zusammengemischt so nicht bestehen können, sondern sich auflösen würden und in Folge dessen aber auch eine Temperaturerniedrigung dieses Gemisches entstehen müsste. Damit aber die Vermischung schneller vor sich gehen konnte, wurden diese Krystalle zuvor zerrieben.

Dieser von vorneherein gezogene Schluss wurde durch die drei nachfolgenden Versuche richtig gefunden:

1. Eine unbestimmte Menge Krystalle vom Mono- und Bihydrat wurde in derselben Schale durch Zerreiben gemischt. Die Masse wurde flüssig und gab eine Temperaturerniedrigung von — 24·5°. Ihre Analyse ergab den Procentgehalt von 91·7%. Eine Säure aber von 91·7% kommt bei — 20° zum Erstarren. Die Verschiedenheit der Temperaturen bei dieser Mischung und bei der Erstarrung bei gleichem Procentgehalt kommt daher, weil beim Zerreiben die Krystalle vom Bihydrat nicht sogleich gemischt werden konnten wegen ihrer viel grösseren Festigkeit. Desswegen war auch der Procentgehalt im Momente der Mischung ein anderer, und zwar ein höherer, was dann mit der Beobachtung gut stimmt, denn eine Säure von 92·2% Concentration würde bei — 24·5° zum Erstarren kommen.

2. Beiläufig gleiche Mengen der Krystalle von beiden Hydraten auf besagte Weise gemischt, gaben beim Flüssigwerden eine Abkühlung bis auf — 21°.

3. Nachdem die Erstarrungscurve der concentrirten Säuren hinlänglich bekannt war, suchte ich so viel Krystalle von jedem der beiden Hydrate zusammenzumischen, dass der Procentgehalt der so entstandenen Flüssigkeit in die Nähe des Minimums der Erstarrungstemperatur zu liegen käme und somit musste auch nach den obigen Versuchen die Temperaturerniedrigung bedeutend werden. Wirklich zeigte das Thermometer in dieser flüssig gewordenen Mischung — 28°, während die Krystalle der einzelnen Hydrate 0° hatten. Der Procentgehalt dieser Mischung kam auch diesmal nicht, wie es berechnet war, mit dem Procentgehalt des Minimums der Erstarrungstemperatur zusammen, weil eben während der Beobachtung wegen der ungelöst bleibenden Krystalle des Bihydrates, jener gegen das Monohydrat hin verschoben war.

II. Theoretischer Theil.

A. Die Erstarrungstemperaturen der verdünnten Säure.

Aus den oben mitgetheilten Versuchen entnimmt man, dass aus Schwefelsäure von 0% bis 36%, oder, was dasselbe ist, aus Schwefelsäure von der Zusammensetzung $SO_4H_2\infty H_2O$ bis circa $SO_4H_2 10H_2O$ kein Schwefelsäurehydrat, sondern nur Eis auskrystallisiren kann. Es soll nun zunächst untersucht werden, ob zwischen dem Procentgehalte an Monohydrat und der Erniedrigung der Gefriertemperatur eine einfache Beziehung stattfinde. Bezeichnet man den Procentgehalt an Monohydrat mit p, die Gefriertemperatur mit t, so ergeben einige vorläufige Rechnungen, dass sich eine Formel

$$t = -\frac{Bp}{A-p}$$

den Versuchen nahe anschliesse. Um die wahrscheinlichsten Werthe von A und B zu erhalten, habe ich aus den Zahlen der vorgehenden Tabelle I mit Weglassung der drei letzten unsichern Bestimmungen nach der Methode der kleinsten Quadratsummen diese beide Constanten berechnet. Ich erhielt:

$$A = 47\cdot12$$
$$B = 19\cdot05$$

so dass also

$$t = -\frac{19\cdot05\,p}{47\cdot12 - p} \qquad \text{I)}$$

die Gleichung derjenigen Curve (Hyperbel) vorstellt, welche sich der auf der Tafel construirten Curve der Erstarrungstemperaturen für 0% bis 36% am nächsten anschliesst.

Um beurtheilen zu können, wie nahe die aus Formel I) berechneten Werthe mit den gefundenen übereinstimmen, wurde nachstehende Tabelle berechnet:

t gefunden	t berechnet	Differenz	t gefunden	t berechnet	Differenz	t gefunden	t berechnet	Differenz
1·11	1·24	—0·13	5·00	5·13	—0·13	26·40	26·35	+0·05
2·20	2·37	—0·17	6·70	6·69	—0·19	33·00	33·38	—0·38
2·43	2·66	—0·23	9·80	9·60	+0·20	37·10	37·55	—0·45
2·80	3·02	—0·42	12·70	12·30	+0·40	41·60	41·52	+0·08
3·30	3·49	—0·19	17·60	17·07	+0·53	43·80	43·63	+0·17
3·90	4·14	—0·24	21·59	21·94	—0·35	49·80	49·37	+0·43

Bei den zwei letzten hier nicht aufgenommenen Versuchen ist die Differenz grösser (gefunden 54·4 und 61·7, berechnet 51·52 und 56·26). Dies darf aber nicht auffällig erscheinen, da die Versuche bei diesen tiefen Temperaturen, welche im Kohlensäureätherbade erhalten wurden, um mehrere Grade unter sich selbst differiren. Sieht man berechtigter Weise von diesen ab, so zeigt obige Tabelle für die übrigen 18 Versuche eine Übereinstimmung bis auf $^1/_2$°.

Man darf daher immerhin obige Formel I) anwenden, wo es sich nicht um die äusserste Annäherung handelt.

Untersucht man die Richtung der Fehler näher, so kann man nicht übersehen, dass bei den ersten acht Versuchen die berechneten Werthe stets höher liegen. Es muss daher möglich sein, für diese Versuche, welche innerhalb der Procente 0 bis $12^1/_4$, fallen, eine enger anschliessende Curve zu berechnen.

Nach der Methode des kleinen Quadrates fand ich hiefür:

$$t = -\frac{12\cdot2538\,p}{34\cdot6237-p}. \qquad \text{I}a)$$

Die Übereinstimmung der hieraus berechneten Werthe mit den Versuchsresultaten zeigt nachfolgende Tabelle:

t gefunden	t berechnet nach I a)	Differenz
1·11	1·11	·0
2·20	2·17	+0·03
2·43	2·45	−0·02
2·80	2·8	0
3·30	3·27	+0·03
3·90	3·92	−0·02
5·00	497	+0 03
6·70	6·71	−0·01

Nachdem so für die ersten acht Versuche eine separate Gleichung ermittelt wurde, musste es möglich sein, auch für die zweite Gruppe der Versuche eine anschliessendere Gleichung zu berechnen. Ich fand hiefür

$$t = -\frac{19\cdot8597\, p}{47\cdot8200 - p}. \qquad \text{I}b)$$

Ich halte es für unnöthig, auch für diese eine entsprechende Tabelle mitzutheilen.

Vom chemischen Standpunkte aus ist es nun von grösserem Interesse, statt der Procente p die Gewichtsmengen irgend eines Hydrates einzuführen, welche auf 100 Theile Wasser in der untersuchten Flüssigkeit zugemischt sind.

Ich nenne diese Gewichtsmengen π_n, der Index n soll dieselbe Bedeutung haben, wie in der Formel $SO_4H_2 + nH_2O$.

Es bedeutet also z. B. π_6 die Gewichtsmenge des Hydrates $SO_4H_2 + 6H_2O$, welche auf 100 Theile Wassers zugemischt ist.

Für die Berechnung von π_n aus p findet man leicht folgende Beziehung:

$$\pi_n = \frac{100\, p}{\frac{4900}{49+9n} - p}.$$

Da nun die Versuche ergeben haben, dass

$$t = -\frac{Bp}{A-p}$$

so ist klar, dass t proportional dem π_n werden kann, wenn man für n jenen Werth wählt, der $\frac{4900}{49+9n} = A$ macht.

Man erhält dann:

$$t = -\frac{B}{100} \cdot \pi_n.$$

Auf diese Weise lässt sich also jenes Hydrat berechnen, dessen Zusatz zu 100 Theilen Wasser eine seiner Menge proportionale Gefrierpunktserniedrigung hervorbringt.

Bestimmt man nun den Werth von n aus den oben erhaltenen Werthen von A, so findet man:

Aus I) $A = 47 \cdot 12$ $n = 6 \cdot 110$ für alle Versuche zusammen.
„ Ia) $A = 34 \cdot 6237$ $n = 10 \cdot 309$ für die ersten acht Versuche.
„ Ib) $A = 47 \cdot 82$ $n = 5 \cdot 941$ für die letzten neun Versuche.

Setzt man nun für n jene ganzen Zahlen, welche den berechneten Werthen nahekommen, so kann man hieraus schliessen, dass alle Versuche zusammen ungefähr damit übereinstimmen, dass die Gefriertemperatur proportional dem Zusatz des Hydrates $SO_4H_2 + 6H_2O$ zu Wasser sei.

Genauer wird sich ergeben, dass für die ersten acht Versuche, d. i. bis zu einer Concentration von $12^1/_4$% das Hydrat $SO_4H_2 + 10H_2O$, von dort an bis 34% das Hydrat $SO_4H_2 + 6H_2O$ dasjenige Hydrat sei, welches eine seiner Menge proportionale Gefrierpunktserniedrigung hervorbringt. Diese Folgerungen werden durch die Resultate der Rechnung bestätigt, wie aus nachfolgender Tabelle zu ersehen ist.

Procentgehalt an Monohydrat p	Erstarrungstemperatur gefunden t	Auf 100 Theile Wasser zugesetzte Menge des Hydrates $SO_4H_2+6H_2O$ π_6	$\frac{\pi_6}{t}$	Auf 100 Theile Wasser zugesetzte Menge des Hydrates $SO_4H_2+10H_2O$ π_{10}	$\frac{\pi_{10}}{t}$	Nr. der Versuche
2·88	— 1·11	6·44	5·80	8·89	8·01	Nr. 1 bis 8
5·22	— 2·20	12·32	5·60	17·38	7·90	
5·78	— 2·43	13·83	5·69	19·61	8·01	
6·45	— 2·80	15·68	5·60	22·40	8·00	
7·30	— 3·30	18·13	5·49	26·12	7·91	
8·41	— 3·90	21·47	5·50	31·34	8·03	
10·00	— 5·00	26·61	5·32	39·60	7·92	
12·25	— 6·70	34·68	5·18	53·27	7·95	
15·79	— 9·80	49·69	5·01			Nr. 9 bis 17
18·49	— 12·70	63·58	5·01			
22·27	— 17·60	88·02	5·00			
25·00	— 21·59	110·76	5·13			
27·35	— 26·40	135·26	5·12			
30·00	— 33·00	170·72	5·17			
31·26	— 37·10	191·66	5·16			
32·30	— 41·60	211·52	5·09			
32·80	— 43·80	222·07	5·07			

Wie man aus der mit $\frac{\pi_6}{t}$ überschriebenen Columne dieser Tabelle ersehen kann, ist die Proportionalität von π_6 und t vom achten Versuche an eine ganz auffallende. Noch constanter erscheint das Verhältniss $\frac{\pi_{10}}{t}$ für die ersten acht Versuche.

Rechnet man aus den Versuchen 9 bis 17 den Mittelwerth für $\frac{\pi_6}{t}$ und aus den Versuchen 1 bis 8 den Mittelwerth für $\frac{\pi_{10}}{t}$, so erhält man die Zahlen:

$$\frac{\pi_6}{t} = 5 \cdot 1,$$

$$\frac{\pi_{10}}{t} = 8 \cdot 0$$

und hieraus die Beziehungen:

$$t = \frac{\pi_{10}}{8 \cdot 0} \qquad \text{II}a)$$

für die Säure zwischen 0 um $12^1/_4$%,

$$t = \frac{\pi_6}{5 \cdot 1} \qquad \text{II}b)$$

für die Säure zwischen $12^1/_4$ und 33%.

Um zu sehen, in wie weit diese Gleichungen die Messungsresultate wiedergeben, und ob es gerechtfertigt ist, für die Concentration 0 bis $12^1/_4$% eine eigene Gleichung aufzustellen, habe ich endlich in der nachfolgenden Tabelle die gefundenen und die nach Gleichungen II*a*) und II*b*) berecheteten Temperaturen zusammengestellt.

Nr. des Versuches	Beobachtetes t	Berechnet nach $t = \frac{\pi_6}{5 \cdot 1}$	Differenz von Beobacht. u. Rechnung	Berechnet nach $t = \frac{\pi_{10}}{8}$	Differenz von Beobacht. u. Rechnung
1	1·11	1·26	—0·15	1·11	0
2	2·20	2·42	—0·22	2·17	+0·03
3	2·43	2·72	—0·29	2·45	—0·02
4	2·80	3·09	—0·26	2·80	0
5	3·30	3·55	—0·25	3·27	+0·03
6	3·90	4·21	—0·33	3·92	—0·02
7	5·00	5·22	—0·22	4·95	+0·05
8	6·70	6·80	—0·10	6·66	+0·04

Nr. des Versuches	Beobachtetes t	Berechnet nach $t = \frac{\pi_6}{5 \cdot 1}$	Differenz von Beobacht. u. Rechnung	Berechnet nach $t = \frac{\pi_{10}}{8}$	Differenz von Beobacht. u. Rechnung
9	9·80	9·74	+ 0·06	—	—
10	12·70	12·47	+ 0·23	—	—
11	17·60	17·26	+ 0·34	—	—
12	21·59	21·72	— 0·13	—	—
13	26·40	26·52	— 0·12	—	—
14	33·00	33·47	— 0·47	—	—
15	37·10	37·58	— 0·48	—	—
16	41·60	41·47	+ 0·13	—	—
17	43·80	43·54	+ 0·26	—	—

Aus der vierten Columne dieser Tabelle entnimmt man, dass unter Annahme von $n = 6$ für die ersten acht Versuche die Fehler zwar nicht gross (bis $^1/_3{}^\circ$) aber doch grösser ausfallen, als sich aus den Bestimmungen selbst ergeben würde. Man ist also berechtigt, für diese Versuche $n = 10$ zu setzen, denn hiedurch werden die Fehler, wie aus den letzten Columnen zu ersehen, sehr klein (höchstens 0·05°).

Eine andere Frage ist es nun, ob man sich durch diesen Sachverhalt zu der Schlussfolgerung darf verleiten lassen, dass bei der Gefriertemperatur verdünnte Schwefelsäure je nach ihrer Concentration unter oder über $12^1/_4$% das Hydrat $SO_4H_2 . 10H_2O$ oder $SO_4H_2 . 6H_2O$ in der Flüssigkeit wirklich enthalten.

Zunächst schiene es mir diesfalls passender anzunehmen, dass nicht zuerst $SO_4H_210H_2O$, dann sprungweise $SO_4H_26H_2O$ vorhanden sei, sondern, dass successive die Hydrate von $SO_4H_210H_2O$ bis $SO_4H_26H_2O$ in der Flüssigkeit (als Molecülverbindungen) existiren. Es würde sich diese Annahme mit dem Proportionalitätsgesetz bezüglich der Gefrierpunktserniedrigung,

respective mit den daraus zu berechnenden Temperaturen genügend innerhalb der Versuchsfehler zusammenreimen lassen.

Allein nach meiner Ansicht ist diese Annahme nicht haltbar. Nach den Principien der von mir seinerzeit entwickelten Theorie der Dessociation und der reciproken Reactionen[1] existiren in verdünnter Schwefelsäure stets mehrere Hydrate nebeneinander, die als Molecülverbindungen mit verschiedener Molecül- und Atomtemperatur mit einander in Concurenz treten, beim Zusammenstosse sich zersetzen, umsetzen oder verbinden, je nachdem die jeweilige Temperatur, d. i. lebendige Kraft der Molecülgruppen oder deren Bestandtheile dem Zerfall oder der Verbindung günstig ist.

Dies schliesst jedoch nicht aus, dass für jede Concentration ein mittlerer Werth von n existire, der dann freilich keine ganze Zahl sein muss, sondern vielmehr eine continuirliche Reihe von Werthen durchläuft, wenn sich die Concentration continuirlich ändert.

Diese Hypothese wird einerseits dem Bedürfniss der Annahme einer stöchiometrischen Zusammensetzung gerecht, andererseits erklärt sie das Nichtauftreten sprungweiser Änderungen der physikalischen Eigenschaften mit der Concentration.

Hat sich in einer solchen Flüssigkeit beim Abkühlen das erste Eis abgeschieden, so stelle ich mir vor, dass dasselbe nicht einfach unangefochten bleibe, sondern es ist stets noch den Stössen von Molecülgruppen ausgesetzt, welche theilweise zu einer Wiederlösung Anlass geben. Nur dadurch, dass in gleichen Zeiten ebenso viel Wassermolecüle zu Eis werden als gleichzeitig aus Eis zu Wasser werden, kann sich die Eismenge constant erhalten[2]. Je concentrirter nun die Säure, desto häufiger sind diejenigen Stösse auf das Eis, welche dasselbe lösen können, desto tiefer muss also die Temperatur, das ist die lebendige

---

[1] „Beiträge zur chem. Statik“ in Poggend. Ann. Bd. 131, S. 55, ferner „der Kampf ums Dasein unter den Molecülen“ Poggend. Jubelband, S. 182.

[2] Siehe die einschlägigen Ideen in: „Neue Theorie der Regelation des Eises.“ Diese Berichte Bd. 59. Vergleiche ferner: L. Dossios „Zur Theorie der Lösungen“, Vierteljschr. d. Zürcherischen Naturf. Gesellsch. Bd. XIII, 1 bis 21, im Auszug in Naumann's Thermochemie S. 101.

Kraft der stossenden Körper sein, damit die Lösung des Eises nicht überhand nehme. Es gibt nun nach obigen Versuchen eine Concentration, bei der trotz der tiefsten von uns künstlich erzeugbaren Temperatur die Eisbildung nicht mehr möglich ist. Diese Concentration legt bei circa 35°/₀ an Monohydrat und entspricht etwa dem Hydrat $SO_4H_2 10H_2O$, welches 35·25°/₀ Monohydrat enthält.

Aus der Formel

$$t = -\frac{19\cdot 05\, p}{47\cdot 12 - p}$$

würde folgen, dass Säure von 47·12°/₀ durch keine Temperaturerniedrigung zum Gefrieren zu bringen sei. Es ist aber klar, dass diese Formel uns so weit sicher gelte, als sie aus den Versuchen abgeleitet ist.

Indem ich eine ausführlichere Auseinandersetzung meiner Ansichten über die in verdünnter Schwefelsäure vorhandenen Moleculverbindungen einer späteren Arbeit vorbehalte, wende ich mich zur Discussion der Versuchsresultate bezüglich der concentrirten Schwefelsäuremischungen.

B. Die Erstarrungstemperaturen der concentrirten Säure.

Unter der concentrirten Säure verstehe ich hier solche von 70 bis 100°/₀ an Monohydrat, zu welchen speciell die Verbindungen $SO_4H_2.2H_2O$ (73·14°/₀), $SO_4H_2 \cdot H_2O$ (84·48°/₀) und SO_4H_2 (100°/₀) gehören.

Ein Blick auf die dieser Abhandlung beigegebene Tafel zeigt das höchst bemerkenswerthe Verhalten der Schwefelsäure innerhalb dieser Concentration bezüglich der Erstarrungstemperaturen.

Zunächst ist der Grenzpunkt bei 93·4°/₀ von Wichtigkeit, der die Concentrationen von einander scheidet, aus welchem einerseits das Hydrat $SO_4H_2.H_2O$ (Bihydrat) und andererseits SO_4H_2 (Monohydrat) herauskrystallisiren kann. Ausser diesen beiden Hydraten war kein anderes (unter 100°/₀) bei irgend einer Temperatur zum Erstarren zu bringen. Ich habe mich nach-

träglich nochmals überzeugt, dass dies auch nicht im Kohlensäurebade unter der Luftpumpe, d. i. bei 115° unter Null zu erreichen ist, obwohl dann die Säure so dickflüssig wurde, wie etwa Canadabalsam bei gewöhnlicher Temperatur. Indess ist zu bemerken, dass so dickflüssige Körper die Erscheinung der Überschmelzung in sehr hohem Grade zeigen und es daher doch noch möglich wäre, z. B. das Trihydrat $SO_4H_2+2H_2O$ zum Erstarren zu bringen, falls man die Überschmelzung aufzuheben vermöchte.

Beachtet man aber den Verlauf der Erstarrungscurven, so lässt die Analogie dies nicht wahrscheinlich erscheinen, da dieses Hydrat im reinen Zustande, sowie die beiden andern wohl eine relativ hohe Erstarrungstemperatur haben würde, wenn es überhaupt krystallisiren könnte.

Dass sowohl Mono- als auch Bihydrat in der Flüssigkeit, aus der sie herauskrystallisiren, enthalten seien, wenn auch theilweise in loser Verbindung unter einander, scheint mir wohl nicht mit Grund bezweifelt werden zu können.

Man könnte sich aber versucht fühlen, die Existenz irgend eines höheren Hydrates in einer Säuremischung von 35% bis 73% in Abrede zu stellen, weil kein solches krystallisirt zu erhalten ist. Diesen Schluss finde ich gewagt und unwahrscheinlich. Aus dem Umstande, dass kein solches Hydrat krystallisirt, folgt noch nicht, dass es nicht existirt. Man müsste sonst z. B. auch die Existenz des Alkohols oder eines Alkoholhydrates in Weingeist läugnen.

Erinnert man sich, dass Bihydrat in Wasser sich unter starker Wärmeentwicklung löst, ja das Wasser aus anderen chemischen Verbindungen an sich zieht, so muss man doch annehmen, dass hiebei Affinitäten befriedigt, also Verbindungen erzeugt werden.

Der Einwurf, dass, wenn solche Hydrate existirten, die physikalischen Eigenschaften, wie z. B. die Dichte, der Brechungsexponent, der Siedepunkt u. s. w., ferner die sogenannte Wärmetönung sprungweise Änderungen erleiden müssten oder dass die diese Eigenschaften darstellenden Curven Discontinuitäten zeigen müssten, fällt hinweg, wenn man, wie ich vorgeschlagen, die an sich wahrscheinliche Hypothese macht, dass diese „Verbin-

dungen nach unbestimmten Verhältnissen" nichts Anderes seien, als „Gemische von in Dissociation befindlichen Molecülverbindungen".

Es ist schwieriger zu beweisen, dass es so sei, als nur zu zeigen, dass es so sein könne. Ich will an einem Beispiele versuchen, meine Vorstellungen über diesen Sachverhalt klar zu machen. Ich nehme einen einfachen Fall, welchen ich mit dem Namen „übereinandergreifende Dissociation" bezeichnen will.

Setzen wir, es existiren zwei Molecülverbindungen von der Formel $SO_4H_2.(n+2)H_2O$ und $SO_4H_2.(n+1)H_2O$. Die untere Dissociationsgrenze für die erste (leichter zersetzliche) Verbindung liege bei t_1, für die zweite Verbindung bei t_2, die obere Dissociationsgrenze für die erste bei t_3, für die zweite bei t_4. Beim Zerfall werde nur H_2O abgespalten. t_1, t_2, t_3 und t_4 seien der Reihe nach ansteigende Temperaturen.

Dann enthält die Mischung beider Verbindungen:
unter t_1 nur: $SO_4H_2.(n+2)H_2O$ und $SO_4H_2(n+1)H_2O$,
zwischen t_1 und t_2: $SO_4H_2.(n+2)H_2O$, $SO_4H_2.(n+1)H_2O$ und H_2O,
zwischen t_2 in t_3: $SO_4H_2.(n+2)H_2O$, $SO_4H_2.(n+1)H_2O$,
$SO_4H_2.nH_2O$ und H_2O,
zwischen t_3 und t_4: $SO_4H_2(n+1)H_2O$, $SO_4H_2.nH_2O$ und H_2O
über t_4: $SO_4H_2.nH_2O$ und H_2O.

Auf diese Weise ist nie eines der Hydrate allein vorhanden, sondern stets mehrere, und das Mengenverhältniss derselben ändert sich continuirlich mit der Temperatur. Es können daher auch die Eigenschaften dieser Mischungen nicht sprungweise sich verändern.

Ganz ähnlich nun, wie hier durch steigende Temperatur, kann, wie ich seinerzeit gezeigt habe,[1] durch Zumischen eines Bestandtheils, z. B. von Wasser oder Entziehung desselben, ein ähnliches Resultat erzielt werden, und da hiebei ebenfalls mehrere Molecülverbindungen neben einander existiren, so kommt es auch in diesem Falle zu keinen Discontinuitäten in den Eigenschaften.

Mische ich z. B. zu der Flüssigkeit, welche enthält: $SO_4H_2+nH_2O$ und $SO_4H_2(n+1)H_2O$ noch weitere Molecüle

[1] Beiträge zur chem. Statik. Pogg. Ann. Bd. 131. — Siehe auch: Naumann, Thermochemie S. 77, Anm.

H_2O, so wird nicht etwa zuerst die erste Verbindung $SO_4H_2 . nH_2O$ zu $SO_4H_2(n+1)H_2O$ ergänzt und dann erst die weitere Verbindung $SO_4H_2(n+2)H_2O$ zu bilden begonnen, sondern noch bevor alle Verbindungen der ersten Gattung in der die zweiten übergeführt sind, kommen schon solche der nächst höheren Gattung zu Stande.

Dies Alles erklärt sich leicht und einfach durch die von mir aufgestellte Theorie der Concurenz der Molecüle[1], welche auf der Verschiedenheit der Bewegungszustände der einzelnen Molecüle oder Melecülverbindungen einer Flüssigkeit beruht.

Ich schliesse diese Bemerkungen, indem ich constatire, dass nach meiner Ansicht die besprochenen Thatsachen bezüglich der Erstarrungstemperaturen die Existenz des Monohydrates und Bihydrates in der concentrirten Säure höchst wahrscheinlich machen, aber auch die Existenz höherer Hydrate nicht ausschliessen.

Bezüglich der Constitution der Säure zwischen 84·48% (Bihydrat) und 100% (Monohydrat) glaube ich den Sachverhalt am Besten auszudrücken, wenn ich diese Flüssigkeit für eine „gegenseitige Lösung" der beiden Hydrate erkläre. Was ich unter „gegenseitiger Lösung" verstehe, muss ich näher präcisiren. Kochsalz in Wasser bildet nur eine einseitige Lösung, denn ich kann nicht Eis in geschmolzenem Kochsalz lösen. Dagegen kann ich z. B. ebenso Eis in Schwefelsäure lösen, wie festes Monohydrat in Wasser. Das Charakteristische der gegenseitigen Lösung liegt darin, dass der gelöste Körper bei einer Temperatur flüssig wird, bei der er für sich noch nicht schmilzt. Die durch gegenseitige Lösung entstandene Flüssigkeit hat also stets Erstarrungstemperaturen unter dem Schmelzpunkte der Bestandtheile. So ist es nun auch mit den beiden Hydraten SO_4H_2 und $SO_4H_2 . H_2O$. Unter diesem Gesichtspunkte reihen sich die beobachteten Thatsachen unter die allgemeinen Regeln bezüglich der Lösungen.

Eine Säure nahe an 100% ist einerseits als eine Lösung von wenig Bihydrat in viel Monohydrat, andererseits als eine con-

---

[1] Mit diesem Ausdrucke habe ich später die zuerst in den „Beiträgen zur chem. Statik" mitgetheilte Theorie zu bezeichnen gesucht.

centrirte Lösung von Monohydrat in wenig Bihydrat zu betrachten als welche letztere sie nur geringer Abkühlung bedarf, um Antheile des Monohydrats auskrystallisiren zu lassen, weil sie eben damit nahe gesättigt ist.

Säure, die nahe an 84·48% hat, ist eine reichliche Lösung von Bihydrat in Monohydrat (und zugleich eine verdünnte Lösung von Monohydrat in Bihydrat). Als erste wird sie beim Abkühlen bald die Sättigungstemperatur erreichen, wo Bihydrat auskrystallisirt.

Zwischen 100% und 84·48% — aber nicht gerade bei mittlerem Procentgehalte, nämlich bei 92·24, welchem gleiche Gewichtsmengen beider Hydrate zukommen, auch nicht bei 91·59% was einem Gemische gleicher Äquivalente entspräche — sondern bei 93·4 liegt ein neutraler Grenzpunkt, wo die Löslichkeiten beider Hydrate sich das Gleichgewicht halten, wo beide weit und zwar gleichweit vom Sättigungspunkte entfernt sind, d. h. wo es für beide derselben tiefen Abkühlung bedarf, um ihre Lösung zur Sättigung und weiter zum Krystallisiren zu bringen. Man berechnet aus obigen Zahlen, dass eine solche Flüssigkeit aus 42·52% Bihydrat und 57·48% Monohydrat besteht. Letzteres ist also das löslichere bei dieser möglichst niedrigen Temperatur.

Auch bei 0° ist das Monohydrat löslicher, denn die bei 0° erstarrende Säure hat entweder 88·7 oder 97·9%, daraus berechnet man folgende Zusammensetzungen:

72·9 % Bihydrat	86·4 % Monohydrat
27·1 „ Monohydrat	13·6 „ Bihydrat.

Es lösen sich also bei 0° höchstens 72·9% Bihydrat in Monohydrat, aber 86·4% Monohydrat in Bihydrat.

Noch eine Folgerung ist höchst beachtenswerth, da wir im Nachstehenden darauf zurückkommen werden.

Wird nämlich Säure zwischen 84·48 und 93·4% so weit abgekühlt, dass ein Theil des Bihydrats zum Krystallisiren kommt, so wird dadurch die Flüssigkeit eine concentrirtere Lösung von Monohydrat; das Auskrystallisiren von Bihydrat bringt daher auch das Monohydrat dem Krystallisationspunkte näher. Es fragt sich nun, ob diese Wirkung so weit gehen kann, dass hiedurch beide Hydrate wechselseitig sich zum Krystallisiren bringen.

Die Antwort muss mit Nein ertheilt werden. Bis zu der tiefen Temperatur hinab (welche nach der Construction bei —40° bis —45° liegt), wo ohnedies die Erstarrung beider Hydrate stattfindet, ist es unmöglich, dass durch das theilweise Auskrystallisiren eines der beiden Hydrate die steigende Anreicherung des Anderen dasselbe zum Krystallisiren veranlassen kann. Denn setzen wir beispielsweise eine Säure von 90%.

Wie man aus der Curve sieht, beginnt aus dieser Säure (bei Verhinderung der Übersättigung) bei —7·4° C. Bihydrat zu krystallisiren. Hieraus folgt zunächst Concentrirung der Flüssigkeit (Erhöhung des Procentgehaltes an Monohydrat) und daraus Vertiefung der weiteren Erstarrungstemperatur. Die Steigerung des Procentgehaltes von Monohydrat geht aber stetig vor sich, es sinkt also auch die Erstarrungstemperatur für das Bihydrat stetig. Wollen wir nun den Procentgehalt bis 93·4%, von wo an auch Monohydrat auskrystallisiren kann, und darüber steigern, so müssen wir zuvor die Temperatur bis zu jenem Minimum herunterbringen. Wir können dieses Minimum also nicht überspringen. Eine gemischte Krystallisation beider Hydrate ist daher nicht möglich bei einer Temperatur oberhalb der Minimalerstarrungstemperatur.

Es gäbe dies vielleicht eine Methode, das erwähnte Minimum genauer zu bestimmen.

Hiemit halte ich die Discussion über die Erstarrungstemperaturen der concentrirten Schwefelsäure vorläufig für erschöpft und wende mich zum letzten Punkte, betreffend:

C. Die Zusammensetzung der krystallirten Säuren.

Die im experimentellen Theile angeführten Analysen meines Mitarbeiters constatiren die Thatsache, dass die untersuchten Krystallmassen, je nachdem sie aus Säuren unter oder über 93·4% erhalten waren, sich wohl dem Procentgehalte des Bihydrats: 84·48 oder dem des Monohydrats: 100 mehr oder weniger nähern, immer aber so weit davon abstehen, dass dies durchaus nicht Beobachtungsfehlern zugeschrieben werden kann.

Für diesen Sachverhalt könnte man von vornherein folgende Erklärungen in Vorschlag bringen:

I. Die ausgeschiedenen Krystalle haben für sich die richtige Zusammensetzung des Mono- oder Bihydrats, und es rührt ihr abweichender Gehalt nur von anhängender Mutterlauge her, oder:

II. Die Krystallmassen sind Gemische aus Krystallen des Mono- und des Bihydrats oder noch anderer dazwischen liegender chemischer Verbindungen, oder:

III. Die Krystalle haben wirklich eine von den stöchiometrischen Gesetzen abweichende Zusammensetzung, welche sich von der des Mono- oder Bihydrats desto mehr entfernt, jemehr die Zusammensetzung der Flüssigkeit sich von denselben entfernt.

Die erste dieser Erklärungen dürfte für den ersten Anblick am meisten befriedigen, denn die beobachteten Abweichungen werden ihrer Richtung nach vollständig erklärt. Ein Blick auf die graphische Darstellung zeigt dies auf der Stelle.

Aber der Grösse nach sind die Abweichungen auf diese Weise kaum zu erklären. Man kann nämlich in jenen Fällen, wo die Zusammensetzung der übergebliebenen Mutterlauge ermittelt wurde, genau berechnen, wie viel von dieser an den Krystallen hätte hängen bleiben müssen, um den gefundenen Procentgehalt der Krystalle hervorzubringen. Die Resultate dieser Rechnung sind in der nachfolgenden Tabelle enthalten.

Diese Versuche zerfallen in drei Gruppen.

Bei Nr. 3 und Nr. 5 erstarrt Monohydrat. Der Procentgehalt der Krystalle steigt und nähert sich diesem, der der Mutterlauge entfernt sich demgemäss und sinkt.

Bei 6, 7, 8 und 9 erstarrt Bihydrat. Der Procentgehalt der Krystalle muss sinken, indem er sich abwärts 84·48% nähert, der Gehalt der Mutterlauge muss desshalb zunehmen.

Bei 13, 14, 19 und 20 erstarrt ebenfalls Bihydrat. Der Procentgehalt der Krystalle nähert sich von unten nach aufwärts dem Gehalte 84·48, dafür sinkt der Gehalt der Mutterlauge.

Von diesen Versuchen sind die ersten vier so angestellt, dass dabei der Procentgehalt 93·4, dem das Minimum der

Erstarrungstemperatur zukommt, durch die Krystallisation, und zwar bei den beiden ersten auf dem Wege nach abwärts, bei den anderen beiden auf dem Wege nach aufwärts überschritten wird.

Nr. des Versuches nach der Tabelle im 1. Theile	Procentgehalt der Flüssigkeit vor Einleitung der Krystallisation	Gefundener Procentgehalt der Krystalle	Gefundener Procentgehalt der Mutterlauge	Theoretischer Procentgehalt des ausgeschiedenen Hydrates	Stattgehabte Verschiebung des %Gehaltes der Krystalle gegenüber der Flüssigkeit vor der Krystallisation	Berechnete Menge der anhängenden Mutterlauge auf 1 Theil Krystalle, um die Abweichung der Zusammens. zu erklären.
3	95·00	97·94	92·80	100	+ 2·94	0·40
5	94·10	96·70	93·00	100	+ 2·60	0·62
6	92·80	90·30	93·70	84·48	— 2·50	1·71
7	91·60	88·24	94·31	„	— 3·36	0·62
8	88·00	85·33	90·97	„	— 2·67	0·15
9	87·83	84·90	89·00	„	— 2·93	0·10
13	79·0	82·9	76·1	„	+ 3·90	0·23
14	78·66	79·9	77·0	„	+ 1·24	1·58
19	74·3	77·1	72·8	„	+ 2·80	1·70
20	74·3	77·4	72·7	„	+ 3·1	1·51

Nach dem früher Entwickelten kann das nur eintreten, wenn die Erstarrungstemperatur das Minimum erreicht und dann ist die Bedingung für Ausscheidung von Krystallen beider Hydrate gegeben. Diese vier Versuche sind daher hier nicht beweiskräftig und dürfen für die in Rede stehende Argumentation nicht herangezogen werden.

Unter den übrigen sechs Versuchen findet man nun zunächst drei, welche durch Annahme einer verhältnissmässig geringen Menge von anhängender Mutterlauge, die nicht ganz ein Viertel der Menge der Krystalle erreicht, die Abweichungen der Procent-

gehaltes der Krystalle vom theoretischen Procentgehalte erklären liessen.

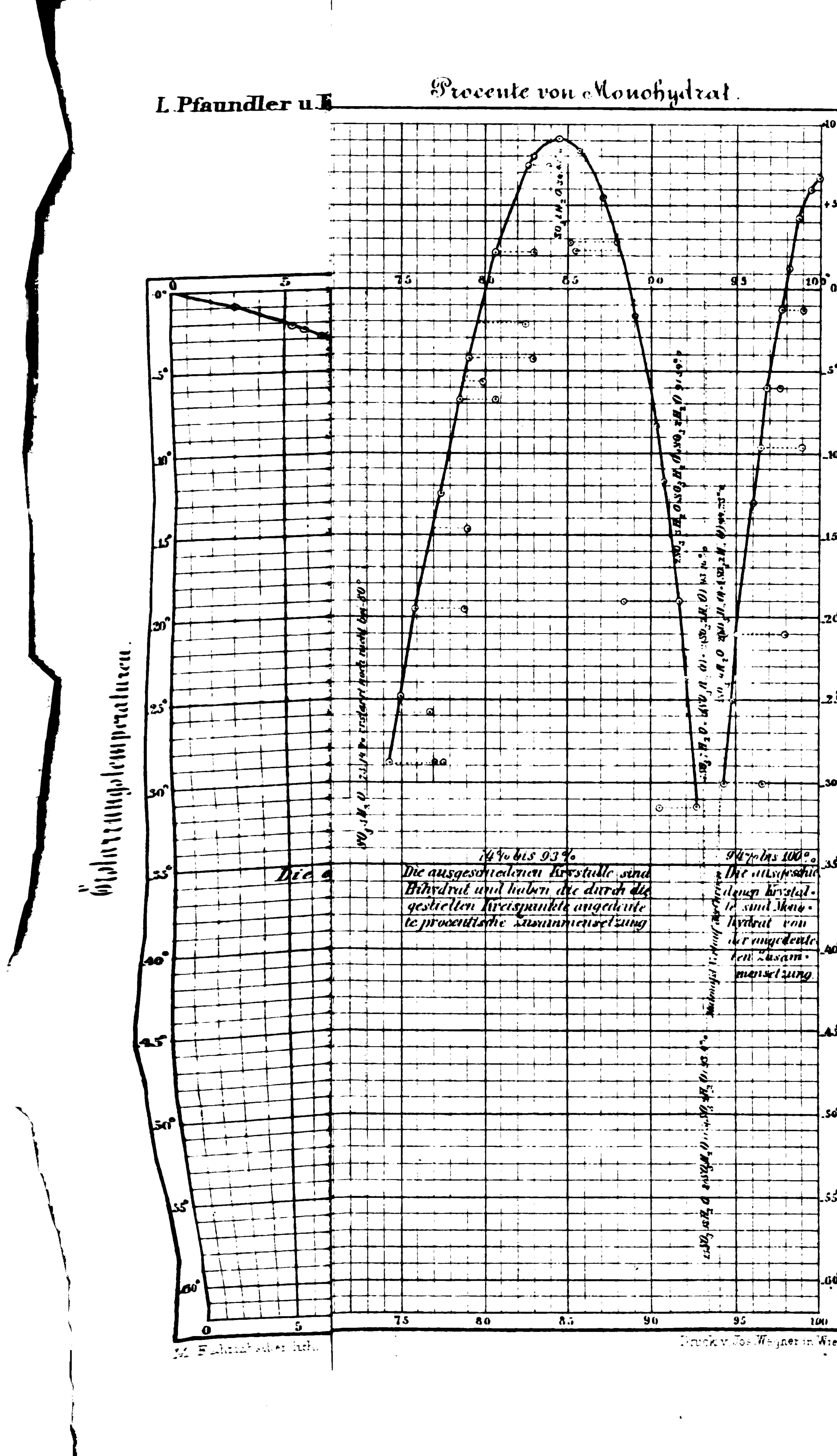
Bei den letzten drei Versuchen aber ist dies kaum möglich. Wenn man die Versuche gesehen hat, wird man die möglicherweise anhängende Mutterlauge höchstens auf ein Viertel oder hochgegriffen, die Hälfte der Krystalle taxiren. Sie müsste aber hier das anderthalbfache vom Gewicht der Krystalle betragen, um die Abweichungen zu erklären:

Untersuchen wir desshalb die zweite der oben vorgeschlagenen Erklärungsweisen, welche annimmt, dass ein Gemisch der Krystalle zweier Hydrate entstehe. Diese Annahme wäre nur für die ersten vier der eben besprochenen Versuche zulässig, am allerwenigsten könnte sie zur Erklärung der drei letzten Versuche zugelassen werden, da dann das dem Bihydrat beigemischte weitere Hydrat das Trihydrat oder ein anderes sein müsste, welches wie dieses noch nie irgendwie zum Krystallisiren gebracht werden konnte.

Die zweite Erklärungsweise ist also ganz ausgeschlossen (respective auf die ersten vier Versuche beschränkt).

Es bliebe also die dritte Annahme übrig; dazu wird man sich schwer entschliessen. Und doch glaube ich, böte die Dissociationstheorie Anhaltspunkte, um das Abweichen der Zusammensetzung von krystallisirten Körpern in der Richtung der Zusammensetzung der Mutterlauge zu erklären. Ich will jedoch diesen schwierigen Gegenstand nicht weiter verfolgen, bevor nicht durch neue umfassendere Versuche die zu erklärende Thatsache sicherer festgestellt ist, als bis jetzt. Bedenkt man die Unsicherheit der Schätzung der anhängenden Mutterlauge, die Gefahr des Wasseranziehens bei so kleinen Mengen höchst hygroskopischer Substanzen, so wird man das Resultat dreier einziger Versuche noch nicht als entscheidend betrachten, wenn auch geeignet, das Interesse für eine nähere Untersuchung zu erwecken. Ich hoffe daher, seinerzeit auf diesen Gegenstand zurückzukommen.

Eine demnächst folgende Abhandlung wird von den hier gewonnenen Resultaten eine praktische Anwendung machen.



L. Pfaundler u. E
Procente von Monohydrat.
Erstarrungstemperaturen.
74% bis 93%
Die ausgeschiedenen Krystalle sind Bihydrat und haben die durch die gestielten Kreispunkte angedeutete procentische Zusammensetzung
94% bis 100%
Die ausgeschiedenen Krystalle sind Monohydrat von der angedeuteten Zusammensetzung.
Druck v. Jos. Wagner in Wie

Über die Beugungserscheinungen im Spectrum.

Von W. Rosický.

(Mit 3 Holzschnitten.)

1.

Die Talbot'schen Streifen lassen sich ansehen als Beugungserscheinungen im Spectrum oder als spectrale Auflösung eines Beugungsbildes.

Die von Airy [1] und Esselbach [2] entwickelte Theorie der Talbot'schen Streifen ist von Dvořák [3] eingehend mit dem Experiment verglichen worden. Diese Arbeit hat ausser einer Bestätigung der Theorie in allen Hauptpunkten einige schöne experimentelle Erläuterungen der Entstehung der Talbot'schen Streifen geliefert. Dem Wesen nach habe ich auch Dvořák's Arbeit nichts hinzuzufügen. Doch hat mich Herr Prof. Mach darauf aufmerksam gemacht, dass sich alle Verhältnisse der Talbot'schen Streifen in einigen wenigen ganz anschaulichen und durchsichtigen Experimenten darstellen lassen. Diese Experimente habe ich angestellt und sie sollen hier beschrieben werden.

2.

Wir stellen das Beobachtungsfernrohr *B* eines Spectralapparates auf unendliche Distanz ein und richten es (ohne Prisma) auf die Spalte des Spaltenrohres *S*, welches ebenfalls auf unendliche Distanz gestellt ist. Quer über diese verticale Spalte wird ein Blatt Papier *P* mit einer horizontalen Spalte gelegt, welche

---

[1] Pogg. Ann. B. 53. S. 549.
[2] Pogg. Ann. B. 98. S. 540.
[3] Pogg. Ann. B. 147. S. 605.

einerseits sehr breit, andererseits sehr schmal ist, so dass man durch Verschieben des Blattes *P* die Spalte des Rohres *S* beliebig lang oder kurz erhalten kann.

Das Objectiv des Rohres *B* erhält eine Kappe von Pappe, welche einen etwa 5 Mm. breiten verticalen Streifen des Objectives frei lässt. Dieser Streifen wird aber durch ein breiteres rechteckiges Stück Pappe Π gedeckt, das eine etwa 3 Mm. breite verticale Spalte Σ enthält. Das Stück Π ist um die verticale Mittellinie von Σ drehbar und vertritt also eine Spalte, welche sehr einfach und exact symmetrisch zur Mittellinie erweitert und verengert werden kann. Steht Π parallel zur Objectivfläche, so ist die Spalte am breitesten.

Zwischen den Objectiven der Rohre *S* und *B* steht der Jamin'sche Compensator so, dass die Verticalebene, welche durch die gemeinschaftliche Axe der Rohre *B* und *S* geht, zugleich die Grenze zwischen den beiden ungleich gegen den Horizont geneigten Gläsern bildet. Die Ebenen dieser Gläser stehen auf der genannten Verticalebene senkrecht. Wir wollen das Glas, welches für den Beobachter, der in das Rohr *B* sieht, rechts liegt *Gr*, das andere Glas *Gl* nennen.

Vor dem Ocular des Rohres *B* bringen wir ein kleines Prisma à vision directe *D* an, welches um die Fernrohraxe gedreht werden kann. Ein solches drehbares Prisma vertritt ein Prisma von variabler Dispersion. Schliesst die Dispersionsrichtung des Prismas mit der Richtung der betrachteten Spalte den Winkel α ein, so kommt sozusagen nur die Componente $\cos \alpha$ der Dispersion zur Verwendung, wenn wir die ganze Dispersion mit 1 bezeichnen.[1]

Die hier beschriebene Zusammenstellung hat den Vortheil, dass man die Wirkung jedes Apparattheiles beliebig variiren oder

---

[1] Für manche Zwecke benützt Prof. Mach seit Jahren ein Prisma mit variabler Dispersion, welches aus zwei gegen einander drehbaren Prismen à vision directe zusammengesetzt ist, wie es kürzlich Abbe in seinem Refractometer angewandt hat. Für unseren Fall genügt die einfachere Anordnung und ist hier sogar instructiver. Jamin hat, wie aus seiner Bemerkung „Sur l'achromatisme des franges d'interférences", C. R. LXVII, p. 894 zu ersehen ist, schon früher ein Prisma mit variabler Dispersion angewandt, ich konnte aber über die Art der Durchführung nichts Näheres erfahren.

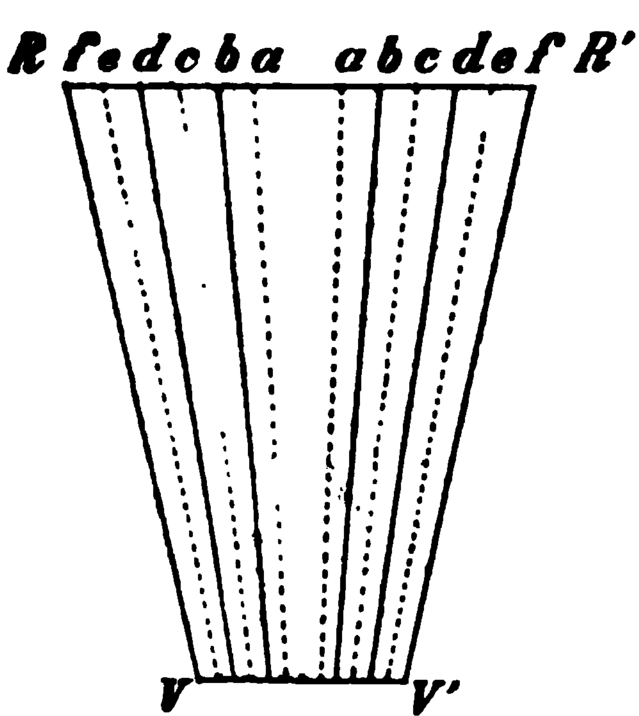
diesen Theil auch mit Leichtigkeit ganz entfernen kann. Die Spalte des Rohres *S* kann verbreitert, verengert, verlängert und verkürzt auch auf einen Punkt reducirt werden. Der Compensator bringt durch Drehung einen beliebigen Gangunterschied zwischen den Lichtstrahlen, welche durch beide Hälften der Spalte Σ eindringen, hervor, kann auch ganz entfernt werden. Die Breite von Σ ist variabel. Die Dispersion von *D* nach einer gegebenen Richtung kann variirt und *D* auch ganz entfernt werden.

3.

Wir entfernen zunächst den Compensator und das Prisma *D*. Man sieht dann das gewöhnliche Beugungsbild einer Spalte, dessen mittlerer Streifen doppelt so breit ist, wie die übrigen zu beiden Seiten des mittleren symmetrisch gelagerten Streifen. Die Breite dieser Streifen hängt in bekannter Weise von der Breite von Σ ab.

Die Höhendimension des Beugungsbildes wird sehr klein, wenn wir die Spalte *S* auf einen Punkt reduciren. Wir erhalten dann eine horizontale Linie mit helleren und dunkleren Stellen.

Fig. 1.



Betrachten wir das letztere Bild durch das Prisma *D* und zwar so, dass das Violett unten erscheint, so erblicken wir das Bild Fig. 1. In demselben sind die monochromatischen Beugungserscheinungen der verschiedenen Spectralfarben untereinander gesetzt.[1]

Würde man jetzt der Spalte Σ die halbe Breite geben, so würden

---

[1] Wir sehen in der Zeichnung von der Krümmung der Streifen ab, welche daher rührt, dass die Ablenkungen durch Beugung und Brechung einander nicht proportional sind. Die Streifen werden in der That geradlinig, wenn wir statt eines Prismas ein Gitter zur spectralen Zerlegung verwenden. Bei schwachem Licht sieht man nur den mittleren Theil der Figur zwischen *bb*, bei Magnesium oder Sonnenlicht werden aber eine Unzahl solcher Streifen sichtbar, welche desto stärker nach unten convergiren, je mehr seitwärts sie liegen.

die Beugungsstreifen die doppelte Breite erhalten und wir hätten nun statt der Minima *abcdef*... nur mehr die Minima *bdf*... Eine blosse Parallelverschiebung der Spalte Σ hätte weder auf den Ort noch auf die Form des Beugungsbildes einen merklichen Einfluss. Wir können uns nun das Beugungsbild *abcdef* Fig. 1 als das Resultat der Interferenz zweier gleicher übereinander fallender Beugungsbilder(*bdf*...) denken, die von zwei unmittelbar nebeneinander befindlichen Spalten von der halben Breite von Σ herrühren. Es sind also *ace*... die Minima, die durch diese Interferenz entstanden sind. Je zwei solche aufeinander folgende Minima haben gleichen Abstand von einander.

Das Streifensystem *ace*... wollen wir α, das Streifensystem *bdf*... hingegen β nennen. Es bleibt alles beim Alten, wenn wir den Compensator einsetzen und ihn so stellen, dass er keinen Gangunterschied zwischen den Strahlen der beiden Hälften von Σ hervorbringt. Drehen wir aber den Compensator, indem wir z. B. der Platte *Gr* einen kleineren Winkel gegen den Horizont ertheilen, so trennt sich das ganze Streifensystem α von dem Bilde Fig. 1 los und verschiebt sich nach rechts.[1] Der optische Weg der Strahlen der rechten Hälfte von Σ zu irgend einem Punkte z. B. *c* des Beugungsbildes wird nämlich durch Einschaltung einer grösseren Glasdicke verlängert und die Stelle, an welcher jetzt derselbe Phasenunterschied der Strahlen der rechten und linken Hälfte von Σ stattfindet, wie zuvor bei *c*, wird jetzt mehr nach rechts liegen, wohin die linksseitigen Strahlen einen

Fig. 2.

---

[1] Kann man die Dispersion der Compensatorplatten vernachlässigen, so lässt sich die Verschiebung des Systems α als eine blosse Parallelverschiebung ansehen. Bei bedeutender normaler Dispersion hingegen würden die unteren Enden der Streifen α sich schneller verschieben als die oberen Enden.

entsprechend längeren Weg zurückzulegen haben. Man hat dann, wenn man in das Rohr B sieht, den Anblick, Fig. 2.

Die punktirten Streifen, soweit sie über das helle Feld $RR'VV'$ hinausfallen, sind hiebei natürlich nur sehr wenig sichtbar.

Die Drehung des Compensators verschiebt allein das Streifensystem α, ohne an dem System β etwas zu ändern. Eine Verengerung der Spalte Σ verbreitert beide Systeme ganz gleichmässig, wie das unmittelbar einleuchtet.

Wenn man, nachdem das Bild Fig. 2. hergestellt ist, das Prisma D wegnimmt oder statt der punktförmigen Spalte in S eine längere verticale Spalte anwendet, was beides auf dasselbe hinauskommt, da in beiden Fällen die Wirkung der verticalen Dispersion verschwindet, so ändert sich der Anblick der Erscheinung. Man sieht leicht, dass sich das schiefliegende Streifensystem α hierbei im allgemeinen verwischen muss.

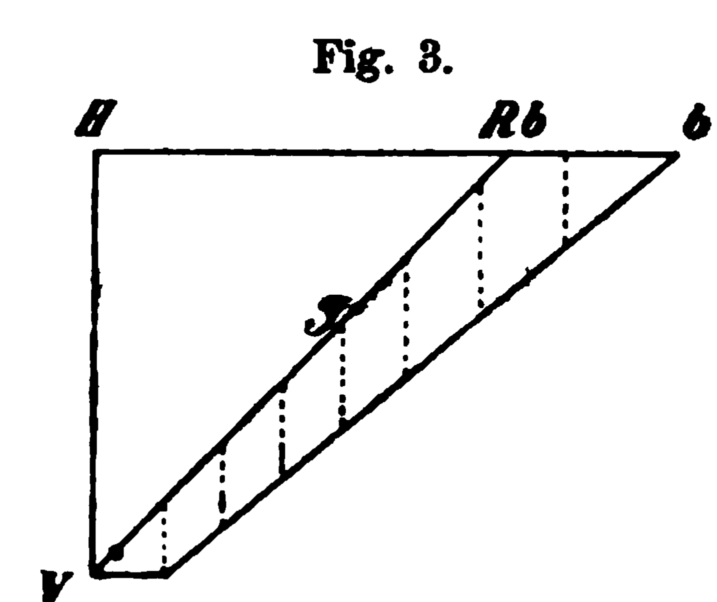
Nur wenn der durch den Compensator erzeugte Gangunterschied klein ist, also wenige schiefe Streifen α das System β durchziehen und also in den Spectren der Streifen β wenige Farben löschen, werden die Newton'schen Farben auftreten, und zwar werden die Farben niederer Ordnung in dem Fall Fig. 2 rechts liegen.

4.

An dem Bilde Fig. 2 kann man nun auch die Entstehungsweise der Talbot'schen Streifen erkennen. Die Streifen α weichen mit ihrem unteren Ende desto mehr nach rechts ab, stehen desto schiefer, je mehr die Strahlen der rechten Hälfte von Σ gegen jene der linken Hälfte verzögert sind. Diese Schiefstellung kann noch vermehrt werden durch Verengerung der Spalte Σ, welche das ganze System der β und α verbreitert. Die ganze Schiefstellung der Streifen α lässt sich aber wieder aufheben durch Anwendung einer horizontalen Dispersionscomponente, welche (in dem Falle Fig. 2) das Violett nach links führt. Natürlich wird dabei das System β schief gelegt, so dass die unteren Enden der Streifen β nach links abweichen. Beschränken wir uns in der graphischen Darstellung auf die beiden mittleren Streifen b des Systems β und auf die zwischenliegenden Stücke des Systems α, so erhalten wir die Figur 3. In derselben

stellt RH die horizontale und HV die verticale Dispersionscomponente vor. Verschwindet letztere Componente oder verlängern wir die punktförmige Spalte S beträchtlich in verticaler Richtung, so erhalten wir ein Spectrum, in welchem das Streifensystem α sichtbar bleibt, das schiefliegende Streifensystem β aber sich verwischt. Man kann aus Fig. 3 sofort sehen, wie viele dunkle Streifen das Spectrum etwa zwischen den Farben R und G haben wird, indem man die zwischenliegenden Streifen α zählt.

Fig. 3.



Setzen wir die Spalte S vertical und von beträchtlicher Länge voraus, so sehen wir, da wir bei unserer Anordnung jedem Schritt der Betrachtung durch den Versuch folgen können, leicht ein, dass

1. bei jeder merklichen horizontalen Dispersion das System β sich verwischen muss,
2. dass das Violett links liegen muss, wenn in Σ die rechtsseitigen Strahlen verzögert sind, und umgekehrt, wenn das System α sichtbar sein soll,
3. dass bei Vergrösserung des Gangunterschiedes und bei Verengerung von Σ die Dispersion wachsen muss, wenn das System α im Spectrum sichtbar bleiben soll.

Man ist gewöhnt, Talbot'sche Streifen nur in grosser Zahl im Spectrum zu erblicken.

Man kann aber Talbot'sche Streifen bei beliebig kleinem Gangunterschied und in beliebig geringer Zahl im Spectrum erhalten, wenn man nur die Dispersion entsprechend verkleinert.

Diese Bemerkung ist für die praktische Anwendung der Talbot'schen Streifen nicht ohne Wichtigkeit. Hat man bei unserer Versuchsanordnung Talbot'sche Streifen erreicht, so verschwinden sie alsbald bei Drehung des Compensators, können aber durch Drehung des Prismas, also Veränderung der Dispersion, wieder hergestellt werden.

VI. SITZUNG VOM 25. FEBRUAR 1875.

Der Präsident gibt Nachricht von dem am 17. Februar erfolgten Ableben des ausländischen Ehrenmitgliedes, Geheimen Regierungsrathes, Professors und Sternwarte-Directors zu Bonn, Dr. Friedrich Wilhelm August Argelander.

Sämmtliche Anwesende geben ihr Beileid durch Erheben von den Sitzen kund.

Die Handels- und Gewerbekammer für Österreich unter der Enns theilt mit Zuschrift vom 22. Februar mit, dass im Industrie-Palaste zu Paris in der Zeit vom 10. Juli bis 15. November d. J. eine internationale Ausstellung von Erzeugnissen der mit Meer und Flüssen im Zusammenhange stehenden Erwerbszweige *(industries fluviales et maritimes)* stattfinden wird, und dass eine allfällige Theilnahme an derselben der genannten Handels- und Gewerbekammer ehestens bekannt zu geben sei.

Herr Dr. Emil Weyr übersendet eine Abhandlung: „Über Raumcurven vierter Ordnung mit einem Cuspidalpunkte".

Herr Custos Th. Fuchs legt zwei Arbeiten vor, welche sich auf seine im Auftrage der Akademie durchgeführten geologischen Untersuchungen in Italien beziehen, und zwar: 1. „Die Gliederung der Tertiärbildungen am Nordabhange der Apenninen von Ancona bis Bologna", von dem Vortragenden selbst, und 2. „Die Pliocänbildungen von Syracus und Lentini", von demselben und Herrn Al. Bittner.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Académie Royale de Belgique: Bulletin. 43e Année, 2e Série, Tome XXXVII, Nr. 6; Tome XXXVIII, Nrs. 7—12. Bruxelles, 1874; 8⁰. — Annuaire, 1875. XLIme Année. Bruxelles; kl. 8⁰.

Akademie der Wissenschaften, k. k., zu Krakau: Pamiętnik, Wydział mathem.-przyrodniczy. Tom I. W Krakowie, 1874; 4°. — *Monumenta medii aevi historica res gestas Poloniae illustrantia. Tomus I.* W Krakowie, 1874; 4°. — Sprawozdanie komisyi fizyjograficznéj. Tom. VIII. 1874; 8°. — Rozprawy i sprawodzd. z posiedzen. Wydziału filolog. Tom I. 1874; 8°; wydziału histor.-filozof. Tom II. 1874; 8°; wydziału matem.-przyrod. Tom I. 1874; 8°. — Lud. Serya VIII. CzęśćIV. Krakow, 1875; 8°. — Niemiecko-polski słownik. W Krakowie, 1874; 8°. — Anton. Wolewski, Dzieje bezkrólewia po skonie Jana III. Tom I. W Krakowie, 1874; 8°. — A. Z. Helcla pism pozostałich. Tom I. W Krakowie, 1874; 8°.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift (nebst Anzeigen-Blatt). 13. Jahrgang, Nr. 6. Wien, 1875; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 2020—2026. (Bd. 85. 4—10.) Kiel, 1875; 4°.

Colladon, H., L'oreille et la surdité. Genève-Bâle-Lyon, 1875; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXXX, Nr. 6. Paris, 1875; 4°.

Gesellschaft, österr., für Meteorologie: Zeitschrift. X. Band, Nr. 4. Wien, 1875; 4°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXXVI. Jahrgang, Nr. 8. Wien, 1875; 4°.

Haast, Julius, Researches & Excavations carried on in and near the Moa Bone Point Cave, Sumner Road, in the Year 1872. Christchurch, 1874; 8°.

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik, von C. Ohrtmann, F. Müller, A. Wangerin. IV. Band. Jahrg. 1873, Heft 3. Berlin, 1875; 8°.

Landbote, Der steirische. 8. Jahrgang, Nr. 4. Graz, 1875; 4°.

Landwirthschafts-Gesellschaft, k. k., in Wien: Verhandlungen und Mittheilungen. Jahrg. 1875. Februar-Heft. Wien; 8°.

Malo, Léon, Notice sur Eugène Flachat. Paris, 1873; 8°.

Mittheilungen des k. k. techn. & administr. Militär-Comité. Jahrgang 1875, 1. Heft. Wien; 8°.

Nature. Nr. 277. Vol. XI. London, 1875; 4°.

Nuovo Cimento. Serie 2ª. Tomo XII. Settembre—Decembre 1874. Pisa; 8°.

Reichsanstalt, k. k. geologische: Jahrbuch. Jahrgang 1874. XXIV. Band, Nr. 4. Wien; 4°. — Verhandlungen. Jahrgang 1874, Nr. 17—18; Jahrg. 1875, Nr. 2. Wien; 4°.

„Revue politique et littéraire" et „Revue scientifique de la France et de l'étranger". IVᵉ Année, 2ᵉ Série, Nr. 34. Paris, 1875; 4°.

Società dei Naturalisti in Modena: Annuario. Serie IIª. Anno VIIIº, fasc. 3º e 4º. Modena, 1874; 8°.

Société Linnéenne du Nord de la France: Bulletin mensuel. IIIᵉ Année. Nrs. 31—32. Amiens, 1875 ; 8°.

— des Ingénieurs civils: Mémoires et Compte rendu des travaux. 3ᵉ Série. 27ᵉ Année, 3ᵉ Cahier. Paris, 1874; 8°. — Résumés des travaux de chaque séance. Année 1874. Pages 81—252. Paris; 8°.

Society, The Royal Geographical, of London: Proceedings. Vol. XIX, Nr. 1. London, 1875; 8°.

Verein, Entomologischer, in Berlin: Deutsche Entomologische Zeitschrift. XIX. Jahrgang (1875), 1. Heft. Berlin, London, Paris; 8°. — Inhalts-Verzeichniss. Jahrgang XIII—XVIII. (1869—1874.) 8°.

— naturforschender, in Brünn: Verhandlungen. XII. Band. 1. & 2. Heft. 1873. Brünn, 1874; 8°.

Wiener Medizin. Wochenschrift. XXV. Jahrgang, Nr. 8. Wien, 1875; 4°.

Zeitschrift des österr. Ingenieur- & Architekten-Vereins. XXVII. Jahrgang. 2. & 3. Heft. Wien, 1875; 4°.

Über Raumcurven vierter Ordnung mit einem Cuspidalpunkte.

Von Dr. **Emil Weyr** in Prag.

1. Eine rationale Raumcurve vierter Ordnung kann eingehend behandelt werden auf Grund der Gleichung:

$$A_4(\xi)_4 - A_3(\xi)_3 + A_2(\xi)_2 - A_1(\xi)_1 + A_0 = 0, \text{ [1]} \qquad \text{(I)}$$

welcher die Parameter $\xi_1\xi_2\xi_3\xi_4$ von vier in einer Ebene liegenden Punkten der Curve genügen müssen; hierbei sind die A_i constante Factoren, und $(\xi)_i$ ist die Summe der Combinationen der Parameter ξ in der i-ten Classe.

Die angeführte Grundgleichung kann einer wesentlichen Vereinfachung unterworfen werden, falls die Curve einen Doppelpunkt besitzt. Wenn wir mit $\xi_1\xi_2$ die Parameterwerthe der dem Doppelpunkte unendlich nahen Punkte der Curve bezeichnen, so müssen diese Werthe mit irgend welchen Werthen $\xi_3\xi_4$ der Gleichung (I) genügen, da der Doppelpunkt mit je zwei beliebigen Curvenpunkten in einer und derselben Ebene liegt.

Schreibt man (I) in der Form:

$$\xi_3\xi_4[A_4\xi_1\xi_2 - A_3(\xi_1+\xi_2)+A_2] - (\xi_3+\xi_4)[A_3\xi_1\xi_2 - A_2(\xi_1+\xi_2)+A_1] + [A_2\xi_1\xi_2 - A_1(\xi_1+\xi_2)+A^0] = 0$$

so muss, da diese Gleichung für irgend welche Werthe ξ_3, ξ_4 erfüllt sein soll, gleichzeitig:

$$\left.\begin{aligned} A_4\xi_1\xi_2 - A_3(\xi_1+\xi_2)+A_2 &= 0 \\ A_3\xi_1\xi_2 - A_2(\xi_1+\xi_2)+A_1 &= 0 \\ A_2\xi_1\xi_2 - A_1(\xi_1+\xi_2)+A_0 &= 0 \end{aligned}\right\} \text{II}$$

---

[1] Siehe: Über rationale Raumcurven vierter Ordnung. Sitzgsb. vom 16. März 1871.

sein; hieraus folgt als Bedingungsgleichung für die Coëfficienten:

$$\left\{\begin{matrix} A_4 & A_3 & A_2 \\ A_3 & A_2 & A_1 \\ A_2 & A_1 & A_0 \end{matrix}\right\} = 0$$

und man kann die Parameterwerthe des Doppelpunktes als Wurzeln der Gleichung der obigen Gleichungen betrachten. Aus denselben folgt sofort:

$$\xi_1\xi_2 = -\frac{A_2^2 - A_1A_3}{A_2A_4 - A_3^2}, \quad \xi_1 + \xi_2 = \frac{A_1A_4 - A_2A_3}{A_2A_4 - A_3^2},$$

so dass also die Parameter des Doppelpunktes als Wurzeln der Gleichung:

$$(A_2A_4 - A_3^2)\xi^2 + (A_2A_3 - A_1A_4)\xi + (A_1A_3 - A_2^2) = 0$$

angesehen werden können.

2. Die Gleichungen (II) kann man auch in die Form bringen:

$$A_4\xi_1 - A_3\left(\frac{\xi_1}{\xi_2} + 1\right) + \frac{A_2}{\xi_1} = 0$$

$$A_3\xi_1 - A_2\left(\frac{\xi_1}{\xi_2} + 1\right) + \frac{A_1}{\xi_2} = 0$$

$$A_2\xi_1 - A_1\left(\frac{\xi_1}{\xi_2} + 1\right) + \frac{A_0}{\xi_2} = 0$$

Wählt man nun (was allgemein immer, und auf unendlich viele Arten möglich ist) die Bedeutung des Parameters ξ derart, dass dem Doppelpunkte die Werthe $\xi_1 = 0$, $\xi_2 = \infty$ entsprechen, so folgt aus dem letzten Gleichungssysteme sofort:

$$A_3 = 0, \; A_2 = 0, \; A_1 = 0$$

und Gleichung (I) geht über in:

$$A_4\xi_1\xi_2\xi_3\xi_4 + A_0 = 0,$$

oder wenn $-\frac{A_0}{A_4} = k$ gesetzt wird:

$$\xi_1\xi_2\xi_3\xi_4 = k. \tag{II}$$

In diese Form kann also die Bedingungsgleichung gebracht werden, welcher vier in einer Ebene liegende Punkte einer mit einem Doppelpunkte versehenen Raumcurve vierter Ordnung genügen müssen.

3. Wenn der Doppelpunkt der Curve zu einem Rückkehrpunkte (Spitze) wird, so muss im Gleichungsysteme (II) $\xi_1 = \xi_2 = \xi$ werden, und wir erhalten für diesen Fall:

$$A_4\xi^2 - 2A_3\xi + A_2 = 0$$
$$A_3\xi^2 - 2A_2\xi + A_1 = 0$$
$$A_2\xi^2 - 2A_1\xi + A_0 = 0$$

oder aber:

$$A_4 - \frac{2A_3}{\xi} + \frac{A_2}{\xi^2} = 0$$

$$A_3 - \frac{2A_2}{\xi} + \frac{A_1}{\xi^2} = 0$$

$$A_2 - \frac{2A_1}{\xi} + \frac{A_0}{\xi^2} = 0.$$

Wählt man in diesem Falle die Bedeutung des Parameters so, dass dem Rückkehrpunkte der Werth $\xi = \infty$ entspricht, so folgt aus den letzten Gleichungen unmittelbar:

$$A_4 = 0, \quad A_3 = 0, \quad A = 0$$

und (I) geht über in:

$$-A_1(\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \xi_4) + A_0 = 0$$

oder wenn $\frac{A_0}{A_1} = k$ gesetzt wird:

$$\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \xi_4 = k.$$

Dieser Gleichung genügen somit die Parameter von vier in einer Ebene liegenden Punkten einer mit einem Rückkehrpunkte versehenen Raumcurve vierter Ordnung für den Fall, dass man dem Rückkehrpunkte den Parameterwerth ∞ ertheilt.

Um jene Ebenen zu finden, welche die Curve in vier unendlich nahen Punkten schneiden, hat man in der letzten Glei-

chung $\xi_1 = \xi_2 = \xi_3 = \xi_4$ zu setzen und erhält

$$\xi_1 = \frac{k}{4}.$$

Es gibt also nur eine solche Ebene, die sogenannte „Wendeschmiegungsebene“ oder „stationäre Schmiegungsebene“; ihr Berührungspunkt hat $\frac{k}{4}$ als Parameterwerth.

Wenn man nun zu der früheren Bedingung betreffs der Bedeutung des Parameters die hinzufügt, dass dem Berührungspunkte der Wendeschmiegungsebene der Werth Null entsprechen soll, so wird $k = 0$, und die Bedingungsgleichung für vier in einer Ebene liegende Punkte der Curve lautet nun einfach:

$$\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \xi_4 = 0 \tag{IV}$$

Wenn man also bei einer mit einem Rückkehrpunkte versehenen Raumcurve vierter Ordnung dem Rückkehrpunkte den Parameterwerth ∞, und dem Berührungspunkte der einzigen Wendeschmiegungsebene den Parameterwerth 0 ertheilt, so stellt (IV) die Bedingungsgleichung für vier Punkte der Curve dar, welche in einer Ebene liegen.

„Es liegen somit vier Punkte der Curve, dann in einer Ebene, wenn die Summe ihrer Parameterwerthe gleich Null ist“.

Wir wollen uns nun im Folgenden mit solchen Raumcurven wie die eben behandelte näher befassen, und zwar auf Grund der einfachen Gleichung (IV).

4. Es sei C_4 die Curve, s ihr Rückkehrpunkt, S dessen Tangente und σ seine Schmiegungsebene; ferner sei w der Berührungspunkt der Wendeschmiegungsebene w und W die Tangente dieses Punktes. Zwei Punkte u_1, u_2, deren Parameterwerthe sich nur durch das Vorzeichen unterscheiden, für welche also $u_1 + u_2 = 0$ ist, stellen mit w und s, denen die Parameterwerthe 0, ∞ entsprechen, ein harmonisches Punktsystem auf C_4 vor, oder mit anderen Worten u_1 u_2 sind zwei bezüglich w und s harmonisch conjugirte Punkte. Wir wollen zwei solche Punkte kurz zwei harmonische Punkte der Curve nennen. Da die Grundelemente allemal zwei harmonisch conjugirte Punkte

trennen, so folgt unmittelbar, dass die Curve C_4 durch s und w in zwei Theile getheilt wird, so zwar, dass der zu einem Punkte der einen Curventheiles harmonisch conjugirte Punkt allemal dem zweiten Curventheile angehört. Die Punkte s, w der Curve sind jeder sich selbst harmonisch zugeordnet. Jede Gerade, welche zwei Punkte von C_4 verbindet, ist eine Sekante der Curve; verbindet sie zwei harmonische Punkte, so möge sie harmonische Sekante genannt werden.

5. „Zwei Paare harmonischer Punkte liegen allemal in einer Ebene".

In der That folgt aus den Gleichungen

$$u_1+u_2=0,\ u_3+u_4=0$$

unmittelbar die Gleichung

$$u_1+u_2+u_3+u_4=0.$$

Denselben Satz kann man auch folgendermassen aussprechen:

„Jede harmonische Sekante wird von allen anderen harmonischen Sekanten geschnitten".

Hieraus folgt jedoch sofort, dass die harmonischen Sekanten, weil nicht derselben Ebene angehörend, eine Kegelfläche erfüllen. Denn es müssen nach obigem Satze alle durch den Schnittpunkt zweier von ihnen hindurchgehen, welcher dann selbstverständlich der Scheitel jenes Kegels sein wird. Es sei o dieser Scheitel; jede durch o gehende Ebene enthält vier Punkte von C_4 (zwei Paar harmonischer Punkte) und somit zwei harmonische Sekanten, woraus wir schliessen, dass jener Kegel vom zweiten Grade sein müsse.

„Die harmonischen Sekanten der Curve C_4 erfüllen einen Kegel zweiten Grades".

Dieser Kegel enthält selbstverständlich die Curve C_4; wir wollen ihn kurz den Kegel o nennen. Die Tangente W als Verbindende der Punkte $+0$, -0 erscheint ebenfalls als harmonische Sekante, woraus wir schliessen, dass der Punkt 0 sich auf der Tangente W befinden müsse. Unbestimmt erscheint die dem Rückkehrpunkte s entsprechende harmonische Sekante, welche die Punkte $+\infty$, $-\infty$ verbindet. Da sie aber jedenfalls in der

Ebene σ (welche die Schmiegungsebene von s ist) liegen muss, so erkennen wir:

„Der Scheitel 0 ist der Schnittpunkt der Tangente W mit der Ebene σ."

6. Wenn man den Rückkehrpunkt s mit den einzelnen Punkten der Curve C_4 durch Strahlen verbindet, so erhält man eine Kegelfläche, welche ebenfalls vom zweiten Grade ist, da in jeder durch s gehenden Ebene zwei Curvenpunkte und somit auch zwei Erzeugende der erwähnten Kegelfläche liegen. Dieser Kegelfläche gehört S als Kante und die Ebene σ als derselben entsprechende Tangentialebene an. Die Curve C_4 erscheint somit als der Durchschnitt der zwei Kegelflächen zweiten Grades o und s. Die specielle Lage der beiden Kegelflächen ist dadurch charakterisirt, dass s auf dem Kegel o liegt, und dass die Ebene σ den beiden Kegelflächen als gemeinschaftliche Tangentialebene angehört, welche den Kegel s längst der Kante S, und den Kegel o längst os berührt.

Letzteres folgt sofort daraus, dass jede Tangente von C_4, also auch die Rückkehrtangente eine Tangentialebene des Kegels o liefert.

7. Die durch eine Sekante $u_1 u_2$ gehenden Ebenen schneiden die Curve C_4 in Punktepaaren $u_3 u_4$, für welche nach früherem $u_1+u_2+u_3+u_4 = 0$, also $u_3+u_4 = -(u_1+u_2)$ ist. Es ist somit $u_3+u_4 =$ const., d. h. die Punktepaare u_3, u_4 bilden eine Punktinvolution zweiten Grades, welche ausser dem Punkte $\pm\infty$, d. h. s den Punkt $-\left(\frac{u_1+u_2}{2}\right)$ zum Doppelpunkte hat. Dieser Doppelpunkt liefert eine einzige Tangente von C_4, welche von der Sekante $u_1 u_2$ geschnitten wird; er ist zugleich der Tangentialpunkt der einzigen durch $u_1 u_2$ gehenden Berührungsebene. Durch jede Sekante $u_1 u_2$ geht somit nur eine Berührungsebene der Curve, deren Berührungspunkt den Paramenterwerth

$$-\left(\frac{u_1+u_2}{2}\right)$$

besitzt. Hieraus folgt ferner, dass die Fläche der Tangenten von C_4 von jeder Sekante $u_1 u_2$ nur in einem Punkte geschnitten

wird, welcher C_4 nicht angehört (es ist dei Schnitt von $u_1 u_2$ mit der Tangente des Punktes $-\left(\frac{u_1+u_2}{2}\right)$). Jeder von den Punkten u_1, u_2 zählt (als der Rückkehrcurve jener Tangentenfläche angehörig) für zwei Schnittpunkte der Fläche mit der Geraden $u_1 u_2$; wir haben also im Ganzen fünf Schnittpunkte zu verzeichnen, woraus folgt:

„Die Tangentenfläche der Curve C_4 ist eine Fläche fünfter Ordnung“.

Dies folgt auch daraus, dass ein willkürliches Ebenenbüschel die Curve in einer biquadratischen Involution schneidet, für welche der Rückkehrpunkt s einen der sechs Doppelpunkte darstellt. Jeder der fünf übrigen Doppelpunkte liefert eine Tangente der Curve, welche die Büschelaxe (eine beliebige Gerade im Raume) schneidet.

8. Da aus $u_1+u_2+u_3+u_4=0$ auch $(-u_1)+(-u_2)+(-u_3)+(u_4)=0$ folgt, und da allgemein $-u$ der zu $+u$ harmonisch conjugirte Punkt ist, so haben wir den Satz:

„Wenn vier Punkte der Curve in einer Ebene liegen, so liegen die zu ihnen harmonisch conjugirten Punkte ebenfalls in einer Ebene“.

Wenn einer der vier Punkte der Wendepunkt w ist, so erhält man, da dieser Punkt sich selbst als conjugirter entspricht:

„Wenn drei Punkte der Curve in einer durch w gehenden Ebene liegen, so liegen auch die zu ihnen harmonisch conjugirten Punkte in einer durch w gehenden Ebene“.

9. Auf Grund der letzten Betrachtungen könnte man mittelst der Raumcurve C_4 eine involutorische Raumverwandtschaft festsetzen, indem man jeder Ebene E jene Ebene E' zuordnet, welche die zu den Schnittpunkten der ersteren mit C_4 harmonisch conjugirten Punkte enthält. Um zu der Ebene E die entsprechende E' zu finden, hätte man die vier Schnittpunkte von E und C_4 mit 0 zu verbinden; die so erhaltenen vier Strahlen treffen dann C_4 in vier auf E' liegenden Punkten. Es erscheint somit 0 als Centrum der angeführten involutorischen Raumverwandtschaft.

10. Eine Ebene wird zur Doppeltangentenebene, wenn von ihren vier Schnittpunkten je zwei zusammenfallen. Wenn also

$u_1+u_2+u_3+u_4=0$ und $u_1=u_3$, $u_4=u_2$ wird, so wird die Ebene der vier Punkte zur Doppeltangentenebene, welche C_4 in den beiden Punkten u_1, u_2 berührt. Aus den obigen Bedingungen folgt $2u_1+2u_2=0$ oder $u_1+u_2=0$ d. h.:

„Die Berührungspunkte einer Doppeltangentenebene sind zwei harmonisch conjugirte Punkte der Curve".

Diesen Satz kann man unmittelbar umkehren und sagen, dass je zwei harmonisch conjugirte Punkte der Curve Berührungspunkte einer Doppeltangentenebene sind.

Da $u_1 u_2$ als Verbindungslinie zweier harmonischen Punkte durch O gehen muss, und da sowohl die Tangente von u_1 als auch jene von u_2 in der Tangentenebene des Kegels o liegt, welche der Kante $u_1 u_2$ entspricht so folgt unmittelbar, dass die in u_1 und u_2 berührende Doppeltangentenebene den Kegel o längst der Kante $u_1 u_2$ berührt; also:

„Die Tangentenebenen des Kegels o sind Doppeltangentenebenen der Curve C_4".

Die in einer solchen Doppeltangentenebene liegenden zwei Tangenten von C_4 schneiden sich gegenseitig, und es entsteht die Frage: welche Curve erfüllen diese Schnittpunkte? Die Curve wird offenbar für die Fläche der Tangenten eine Doppelcurve sein; nun ist die Fläche von der fünften Ordnung und razional, weil einer razionalen Raumcurve angehörig, somit müssen ihre ebenen Schnitte rationale Curven fünfter Ordnung sein, d. h. Curven fünfter Ordnung mit $\frac{4\cdot 3}{2}=6$ Doppelpunkten. Da die auf C_4 befindlichen vier Rückkehrpunkte eines solchen ebenen Schnittes, vier von den Doppelpunkten vertreten, so bleiben noch zwei weitere Doppelpunkte, welche dem fraglichen Orte angehören. Dieser Ort besitzt somit in jeder Ebene zwei Punkte und ist daher eine Curve zweiter Ordnung.

„Die in zwei harmonischen Punkten der Curve C_4 construirten Tangenten schneiden sich gegenseitig; der Ort solcher Schnittpunkte ist ein Kegelschnitt, welchem auch der Rückkehrpunkt s und der Berührungspunkt w der Wendeberührebene angehört".

In der That erscheint s als Schnittpunkt der (zusammenfallenden) Tangenten der harmonischen Punkte $+\infty$, $-\infty$; und ebenso ist w der Schnittpunkt der (zusammenfallenden) Tangenten der harmonischen Punkte $+0$, -0.

Man kann nun leicht auch den folgenden Satz beweisen:

„Die Ebene der erwähnten Kegelschnitte ist die Polarebene des Punktes o bezüglich des Kegels s."

Man erhält nämlich Punkte des Kegelschnittes in folgender Art. Irgend eine Erzeugende des Kegels o schneidet den Kegel s in zwei harmonischen Punkten von C_4, deren Tangenten sich in einem Punkte jenes Kegelschnittes treffen. Hieraus folgt aber unmittelbar, auf Grund der bekannten Polareigenschaften der Flächen zweiten Grades, die Richtigkeit der obigen Behauptung.

11. Eine Ebene, welche C_4 in den vier Punkten $u_1+u_2+u_3+u_4=0$ schneidet, wird zur Schwingungsebene im Punkte u_1, wenn $u_3=u_4=u_1$, somit $3u_1+u_2=0$ wird. Der Punkt

$$u_2=-3u_1$$

ist der Schnittspunkt der Curve mit der Schmiegungsebene des Punktes u_1 und kann daher als der Tangentialpunkt von u_1 bezeichnet werden.

Da der Gleichung $3u_1+u_2=0$ nur verschieden bezeichnete (reelle) Werthe genügen können, so sehen wir, dass jeder Punkt von seinem Tangentialpunkt durch die Spitze s und den Wendepunkt w getrennt ist.

Da jedem Werthe u_2 nur ein Werth $u_1=-\frac{u_2}{3}$ entspricht, so kann man durch jeden Punkt u_2 der Curve C_4 nur eine Schmiegungsebene legen, welche die Curve anderenorts osculirt (nämlich im Punkte $-\frac{u_2}{3}$). Da nun die Schmiegungsebene des Punktes u_2 für die (zusammenfallende) durch diesen Punkt gehende Schmiegungsebenen gilt, so gehen durch u_2 im Ganzen vier Schmiegungsebenen, d. h.

„Die Curve C_4 ist von der vierten Classe".

Aus $u_1+u_2+u_3+u_4=0$ folgt auch $(-3u_1)+(-3u_2)+$ $+(-3u_3)+(-3u_4)=0$, d. h.

„Wenn vier Punkte der Curve C_4 in einer Ebene liegen, so liegen auch ihre vier Tangentialpunkte in einer Ebene und umgekehrt“.

Aus $u_1+u_2=0$ folgt auch $(-3u_1)+(-3u_2)=0$, d. h.

„Die Tangentialpunkte zweier harmonischen Punkte sind abermals zwei harmonische Punkte“.

12. Wenn man zum Tangentialpunkte $u_2=-3u_1$ welcher dem Punkte u_1 entspricht, abermals den Tangentialpunkt u_3, zu diesem den Tangentialpunkt u_4 u. s. w. construirt, so erhält man: $u_3=-3u_2=3^2u_1$, $u_4=-3u_3=-3^3u_1$ u. s. w.; und allgemein $u_{n+1}=\pm 3^n u_1$. Setzt man also diese Construction der Tangentialpunkte ins Unendliche fort, so wird $\lim u_{n+1}=\pm\infty$, d. h. man nähert sich immer mehr und mehr dem Rückkehrpunkte s. In derselben Weise überzeugt man sich dass, wenn die soeben behandelte Punktreihe im entgegengesetzten Sinne ins Unendliche fortgeführt wird, d. h. wenn man zu jedem Punkte jenen aufsucht, dessen Tangentialpunkt er ist, man sich immer mehr und mehr dem Wendepunkte w nähert.

„Wenn man also auf der Curve C_4 eine solche Reihe aufeinanderfolgender Punkte construirt, das jeder der Tangentialpunkt des vorhergehenden ist, so nähert man sich immerwährend dem Rückkehrpunkte s; setzt man dieselbe Punktreihe im entgegengesetzten Sinne ins Unendliche fort, so nähert man sich immerwährend dem Berührungspunkte w der Wendetangente“.

Hiebei liegen die aufeinanderfolgenden Punkte der Reihe abwechselnd in dem einen und dem anderen Theile, welche durch s und w auf C_4 bestimmt werden.

Um den raschen Fortschritten der medicinisc schaften und dem grossen ärztlichen Lese-Publicum l tragen, hat die mathem.-naturwissenschaftliche Clas Akademie der Wissenschaften beschlossen, vom Jahı an die in ihren Sitzungsberichten veröffentlichten Al aus dem Gebiete der Physiologie, Anatomie und t Medicin in eine besondere Abtheilung zu vereinigen ı ser eine erhöhte Auflage in den Buchhandel zu bring

Die Sitzungsberichte der math.-naturw. Classe w vom Jahre 1872 (Band LXV) an in folgenden **drei Abtheilungen** erscheinen, welche auch einzeln bez können:

I. Abtheilung: Enthält die Abhandlungen aus der Mineralogie, Botanik, Zoologie, Geologie tologie.

II. Abtheilung: Die Abhandlungen aus dem Mathematik, Physik, Chemie, Mechanik, Mete Astronomie.

III. Abtheilung: Die Abhandlungen aus dem Physiologie, Anatomie und theoretischen Medici

Von der I. und II. Abtheilung werden jährlich 5- der III. 3—4 Hefte erscheinen.

Dem Berichte über jede Sitzung geht eine Übe in derselben vorgelegten Abhandlungen und das Ver eingelangten Druckschriften voran.

Der Preis des ganzen Jahrganges sämmtlicher lungen beträgt 24 fl.

Von allen in den Sitzungsberichten erscheinen lungen kommen Separatabdrücke in den Buchhandel durch die akademische Buchhandlung Karl Gerold's Postgasse 6) bezogen werden.

Der akademische Anzeiger, welcher nur Original-Auszüge oder, wo diese fehlen, die Titel der vorgelegten Abhandlung enthält, wird wie bisher, 8 Tage nach jeder Sitzung ausgegeben. Der Preis des Jahrganges ist 1 fl. 50 kr.

Dec. 10

SITZUNGSBERICHTE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LXXI. BAND. III. und IV. HEFT.

Jahrgang 1875. — März und April.

(Mit 6 Tafeln.)

ZWEITE ABTHEILUNG.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Mechanik, Meteorologie und Astronomie.

WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI KARL GEROLD'S SOHN,
BUCHHÄNDLER DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1875.

INHALT

des 3. und 4. Heftes (März und April 1875) des 71. Bandes, II. Abth. der Sitzungsberichte der mathem.-naturw. Classe.

Preis des ganzen Heftes: 2 fl. 40 kr. = 4 RMk. 80 Pfg.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LXXI. Band.

ZWEITE ABTHEILUNG.

3.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Mechanik, Meteorologie und Astronomie.

VII. SITZUNG VOM 11. MÄRZ 1875.

Der Präsident gibt Nachricht von dem am 23. Februar zu London erfolgten Ableben des ausländischen correspondirenden Mitgliedes Sir Charles Lyell.

Sämmtliche Anwesende geben ihr Beileid durch Erheben von den Sitzen kund.

Herr Custos Th. Fuchs zeigt mit Zuschrift vom 1. März an, dass er zu der im Auftrage der Akademie übernommenen geologischen Untersuchungsreise nach Griechenland die Monate April und Mai zu verwenden gedenke, und ersucht um Flüssigmachung der ihm hiezu bewilligten Reise-Subvention von 2000 fl.

Die Direction der Landes-Realschule zu Sternberg dankt mit Zuschrift vom 4. März für die dieser Lehranstalt bewilligten akademischen Publicationen.

Herr Regrth. Dr. E. Mach in Prag übersendet eine für den Anzeiger bestimmte Notiz über Versuche, welche Herr G. v. Osnobischin aus Moskau im Prager physikalischen Institute „über anomale Dispersion“ mit Hilfe der Interferenz angestellt hat.

Herr Dr. A. Boué legt eine Abhandlung: „Über die Methode in der Auseinandersetzung geologischer Theorien und über die Eiszeit“ vor.

Herr Hofrath Dr. H. Hlasiwetz überreicht eine Abhandlung „Über Anthracen und sein Verhalten gegen Jod und Quecksilberoxyd“ von Herrn Dr. Othmar Zeidler, Assistenten für Chemie an der Wiener Universität.

Herr Prof. Dr. Ed. Suess legt eine für die Denkschriften bestimmte Abhandlung des Herrn Alex. Bittner vor, betitelt: „Die Brachyuren des Vicentinischen Tertiärgebirges“.

Herr kais. Rath A. Martin übergibt 134 Photographien, welche Herr Lieutenant Colonel Woodward, Assistent bei der

chirurgischen Abtheilung der Armee der Vereinigten Staaten von Nord-Amerika, angefertigt und als Geschenk für die Akademie bestimmt hat, und gibt eine kurze Beschreibung über den Zweck und die Anfertigungsmethode dieser Photographien.

Der Präsident spricht Herrn kais. Rath Martin den Dank der Akademie für seine Mühewaltung in dieser Angelegenheit aus.

Herr Karl Exner, Professor am k. k. Realgymnasium im IX. Bezirke Wiens, legt eine Abhandlung: „Über die Quetelet-schen Interferenzstreifen" vor.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

American Chemist. Vol. V, Nr. 7. New York, 1875; 4°.

Annalen (Justus Liebig's) der Chemie. Band 175, Heft 3. Leipzig & Heidelberg, 1875; 8°.

Annales des mines. VIIe Série. Tome VI. 5e Livraison de 1874. Paris; 8°.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift (nebst Anzeigen-Blatt). 13. Jahrgang, Nr. 7—8. Wien, 1875; 8°.

Association, The American Pharmaceutical: Proceedings. XXII^{d} Annual Meeting. Philadelphia, 1875; 8°.

Baird, Spencer F., Report on the Condition of the Sea Fisheries of the South Coast of New England in 1871 and 1872. Part. I. Washington, 1873; 8°.

Bibliothèque Universelle et Revue Suisse: Archives des sciences physiques et naturelles. N. P. Tome LIIe. Nr. 205. Genève, Lausanne, Paris, 1875; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXXX, Nrs. 7—8. Paris, 1875; 4°.

Gesellschaft, Deutsche Chemische, zu Berlin: Berichte. VIII. Jahrgang, Nr. 3—4. Berlin, 1875; 8°.

— k. k. geographische, in Wien: Mittheilungen. Bd. XVIII (neuer Folge VIII), Nr. 2. Wien, 1875; 8°.

— österr., für Meteorologie: Zeitschrift. X. Band, Nr. 5. Wien, 1875; 4°.

— k. k. zoologisch-botanische, in Wien: Verhandlungen. XXIV. Band. Wien, 1874; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXXVI. Jahrgang, Nr. 9—10. Wien, 1875; 4°.

Hinrichs, Gustavus, The Principles of Chemistry and Molecular Mechanics. Vol. II. Davenport, Iowa, U. S., 1874; 8°.

Jahrbücher der k. k. Central-Anstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus. N. F. X. Band, Jahrgang 1873. Wien, 1875; 4°.

Jahresbericht des k. k. Ministeriums für Cultus und Unterricht für 1874. Wien, 1875; 4°.

Journal für praktische Chemie, von H. Kolbe. N. F. Band II, 2. Heft. Leipzig, 1875; 8°.

Landbote, Der steirische. 8. Jahrgang, Nr. 5. Graz, 1875; 4°.

Lotos. XXV. Jahrgang. Januar 1875. Prag; 8°.

Mittheilungen aus J. Perthes' geographischer Anstalt. 21. Band, 1875. Heft II, nebst Ergänzungsheften Nr. 39 & 40. Gotha; 4°.

— des k. k. techn. & administrat. Militär-Comité. Jahrg. 1875. 2. Heft, Wien; 8°.

Moniteur scientifique du D^teur^ Quesneville. 397e Livraison. Paris, 1875; 4°.

Nature. Nrs. 278—279. Vol. XI. London, 1875; 4°.

Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri: Bullettino meteorologico. Vol. IX, Nr. 5. Torino, 1875; 4°.

Reichsforstverein, österr.: Österr. Monatsschrift für Forstwesen. XXV. Band, Jahrgang 1875. März-Heft. Wien; 8°.

Revista de la Universidad de Madrid. 2ª Epoca. Tomo V. Nr. 1. Madrid, 1875; 4°.

„Revue politique et littéraire", et „Revue scientifique de la France et de l'étranger". IVᵉ Année, 2ᵉ Série, Nrs. 35 à 36. Paris, 1875; 4°.

Smithsonian Institution: Smithsonian Contributions to Knowledge. Vol. XIX. Washington, 1874; 4°. — Miscellaneous Collections. Vol. XI—XII. Washington, 1874; 8°.

Società Adriatica di Scienze naturali in Trieste: Bollettino. Nr. 1. Dicembre 1874. Trieste, 1875; 8°.

Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux: Mémoires. Tome I (2ᵉ Série), 1ᵉʳ Cahier. Paris, Bordeaux, 1875; 8°.

— Botanique de France: Bulletin. Tome XXIᵉ 1874. Comptes rendus des séances. 3. Paris; 8°.

Um den raschen Fortschritten der medicinischen Wissenschaften und dem grossen ärztlichen Lese-Publicum Rechnung zu tragen, hat die mathem.-naturwissenschaftliche Classe der kais. Akademie der Wissenschaften beschlossen, vom Jahrgange 1872 an die in ihren Sitzungsberichten veröffentlichten Abhandlungen aus dem Gebiete der Physiologie, Anatomie und theoretischen Medicin in eine besondere Abtheilung zu vereinigen und von dieser eine erhöhte Auflage in den Buchhandel zu bringen.

Die Sitzungsberichte der math.-naturw. Classe werden daher vom Jahre 1872 (Band LXV) an in folgenden **drei** gesonderten **Abtheilungen** erscheinen, welche auch einzeln bezogen werden können:

I. Abtheilung: Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mineralogie, Botanik, Zoologie, Geologie und Paläontologie.

II. Abtheilung: Die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Mechanik, Meteorologie und Astronomie.

III. Abtheilung: Die Abhandlungen aus dem Gebiete der Physiologie, Anatomie und theoretischen Medicin.

Von der I. und II. Abtheilung werden jährlich 5—7 und von der III. 3—4 Hefte erscheinen.

Dem Berichte über jede Sitzung geht eine Übersicht aller in derselben vorgelegten Abhandlungen und das Verzeichniss der eingelangten Druckschriften voran.

Der Preis des ganzen Jahrganges sämmtlicher drei Abtheilungen beträgt 24 fl.

Von allen in den Sitzungsberichten erscheinenden Abhandlungen kommen Separatabdrücke in den Buchhandel und können durch die akademische Buchhandlung Karl Gerold's Sohn (Wien, Postgasse 6) bezogen werden.

Der akademische Anzeiger, welcher nur Original-Auszüge oder, wo diese fehlen, die Titel der vorgelegten Abhandlung enthält, wird wie bisher, 8 Tage nach jeder Sitzung ausgegeben. Der Preis des Jahrganges ist 1 fl. 50 kr.

klärt, von verschiedenen Physikern berechnet und schliesslich die Resultate der Rechnung durch eingehende Messungen von Mousson bestätigt worden. Gleichwohl scheint es mir, dass die Theorie der Phänomene nicht in der ganzen Einfachheit dargestellt wird, deren sie sich erfreut, und dass die Frage nach der Natur des Lichtes, durch welches die Phänomene erzeugt werden, noch nicht in zwingender Weise beantwortet ist. Man weiss, dass die Rechnung dasselbe Resultat liefert, mag man die Entstehung des Phänomens dem an den Staubpartikelchen diffus oder regelmässig reflectirten, oder aber dem an den Rändern derselben gebeugten Lichte zuschreiben. Da das einzige Experiment, welches in dieser Richtung gemacht worden ist, nicht frei ist von Einwürfen[1], so möge im Folgenden auf einen Umstand näher eingegangen werden, welcher über die Natur der interferirenden Strahlen unzweideutigen Aufschluss gibt. Eine kurze und, wie ich glaube, durchsichtige Darstellung der Theorie dieser Erscheinungen werde ich vorausschicken.

---

[1] Stokes sagt: „Die Polarisationsphänomene scheinen jedoch ein experimentum crucis an die Hand zu geben, um zu entscheiden, ob die Ablenkung des Lichtes aus seiner regelmässigen Bahn, welche die Bildung der Ringe veranlasst, eine Diffractionserscheinung, oder ein Zerstreuen im eigentlichen Sinne des Wortes sei. Wenn polarisirtes Licht zerstreut wird, entweder durch Reflexion an weissem Papier, oder durch Transmission durch dasselbe, so verliert es seine Polarisation; allein, wenn polarisirtes Licht eine regelmässige Diffraction erleidet, so behält es seine Polarisation. Ich stellte eine kleine Flamme nahe dem Krümmungsmittelpunkte eines Hohlspiegels, dessen Oberfläche mit Milch und Wasser zubereitet worden, und brachte nun ein Nicol'sches Prisma dicht an die Flamme, damit das auf den Spiegel fallende Licht polarisirt sei. Bei Untersuchung mit einem Nicol erwiesen sich die Ringe vollkommen polarisirt."

Obgleich ohne Zweifel das polarisirte Licht nach seiner Reflexion vom Papier im Allgemeinen depolarisirt ist, so gilt dies doch nicht mehr in einem speciellen Falle, welcher eben ausschliesslich hier in Betracht kommt, wo nämlich das Licht streifend einfällt, und die reflectirten Strahlen, welche das Phänomen erzeugen, von der Richtung der einfallenden Strahlen sehr wenig abweichen. Lässt man polarisirtes Licht auf ein umgebogenes Stück Papier, *abc*, Fig. 3, fallen, so dass die eine Seite desselben, *ab*, beleuchtet ist, und stellt man auf der anderen Seite das mit einem Nicol bewaffnete Auge *e* so, dass man einen schmalen Streifen *bd* der beleuchteten Hälfte des Papieres wahrnimmt, so erweist sich das von diesem Streifen kommende Licht als vollkommen polarisirt.

Ein dünnes Bündel paralleler Lichtstrahlen, *s*, Fig. 1, der Durchmesser betrage beispielsweise 5 Millimeter, schliesse auf seinem Wege zwei kleine, gleiche, opake Körperchen ein, *a*, *b*, beispielsweise Licopodiumpollen vom Durchmesser 0·03 Millim.; die Distanz der Körperchen sei sehr gering, beispielsweise die Longitudinaldistanz bd = 2 Mm., die Transversaldistanz ad = 0·1 Mm. In grösserer Entfernung, beispielsweise 10 Meter, treffe der Strahl *s* auf einen Schirm, *S*. Von der Peripherie des Körperchens *a* werden gebeugte Lichtstrahlen ausgehen, welche auf dem Schirme ein Beugungsphänomen erzeugen werden, concentrische helle Ringe mit dem Mittelpunkte in 0, woselbst der Schirm vom Strahle *s* getroffen wird. Die Ausdehnung dieser Beugungsringe, Frauenhofer'sche Ringe, wird beträchtlich sein, hier z. B. wird für Licht von der Wellenlänge λ = 0·0006 Mm., die Ringbreite ungefähr 20 Ctm. betragen. In ganz gleicher Weise wird das Partikelchen *b* Beugungsringe erzeugen, und man wird wegen der angenommenen Gleichheit der Partikelchen, der geringen Entfernung derselben von einander und der grossen Entfernung des Schirmes annehmen können, dass die durch das eine Partikelchen erzeugten hellen Ringe genau auf die durch das andere erzeugten fallen werden. Es würde also aus der Mitwirkung des Theilchens *b* einfach eine Verstärkung des schon durch das Theilchen *a* erzeugten Phänomens hervorgehen, wenn nicht die beiden congruent aufeinander liegenden Phänomene interferiren würden, wodurch ein neues System dunkler Streifen entsteht. Ist *m* ein Punkt eines hellen Streifens des einen und des anderen der beiden sich deckenden Phänomene, so dass die von *a* in der Richtung am ausfahrenden Beugungsstrahlen sich in *m* verstärken, und ebenso die in der gleichen Richtung, bm, von *b* ausfahrenden Beugungsstrahlen, so können immerhin die von *a* kommenden Strahlen durch die von *b* kommenden ausgelöscht werden. Die Wegdifferenz ist:

$$\Delta = db - ae = ab.(\cos\alpha - \cos\beta).$$

Da die Wegdifferenz von der einzigen variablen β abhängt, so werden die neu entstehenden dunklen Streifen sämmtlich Kegelschnittslinien sein, entsprechend den Durchschnitten des

Schirmes mit Kegelflächen, welche das Punktenpaar a, b zur Spitze und die Verbindungslinie ab der Punkte zur Axe haben. Setzt man aber an Stelle des ebenen Schirmes einen sphärisch gekrümmten Schirm, entsprechend dem Radius ao, so werden auf demselben die neu entstehenden dunklen Streifen als Kreise erscheinen mit den Mittelpunkten auf ac. Für einen der dunklen Interferenzringe hat man nach der letzten Gleichung, wenn r irgend eine ganze Zahl bedeutet:

$$r \cdot \frac{\lambda}{2} = ab \cdot (\cos\alpha - \cos\beta),$$

für einen benachbarten:

$$(r+2) \cdot \frac{\lambda}{2} = ab \cdot (\cos\alpha - \mathrm{eos}\,\beta'),$$

und durch Subtraction beider Gleichungen:

$$\lambda = a\mathrm{b} \cdot (\cos\beta - \cos\beta').$$

Ist f die Fläche der Zone, welche von den beiden dunklen Ringen auf der Kugelfläche begrenzt wird, so hat man auch:

$$f = 2 \cdot \overline{ao}^2 \cdot \pi \cdot (\cos\beta - \cos\beta')$$

und erhält durch Verbindung der beiden letzten Gleichungen:

$$f = \frac{2\pi \cdot \lambda \cdot ao^2}{\overline{ab}}.$$

Es ist also die Ringfläche nicht nur in einem und demselben Phänomen constant, sie hängt überhaupt ausser von der Wellenlänge und von der Entfernung des Schirmes nur noch von der Distanz der Partikelchen, ab, ab. Näherungsweise kann man diese Resultate auch für einen ebenen Schirm gelten lassen. Es fragt sich, ob die neuentstandenen Streifen breit genug sind, um wahrgenommen zu werden. Man wird für die Streifenbreite, x, einen angenäherten Werth erhalten, wenn man für die Fläche eines Ringes, welcher nahe bei o vorbeigeht, setzt:

$$f = x \cdot 2 \cdot \frac{ad \cdot ao}{ab} \cdot \pi.$$

Man erhält dann aus den beiden letzten Gleichungen:

$$x = \frac{\lambda . ao}{ad}.$$

In dieser Formel kommt ausser der Wellenlänge und der Distanz des Schirmes nur noch die Transversaldistanz *ad*, der Partikelchen vor, so dass die Breite der Streifen in der Nähe von *o* sich nicht beträchtlich ändern wird, wenn man das Partikelchen *b* etwa nach *d* hinauf verrückt, so dass es neben *a* zu liegen kommt. Setzt man in die letzte Gleichung die entsprechenden Werthe, so erhält man für die Streifenbreite unter den gemachten Voraussetzungen:

$$x = 6 \text{ Centimeter}.$$

Das durch die beiden Partikelchen *a*, *b* auf dem sphärischen Schirme erzeugte Phänomen besteht also in einem um den Punkt *o* sich verbreitenden Lichtscheine gebeugter Strahlen, welcher von zwei Systemen dunkler Ringe durchzogen ist. Die Ringe des einen Systemes liegen concentrisch um den Punkt *o*, in welchem der Schirm vom Strahle *s* getroffen wird, die des anderen Systemes concentrisch um den Punkt *c*, in welchem die verlängerte Verbindungslinie, *ab*, der Partikelchen den Schirm trifft. Ist der Schirm eben, so sind die Ringe des zweiten Systems Kegelschnittslinien, und zwar diejenigen, welche nahe bei *o* vorbeigehen, Ellipsen, Parabeln, Hyperbeln oder Gerade, je nachdem die Longitudinaldistanz der Partikelchen grösser ist, als die Transversaldistanz, derselben gleich ist, kleiner ist, oder ganz verschwindet. Wenn die Longitudinaldistanz der Partikelchen nicht sehr beträchtlich grösser ist als die Transversaldistanz, so haben die sichtbaren Theile der Ringe des zweiten Systemes eine sehr geringe Krümmung und erscheinen daher als geradlinig. Das soeben beschriebene Phänomen zeigt nun gleichzeitig zwei Phänomene, die Frauenhofer'schen Ringe und die Quetelet'schen Streifen.

Wollte man das Phänomen in der Art erzeugen, so würde es zu lichtschwach sein, um wahrgenommen zu werden. Man kann aber, von einem Principe der Optik Gebrauch machend, das Phänomen erzeugen, indem man an die Stelle der opaken Körperchen kleine Öffnungen von derselben Grösse setzt. Ich

machte nahe an einander zwei feine Nadelstiche in ein Stanniolblättchen, führte zwischen den beiden Stichen einen feinen Schnitt und bog die Ränder derart auseinander, dass die beiden kleinen Öffnungen eine Distanz von einigen Millimetern erhielten, senkrecht zur Ebene des Stanniolblattes. Hielt ich das Blättchen so zwischen das Auge und einen Lichtpunkt, dass nur durch die beiden kleinen Öffnungen Licht passiren konnte, indem sich die Ränder des Schnittes in der Projection deckten, so konnte ich das Phänomen mit beiden Systemen von dunklen Linien wahrnehmen. Biegt man das Stanniolblättchen in seine ursprüngliche Gestalt zurück, oder führt man überhaupt keinen Schnitt, so hat man das gewöhnliche Beugungsphänomen durch zwei kleine runde Öffnungen, indem die dunklen Streifen des zweiten Systemes übergehen in die geradlinigen Streifen dieses Phänomens. Hiebei ändert sich die Breite dieser Streifen nicht beträchtlich entsprechend der oben durchgeführten Rechnung. Wenn man überhaupt in Schwerd's „Beugungserscheinungen" die Abbildungen jener Beugungsphänomene nachsieht, welche durch zwei congruente, gleichliegende Öffnungen entstehen, so findet man ausser dem Phänomene, welches durch eine der beiden Öffnungen erzeugt wird, noch ein System dunkler Linien, welche auf der Verbindungslinie der beiden Öffnungen senkrecht stehen. Diese unterscheiden sich nicht wesentlich von den Quetelet'schen Streifen.

Ich kehre zu dem Phänomene zurück, welches durch die Partikelchen a, b erzeugt wird. Dasselbe ist nicht lichtstark genug, um wahrgenommen zu werden. Man wird jedoch dem Phänomene eine hinreichende Lichtstärke verleihen, wenn man mehr als ein Paar von Partikelchen an der Erzeugung desselben Theil nehmen lässt. Denkt man sich daher ausser dem Paare von Partikelchen a, b noch eine grössere Anzahl, etwa 500 eben solcher Paare, $a'b'$, $a''b''$,...ganz in der Nähe jenes ersten Paares angebracht, wobei sämmtliche Partikelchen gleich gross, sämmtliche Verbindungsgerade ab, $a'b'$, $a''b''$, ... gleich gross und parallel vorausgesetzt werden, so werden die einzelnen Paare das oben beschriebene Phänomen in ganz gleicher Weise erzeugen, und man wird das früher vom Paare a, b allein erzeugte Phänomen nun so oftmal übereinanderliegend haben, als

Paare von Partikelchen vorhanden sind. Das Resultat der Interferenz der sich deckenden Elementarphänomene wird, da die Zahl derselben sehr gross ist, dieselben sich nur durch die Phase unterscheiden, die Phasendifferenzen selbst aber als völlig regellos vorausgesetzt sind, nach einem Principe der Optik einfach in der Verstärkung der Intensität des Elementarphänomens bestehen, so dass durch das Zusammenwirken aller Paare von Partikelchen das Phänomen zur Sichtbarkeit gebracht wird, so wie das bei dem einfachen Phänomen der Frauenhofer'schen Höfe der Fall ist. Die Schwierigkeit liegt darin, die Partikelchen so anzubringen, dass sämmtliche Gerade ab, $a'b'$,... gleich gross und genau parallel sind. Dies wird zutreffen, wenn man ein dünnes Glasplättchen, gh, mit Licopodium bestaubt und bei ik einen Metallspiegel anbringt. Die vom Lichtstrahle s getroffenen Licopodiumstäubchen, welche gleich gross sind, stellen die Partikelchen a vor, während die Partikelchen b durch die Spiegelbilder der Partikelchen a ersetzt sind. Man muss dann den Schirm bei S' anbringen, auf welchem das Phänomen entstehen wird, als käme der Lichtstrahl von s', und passirte zuerst die Partikelchen b, dann die Partikelchen a. Indem nämlich der Lichtstrahl s vom Spiegel reflectirt wird, um nach dem Punkte o' des Schirmes zu gelangen, durchsetzt er zweimal, vor und nach seiner Reflexion die Partikelchen a, und erzeugt hiedurch zweimal das Phänomen der Frauenhofer'schen Höfe. Indem die beiden Phänomene, das eine direct, das andere durch Reflexion sich auf den Schirm projiciren und sich daselbst congruent übereinanderlegen, interferiren sie und erzeugen hiedurch das zweite System dunkler Linien mit dem Mittelpunkte in c'. Man kann in dieser Weise das Phänomen sehr gut objectiv erhalten. In bequemerer Weise kann man statt des bestaubten Glasplättchens gh und des Metallspiegels ik einfach einen mit Licopodium bestaubten ebenen Glasspiegel nehmen, statt des Lichtbündels s die divergirenden, von einem Lichtpunkte kommenden Strahlen und statt des Schirmes das Auge.

Der Umstand, dass in dem Phänomene die Lage der dunklen Linien des einen Systemes nur von der Grösse der Partikelchen, diejenige der dunklen Linien des anderen Systemes nur von der Lage derselben abhängt, hat zur Folge, dass unter

Umständen nur das eine oder das andere der Systeme dunkler Streifen zur Erscheinung kommt.

Denkt man sich zwar die Partikelchen gleich gross, aber sämmtliche Gerade *ab* nicht mehr parallel, so wird zwar jedes der Elementarphänomene mit beiden Systemen von dunklen Streifen versehen sein, während jedoch die dunklen Streifen, welche den Frauenhofer'schen Ringen entsprechen, bei allen Elementarphänomenen gleiche Lage haben, findet dies nicht mehr statt bezüglich der dunklen Streifen des anderen Systemes, welche bei jedem der Elementarphänomene eine andere Lage haben, so dass das Gesammtphänomen, welches aus der Übereinanderlagerung der Elementarphänomene hervorgeht, nur die Frauenhofer'schen Ringe ohne die Quetelet'schen Streifen zeigt. Nach einer von mir bezüglich eines Versuches angestellten Rechnung würde eine Transversalverschiebung eines Theilchens *b* um die Hälfte des durchschnittlichen Abstandes zweier Partikelchen der Bestaubung genügt haben, um das Centrum, *c*, der Streifen des zweiten Systemes auf dem Schirme um 50 Ctm. zu verrücken, in einer Richtung, welche von der Richtung der Verschiebung des Partikelchens abhängt. Wenn man daher eine Glasplatte auf beiden Seiten mit Licopodium bestreut, so erzeugt der durchfahrende Lichtsrahl die Frauenhofer'schen Beugungsringe ohne Quetelet'sche Streifen.

Sind umgekehrt zwar sämmtliche Gerade *ab* parallel, ändert sich aber die Grösse der Partikelchen von Paar zu Paar, so haben die dunklen Streifen des zweiten Systemes bei allen Elementarphänomenen dieselbe Lage, während die der dunklen Streifen des ersten Systemes sich von einem Elementarphänomene zum andern ändert. Das Gesammtphänomen wird also die Quetelet'schen Streifen allein zeigen. Wenn man daher einen Spiegel mit ungleichförmigem Staube bestreut, so erhält man die Quetelet'schen Streifen allein. Wenn man das Bild einer Kerzenflamme in einem bestaubten Spiegel betrachtet, so erscheint dasselbe von hellen Streifen umgeben. Befreit man den Spiegel von der hinteren Belegung und betrachtet die Kerzenflamme im durchgelassenen Lichte, so verschwindet das Phänomen in der Art, dass nicht die hellen, vielmehr die dunklen Streifen verschwinden, also ein heller Schein übrig bleibt, welcher aus einer Übereinanderlagerung

zahlreicher, ungleich grosser Frauenhofer'scher Höfe entsteht, also ein Beugungsphänomen ist, welches im reflectirten Lichte in Folge seiner doppelten Erzeugung von dunklen Interferenzlinien durchsetzt wird.

Um das Phänomen der Quetelet'schen Streifen durch kleine Öffnungen zu erzeugen an Stelle der undurchsichtigen Körperchen, versah ich ein Stanniolblatt mit zahlreichen kleinen Nadelstichen, $a, b, a', b', a'', b'', \ldots$ derart, dass die Abstände ab, $a'b'$, sämmtlich gleich und parallel waren, die Stärke der Stiche jedoch sich von Paar zu Paar änderte. Brachte ich das Stanniolblatt vor das Objectiv eines Fernrohres und richtete letzteres auf einen entfernten Lichtpunkt, so sah ich denselben umgeben von einem Phänomene, welches durchaus demjenigen glich, welches derselbe Lichtpunkt in einem bestaubten Spiegel zeigte. Macht man sämmtliche Stiche gleich stark, so sieht man beide Systeme von Streifen, entsprechend dem Licopodium-Phänomene.

Ich komme zu der Erörterung über die Natur des Lichtes, durch welches die in Rede stehenden Phänomene erzeugt werden. Es wurde zwar im Vorhergehenden vorausgesetzt, dass die Quetelet'schen Streifen durch gebeugtes Licht erzeugt werden; es würde aber die Voraussetzung, dass dieselben durch das von den Partikelchen reflektirte Licht erzeugt werden, zu demselben Phänomene führen, und es muss daher die Entscheidung zwischen den beiden Hypothesen anderswoher genommen werden.

Ein experimentum crucis bietet die gleichzeitige Erzeugung der Frauenhofer'schen Beugungsringe durch Anwendung von Licopodiumstaub, wo dann die beiden Phänomene je nach der Hypothese, von welcher man ausgeht, in entgegengesetzter Weise sich zu einander verhalten müssen. Entstehen die Quetelet'schen Streifen durch Interferenz congruirender Frauenhofer'scher Beugungsphänomene, so muss das combinirte Phänomen dunkle Streifen auf hellem Grunde zeigen; entstehen die Quetelet'schen Streifen unabhängig von den Beugungsringen durch reflectirtes Licht, so muss das combinirte Phänomen helle Streifen auf dunklem Grunde zeigen. Wollte man selbst annehmen, dass die beiden verschiedenartig erzeugten Phänomene sich durch Interferenz stellenweise auslöschen, so könnten gleichwohl niemals die hellen Stellen des einen Phänomens durch die dunklen des anderen aus-

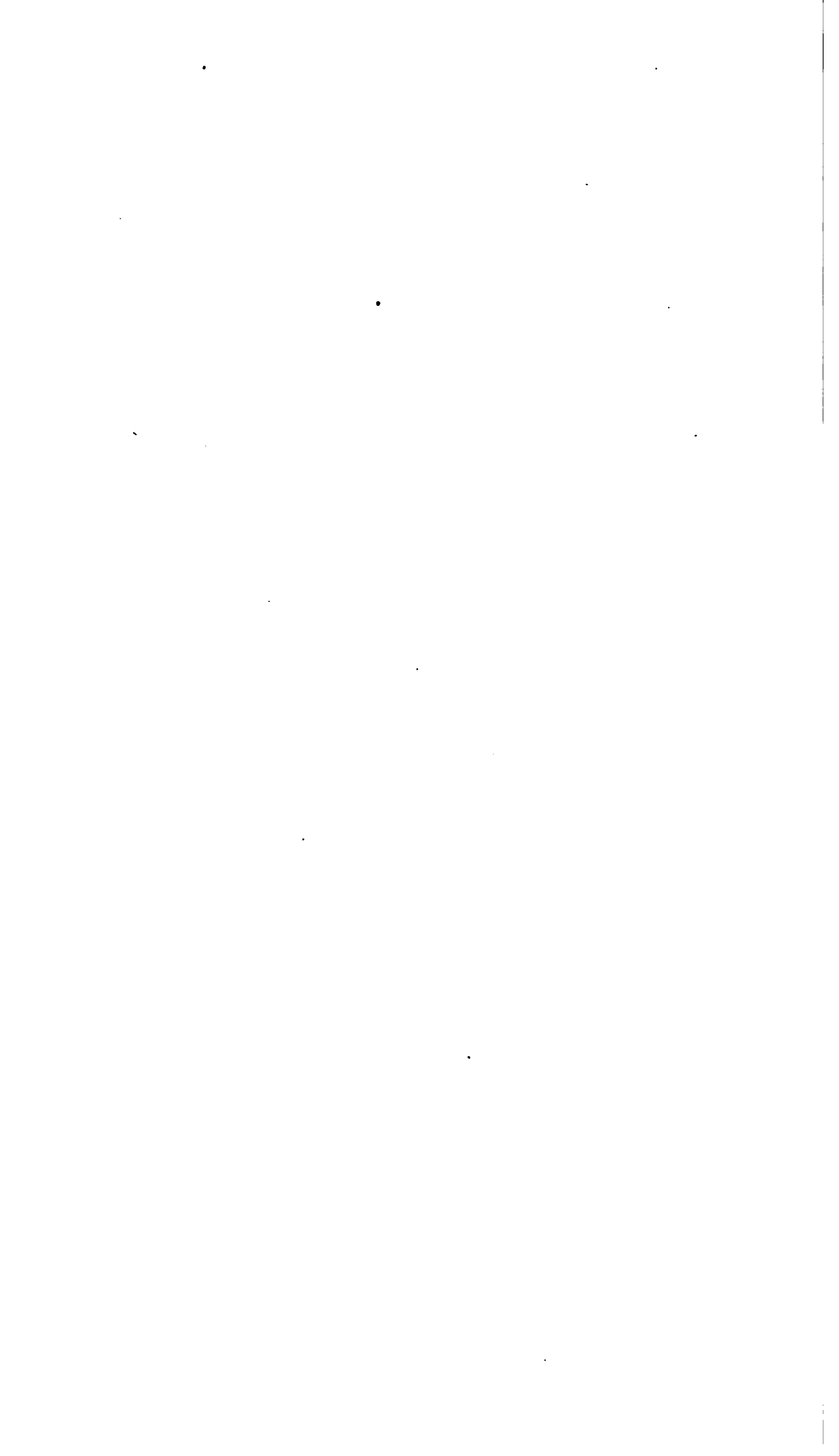
gelöscht werden. Indem ich das Phänomen in möglichst vollkommener Weise durch intensives, homogenes Licht erzeugte, fand ich (siehe Fig. 2) die Beugungstheorie in unzweideutiger Weise bestätigt. Das Phänomen zeigt dunkle Linien auf hellem Grunde. Es unterscheidet sich von dem Beugungsphänomene durch zwei kreisrunde Öffnungen nur durch die Krümmung der Streifen des einen Systemes, welche von der Longitudinaldistanz der Partikelchen eines Paares herrührt [1].

Es ist klar, dass man analoge Erscheinungen erhalten wird, wenn man statt des Beugungsphänomens der Frauenhofer'schen Höfe andere Beugungsphänomene zu Grunde legt. Immer wird das Wesen der sogenannten Interferenzerscheinungen an diffusem Lichte darin bestehen, dass an einem Beugungsphänomene durch doppelte Erzeugung desselben eine Neubildung dunkler Interferenzlinien eintritt.

---

[1] Über das gegenseitige Verhalten der beiden Phänomene der Frauenhofer'schen Ringe und der Quetelet'schen Streifen, wenn dieselben gleichzeitig durch Anwendung einer Licopodiumbestaubung erzeugt werden, sagt Stokes, dass „jegliche Farbe, die in dem ausserhalb des Interferenzsystemes liegenden Theil eines Licopodiumringes erschien, in dem letzteren Systeme auf dem ganzen übrigen Theil eines um das Bild beschriebenen Kreises vorwaltete". Mousson sagt über die Erzeugung der Quetelet'schen oder Whewell'schen Streifen unter Anwendung von Licopodiumbestaubung: „Freilich sieht man zugleich die Frauenhofer'schen Ringe in grosser Schönheit, allein die eine Erscheinung stört die andere nicht, weil die Whewell'schen Streifen den inneren dunklen Raum des ersten Ringes nicht überschreiten". Diese Angaben Mousson's sind mir nicht verständlich.





Über Anthracen und sein Verhalten gegen Jod und Quecksilberoxyd.

Von Phil. Dr. **Othmar Zeidler,**
Assistent für Chemie an der Universität zu Wien.

Beim Studium des Anthracens und seiner Derivate hatte ich mir zunächst die Aufgabe gestellt zu untersuchen, ob es mir denn auf keine Weise möglich wäre das Hydroxylderivat des Anthracens darzustellen, dessen Bildung Graebe und Liebermann[1] wohl beobachtet zu haben glauben, welches sie aber jedenfalls als constanten Körper nicht in die Hand bekamen.

Obwohl ich zu den erwünschtem Resultate nicht gekommen bin, erlaube ich mir doch meine diesbezüglichen Versuche zu veröffentlichen, da sie zu einer praktischen Reinigungsmethode des Anthracens so wie zu einer mindestens nicht uninteressanten Reaction führten.

Das Roh-Anthracen, welches in Arbeit genommeu wurde, (bezogen von der Wiener Firma Würth & Comp.) war eine pulverige, gelbbraune Masse von intensivem Theergeruch. Die Reinigung wurde zuerst durch öfteres Umkrystallisiren aus Benzol, dann durch Sublimation für sich und endlich im Wasserstoffstrome versucht, ohne dass hiedurch eine bei der Darstellung in kleinerem Massstabe lohnende Ausbeute von reinem Anthracen sich hätte erzielen lassen.

Es wurde daher die Reinigung nach folgender Methode unternommen, welche mir die verhältnissmässig kürzeste und einfachste scheint:

---

[1] Bericht d. deutsch. chem. Gesellschaft 1870, 636 — Wagner's Jahresber. 1870, 605.

Ein Pfund Roh-Anthracen wurde mit Essigäther zu einem dünnen Brei angerührt und durch circa 24—48 Stunden in gelinder Wärme digerirt; hierauf mittelst der Bunsen'schen Pumpe abgesogen und mit kaltem Essigäther so lange nachgewaschen, als sich die ablaufende Flüssigkeit noch bräunlich gefärbt zeigte.

Der am Filter befindliche Rückstand wurde in Eisessig gelöst (wobei ein bedeutend schwerer löslicher Theil zurückbleibt), das auskrystallisirte Anthracen am Filter gesammelt, getrocknet und sublimirt. Es sublimirte im schönen, farblosen, fluorescirenden Blättern und zeigte den richtigen Schmelzpunkt 213° C.

In dem zur Digestion des Roh-Anthracens verwendeten Essigäther, der nun braun tingirt erscheint, befindet sich neben theerigen Produkten, Anthracen gemischt mit einem in kleinen Nadeln krystallisirenden Körper, welcher bei 188° C. schmilzt. Da aber die Ausbeute (in manchen Anthracenproben findet sich nichts, in anderen wenig) ungenügend und der Körper kaum vollkommen frei von Anthracen erhalten werden konnte, musste ich die Untersuchung dieses Produktes wenigstens vor der Hand unterlassen.

In erster Linie wurde nun der Versuch Graebe's und Liebermann's das Brom aus den Bibromanthracen mit alkoholischer Kalilauge herauszunehmen und so zu einen Hydrochinon zu gelangen wiederholt, und es zeigte sich die Angabe von Graebe und Liebermann[1] bestätiget, dass eine Rückbildung von Anthracen stattfindet. Die Anwendung von Glycerin-Kalilauge änderte nichts an dem Vorgange, der wohl durch die Gleichung Graebe's:

$$C_{14}H_8Br_2+2(KOH)+C_2H_6O = C_{14}H_{10}+2(KBr)+C_2H_4O_2+H_2O$$

richtig ausgedrückt ist.

Da aber die Jodsubstitutionsprodukte sich in der Regel so abweichend vor denen des Chlor und Brom verhalten, wurde die Jodirung des Anthracens versucht. Jod wirkt auf in Benzol oder Alkohol gelöstes Anthracen nicht ein, ebenso wenig gelang die Darstellung des Jodanthracens durch Eintragung der nöthigen

[1] Annal. d. Chem. u. Pharm. Suppl. 7, 275.

Menge von Jod in eine Lösung von Anthracen in Schwefelkohlenstoff, analog der Bildung des Bibromanthracens. Das Produkt war in beiden Fällen ein verschmiertes Anthracen. Auch ein Zusammensublimiren von Jod und Anthracen gab das gewünschte Resultat nicht.

Es lag nunmehr nahe die ausgezeichnete Methode der Jodirung von Hlasiwetz und Weselsky zu versuchen, und diese führte zu einem ganz unerwarteten Resultate. Es wurden, um nach dem Schema:

$$C_{14}H_{10}+HgO+J_4=B_{14}H_8J_2+HgJ_2+H_2O$$

zwei Jod einzuführen, 10 Grm. Anthracen in heissem Alcohol gelöst, 12·2 Grm. Quecksilberoxyd und 26·4 Grm. Jod eingetragen und mit aufsteigendem Kühler am Sandbade erhitzt. Schon nach Verlauf einer Stunde begannen sich aus der früher klaren Flüssigkeit Krystallnadeln auszuscheiden, deren Menge nach Verlauf von 3—4 Stunden nicht mehr zunahm. Nach dem Erkalten wurde die hellgelb gewordene Flüssigkeit abfiltrirt, die am Filter bleibende Masse mit heisser Jodkaliumlösung behandelt, um Quecksilberjodid zu entfernen, die getrockneten Krystalle sublimirt, da noch Anthracen beigemischt war, mit heissem Alcohol einigemale ausgekocht und endlich aus Eisessig 8—10mal umkrystallisirt.

Die so erhaltenen Nadeln zeigten den Schmelzpunkt 273 bis 275°, waren jodfrei und deren Analyse stimmte zu der Formel des Anthrachinons:

I. Substanz 0·137, Kohlensäure = 0·40463, Wasser = 0·0479
II. Substanz 0·1168, Kohlensäure = 0·345, Wasser = 0·0405

Berechnet	Gefunden I.	Gefunden II.
C = 80·77%	C = 80·55	C = 80·56
H = 3·84	H = 3·88	H = 3·85
O = 15·39		
100·00%		

Erst nach sorgfältigster Reinigung konnte die Substanz vom anhängendem Anthracen befreit und in der Analyse stimmende Zahlen erreicht werden.

Auch in dem ganzen Verhalten zeigte sich die Substanz als identisch mit dem gewöhnlichen Anthrachinon: sie veränderte

sich beim Kochen mit alkoholischer oder wässeriger Kalilauge nicht, gab mit Zinkstaub und Kalilauge erhitzt die charakteristische, rothe Färbung und mit rauchender Schwefelsäure anhaltend gekocht und hierauf mit Ätzkali geschmolzen die violette Farbe des Alizarinkali's.

Um zu sehen, ob die Ausbeute, welche nur 40% des angewendeten Anthracens betrug, nicht gesteigert werden könnte, wurde der Versuch mit geänderten Mengen wiederholt, und zwar nach folgender Gleichung:

$$C_{14}H_{10}+2(HgO)+3(J_2) = C_{14}H_8O_2+2(HgJ_2)+2(JH).$$

Hiebei wurde eine Ausbeute von circa 70% an Anthrachinon erzielt. Im alkoholischen Filtrate befand sich noch mit Jod verschmiertes Anthracen. Ein Substitutionsproduct konnte wenigstens daraus nicht isolirt werden.

Auf die Frage, ob die Reaction nach dem obenstehenden Schema glatt vor sich geht oder aber das Endprodukt erst das Resultat einer secundären Reaction ist, glaube ich nicht eingehen zu sollen, da ja das Studium derselben — wenigstens in Fällen wo Jod und Quecksilberoxyd substituirend wirkt — von anderer Seite bereits in Angriff genommen wurde.

Von der Voraussetzung ausgehend, dass die Verschiedenheit der Einwirkung obgenannter Reagentien in diesem Falle nur von der eigenthümlichen Stellung, welche 2 Wasserstoffatome im Anthracen einnehmen, herrühre, konnte ich nicht erwarten, dass bei weiterer Einwirkung von Jod und Quecksilberoxyd eine fernere Oxydation stattfinde; ein Versuch, vorgenommen in dem Verhältnisse von 1 Mol. Anthracen auf 4 Mol. Quecksilberoxyd und 6 Mol. Jod, gab auch, wie zu erwarten, ebenfalls Anthrachinon, während die alkoholische Lösung von nicht verbrauchtem Jod dunkelroth gefärbt blieb.

Ich wage nicht aus diesem Verhalten des Anthracens allein schon den allgemeinen Schluss zu ziehen, dass Jod und Quecksilberoxyd, sobald sie bei einem, mit ihnen in Reaction tretenden Körper Wasserstoffatome in einer besonderen Stellung finden, welche der Bildung eines Ketons oder Doppel-Ketons (auch Chinons, wenn man Anthrachinon als solches auffassen will) günstig ist, nicht substituirend sondern oxydirend wirken; daher

gedenke ich um zu sehen, ob die Reaction eine Verallgemeinerung zulässt, — sobald es mir nur erst gelungen ist das nöthige Materiale zu beschaffen — in dieser Richtung Versuche mit Malonsäure und Stilben anzustellen, bei welchen die erstere Mesoxalsäure, das letztere Stilbenoxyd oder ein Oxystilben-Doppelketon geben müsste.

Gleichzeitig erlaube ich mir vorläufig anzuzeigen, dass ich mit der Untersuchung der Einwirkung von Jod und Schwefelquecksilber auf organische Substanzen beschäftigt bin und mir die Versuche in dieser Richtung gerne vorbehalten wüsste. Ich denke dabei, zum mindesten bei Körpern, auf welche Jod und Quecksilberoxyd oxydirend wirkt, zu geschwefelten Producten zu gelangen.

Bei Anthracen findet eine Einwirkung statt, wenn man es in alkoholischer Lösung mit den besprochenen Substanzen erhitzt. Auch Naphtalin tritt mit ihnen in Reaction und gibt einen in Nadeln krystallisirenden, gelblichen Körper. Über die Resultate dieser und ähnlicher Versuche werde ich mir seinerzeit ausführlich zu berichten erlauben.

II. Universitätslaboratorium in Wien, 12. März 1875.

VIII. SITZUNG VOM 18. MÄRZ 1875.

Der Secretär liest eine Zuschrift Sr. Excellenz des Herrn Ministers des Äussern vom 12. März, worin dieser mittheilt, dass er, dem Ansuchen der kais. Akademie entsprechend, gleichzeitig den k. u. k. Gesandten in Athen angewiesen habe, bei der kgl. griechischen Regierung die erforderlichen Schritte zu thun, damit dem Custos Th. Fuchs und seinem Assistenten A. Bittner bei ihren geologischen Forschungen der möglichste Vorschub zu Theil werde, und dass auch Freiherr v. Münch nicht verfehlen werde, seinerseits den genannten Geologen, sobald sie sich ihm vorstellen, die thunlichste Unterstützung angedeihen zu lassen.

Herr Professor Franz Toula erklärt sich, mit Zuschrift vom 14. März bereit, die ihm übertragene geologische Durchforschung des Balkangebietes auszuführen und dankt für das in ihn gesetzte Vertrauen sowol als auch für die ihm zu diesem Zwecke bewilligte Subvention und den ihm in Aussicht gestellten Grossherrlichen Ferman.

Herr Schiffslieutenant K. Weyprecht dankt mit Schreiben vom 12. März für die ihm zur Bearbeitung der von der österr.-ungar. Polarexpedition gesammelten Beobachtungen bewilligten Subvention von 300 fl.

Herr Prof. Dr Alex. Rollett in Graz übersendet eine Abhandlung des Herrn Rudolf Klemensiewicz, Assistenten am Grazer physiologischen Institute: „Über den *Succus pyloricus*".

Herr Dr F. Steindachner übermittelt den 2. Theil seiner Abhandlung über „die Süsswasserfische des südöstlichen Brasilien".

Herr Hofrath Dr. E. v. Brücke legt eine im physiologischen Institute der Wiener Universität ausgeführte Arbeit des Herrn Dr. Leopold Königstein vor, betitelt: „Das Verhältniss der Nerven zu den Hornhautkörperchen".

Herr Anton Wassmuth, Professor am k. k. Real-Obergymnasium im III. Bezirke Wiens, übergibt eine Abhandlung: „Über eine Ableitung des Biot-Savart'schen Gesetzes".

Herr Prof. Rud. Niemtschik überreicht eine Abhandlung: „Über die Construction der einander eingeschriebenen Linien zweiter Ordnung".

Herr K. Zulkowsky, Prof. der chemischen Technologie an der technischen Hochschule in Brünn, übergibt eine von ihm gemeinschaftlich mit dem technischem Chemiker Herrn E. König ausgeführte Arbeit: „Über den Charakter einiger ungeformter Fermente".

Herr Artillerie-Hauptmann Albert v. Obermeyer legt eine Abhandlung des Herrn Al. v. Fitz Gerald-Minarelli: „Über das thermoelektrische Verhalten von Metallen beim Schmelzen und Erstarren" vor.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Accademia, Reale, dei Lincei: Atti. Tomo XXVI. Anno XXVI. Sess. V^{a}—VIII^{a}. Roma, 1874; 4°.

Akademie der Wissenschaften, Königl. Preuss., zu Berlin: Monatsbericht. November 1874. Berlin; 8°.

— — Kgl. Bayer., zu München: Sitzungsberichte der philos.-philolog. und histor. Classe. 1874. Bd. II. Heft 2; der mathem.-physikal. Classe. 1874. Heft 3. München; 8°.

Annalen der k. k. Sternwarte in Wien. Dritte Folge. XXIII. Bd. Jahrgang 1873. Wien, 1875; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXXX, Nr. 9. Paris, 1875; 4°.

Gesellschaft der Wissenschaften, k. böhm., zu Prag: Sitzungsberichte. 1874. Nr. 7—8. Prag; 8°.

— — Oberlausitzische: Neues Lausitzisches Magazin. LI. Band, Görlitz, 1874; 8°.

— österr., für Meteorologie: Zeitschrift. X. Band, Nr. 6. Wien, 1875; 4°.

— Deutsche, für Natur- und Völkerkunde Ostasiens: Mittheilungen. 6. Heft. December 1874. Yokohama; 4°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXXVI. Jahrgang, Nr. 11. Wien, 1875; 4°.

Jahresbericht über die Fortschritte der Chemie, von Alex. Naumann und Aug. Laubenheimer. Für 1872. III. Heft. Giessen, 1874; 8°.

Journal für praktische Chemie, von H. Kolbe. N. F. Band X, 10. Heft. Leipzig, 1874; 8°.

Königsberg, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus d. J. 1874/5. 4° & 8°.

Lotos. XXV. Jahrgang. Februar 1875. Prag; 8°.

Menabrea, Luigi Federico, Sulla determinazione delle tensioni e delle pressioni ne' sistemi elastici. Roma, 1875; 4°.

Moniteur scientifique du D^teur^ Quesneville. 399e Livraison. Paris, 1875; 4°.

Nature. Nr. 280, Vol. XI. London, 1875; 4°.

Raspail, F. V., Peu de chose, mais quelque chose. III. Paris, 1875; kl. 8°.

„Revue politique et littéraire", et „Revue scientifique de la France et de l'étranger". IVe Année, 2e Série, Nr. 37. Paris, 1875; 4°.

Société Imperiale de Naturalistes de Moscou: Bulletin. Année 1874, Nr. 3. Moscou, 1875; 8°.

— littéraire, scientifique et artistique d'Apt: Mémoires. N. S. Tome Ier, Nrs. 2—3. Apt, 1874; 8°. — Proces-verbaux des séances. 2me Série. Tome 2me (1872 & 1873). Apt, 1874; 8°.

— Botanique de France: Bulletin. Tome XXIe. 1874. Revue bibliogr. E. Paris; 8°.

Verein, Naturwissenschaftlicher, in Hamburg: Abhandlungen. VI. Band, 1. Abth. Hamburg, 1873; 4°.

Wiener Medizin. Wochenschrift. XXV. Jahrgang, Nr. 11. Wien, 1875; 4°.

Zeitschrift des österr. Ingenieur- und Architekten-Vereins. XXVII. Jahrgang, 4. & 5. Heft. Wien, 1875; 4°.

Über die Construction der einander eingeschriebenen Linien zweiter Ordnung.[1]

Von **R. Niemtschik,**

Professor an der k. k. technischen Hochschule in Wien.

(Mit 1 Tafel.)

1.

Haben die gegebenen und die einzuschreibenden Ellipsen einen gemeinschaftlichen Mittelpunkt, so können die entsprechenden Aufgaben wie jene, welche einem Kreise einzuschreibende Ellipsen betreffen, gelöst werden.[2]

Man betrachte zu diesem Zwecke die gegebene Ellipse *mpq* Fig. 1, 2, 3, 4[2] als Hauptschnitt eines Ellipsoides, von welchem das eine System von Kreisen zu der durch die Gerade *pq* gelegten verticalen Ebene parallel ist und wobei αa, αa_1 Fig. 4 den Durchmessern xy, $x_1 y_1$ conjugirte Strecken sind.

Die Benützung der Kreisschnitte des Ellipsoides ist übrigens nur dann nothwendig, wenn einer derselben zur Bestimmung der Berührungspunkte a, a_1 oder b, b_1 der Tangente *pq* oder *uv* gebraucht werden soll.

Die Art und Weise, wie das hier angedeutete Verfahren in Anwendung zu bringen sei, wird sich aus der Betrachtung der folgenden, wie ich glaube sehr bemerkenswerthen Fälle des Näheren ergeben.

2.

Der Ellipse *mabcd* Fig. 1 eine Ellipse *mefgh* einzuschreiben, wenn die Richtungen und das Längen-

---

[1] Die gegenwärtige Arbeit bildet die Fortsetzung der in den Sitzungsberichten Bd. LXVII und LXVIII 1873 unter demselben Titel erschienenen Abhandlungen.

[2] Sitzungsb. Bd. LXVII März-Heft 1873.

verhältniss $\frac{ef}{gh} = \frac{m}{n}$ zweier conjugirter Durchmesser ef, gh der letzteren bekannt sind.

Man bestimme die Punkte e_1, h_1 so, dass $\frac{me_1}{mh_1} = \frac{me}{mh} = \frac{m}{n}$ ist und betrachte me_1, mh_1 als conjugirte Halbmesser einer Hilfsellipse. Letztere sowie die Ellipse $abcd$ projicire man in der Richtung h_1h_2 so, dass als Projectionen der genannten Linien der Kreis me_1h_2 und die Ellipse abc_1d_1 erhalten werden.

Nun denke man sich die Ellipse mef sei gefunden und in derselben Weise wie die vorgenannten Linien projicirt. Die Projection der Ellipse mef ist ein Kreis ex_1y_1, welcher die Ellipse abc_1d_1 in den Endpunkten ihrer kleinen Axe x_1y_1 berührt. x_1y_1 ist also die schiefe Projection des den Ellipsen $abcd$ und $efgh$ gemeinschaftlichen Durchmessers xy.

Ist aber x_1y_1 gefunden, so ergibt sich xy, wenn man x_1y_1 in der, der erstgenannten entgegengesetzten Richtung h_2h_1 auf die Ebene $abcd$ projicirt.

Der Kreis mx_1y_1 schneidet die Axe ab in den Endpunkten des Durchmessers ef der gesuchten Ellipse. Hiernach kann man den ef conjugirten Durchmesser gh und sofort die Ellipse $efgh$ construiren. $eh \parallel fg \parallel e_1h_1$.

In ähnlicher Weise kann man der Ellipse $abcd$ eine andere einschreiben, deren conjugirte Durchmesser einem gegebenen Verhältnisse entsprechende Längen und eine bezüglich der Axen ab, cd gegebene Lage haben.

Betrachtet man $efgh$ als Projection E' einer ebenen Durchschnittslinie E des Ellipsoides $Eabcd$, dessen Meridian $abcd$ und Hauptaxe ab ist, und wählt ab zugleich als Projectionsaxe, so stellt xy die horizontale und $e'mf'$ die verticale Trace der Ebene E dar. $ee' \parallel ff' \parallel cd$.

Die Durchschnittslinien des Ellipsoides mit zu E parallelen Ebenen sind der Form und Lage nach der Ellipse E und ihre Projectionen also der Ellipse E' ähnlich. Die Mittelpunkte der parallelen Ellipsen E, E_1...liegen in einem Durchmesser D des Ellipsoides und jene der Ellipsen E', E_1'... in der Projection D' des Durchmessers D, D und E sowie D' und xy sind conjugirt.

Je nachdem eine der Ellipsen E.... die $abcd$ schneidet oder berührt, ist ihre Projection E'...eine der $abcd$ eingeschriebene oder sich dieser anschmiegende (osculirende) Ellipse.

Berühren zwei auf gleichen Seiten liegende parallele Tangenten der ähnlichen Ellipsen E', E'_1 diese beziehungsweise in den Punkten r, r_1 und schneiden sie die Ellipse $abcd$ in den Punkten p, q, p_1, q_1, so findet man: $p_1 r_1 : r_1 q_1 = pr : rq$ [1].

Die hier angeführten Eigenschaften, welche selbstverständlich andere Flächen zweiter Ordnung ebenfalls besitzen, lassen sich bei der Lösung der folgenden sowie auch anderer Aufgaben dieser Art sehr vortheilhaft benützen. [2]

3.

Der Ellipse $abcd$ Fig. 1 eine andere E'_1 einzuschreiben, welche den gegebenen Punkt p in ihrer Peripherie enthält und deren Form und Lage jener der Ellipse $efgh$ ähnlich ist.

Man betrachte p als orthogonale Projection des dem Ellipsoide $Pabcd$ angehörenden Punktes P oder $\bar{P}$, lege durch P eine zu E parallele Ebene E_1 und bestimme die Projection E_1' des Schnittes derselben mit dem Ellipsoide. [3]

4.

Der Ellipse $abcd$ Fig. 1 eine der Form und Lage nach der $efgh$ ähnliche Ellipse E_1' einzuschreiben, wenn von letzterer eine Tangente p_1q_1 gegeben ist.

Man ziehe parallel zu p_1q_1 die Tangente pq, welche die Ellipse $efgh$ in r berührt und $abcd$ in p, q schneidet; dann theile man p_1q_1 in dem Verhältnisse $p_1 r_1 : r_1 q_1 = pr : rq$, lege durch den der Projection r entsprechenden Punkt R (oder $\bar{R}$) des Ellip-

---

[1] Siehe auch Sitzungsb. Bd. LXVIII December-Heft 1873.

[2] Um Wiederholungen zu vermeiden und die Figuren übersichtlich zu erhalten, soll nur eine der gesuchten Linien dargestellt werden.

[3] Die mit einem horizontalen Striche versehenen Buchstaben, wie z. B. $\bar{P}$, bezeichnen auf der gedeckten Hälfte der betreffenden Fläche liegende Punkte.

soides die Ebene $E_1 \parallel EFG$ und construire die Projection E_1' des Schnittes der E_1 mit dem Ellipsoide *Rabcd*.

5.

Eine Ellipse *exy* Fig. 2 zu construiren, welche durch einen gegebenen Punkt *e* geht und die Ellipse *abcd* in den Punkten *xy* berührt.

Da die Tangenten *xs, ys* der Ellipse *abcd* als solche auch der gesuchten Linie angehören, so kann *exy* auf bekannte Weise construirt werden.

In vielen Fällen dieser Art ist jedoch die folgende Lösung vortheilhafter.

Da man die Ellipsen *abcd, Exy* als ebene Schnitte und die Tangenten *xs, ys* als Umrisse eines Kegels *sabc* betrachten kann, so lassen sich die Punkte und die Tangenten der Ellipse *exy* beziehungsweise als Durchschnitte der Kanten und der Berührungsebenen des Kegels *sabc* mit der Ebene *Exy* darstellen und ist *xy* die Durchschnittslinie der Ebenen *abc, Exy* und e_1 der Durchschnittspunkt der Kegelkante *se* mit der Ellipse *abc*.

Um den Durchschnittspunkt einer Kante, z. B. sf_1 mit der Ebene *Exy* zu erhalten, lege man durch sf_1 und se_1 eine Ebene und ziehe deren Spuren $e_1 f_1 h$, *hfe* in den Ebenen *abc, Exy*.

$e_1 f_1$ und *ef* treffen sich in einem Punkte *h* der Trace *xy* und sf_1, *he* in dem gesuchten Punkte *f*.

Die Tangente tf_1 der *abcd* und jene *ft* der *exy*, deren Berührungspunkte f, f_1 in derselben Kante sf_1 liegen, ergeben sich als Durchschnitte der die Kegelfläche in jener Kante berührenden Ebene mit den Ebenen *abc* und *Exy*; daher schneiden sich die Tangenten in einem Punkte *t* der Trace *xy*, und es kann also die *ft* vermittelst $f_1 t$ leicht gefunden werden.

Liegt der Punkt *t* im Zeichnungsraume, so ist es vortheilhaft, zuerst die Tangente $f_1 t$ und nachher $ei \parallel sf_1$, $ik \parallel f_1 t$ sowie $tf \parallel ek$ zu ziehen.

Liegen die Punkte *h, t* ausserhalb des Zeichnungsraumes, so ist zuerst der Punkt *f* dadurch zu bestimmen, dass man eine beliebige, die Trace *xy* etwa in dem Punkte t_1 schneidende

Gerade $f_1\, t_1$, ferner $ei \parallel sf_1$, $ik \parallel f_1t_1$ sowie $t_1f \parallel ek$ zieht. Dann ist die Tangente ft in bekannter Richtung zu ziehen.

Die durch sf_1 gedeckte Kante sg_1 durchdringt die Ebene exy in dem Punkte g, welcher erhalten wird, wenn man e_1lg_1 und elg zieht.

exy kann auch als Projection des ebenen Schnittes Exy eines jeden Ellipsoides $Eabcd$, dessen Umriss $abcd$ ist, betrachtet werden.

Unter diesem Gesichtspunkte lässt sich die Ellipse exy am leichtesten darstellen, wenn angenommen wird, dass $abcd$ der in der Zeichnungsfläche befindliche Hauptschnitt des Ellipsoides ist und dass die Kreise des letzteren senkrecht zur Zeichnungsfläche stehen.

6.

Der Ellipse $abcd$ Fig. 3 eine andere $efxy$ einzuschreiben, wenn ein Durchmesser ef der letzteren gegeben ist.

Man nehme hier an, die Ellipse $abcd$ stelle einen Hauptschnitt des Ellipsoides $EFabcd$ dar, von dem das eine System von Kreisen zu der verticalen Ebene $EFef$ parallel ist.

Die Trace xy der Ebene Exy ist durch den Punkt s, in welchem die Zeichnungsfläche von der Geraden EF getroffen wird und durch ihre, jener der Geraden mn conjugirte Richtung vollständig bestimmt.

Um den Punkt s zu erhalten, lege man den Durchmesser EF um ef in die Zeichnungsfläche nach $\varepsilon\varphi$, weil $\varepsilon\varphi$ und ef sich in einem Punkte schneiden. Dann ziehe man die Trace xy durch den Punkt s in der bezeichneten Richtung. x, y sind Berührungspunkte der Ellipsen abd und exy [1].

Der Durchschnittspunkt s_2 der Tangenten rs_2, ws_2 an abd kann als Projection des Scheitels S_2 der Kegelfläche, deren Leitlinien abd und $r\ E\ F\ w$ sind, betrachtet werden.

Die Erzeugenden S_2E, S_2F schneiden die Ellipse $abcd$ in den Punkten e_1 und f_1 (oder in e_2 und f_2). Da nun e_1f_1 (oder e_2f_2)

---

[1] Die genannten Constructionslinien sind in der Figur nicht ausgeführt worden.

die Trace der Ebene $S_2 EF$ darstellt, so muss sie die Gerade rw ebenfalls in dem Punkte s schneiden und hiernach kann s auch ohne Zeichnung des Kreises rsw gefunden werden.

Nun lassen sich die Tangenten et, ft vermittelst der Punkte x, y und der zugehörigen Tangenten ebenso wie jene in Fig. 2 darstellen.

Im vorliegenden Falle kann der Ellipse $abcd$ nur diese eine exy eingeschrieben werden, weil die zweite Ebene, welche die Gerade EF oder $\bar{E}\bar{F}$ enthält und deren Trace $x_1 y_1$ die oben bezeichnete Richtung hat, die parallel zu xy ist, die Ellipse $abcd$ nicht schneidet.

7.

Es seien Fig. 3 der Mittelpunkt n und zwei parallele Tangenten pq, uv der, der $abcd$ einzuschreibenden Ellipse exy gegeben.

Man denke sich die Berührungspunkte e, f der beiden Tangenten und jene x, y der Ellipsen $abcd$, exy seien gefunden.

Die Sehne xy und der durch die Mittelpunkte m, n bestimmte Durchmesser der $abcd$ sind conjugirt. Dadurch ist also die Richtung der xy bekannt.

Die Ebene Exy, deren Durchschnittslinie mit dem Ellipsoide $Eabcd$ die Ellipse exy zur Projection hat, berührt die verticalen Schnitte Epq, uFv des Ellipsoides und schneidet die Zeichnungsfläche in der Geraden xy; folglich berührt Exy auch die Kegelfläche, welche die genannten Verticalschnitte als Leitlinien und den Durchschnittspunkt s der Geraden pv, qu als Scheitel hat.

Hiernach ist s ein Punkt der Trace xy und es kann nun diese in der bezeichneten Richtung gezogen werden.

Der Durchmesser enf ist aber die Projection der Geraden $E\bar{F}$, in welcher die Kegelfläche $sEpq$ von der Ebene Exy berührt wird und folglich geht derselbe durch die Punkte n, s.

Ist die Strecke ns sehr kurz, so können die Endpunkte des Durchmessers ef als Projectionen der Berührungspunkte E, F der Tangenten Eh, $\bar{F}h_1$ dargestellt werden.

Um e zu erhalten, zeichne man den Halbkreis $p\varepsilon_1 q$ und ziehe durch den Berührungspunkt ε_1 der Tangente $h\varepsilon_1$ desselben die Gerade $\varepsilon_1 e$ senkrecht zu pq.

Oder, man bestimme den Durchschnittspunkt s_1 der Tangenten xs_1, ys_1 sowie den Berührungspunkt ψ der Tangente $h\psi$ an *abcd* und ziehe die Gerade $s_1\ \psi\ e$.

8.

Es seien Fig. 4 drei Punkte e, f, l der einzuschreibenden Ellipse exy gegeben.

Im Folgenden wird vorausgesetzt, die Ebene, welche senkrecht zur Zeichnungsfläche durch zwei der gegebenen Punkte, etwa $E, \bar{F}$ gelegt ist, schneide das Ellipsoid *Eabcd* in einem Kreise *pEq*.

Dieser Kreis ist sammt der Geraden $E\bar{F}$ nach $p\varepsilon\varphi q$ umzulegen. $p\nu = \nu q$, $f\varphi \parallel e\varepsilon \perp pq$, $\nu\varphi = \nu\varepsilon = \nu p$. Die Geraden $\varepsilon\varphi$ und pq schneiden sich in dem Punkte h, welcher, da er auch der Durchschnittspunkt der Geraden $E\bar{F}$ mit der Zeichnungsfläche ist, der Trace xy angehört.

Die zu $\bar{F}pq$ parallele Ebene *Luv* schneidet das Ellipsoid ebenfalls in einem Kreise und die Ebene $\bar{F}xy$ in der zu $E\bar{F}$ parallelen Geraden Lh_1.

Wird die Gerade Lh_1 um uv nach λh_1 gedreht, so ist λh_1 parallel zu $\varepsilon\varphi$ und es ergibt sich h_1 als Durchschnittspunkt der Geraden Lh_1 mit der Zeichnungsfläche. $\mu\lambda = \mu u = \mu v$, $l\lambda \perp uv$.

Nun ist durch die Punkte h, h_1 die Trace xy bestimmt.

Den Punkt h findet man auch auf folgende Weise:

Werden die Ellipsen *Epq* und *abcd* als Leitlinien einer Kegelfläche betrachtet, deren Scheitel sich in den Durchschnittspunkt s der Tangenten ps, qs der *abd* projicirt, so kann man die Durchschnittspunkte e_1, f_1 der Kanten se, sf mit *abcd* bestimmen und e_1f_1, d. i. die Trace der Ebene sef ziehen. Die Geraden ef und e_1f_1 schneiden sich ebenfalls in dem Punkte h.

Auf gleiche Weise kann man vermittelst der Punkte f, l oder e, l einen zweiten Punkt h_2 der Trace xy finden.

9.

Der Parabel *apq* Fig. 5 eine Ellipse exy einzuschreiben, von welcher die Tangente pq und die Punkte e, f gegeben sind.

Hier nehme man an, das Paraboloid $\bar{E}abd$ werde von zur Zeichnungsfläche senkrechten und zu der Tangente pq parallelen Ebenen in Kreisen geschnitten.

Die Ellipse exy ergibt sich als Projection des Schnittes des Paraboloides mit der Ebene, welche die Gerade $\bar{E}F$ enthält und den Verticalschnitt Zpq berührt.

Die Ebene $\bar{E}FZ$ berührt jede Kegelfläche, deren Leitlinie der verticale Kreis Zpq und deren Scheitel irgend ein Punkt der Geraden $\bar{E}F$ ist.

Die Trace xy der Ebene $\bar{E}FZ$ lässt sich leicht finden, wenn die Kegelfläche benützt wird, deren Scheitel der Durchschnittspunkt h der Geraden $\bar{E}F$ mit der Zeichnungsfläche ist.

Um h zu finden, bestimme man die Abstände $e\varepsilon$, $f\varphi$ der Punkte E, F von der Zeichnungsfläche, u. zw. durch Umlegung der Kreise $\bar{E}uv$ und Frw um deren zu pq parallele Projectionen uv, rw. $u\mu = \mu v$, $e\varepsilon \perp uv$, $\mu\varepsilon = \mu u$, $w\nu = \nu r$, $f\varphi \perp wr$, $\nu\varphi = \nu w$. Dann lege man die Gerade $\bar{E}F$ um ef nach $\varepsilon_1\varphi_1$ und bestimme den Durchschnittspunkt h der Geraden ef, $\varepsilon_1\varphi_1$. h ergibt sich jedoch auch als Durchschnittspunkt der Geraden $\varepsilon\varphi$ und ef.

Die verticale Ebene rFw schneidet den Kegel $hpZq$ in dem Kreise $r_1z_1w_1$ und die Ebene $\bar{E}FZ$ in der Geraden $\bar{E}Z_1h_1$, welche den genannten Kreis berührt und die Zeichnungsfläche in dem der Trace xy angehörigen Punkte h_1 trifft.

Durch Drehung um r_1w_1 bringe man den Kreis $r_1z_1w_1$ sammt dem Punkte F nach $r_1\zeta w_1\varphi$, ziehe die Tangente $\varphi\zeta_1h_1$ und bestimme den Durchschnittspunkt h_1 der letzteren mit der Geraden rw.

Endlich drehe man ζ_1 nach z_1 zurück, ziehe die Trace xhh_1y und die Projection hz_1 der Berührungskante des Kegels mit der Ebene Exy.

Manchmal ist es zweckmässiger, den Durchschnittspunkt L der Geraden $\bar{E}F$ mit der Ebene Zpq zu bestimmen und die Tangente Lh_2 des Kreises Zpq zu ziehen, welche pq in dem Punkte h_2 der Trace xy schneidet.

Im Allgemeinen können der Parabel höchstens vier Ellipsen eingeschrieben werden, welche eine Gerade pq berühren und durch zwei Punkte e, f gehen.

10.

Der Parabel *auv*, Fig. 6 eine Ellipse *exy* einzuschreiben, von welcher zwei Tangenten *pq*, *uv* und ein Punkt *l* gegeben sind.

Man gehe hier von der Annahme aus, die Durchschnitte des Paraboloides *Eabcd* mit zu *Epq* parallelen Ebenen seien Kreise.

Die Ebene *Lxy* berührt sowohl den Kreis *Epq* als auch die Ellipse *Fuv*, sie berührt also auch die Kegelfläche, *EpqsFuv*, deren Scheitel der Durchschnittspunkt *s* der Geraden *pv*, *qu* ist.

Die zu *Epq* parallele Ebene Lp_1q_1 schneidet das Paraboloid in dem Kreise Lp_1q_1, die Kegelfläche in dem Kreise *rwT* und die Ebene *Lxy* in der Geraden *LTh*, welche den letztgenannten Kreis in dem Punkte *T* berührt und die Zeichnungsfläche in dem Punkte *h* trifft.

Legt man die beiden Kreise um p_1q_1 beziehungsweise nach λp_1q_1 und τrw und zieht die Tangente λh, so schneidet diese die p_1q_1 in dem Punkte *h*.

Dann kann man die Trace *hxsy*, ferner $\tau t \perp p_1q_1$ und *estf* darstellen.

Da nun die Gerade *esf* die Projection der Berührungskante *EsF* der Kegelfläche mit der Ebene *Lxy* darstellt, so sind *e*, *f* die Berührungspunkte der Tangenten *pq* und *uv*.

Wenn die Strecke *sh* sehr klein ist, so kann man, um *xy* genau darzustellen, den Durchschnittspunkt h_1 der zu *Lh* parallelen Tangente Eh_1 des Kreises *Epq* bestimmen. $\varepsilon h_1 \parallel \lambda h$.

Wenn der Durchschnittspunkt *R* der Geraden *Ls* mit der Ebene *Epq* leicht zu erhalten ist, kann man auch *R* um *pq* nach ρ drehen und dann die Tangente $\rho\varepsilon h_1$ ziehen.

11.

Der Parabel *apq* Fig. 6 eine Ellipse *exy* einzuschreiben, von welcher eine Tangente *pq* sammt dem Berührungspunkte *e* und eine zweite Tangente *uv* gegeben sind.

Man nehme an, die verticale Ebene *Epq* schneide das Paraboloid *Eabcd* in einem Kreise.

Die Tangente Eh_1 des Kreises Epq ist auch Tangente der Ellipse Exy, ihr Durchschnittspunkt h_1 mit der Zeichnungsfläche gehört also der Trace xy an.

Beschreibt man über pq als Durchmesser den Kreis εpq und zieht $\varepsilon e \perp pq$ sowie die Tangente εh_1, so schneidet letztere die pq in dem Punkte h_1.

Die Ebene Exy berührt längs der Geraden sE die Kegelfläche, wovon der Kreis Epq und die Ellipse Fuv Leitlinien sind und der Durchschnittspunkt s der Geraden pv, uq der Scheitel ist.

Da der Scheitel s in der Zeichnungsfläche liegt, so ist s auch ein Punkt der Trace xy, und daher kann man letztere durch h_1 und s ziehen.

esf ist die Projection der Berührungskante EsF des Kegels, folglich f der Berührungspunkt der Tangente uv.

Der weitere Vorgang ist bekannt.

12.

Der Parabel arw Fig. 8 eine Ellipse fxy einzuschreiben, von welcher drei Tangenten pq, uv und rw gegeben sind.

Ich gehe von der Annahme aus, der Schnitt des Paraboloides $Farw$ mit einer der verticalen Ebenen, deren Tracen pq, uv, rw sind, etwa mit der Ebene Fpq, sei ein Kreis.

Jede Ebene, welche die drei verticalen Schnitte Fpq, Guv und Lrw des Paraboloides berührt und die Parabel arw schneidet, enthält eine Linie des Paraboloides, deren Projection eine der Parabel arw eingeschriebene Ellipse ist. Jede dieser Ebenen berührt daher die zwei Kegelflächen, deren jede durch zwei der genannten verticalen Schnitte bestimmt ist.

Die Ebene Fxy berührt die Kegelflächen $Fpqs$ und $Guvs_1$, deren Scheitel die Durchschnittspunkte s, s_1 der Geraden pw, qr und uw, vr sind. Darum gehören diese Scheitel der Trace xy der genannten Ebene an.

Die Ebenen Fxy und Fpq schneiden sich längs der Tangente h_1F des Kreises Fpq, und da die Tracen xy, pq dieser Ebenen sich in h_1 treffen, so ist h_1 der Durchschnittspunkt jener Tangente mit der Zeichnungsfläche.

Der Berührungspunkt f der Tangente pq ist die Projection des Berührungspunktes F der Tangente hF.

Um f zu finden, ist der Kreis Fpq um pq nach φpq zu legen und durch den Berührungspunkt φ der Tangente $h_1\varphi$ des Kreises φpq die Senkrechte φf zu pq zu ziehen.

fsl und ls_1g sind die Projectionen der Berührungskanten FsL und Gs_1L der Kegelflächen $Fspq$ und $Gs_1\,uv$ mit der Ebene Fxy und g, l sind die Berührungspunkte der Tangenten uv und rw.

Der Punkt f kann jedoch auch ohne Umlegung des Kreises Fpq gefunden werden. Zieht man nämlich die Tangenten h_1i, h_1k der Parabel apq und durch deren Berührungspunkte i, k die Gerade ik, so ist diese der geometrische Ort der Berührungspunkte aller Tangenten des Paraboloides, welche durch den Punkt h_1 gezogen werden können, und folglich müssen sich ik und pq in dem Punkte f schneiden.

13.

Der Parabel apq Fig. 7 eine andere exy einzuschreiben, welche durch zwei gegebene Punkte e, f geht.

Man betrachte die Parabel apq, deren Axe ab ist, als Hauptschnitt eines Paraboloides, bei welchem ein System von Kreisen der verticalen Ebene Epq parallel ist.

Da die Ebene Exy zu ab parallel ist, so ist es auch die Trace xy. Wird der Kreis Epq sammt den Punkten E, F nach $p\varepsilon\varphi q$ gedreht und die Gerade $\varepsilon\varphi$, welche pq in h schneidet, gezogen, so ist h ein Punkt der Trace xy und daher kann man nun die Trace $xy \parallel ab$ ziehen.

Andere Punkte z. B. e_1, f_1 kann man nun allenfalls auch als Projectionen der Durchschnittspunkte E_1F_1 der zu Epq parallelen Kreise $E_1p_1q_1 \ldots$ mit der Ebene Exy darstellen.

Da $E_1h_1F_1 \ldots \parallel EhF$ sind, so sind auch $\varepsilon_1h_1\varphi_1 \ldots \parallel \varepsilon h\varphi$. Schneidet $\varepsilon_1h_1\varphi_1$ den Kreis $\varepsilon_1p_1q_1$ in ε_1, φ_1, so hat man um e_1, f_1 zu finden, nur noch $\varepsilon_1 e_1 \parallel \varphi_1 f \perp p_1q_1$ zu ziehen.

Die Parabeln apq und exy können auch als ebene Schnitte einer Cylinderfläche, deren Kanten zu der gemeinschaftlichen Tangente xt der beiden Parabeln parallel sind, angesehen werden. Unter diesem Gesichtspunkte ergeben sich beliebige

Punkte und Tangenten der Parabel *exy* beziehungsweise als Durchschnitte der Kanten und der berührenden Ebenen jener Cylinderfläche mit der Ebene *Exy*.

Da die Axen der zwei sich berührenden Parabeln *apq* und *exy* parallel sind, so kann man diese Parabeln ferner auch als parallele Schnitte einer Kegelfläche, deren Scheitel x ist, betrachten. Dann sind die Durchschnitte einer jeden Ebene mit den Ebenen *apq* und *exy* parallele Gerade und daher auch die Tangenten an den Durchschnittspunkten e, e_2 einer Kegelkante xee_2 mit den Parabeln parallel.

Aus demselben Grunde liegen die Scheitel aller Parabeln, die sich in dem Punkte x berühren und deren Axen dieselbe Richtung haben, in der Geraden xa.

Um daher den Scheitel a_1 der Parabel *exy* zu finden, sind die Kegelkanten xee_2, xaa_1 und dann $ea_1 \parallel e_2a$ zu ziehen.

14.

Der Parabel *arw* Fig. 8 eine andere ex_1y_1 einzuschreiben, welche eine bestimmte Gerade *pq* in dem Punkte e berührt.

Die gegebene Parabel *arw*, deren Axe *ab* ist, sei ein Hauptschnitt des Paraboloides *Earw* und der verticale Schnitt *Epq* desselben sei ein Kreis.

eh stellt die Projection der Tangente *Eh* des Kreises *Epq* dar. Der Durchschnittspunkt h dieser Tangente mit der Geraden *pq* gehört also der Trace x_1y_1 der Ebene Ex_1y_1 an. — $e\varepsilon \perp pq$; $\varepsilon = \nu q = \nu p$; $\varepsilon h \perp \varepsilon\nu$; $hx_1y_1 \parallel ab$.

Sind x_1 und *pq* gegeben, so kann e gefunden werden, wenn man über *pq* als Durchmesser den Kreis $p\varepsilon q$ beschreibt, $x_1h \parallel ab$, die Tangente $h\varepsilon$ des Kreises und endlich $\varepsilon e \perp pq$ zieht.

Der Scheitel a_1 der Parabel ex_1y_1 liegt in der Geraden x_1a.

Sind die Punkte x_1 und e gegeben, so hat man, um die Tangente *pq* zu finden, die Gerade ee_1 parallel zu der Tangente x_1t, durch den Schnittpunkt e_1 dieser Geraden mit der Parabel *apq* die Tangente e_1h und *hepq* zu ziehen.

Bezeichnen f, f_1 die Durchschnittspunkte einer zu der Tangente x_1t der Parabel *arw* parallelen Geraden mit den Parabeln *apq* und ex_1y_1, so schneiden sich die Geraden ef, e_1f_1 in einem

Punkte i und die den Punkten f, f_1 entsprechenden Tangenten in einem zweiten Punkte k der Trace x_1y_1.

So kann man, wenn die Parabel arw dargestellt ist, vermittelst eines Punktes e, der Tangente x_1t und der Trace x_1y_1 beliebige Punkte und Tangenten der Parabel ex_1y_1 finden.

Um die Richtigkeit dieser Construction einzusehen, denke man sich die Parabeln arw und ex_1y_1 als ebene Schnitte einer Cylinderfläche, deren Kanten zu der Tangente x_1t parallel sind.

Diese Lösung ist ähnlich der im Artikel 5, Fig. 2 angeführten, nur liegt hier s in unendlicher Entfernung von x_1, weil auch die Tangente y_1s unendlich ferne ist.

15.

Die einer Hyperbel $abuv$ Fig. 9 einzuschreibende Linie zweiter Ordnung exy soll durch einen gegebenen Punkt f gehen und eine Gerade pq in dem Punkte e berühren.

In diesem Falle gehe man von der Anschauung aus, das einfache Hyperboloid $Eabp$, dessen reelle Axe ab ist, werde von den zu pq parallelen und zur Zeichnungsfläche senkrechten Ebenen in Kreisen geschnitten.

Die Ebene Exy ist durch die Tangente Eh des Kreises Epq und den Punkt F vollständig bestimmt.

Die zu Epq parallele Ebene Fuv schneidet das Hyperboloid in dem Kreise Fuv und die Ebene Exy in einer mit der Tangente Eh parallelen Geraden Fh_1. $uv \parallel pq$.

Legt man die Tangente Eh um pq nach εh und die Gerade Fh_1 um uv nach φh_1, so erscheint εh als Tangente des Kreises $pq\varepsilon$ und φh_1 parallel zu εh. Da εh, pq und φh_1, uv sich beziehungsweise in h und h_1 schneiden, so sind h, h_1 die Durchschnittspunkte der Tangente Eh und der Geraden Fh_1 mit der Zeichnungsfläche, und daher ist die Trace xy durch die Punkte h, h_1 zu ziehen.

Verlängert man die Gerade uh_1 über u bis h_2, so dass $fh_2 = fh_1$ ist und verbindet h_2 mit h durch eine Gerade, so ist diese offenbar die Trace einer Ebene, welche den Punkt F des Hyperboloides enthält und den Kreis Epq in dem Punkte E berührt.

Wie man sieht, schneidet die Trace $h_2hx_1y_1$ der Ebene FhE die Hyperbel $abpq$ auch in den Punkten x_1, y_1 und können somit im vorliegenden Falle der Hyperbel $abpq$ eine Ellipse exy und eine Hyperbel ex_1y_1 eingeschrieben werden, welche beide Linien die Gerade pq in dem Punkte e berühren und durch den Punkt f gehen.

16.

Der Hyperbel abp Fig. 10 eine Parabel exy einzuschreiben, welche durch zwei gegebene Punkte e, f geht.

Betrachtet man die gegebene Hyperbel als Hauptschnitt eines Hyperboloides, dessen zu der verticalen Ebene Epq parallele Schnitte Kreise sind, so kann die Parabel exy als Projection der Durchschnittslinie Exy dieses Hyperboloides mit einer zu einer einzigen Kante des Asymptotenkegels parallelen Ebene $E\bar{F}x$ bestimmt werden.

Der Punkt h der Trace xy der Ebene $E\bar{F}x$ ergibt sich im Durchschnitte der Geraden $E\bar{F}$ mit der Zeichnungsfläche, beziehungsweise der Geraden ef, und $\varepsilon\varphi$, welche letztere durch Umlegung der $E\bar{F}$ erhalten wird.

Um die Richtung der Trace xy zu finden, lege man parallel zu der Geraden $E\bar{F}$ die berührende Ebene Rh_2m an den Asymptotenkegel und bestimme deren Trace h_2m. Hierzu ist es vortheilhaft den Asymptotenkegel durch eine zu Epq parallele Ebene Rik zu schneiden, an den sich ergebenden Kreis die Tangenten $Rh_2 \parallel E\bar{F}$ zu ziehen und den Punkt h_2, in welchem diese Tangente die Zeichnungsfläche trifft, mit m zu verbinden.

Hiernach ist $h_2ik \parallel ef$; $h_2\rho \parallel \varepsilon\varphi$ und $xy \parallel h_2m$.

Vermittelst der zweiten Tangente ergibt sich ebenso die Trace einer zweiten zu $E\bar{F}$ parallelen Berührungsebene des Asymptotenkegels. Die parallel zu dieser durch die Gerade $E\bar{F}$ gelegte Ebene schneidet wieder das Hyperboloid in einer zweiten Parabel, deren Projection eine der Hyperbel abp eingeschriebene Parabel ist, welche durch die Punkte e, f geht.

Zieht man $\rho r \perp ik$ und rm, so ist rm die Projection der Berührungskante des Asymptotenkegels mit der Ebene Rh_2m.

Zieht man ferner $hz_0 \parallel mi$, $hz \parallel mr$ und $z_0z \parallel ab$; so ist z_0z eine Tangente der Parabel *exy* und *z* ihr Berührungspunkt.

17.

Der Hyperbel *abp* Fig. 11 eine Hyperbel *exy* einzuschreiben, von welcher eine Tangente *pq* sammt dem Berührungspunkte *e* und eine zweite Tangente *uv* gegeben sind.

In diesem Falle kann man annehmen, die Hyperbel stelle einen Hauptschnitt eines zweifachen Hyperboloides *Eabp* dar, welches von zu der Tangente *pq* parallelen Verticalebenen in Kreisen geschnitten wird.

Die Ebene *Exy* berührt längs der Geraden *EFs* die Kegelfläche *Espquv*, deren Leitlinien die verticalen Durchschnitte *Epq* und *Fuv* des Hyperboloides sind und deren Scheitel der Durchschnittspunkt *s* der Geraden *pu*, *qv* ist.

Die Ebenen *Exy* und *Epq* schneiden sich in der Geraden *Eh*, welche den Kreis *Epq* in dem Punkte *E* berührt.

Legt man den Kreis *Epq* sammt der Tangente *Eh* um *pq* nach *pεq*, *εh* und verlängert *εh* bis sie *pq* trifft, so erhält man den Durchschnittspunkt *h* der Tangente *Eh* mit der Zeichnungsfläche. *h*, *s* sind Punkte der Trace *xy*, diese schneidet die Hyperbel *abp* in den Punkten *x*, *y*, in welchen sich beide Hyperbeln berühren.

Der Berührungspunkt *f* der Tangente *uv* ergibt sich als Durchschnittspunkt der Geraden *es*, *uv*.

Nun kann man die Hyperbel *exy* vermittelst der gegebenen und der gefundenen Punkte und Tangenten auf bekannte Weise construiren. Schneiden sich die Tangenten *xσ*, *yσ* innerhalb des Zeichnungsraumes, so kann man die Hyperbel *exy* auch als Projection des Schnittes *Exy* der Kegelfläche *σabp* d. i. in ähnlicher Weise wie *exy* in Fig. 2 darstellen.

18.

Der Hyperbel *abu* Fig. 12 eine Parabel *exy* einzuschreiben, wenn von lezterer ein Durchmesser *eh* sammt dem Endpunkte *e* gegeben ist.

Man betrachte die Hyperbel *abu* als einen Meridian des zweifachen Hyperboloides *Eab*, die Geraden *mu*, *mv* als Durchschnitte des Asymptotenkegels mit der Zeichnungsfläche und die gesuchte Parabel als Projection eines ebenen Schnittes *Exy* des Hyperboloides.

Die Gerade *Eh* ist parallel zu einer Kante *mR* des Asymptotenkegels, deren Projection *mr* also wieder parallel zu *eh* ist. Die Ebene *Exy* ist parallel zu der Ebene, welche den Asymptotenkegel längs der Kante *mR* berührt.

Um die Trace *xy* zu finden, lege man durch den in der Kante *mR* gewählten Punkt *R* eine Ebene *Ruv* senkrecht zu *ab*, welche den genannten Kegel in dem Kreise *Ruv* schneidet.

Diesen Kreis lege man um *uv* nach $u\rho v$, die Kante *mR* um *mr* nach $m\rho_1$ und ziehe die Gerade $un \perp um$ sowie *nr*.

Da *nRuv* ein Normalkegel zu *mRuv* ist, so steht die Kante *nR* senkrecht zu der Ebene *Exy* und die Trace $xy \perp nr$.

Wird auch die zu *mR* parallele Gerade *Eh* um *eh* nach $\varepsilon_1 h$ gelegt, so ist $\varepsilon_1 h \parallel \rho_1 m$. Da *h* der Trace *xy* angehört, so kann man nun *hxy* senkrecht zu *nr* ziehen.

Wie nun vermittelst der Berührungspunkte *x*, *y* der Hyperbel *abu* mit der Parabel *exy* und der Richtung des Durchmessers *eh* der Scheitel der *exy* bestimmt werden kann, ist bekannt.

Sehr leicht lässt sich auch die zu *ab* senkrechte Tangente $z_0 z$ sammt ihrem Berührungspunkte *z* darstellen, denn man hat hierzu nur $h_1 z_0 \parallel mu$, $h_1 z \parallel mr$ und $z_0 z \perp ab$ zu ziehen.

19.

Die im Vorhergehenden erörterten Constructionen lassen sich auch zur Lösung verschiedener Aufgaben der darstellenden Geometrie, insbesondere zur Bestimmung der ebenen Durchschnitte, der Contouren und Schattengrenzen von Flächen zweiter Ordnung und zwar in Parallel- und Centralprojectionen sehr vortheilhaft verwenden.[1]

Offenbar kann man eine der einander eingeschriebenen Linien als Umriss, die andere als Selbstschattengrenze einer

[1] Die sogenannte axonometrische Projection ist bekanntlich ein Verfahren, orthogonale, schiefe oder centrale Projectionen geometrischer Gebilde zu bestimmen, somit bei den genannten mitbegriffen.

jeden von einem beliebigen projicirenden Kegel oder Cylinder umhüllten Fläche zweiter Ordnung betrachten [1].

So z. B. kann man *abc* . . Fig. 2 als orthogonale Projection von Ellipsoiden, als schiefe Projection von Kugeln und Ellipsoiden und als centrale Projection von Kugeln, Ellipsoiden, nicht windschiefen Paraboloiden und Hyperboloiden ansehen, welche Flächen beziehungsweise von der punktförmigen Lichtquelle *s*, oder von parallelen Strahlen, deren Fluchtpunkt *s* ist, beleuchtet sind. In jedem Falle ist natürlich nur einer der Theile *xey* oder *xgy* der Selbstschattengrenze sichtbar.

Hat man nun in einem vollständig bestimmten Falle (Parallel- oder Centralprojection) den Umriss *abcd* und etwa die Punkte *e*, *x*, *y* der Selbstschattengrenze einer von *s* beleuchteten Fläche dargestellt, so kann also die Selbstschattengrenze auch auf die oben angegebene Weise, nämlich als eine der *abcd* eingeschriebene Ellipse construirt werden.

Wenn der Umriss *exy* der orthogonalen Projection auf der Bildfläche, sowie die Punkte e_1, x, y des Umrisses *abcd* der centralen Projection eines Ellipsoides rücksichtlich des Augpunktes *s* bekannt sind, so kann man den Umriss *abcd* wieder als eine der *exy* umschriebene Ellipse darstellen.

---

[1] Da durch eine Projection (auch bei bekannter Stellung des Projectionscentrums) kein im Raume befindliches Gebilde vollständig bestimmt ist, so ist wohl selbstverständlich, dass in einer einzigen Projection nur solche Aufgaben gelöst werden können, bei denen weder Dimensionen noch Winkelmasse in Betracht kommen. (Sitzb. Bd. LXIII Aprilheft 1871).

Die Lösung einer Aufgabe in einer Projectionsebene besteht darin, vermittelst der gegebenen Punkte, geraden und krummen Linien wieder Punkte, gerade und krumme Linien zu bestimmen, welche auch nur eine Projection solcher Elemente sind.

Kommt die Stellung des Projections-Centrums nicht in Frage, so können die gesuchten Punkte entweder als Durchschnitts- oder Berührungspunkte von Linien und die gesuchten Linien als Verbindungen von Punkten oder als berührende Linien gegebener Linien gefunden werden. Eine solche Projection kann als eine allgemeine bezeichnet werden.

In einer Parallel-Projection können aber nebst den zuvor bezeichneten auch noch solche Aufgaben gelöst werden, bei welchen bekannten Richtungen parallele Gerade und gegebenen Verhältnissen entsprechende Strecken in Betracht kommen, wobei also gesuchte Punkte auch durch Theilung der Strecken sich finden lassen.

abpefx Fig. 7 kann man allenfalls als allgemeine Projection eines in der Richtung der Tangente *xt* beleuchteten Paraboloides annehmen. Hiernach hat man in jedem vollständig bestimmten Falle, in orthogonaler, schiefer oder centraler Projection nur zwei Punkte der Selbstschattengrenze z. B. *x*, *e* oder *e*, *f* auf bekannte Weise zu bestimmen und kann dann diese sofort als eine der Umrisslinie *abp* eingeschriebene Parabel zeichnen. Bei centraler Beleuchtung sind zuvor 3 Punkte aufzusuchen.

20.

Um schliesslich auch noch auf einige specielle Fälle zu kommen, denke man sich eine Axe einer umschriebenen Ellipse unendlich gross und die Axen einer umschriebenen Hyperbel unendlich klein, so ergeben sich statt jener Curven zwei parallele und zwei sich schneidende Tangenten der gesuchten Linien und statt des bezüglichen Ellipsoides und des Hyperboloides aber ein Cylinder und ein Kegel.

Hiernach kann also jede durch Tangenten und Punkte bestimmte Linie zweiter Ordnung *l* als Projection einer ebenen Linie *L* eines Kegels oder Cylinders *F*, dessen Umrisskanten Tangenten der *l* sind, construirt werden.

Einige dieser Aufgaben lassen sich aber am einfachsten in allgemeiner Projection lösen, wenn ein die Umrisskanten berührender Kreis als Projection der Leitlinie von *F* angenommen wird.

Ist nur eine Tangente gegeben, so kann dieselbe als Projection zweier 180° einschliessender Umrisskanten und ihr Berührungspunkt als Scheitel von *F* angesehen werden.

Unter diesem Gesichtspunkte lassen sich auch die Durchschnittspunkte einer Geraden *g* mit einem durch Tangenten und Punkte bestimmten, aber nicht gezeichneten Kegelschnitte *l* leicht finden, indem man *g* als Projection einer in der Ebene *L* befindlichen Geraden *G* betrachtet und die Projectionen der Schnittpunkte dieser Geraden mit *F* darstellt.

R. Nie

III.

Fig. 4.

Fig. 8.

Fig.

Fig. 12.

Über den Character einiger ungeformter Fermente.

Von **K. Zulkowsky,**
o. ö. Professor der chemischen Technologie
und
E. König,
technischer Chemiker.

Wir haben uns schon vor längerer Zeit mit der Abscheidung und Reindarstellung der Diastase des Malzes beschäftigt, in der Absicht, die chemische Zusammensetzung und ihre Eigenschaften endgiltig feststellen zu können. Die ersten Versuche, die wir in dieser Richtung unternommen, fallen in eine Zeit, wo uns die ausgezeichneten Arbeiten von Wittich und Hüfner[1] nicht bekannt waren.

Auf unsere eigenen Beobachtungen angewiesen, hatten wir viele vergebliche Versuche zur Erreichung des vorgesteckten Zieles angestellt, welche unsere Geduld mitunter auf eine harte Probe stellten; allein gerade dieser Umstand gab die Veranlassung zur Entdeckung einer Reihe wichtiger Thatsachen, welche auf den Character einiger ungeformter Fermente ein bedeutsames Licht werfen und welche auf die Physiologie nicht ohne Einfluss bleiben dürften.

Im Nachfolgenden sollen die von uns angestellten Arbeiten in chronologischer Ordnung angeführt werden.

Zur Ausfällung der Diastase versuchten wir vorerst die Phosphorwolframsäure anzuwenden. Zu diesem Behufe wurde getrocknetes und von den Wurzelkeimen befreites Gerstenmalz

---

[1] Über diastatische Fermente, von Wittich in Pflügers Archiv 2 pag. 198 und 3, pag. 339—352 und ebenso in Journal f. pract. Chemie, 2. Bd. pag. 140, 1870. Untersuchungen über ungeformte Fermente und ihre Wirkungen, von Dr. Hüfner im Journal f. pract. Chemie, 5. Bd., pag. 372, 1872.

mit kaltem Wasser extrahirt und der filtrirte mit Schwefelsäure angesäuerte Malzauszug mit Phosphorwolframsäure in hinreichender Menge versetzt. Der erhaltene Niederschlag, in bekannter Weise mit Ätzbarytlösung zerlegt, ergab nach dem Ausfällen des überschüssigen Baryts mit CO_2 eine Flüssigkeit, die unserer Meinung nach, neben anderen Körpern auch den diastatischen Stoff enthalten sollte.

Diese Flüssigkeit wurde mit Äther ausgeschüttelt, um uns die Überzeugung zu verschaffen, ob in derselben Stoffe enthalten seien, welche vom Äther aufgenommen werden.

Wir gewahrten zu unserer Verwunderung, dass die über derselben befindliche Ätherschichte nach einiger Zeit mit einer schneeweissen, durchscheinenden Masse derart durchdrungen war, dass sie die Consistenz von dickem Stärkekleister oder halberstarrtem Paraffin zeigte. Man konnte die Schüttelflasche umkehren, ohne dass die unterhalb dieser Masse befindliche Flüssigkeit zum Abfluss gekommen wäre.

Das Auftreten dieses räthselhaften Körpers, als froschlaichartige Masse, brachte uns auf die irrthümliche Vermuthung, dass wir entweder Arabinsäure oder irgend eine Pectinsubstanz unter Händen haben.

Um uns über die Natur dieses Körpers nur einigermassen orientiren zu können, haben wir sowohl den Saft der Möhre als auch den der Runkelrübe mit Äther ausgeschüttelt, und fanden in der That, dass solche froschlaichähnliche Substanzen in bedeutender Menge darin enthalten sind.

Das Aussehen derselben, gleichviel ob sie aus Malz oder den genannten Rüben abgeschieden wurden, war zum Verwechseln ähnlich; wir waren daher geneigt, diese Ausscheidungen für ein und dieselbe Substanz zu halten.

Wir concentrirten unsere ganze Thätigkeit auf die Gewinnung einer grösseren Menge dieser im Gerstenmalz vorkommenden Substanz und vereinfachten die Gewinnungsmethode insoferne, als wir die Fällung mit Phosphorwolframsäure unterliessen. Dagegen wurde das Eiweiss durch rasche Erhitzung bis 70° C. zum Coaguliren gebracht. Aus dem von dem Eiweiss befreiten Malzauszuge wurde der fragliche Körper durch Schütteln mittelst Äther abgeschieden. Nach ein- bis zweistündigem Stehen

wurde die abgeschiedene froschlaichartige Masse von der Unterlauge getrennt und eine Waschung derselben durch Ausschütteln mittelst Wasser vorgenommen. Auf diese Weise konnten wir sehr bald einige Liter dieser mit Äther vermischten gallertartigen Substanz erhalten.

Die durch Äther bewirkte Ausscheidung haben wir als eine Fällung im chemischen Sinne des Wortes gedeutet, insoferne der Äther bekanntlich in nicht unbedeutenden Mengen vom Wasser gelöst wird.

Mit dieser Ansicht konnten wir jedoch die später beobachtete Thatsache nicht in Einklang bringen, wornach in der von der Ätherschichte abgezapften Unterlauge eine nochmalige Ausscheidung mittelst Äther bewirkt werden kann, da doch schon beim ersten Ausschütteln ein Überschuss des Fällungsmittels vorhanden war. Erst durch eine 3—5 malige Behandlung in der vorhin angegebenen Weise ist die Ausfällung eine vollständige.

Um den in Äther vertheilten Körper zu gewinnen, haben wir, wie die Folge gelehrt hat, einen sehr unglücklichen Weg eingeschlagen, der uns lange Zeit irregeführt hat. Wir haben nämlich die ätherhaltige Masse zur Abscheidung des Äthers einer Destillation in einem Wasserbade unterworfen. In dem Destillationsgefässe blieb darnach eine schwach bräunlich gefärbte wässerige Flüssigkeit zurück, in der eine verhältnissmässig geringe Menge schmutzig aussehender Flocken vorhanden war, die wir nicht beachtet und daher durch Filtration von der Flüssigkeit abgesondert haben. Dieses Filtrat gab mit Äther ausgeschüttelt, wieder die bekannte Ausscheidung; kein Wunder, wenn wir in demselben die Gesammtmenge dieser Substanz zu haben glaubten.

Um jede Überhitzung zu vermeiden, wurde dieses Filtrat unter dem Recipienten einer Luftpumpe zur Trockne gebracht und es resultirte hiebei ein gummiartig aussehender Rückstand; aber in so geringer Menge, dass wir von einer genaueren Untersuchung desselben abstehen mussten.

Die ausserordentlich kleine Ausbeute schien auf grosse Verluste bei der Gewinnung hinzudeuten. Bevor wir diesen Körper zu verschiedenen chemischen Reactionen aufgebraucht,

suchten wir auf Umwegen zur Kenntniss seiner Natur zu gelangen und haben zur Vornahme vergleichender Versuche, aus Malz nach Payen's Vorschrift Diastase oder vielmehr ein diastasehaltiges Product dargestellt. In dem wässerigen Auszuge desselben bewirkte Äther ganz dieselbe Ausscheidung; es war daher der Schluss erlaubt, dass der aus einem Malzauszuge mit Äther ausgefällte froschlaichartige Körper sehr wahrscheinlich die gesuchte Diastase sei.

Wir fanden auch in ungemalzter Gerste den fraglichen Körper, aber in augenscheinlich geringerer Menge. Wir begnügten uns einstweilen mit diesem Aufschlusse; nur die Ursache der Ätherfällung blieb uns noch ein Räthsel, nicht minder die Quelle der Verluste bei der Darstellung. Die ungemein geringe Ausbeute an reiner und trockener Substanz stand zu der Menge der abgeschiedenen froschlaichähnlichen Gallerte in einem gar zu grossen Missverhältnisse.

Nach langen Bemühungen gelangten wir schliesslich zu der Überzeugung, dass jener Körper, welcher mittelst Äther ausgefällt werden kann, in dem Malzauszuge nicht gelöst sei, und seine Gegenwart in Folge seiner schleimigen, hyalinen Beschaffenheit von dem Auge nicht wahrgenommen werden kann. Wir gelangten schliesslich zu der Überzeugung, dass wir es mit einer protoplasmatischen Substanz zu thun haben, die in Folge ihrer ausserordentlichen Aufquellbarkeit selbst durch die Filterporen hindurchgeht.

Die Ursache der Fällung mittelst Äther wurde nunmehr klar. Wenn man Malzauszug mit Äther schüttelt, so zerstiebt sowohl die schleimige Masse, als auch der Äther in unzählige mikroskopisch kleine Kügelchen, die sich in der Flüssigkeit vertheilen und dieselbe milchig trüben. Lässt man diese Flüssigkeit ruhig stehen, so bedarf es einer geraumen Zeit, bis der „Ätherstaub" sich völlig nach oben abgeschieden. Bei dieser Wanderung der Äthertheilchen wird die im Wasser in Kugelform vertheilte protoplasmatische Masse an die Oberfläche getragen und lagert sich somit in der Ätherschichte ab. Es findet durch den Äther ein Abseihen der in der Flüssigkeit vertheilten Schleimkugeln statt, denn der „Ätherstaub" repräsentirt gewissermassen ein bewegliches Sieb.

Nunmehr ist es auch klar, warum erst durch wiederholtes Ausschütteln eine gänzliche Abscheidung bewirkt werden kann, da es dem Äther niemals gelingt, die ganze Menge der schleimigen Substanz auf einmal, sondern nur einen Theil derselben emporzuheben.

Die Richtigkeit des Gesagten erhellt übrigens noch aus folgenden Thatsachen:

Schüttelt man Malzauszug anstatt mit Äther, mit Amylalkohol oder Terpentinöl, so scheidet sich die Gallerte wie bei Äther an der Oberfläche ab. Wendet man hingegen Chloroform oder Schwefelkohlenstoff, also Flüssigkeiten an, welche specifisch schwerer als Wasser sind, so wird die Gallerte unten abgeschieden.

Betrachtet man die ätherhaltige Gallerte unter dem Mikroskop, so gewahrt man, dass dieselbe aus lauter Kügelchen verschiedener Grösse besteht. Wird nun der Äther ohne Anwendung von Wärme, sondern nur mittelst einer Luftpumpe verdampft, so wird die Gallerte auffallend dünnflüssiger; die Schleimkügelchen fliessen ineinander, gehen in eine formlose Masse über und es resultirt eine Flüssigkeit von gummiartiger Consistenz.

Das Verschwinden der Schleimkugeln lässt sich mit dem Mikroskop leicht beobachten.

Die Ursache der äusserst geringen Ausbeute, die wir zu Anfang erhielten, lag vor Allem in der irrigen Voraussetzung, dass dieser fragliche Körper in Wasser löslich sei, ferner in der bei dem Abdestilliren des Äthers stattfindenden partiellen Überhitzung.

Die Letztere bewirkt eine Zersetzung, die durch die Abscheidung eines flockigen Gerinnsels angezeigt wird. In der von diesem Gerinnsel abfiltrirten Flüssigkeit waren daher nur minimale Mengen dieser Substanz enthalten, und allem Anscheine nach wieder nur in Form einer unlöslichen schleimigen Masse, da sie sich daraus ohneweiters mit Äther herausfällen liess.

Die Gegenwart dieser protoplasmatischen in Wasser unlöslichen Substanz erklärt die Thatsache, warum Malzauszug, selbst wenn er keine Stärke suspendirt enthält, anfänglich gut, sehr bald viel schwerer, endlich gar nicht filtrirbar ist.

Auch die Wasserluftpumpe führt nicht zum Ziele, da die Gallerte[1] offenbar die Filterporen total verstopft.

Dieselbe Erscheinung zeigt sich aber auch beim Safte der Möhre und Runkelrübe.

Nur wenn eine Klärung mit Bleiessig oder Kalk vorgenommen wird, durch welche die protoplasmatischen Stoffe, wie mehrfache Versuche ergeben haben, grösstentheils gefällt werden, findet eine rasche Filtration statt.

Unsere Arbeiten waren bis zu dem eben bezeichneten Stadium angelangt, als uns die von Wittich und von Hüfner veröffentlichten Ergebnisse ihrer Untersuchungen über die ungeformten Fermente zu Gesichte kamen, welche uns neue Behelfe zur Fortsetzung dieser Studien an die Hand gaben. Ebenso erschien bald darauf eine Abhandlung von Dr. Scheibler[2], welche unserer Ansicht über die Natur der Rübengallerte eine wichtige Stütze verleiht.

Scheibler berichtet darin, dass ihm im Laufe der Campagne 1873/74 von verschiedenen Zuckerfabriken das Auftreten einer froschlaichartigen Masse gemeldet wurde, welche ihm in einer Menge von 37·16 Kilog. zur Untersuchung zugesendet wurde.

Diese Gallerte zeigte sich hauptsächlich nur bei der Verarbeitung unreifer, also protoplasmareicher Rüben. Sie schied sich namentlich bei der Entfaserung des Rübensaftes und in den Schützenbach'schen Maceratoren und zwar unter den Sieben und in dem Bürstwerk dieser Apparate ab.

Die Ursache ihrer örtlichen Ansammlung in den Maceratoren scheint nach Dr. Scheibler in der rotirenden Bewegung der Röhrvorrichtungen zu liegen, welche dem unterhalb des Bodensiebes befindlichen Saft ebenfalls eine kreisende Bewegung ertheilt, hiedurch schlämmen und ballen sich die im Safte suspen-

---

[1] Der Kürze halber wird die protoplasmatische Substanz schlechtweg mit dem Namen „Gallerte" bezeichnet werden.

[2] Untersuchungen über die Natur der gallertartigen Ausscheidungen (sog. „Froschlaich"), welche bei der Saftgewinnung aus Rüben beobachtet wird. Zeitschrift des Vereines für die Rübenzucker-Industrie des deutschen Reiches. 1874, 24. Bd. pag. 309.

dirten „Plasmakügelchen" an einzelnen Stellen zusammen, und sobald eines derselben sich an einem Punkte der Gefässwand angeheftet hat, setzen die anderen sich daran fest und bedingen so vermöge ihrer klebenden Eigenschaften die Entstehung grösserer Gallertmassen.

Dr. Scheibler erkannte sofort in dieser Gallerte das Protoplasma der Rübenzellen, und fand nach einer eingehenden Untersuchung, dass dasselbe ausser Wasser folgende Bestandtheile enthält: Mannit, Dextran, Protagon oder ein dem thierischen Protagon ähnlichen phosphor- und stickstoffhaltigen Körper, welcher analog wie jenes leicht in fette Säuren, Glycerinphosphorsäure ($C_3H_9PO_6$) und Betaïn (Oxyneurin) zerfällt.

Die Beschreibung, welche Dr. Scheibler von dieser Gallerte macht, stimmen mit unseren Beobachtungen derart überein, dass kein Zweifel über die Identität unserer aus Rübensaft gewonnenen und der in den Zuckerfabriken beobachteten Gallerte herrschen kann.

In neuester Zeit berichteten P. Jubert und E. Feltz über das Auftreten der Rübengallerte bei der Saftgewinnung mittelst Walzenpressen, in der französischen Fachschrift „La sucrerie indigène". Während Feltz die Ansicht Dr. Scheibler's über die Natur der Gallerte, die man in Frankreich mit dem Namen Gummi zu bezeichnen pflegt, vollständig acceptirt, sucht Jubert zu beweisen, dass diese Gallerte eine „Pflanze" sei, die ähnlich wie der Bierhefepilz die Rolle eines Fermentes spiele. Die Gründe, welche derselbe für seine Ansicht anführt, sind nichts weniger als beweisend und haben von Dr. Scheibler bereits eine gründliche Widerlegung erfahren. [1]

Wie nunmehr allgemein bekannt, hat Wittich in dem Glycerin ein specifisches Lösungsmittel für die sogenannten ungeformten Fermente gefunden, welches die Reindarstellung, insbesondere die Trennung derselben von den Eiweissstoffen wesentlich erleichtert. Es ist Hüfner hiedurch möglich geworden, eine Reihe derartiger Fermente darzustellen, welche diastatische, fettzersetzende oder fibrinverdauende Eigenschaften besitzen.

---

[1] Zeitschrift des Vereines für die Rübenzucker-Industrie des deutschen Reiches. 1875. Februarheft p. 105—122.

Ebenso ist es Gunning und Hoppe-Seyler gelungen, durch Glycerin und Wasser aus der Hefe eine fermentartige Substanz auszuziehen, welche schon Liebig an ihrer Eigenschaft, den Rohrzucker zu invertiren, erkannt hatte.

Wir haben nach dem Bekanntwerden dieser wichtigen Entdeckung, Malz und getrocknete Rübenschnitzeln mit Glycerin ausgezogen und den mit Wasser verdünnten Glycerinauszug mit Äther ausgeschüttelt. Wir erhielten aus den glycerinigen Auszügen ebenfalls dieselben froschlaichartigen Gallerten, wie aus dem früher benützten wässerigen Malzauszuge und aus dem Safte der Runkelrübe.

Einer von uns hat seinen ehemaligen Assistenten, den Herrn Eduard Donath, welcher sich dermalen in seinem Laboratorium mit der Untersuchung von Hefe beschäftigt, aufgefordert, das Hefeferment nach Wittich's Art und nach unserer Methode mittelst Äther zu isoliren.

Die comparativen Versuche Donath's, welche derselbe seinerzeit veröffentlichen wird, haben gezeigt, dass man durch Äther aus einem wässerigen oder glycerinigen Auszug der Hefe eine froschlaichartige Gallerte ausfällen kann, welche sich ihren Wirkungen zufolge, als das Hefeferment erwies.

Alle diese durch Äther bewirkten Ausscheidungen sind in Bezug auf ihr Aussehen zum Verwechseln ähnlich, mit dem einzigen Unterschiede, dass die aus der Runkelrübe erhaltene Gallerte wegen des in dem Safte enthaltenen „Farbstoffes" eine graue Farbe besitzt, die jedoch beseitigt werden kann.

Im Nachfolgenden sollen die Methoden angegeben werden, nach welchen man aus denjenigen Materialien, welche von uns in den Bereich unserer Untersuchungen gezogen wurden, die froschlaichähnlichen Gallerten gewinnen kann.

A. Aus Malz oder Getreidesamen.

Die Getreidesamen oder geschwelchtes, von den Wurzelkeimen befreites Malz werden vorerst geschrotet und mit Weingeist von 96% Tr. einige Tage stehen gelassen. Der Weingeist wird darnach von dem Schrot abfiltrirt und Letzteres bei mässiger Temperatur getrocknet, bis aller Weingeist verflüchtigt erscheint.

Das extrahirte Schrot wird mit Wasser zu einem Brei angemacht und etwa einen Tag an einem kühlen Orte stehen gelassen. Dieser Schrotbrei wird am besten durch Wollmousselin oder Cachemir colirt und die anfangs trübe ablaufende Flüssigkeit neuerdings aufgegossen.

Die rückständigen Treber werden in ein Leinentuch geschlagen und mittelst einer kräftigen Presse ausgepresst. Die durch freiwilligen Ablauf und durch Auspressen erhaltene Flüssigkeit wird nöthigenfalls durch ein Faltenfilter filtrirt.

Anfangs geht die Filtration ziemlich gut von Statten, hört aber nach einiger Zeit völlig auf. Es bleibt nichts anderes übrig, als das Filter mehrere Male zu wechseln; denn eine Wasserluftpumpe beschleunigt die Filtration gar nicht. Das Filtrat erscheint niemals klar, sondern opalisirend.

Zur Abscheidung der Diastase benützt man mehrere (5—6) Schüttelflaschen, welche mindestens 1 Liter fassen sollen, damit die Abscheidung vollständiger und rascher von Statten gehe.

Man füllt eine Schüttelflasche bis zu $^2/_3$ an, fügt ca. $^1/_6$ Volumtheile Äther hinzu und schüttelt kräftig 1—2 Minuten lang. Durch die Zerstäubung des Äthers entsteht eine milchig getrübte Flüssigkeit, die sich langsam klärt. Der Ätherstaub, die Flüssigkeit nach oben durchziehend, hebt die schleimigen Theile empor.

Das Verhältniss des Äthers zu dem Malzauszuge ist nicht ohne Einfluss auf das Gelingen dieser Abscheidung. Setzt man zu viel Äther zu, so dass die Entfernung der in der Flüssigkeit vertheilten Äthertröpfchen zu klein wird, so fliessen sie gleich in einander und der Äther scheidet sich augenblicklich ab, ohne die Gallerte emporheben zu können. Tritt dieser Fall einmal ein, so braucht man bloss etwas Äther abzugiessen.

Hat sich die Gallerte oben abgeschieden, so wird die Unterlauge in eine zweite Schüttelflasche abgelassen und nochmals in der früheren Weise ausgeschüttelt.

Diese Operation wird so lange wiederholt, bis der Malzauszug keine nennenswerthe Ausscheidung mehr ergibt.

Die ätherische Gallerte lässt man nach dem Abzapfen der Unterlauge in eine Schüttelflasche fliessen, die einstweilen als Sammelgefäss zu dienen hat.

Ist eine grössere Menge beisammen, die Schüttelflasche z. B. bis zur Hälfte voll, so wird ein starkes Schütteln vorgenommen.

Die Gallerte ballt sich zu Klumpen zusammen, vermindert ihr Volumen sehr beträchtlich, und eine grosse Menge von Äther lässt sich von Oben abgiessen, den man sofort zum Ausschütteln einer neuen Partie verwenden kann.

Das Ablassen der Gallerte in die als Sammelgefäss dienende Schüttelflasche nimmt einige Zeit in Anspruch, weil sie in Folge ihrer dicklichen Beschaffenheit nur langsam abfliesst.

Jedesmal, wenn eine neugewonnene Partie der Gallerte in das Sammelgefäss übergeleert wurde, ist durch kräftiges Schütteln eine Volumsverminderung vorzunehmen, damit der obenauf befindliche Äther wieder disponibel wird. Hat man eine Schüttelflasche mit dieser Gallerte bis zu $^3/_4$tel angefüllt, so wird eine Waschung mit Wasser in der Weise vorgenommen, dass man 2—3mal hinter einander ca. $^1/_6$ Volumtheile Wasser mit etwas Äther versetzt, zugiesst, schüttelt und das unten abgesetzte Waschwasser abzapft.

Die Gallerte wird hiebei immer weisser, aber diese Reinigung geschieht auf Kosten derselben, da sie zum Theil in das Wasser übergeht.

Um dem Substanzverlust etwas vorzubeugen, ist es gut, wenn man die Waschwässer für sich ausschüttelt, wodurch eine nicht unbedeutende Menge von Gallerte wiedergewonnen wird.

Wenn die Gallerte auch beim kräftigsten Schütteln keinen Äther mehr abgibt, so lässt man dieselbe aus der Schüttelflasche in Form eines dünnen Strahles in ein gleiches Volum eines Weingeistes von 96% Tr. unter Umrühren einfliessen. Derselbe bewirkt einen flockigen Niederschlag, den man $^1/_2$ Tag stehen lässt, abfiltrirt und auf dem Filter mit Weingeist auswäscht.

Dieser Niederschlag wird schliesslich unter dem Recipienten einer Luftpumpe getrocknet, und man erhält hiedurch ein weisses Pulver, an welchem wir bisher folgende Eigenschaften wahrgenommen haben:

1. Dieses Pulver, mit kaltem Wasser digerirt, geht in dasselbe nur sehr schwierig ein. Eine wahre Lösung dieser

Substanz scheint nicht stattzufinden, sondern es findet allem Anscheine nach ein langsamer Übergang aus dem festen in den aufgequollenen, schleimigen Zustand statt.

2. Die wässerigen Auszüge, die nebenbei gesagt, sehr stark schäumen, enthalten nur sehr wenig von dieser Substanz, und diese lässt sich durch Äther gleich wieder als Gallerte ausfällen.
3. Wendet man Glycerin als Lösungsmittel an, so findet auch bei diesem keine eigentliche Lösung statt, sondern auch nur wieder ein Aufquellen, da sich aus dem mit Wasser verdünnten glycerinigen Auszug die Gallerte mit Äther ausfällen lässt.
4. Es ist uns nie gelungen, die einmal mit Alkohol behandelte Gallerte, sei es durch Wasser oder Glycerin, ganz in den früheren schleimigen Zustand zu überführen; es bleibt stets die bei weitem grösste Menge unaufgequollen zurück.

Ob Wasser oder Glycerin mehr aufzunehmen vermag, haben wir bisher noch nicht festgestellt. Wittich und Hüfner schreiben dem Glycerin die Eigenschaft zu, die nicht organisirten Fermente zu lösen. So sagt z. B. Hüfner unter Anderem in seinen Abhandlungen über ungeformte Fermente[1] an einer Stelle, wo er die Darstellung und die Eigenschaften des Pankreasfermentes beschreibt: Digerirt man die trockene pulverförmige Masse von neuem mit reinem Glycerin, so bedarf es längeren Stehens und oft wiederholten Schüttelns, ehe erhebliche Quantitäten des Pulvers sich wieder auflösen.

Ferner sagt er auf Seite 384: Das Pulver löst sich übrigens langsam in Wasser u. s. w. Diese Angaben über die langsame Wiederauflösung sind sehr wichtig und können wohl nur zu Gunsten unserer Ansicht betreffs der Unlöslichkeit dieser Stoffe gedeutet werden.

5. Wenn man in einen dünnen Stärkekleister, das nach unserer Methode erhaltene Präparat, sei es als trockenes Pulver oder in Form eines wässerigen oder glycerinigen Auszuges bringt, so findet eine Verflüssigung der Stärke statt, die

[1] Hüfner: Untersuchungen über ungeformte Fermente und ihre Wirkungen. Journal f. pract. Chemie. 5. Bd. 1872. pag. 381.

man mit Hilfe einer Fehling'schen Lösung verfolgen kann. Bei gewöhnlicher Zimmertemperatur ist die Wirkung verhältnissmässig schwach, bei höherer Temperatur, z. B. bei 40—70° C. ungemein rasch.

Wir haben auch die Diastase nach Wittich's Methode bereitet, indem wir das mit Weingeist extrahirte Malzschrot mit Glycerin behandelten. Es ist jedoch äusserst schwierig, den glycerinigen Auszug von den Trebern abzuscheiden. Am besten gelingt diese Trennung durch Coliren und nachheriges Abpressen des Rückstandes.

Die durch freiwilligen Ablauf und durch Abpressen erhaltene Flüssigkeit enthält immer etwas Stärke suspendirt, welche sie jedoch zum grossen Theil bei längerem Stehen absetzt.

Wenn man den Glycerinauszug mit Wasser verdünnt, so ist er filtrirbar; ohne Wasserzusatz ist eine Filtration selbst mit Hilfe einer Wasserluftpumpe kaum durchführbar. Dieser Glycerinauszug, mit Ätheralkohol gefällt, ergab ein Präparat, welches genau dasselbe Verhalten wie das mittelst Äther dargestellte zeigte.

B. Aus Runkelrübe.

Die protoplasmatische Substanz der Runkelrübe lässt sich sowohl aus dem Safte derselben, als auch aus getrockneten Rübenschnitzeln durch Ausziehen mittelst Glycerin gewinnen. Die erstere Art ist wohl jedenfalls die einfachere, und wir gingen hiebei auf folgende Weise zu Werke:

Die vorher zerriebene Runkelrübe wurde ausgepresst; der Pressrückstand mit Wasser macerirt und nochmals ausgepresst. Dieser Presssaft wurde durch ein Faltenfilter filtrirt, aber auch hier musste ein mehrmaliges Wechseln der Filter vorgenommen werden, da sich ohne Zweifel die Filterporen durch das Plasma des Saftes verstopfen.

Die Abscheidung der Gallerte mittelst Äther geschieht genau in der früher bei Malz beschriebenen Weise, und alle daselbst angeführten Kunstgriffe kommen auch hier zur Geltung. Die Rübengallerte lässt sich, wie bereits erwähnt, selbst durch Waschen nicht weiss erhalten, sie hält einen gefärbten Körper hartnäckig zurück.

Hat man eine grössere Menge abgeschieden und durch Waschen gereinigt, so lässt man dieselben in ein gleiches Volum Weingeist von 96 % Tr. fliessen, wodurch sie als flockige Substanz herausgefällt wird. Nach sechsstündigem Stehen wird dieselbe abfiltrirt, mit Weingeist gewaschen und im Vacuum über Schwefelsäure getrocknet. Man erhält auf diese Weise ein graues Pulver, welches vom Wasser und Glycerin langsam und unvollständig aufgenommen wird.

Diese Auszüge mit Äther geschüttelt, geben wieder die bekannte froschlaichähnliche Ausscheidung, die aber nunmehr weiss erscheint. Es lässt sich annehmen, dass durch die zweite Fällung ein sehr reines Präparat resultiren dürfte.

Der wässerige Auszug der Rübengallerte schäumt so stark wie eine Seifenlösung.

Wenn man die Rübengallerte aus getrockneten Rübenschnitzeln mittelst Glycerin gewinnen will, so verfährt man am besten auf folgende Weise: Die Runkelrübe wird mittelst eines sogenannten Gurkenhobels in dünne Blättchen zerschnitten, die man in einem stark geheizten Zimmer auf Bretter ausbreitet, auf welchen sie nach etwa 2 Tagen völlig austrocknen.

Die getrockneten Schnitte werden nunmehr mit Weingeist von 96 % Tr. mehrere Tage stehen gelassen, und nachdem derselbe abfiltrirt, breitet man dieselben auf ein Sieb aus, das man an einem warmen Orte aufstellt.

Ist der Weingeist gänzlich verflüchtigt, so werden die Schnitte zu einem groben Pulver zerstampft. Es ist wesentlich die Zerkleinerung nicht zu weit zu treiben, da der Ablauf des Glycerins sonst bedeutend erschwert wird. Ein grobes Pulver ermöglicht auch, dass das Glycerin von demselben klar ablaufen kann.

Die Extraction ist in grossen Pulvergläsern vorzunehmen. Man trägt in dieselben Glycerin und Rübenpulver abwechselnd ein und rührt beide zusammen. Da die eingeschlossenen Luftbläschen die Extraction erheblich erschweren, so wird das gefüllte Pulverglas unter den Recipienten einer Luftpumpe gestellt und die Luft mehreremale hintereinander ausgepumpt. Dieser Brei wird 14 Tage stehen gelassen, sodann durch Wollmousselin oder

Cachemir colirt und der Rückstand in ein Leinengewebe geschlagen und gut ausgepresst. Die Presslinge müssen noch zweimal in dieser Weise mit Glycerin behandelt werden, wenn man den protoplasmatischen Körper möglichst vollständig entziehen will.

Die glycerinigen Auszüge, welche einen sehr angenehmen, aromatischen, an Honig erinnernden Geruch besitzen, werden mit dem 1½—2fachen Volumen Wasser verdünnt und nöthigenfalls durch ein Faltenfilter filtrirt. Die Fällung mittelst Äther geschieht in der bereits bekannten Weise und liefert ein Präparat von demselben Aussehen und Verhalten.

Die Ausbeute nach der einen oder der anderen Methode ist leider eine sehr geringe, und man muss grosse Quantitäten Rübe verarbeiten, um eine etwas erheblichere Menge zu erhalten. Nachdem diese Substanz durch Glycerin, dem specifischen Lösungsmittel der nicht organisirten Fermente ausgezogen werden kann und durch Äther eine Fällung erleidet, welcher thatsächlich das Malz- und Hefeferment abzuscheiden vermag, so liegt die Frage sehr nahe: ob die Rübengallerte auch ein Ferment sei.

Diese Frage kann von uns dermalen noch nicht beantwortet werden; nur so viel ist sicher, dass sie keine diastatische Eigenschaften besitzt, wie mehrfache Versuche dargethan haben. Geht man von der wahrscheinlichen Ansicht aus, dass alle von uns in Betracht gezogenen Präparate protoplasmatische Gebilde sind, so liesse sich eine fermentartige Wirkung erwarten, da doch bekanntlich das Protoplasma innerhalb der Pflanzenzelle die Stoffmetamorphose herbeiführt, also gewissermassen dieselbe Rolle spielt.

Wenn also die Rübengallerte auch nicht Stärke zu zersetzen vermag, so ist dadurch noch nicht eine fermentartige Wirkung derselben ausgeschlossen.

Es wird sich zunächst darum handeln, eine Substanz ausfindig zu machen, welche möglicherweise eine Zersetzung erleiden könnte, wobei in der Auswahl die in der Rübe vor sich gehende Stoffmetamorphose zu berücksichtigen wäre.

Versuche in dieser Richtung haben wir noch nicht unternommen, da wir vorderhand unsere ganze Thätigkeit auf die

Darstellung einer grösseren Menge aller dieser protoplasmatischen Gebilde concentriren. Erst darnach gedenken wir derartige Versuche zu unternehmen.

C. Aus der Möhre.

Die Abscheidung der Gallerte aus der Möhre lässt sich genau so bewerkstelligen wie bei der Runkelrübe. Das Möhrenpräparat erscheint nicht grau, sondern besitzt eine weisse Farbe; dürfte daher reiner sein als jenes aus der Runkelrübe.

Die Menge der durch Äther bewirkten Ausscheidung scheint grösser zu sein, als bei der Runkelrübe. Weitere Versuche mit diesem Präparate sind bisher in keiner Richtung unternommen worden.

D. Aus Hefe.

Aus der mit 96 % Weingeist extrahirten und darauf getrockneten und pulverisirten Bier- oder Presshefe, lässt sich mit Wasser oder Glycerin eine Substanz ausziehen, welche durch Äther auf die bereits früher beschriebene Weise abgeschieden werden kann.

Nach den von Herrn Donath angestellten Versuchen ist diese Hefegallerte das bereits von Liebig an ihrer invertirenden Wirkung erkannte und von Hoppe-Seyler und Gunning isolirte Ferment [1].

Herr Donath wird nach Beendigung seiner Arbeit die hiebei erlangten Resultate selbständig veröffentlichen.

Schlussbemerkungen.

Die bisher von uns gemachten Wahrnehmungen über die Wirkung des Äthers und anderer mit Wasser nicht mischbaren Flüssigkeiten auf wässerige oder glycerinige Auszüge von Malz, Runkelrübe und Hefe, haben zu dem wichtigen Ergebniss geführt, dass durch die genannten Agentien Stoffe herausgefällt werden, welche aus der Art ihrer Abscheidung, ihrer sonstigen

[1] Deutsch. chem. Gesellschaft, Berlin, 1872. 821 (Corresp). Deutsch chem. Gesellschaft, Berlin, 1871. Bericht über die Naturforscher-Versammlung in Rostock.

Eigenschaften zu der Annahme berechtigen, dass sie nicht im gelösten Zustande darin vorhanden sind, und somit ein dem Bassorin und dem sogenannten Pflanzenschleim analoges Verhalten zeigen.

Es wurde sonach das Vorhandensein solcher ungelöster Körper in den genannten Flüssigkeiten, selbst wenn sie filtrirt wurden, constatirt und ihre Gewinnung ermöglicht.

Ihr eigenthümlicher Aggregatzustand, der sie zwischen die flüssigen und festen Körper rangirt, ihre hyaline Beschaffenheit, die unverkennbare Ähnlichkeit mit den Eiweissstoffen und viele andere Gründe zwingen uns zu der Annahme, dass dies protoplasmatische Gebilde sind.

Wer sich mit der Abscheidung derselben in der beschriebenen Weise jemals befasst hat, dürfte hierüber kaum einer anderen Meinung sein.

Das Vorkommen solcher Gebilde in Flüssigkeiten dieser Art, wie z. B. dem Rübensafte, kann gar nicht befremden, ist sogar selbstverständlich, und wurde ja öfter auf mikroskopischem Wege dargethan.

Die aus gemalztem und ungemalztem Getreide, ferner aus der Hefe abgeschiedenen Gallerten haben sich als Fermente erwiesen; an der Rübengallerte ist eine fermentartige Wirkung bis jetzt noch nicht beobachtet worden.

Die Diastase wäre demnach eine protoplasmatische Substanz, und es ist nunmehr klar, warum gekeimte Getreidesamen mehr hievon enthalten.

Der Neubildung von Zellen bei der Keimung, geht eine Vermehrung des lebensthätigen Protoplasma's voran.

Die schätzbaren Ergebnisse der Untersuchungen Dr. Scheibler's über das Protoplasma der Runkelrübe deutet unzweifelhaft darauf hin, dass auch die anderen auf demselben Wege abgeschiedenen Gallerten keine chemischen Individuen sind, wie dies von vorneherein vermuthet werden konnte.

Es ist höchst wahrscheinlich, dass das Vorkommen solcher ungelöster stickstoffhaltiger, froschlaichähnlicher Substanzen sehr verbreitet ist und dass sie in den meisten Flüssigkeiten vegetabilischen oder thierischen Ursprungs enthalten sein dürften.

Zur Erhärtung dieser Ansicht mögen einstweilen folgende zwei Beispiele genügen:

Bekanntlich wurde zur Erklärung der spontanen Gerinnung der Milch die Existenz eines Fermentes in derselben vermuthet, welches in der That von Dr. Kappeller und Prof. Alexander Schmidt in Dorpat [1] isolirt wurde und die Fähigkeit besitzen soll, Milchzucker in Milchsäure zu überführen.

Wir haben durch einen Vorversuch konstatiren können, dass in der von Caseïn befreiten Milch eine bedeutende Menge einer froschlaichähnlichen Masse enthalten ist, konnten aber bisher an derselben die vorerwähnte Wirkung nicht wahrnehmen.

Ebenso konnten wir eine froschlaichähnliche Gallerte aus einem wässerigen Auszuge der Mandeln abscheiden, welche ihrer Wirkung zufolge, mit dem Emulsin identisch ist.

Ob auch die nicht organisirten Fermente thierischen Ursprungs, welche von Hüfner isolirt wurden, in der Form von schleimigen, in Wasser unlöslichen Massen auftreten, ob sie auch durch Äther fällbar sind oder nicht, ist uns nicht bekannt; hierüber werden spätere Versuche entscheiden.

Zum Schlusse sei es uns gestattet, die Bemerkung zu machen, dass wir uns der Lückenhaftigkeit unserer auf diesem Gebiete unternommenen Arbeiten vollkommen bewusst sind. Vorstehende Publikation soll nur gewissermassen eine vorläufige Mittheilung sein, wie weit dieselben gediehen sind und ausserdem den Zweck haben, die Aufmerksamkeit unserer Fachgenossen auf diesen Gegenstand zu lenken und zu Versuchen anzuregen, die geeignet wären, unsere Ansichten zu bestätigen oder zu corrigiren.

---

[1] Ein Beitrag zur Kenntniss der Milch von Prof. Alex. Schmidt in Dorpat.

Über eine Ableitung des Biot-Savart'schen Gesetzes.

Von **Anton Wassmuth,**

Docenten für Physik am k. k. polyt. Institute und Professor am k. k. Real-Obergymnasium auf der Landstrasse in Wien.

In Wiedemann's Lehre vom Galvanismus (II. Bd., II. Abth., pg. 708) findet man eine von E. Heine herrührende Ableitung der Ampère'schen Formel für die Wechselwirkung zweier Stromelemente, die von dem Grundsatze ausgeht, dass sich die Kraft, welche zwei Stromleiter auf einander ausüben, ersetzen lasse durch die Wirkung zweier magnetischen Doppelflächen.

Die Parität der Wirkung eines ebenen Stromleiters mit der einer ebenen, diesen Strom ersetzenden, magnetischen Doppelfläche kann in der That durch das Experiment nachgewiesen und somit als Grundsatz hingestellt werden. Das Folgende wird zeigen, dass sich aus diesem Satze ebenso auch das Biot-Savart'sche Gesetz ableiten lässt.

Denken wir uns zu dem Ende einen ebenen Stromleiter und ausserhalb seiner Ebene einen magnetischen Punkt mit der Menge $+1$ so gelegen, dass er dem Schwimmer im Strome zur linken Hand erscheint, also eine Abstossung eintritt, so werden wir den Leiter in der Weise durch eine magnetische Doppelplatte zu ersetzen haben, dass ihre der Menge $+1$ zugewendete Seite gleichmässig mit positiven, die abgewendete mit negativen Magnetismus bedeckt ist. Diese Platte zerlegen wir in unendlich viele, senkrecht zu ihrer Fläche stehende Magnete; das Potential eines solchen Magneten für den Punkt $+1$ ergibt sich gleich

$$dv = \frac{dm \,.\, cos\vartheta}{r^2},$$

worin r die Entfernung, ϑ den Winkel zwischen r und der Axe und dm das magnetische Moment des kleinen Magnetes bedeutet.

Ist i die Stromstärke, f die Fläche des ebenen Stromleiters, so muss nach dem Grundsatze $if=m$ das magnetische Moment der Doppelplatte darstellen; mithin $dm=i\,df$ sein. Man findet so das Potential der Platte, respective des Stromes

$$v = i\iint\frac{\cos\vartheta\,df}{r^2},$$

in welchem $\cos\vartheta\,df = dF$ die Projection des df auf eine mit r beschriebene Kugelfläche darstellt.

Wird dieselbe noch durch r^2 dividirt, so erhält man das entsprechende Flächenelement dw auf der mit dem Radius 1 beschriebenen Kugel, d. h. es ist:

$$v = i\iint\frac{dF}{r^2} = i\iint d\omega = i\Omega,$$

oder das Potential eines Stromes ist gleich der Stromstärke multiplizirt mit der Grösse Ω des körperlichen Winkels unter dem von der Menge $+1$ aus gesehen der Strom erscheint.

Das Flächenelement dw lässt sich nun leicht durch gewisse Winkel ausdrücken, wenn man vom Punkte $+1$ auf die Stromesebene ein Perpendikel fällt, dieses als Axe der x ansieht und senkrecht dazu die yz Ebene legt. Der vom afficirten Punkte zu dw gezogene Strahl bilde mit der Axe der x den Winkel φ und die Ebene dieses Winkels mit der xy Ebene den Neigungswinkel ψ, so dass die Coordinaten von dw d. i, $x_1\ y_1\ z_1$ bestimmt sind durch:

$$x' - x_1 = \cos\varphi,\ y_1 = \sin\varphi\,\cos\psi,\ z_1 = \sin\varphi\,\sin\psi,$$

wenn x' die Länge des obigen Perpendikels ist.

Wegen $dw = \sin\varphi\,d\varphi\,d\psi$ wird:

$$\Omega = \int_0^{2\pi}\int_{\varphi=0}^{\varphi=\varphi'}\sin\varphi\,d\varphi\,d\psi = \int_0^{2\pi}(1-\cos\varphi')\,d\psi,$$

wo φ' die obere Integrationsgrenze, den grössten Werth für φ bedeutet, so dass der dazu gehörige Leitstrahl verlängert durch die Stromeslinie selbst gehen muss.

Die Kraft, mit der der Strom auf den Punkt einwirkt, ist somit:

$$X = -\frac{dv}{dx'} = -i\frac{d\Omega}{dx'} = -i\int_0^{2\pi} sin\varphi' \frac{\partial\varphi'}{dx'}\, d\psi.$$

Sind nun xyz die Coordinaten eines Punktes der Stromlinie, in welchem der zu φ' gehörige von $+1$ gezogene Leitstrahl den Strom trifft, so ist wie leicht zu erkennen:

$$\frac{z_1}{z} = \frac{y_1}{y} = \frac{x' - x_1}{x'} = \frac{1}{r}$$

und

$$r^2 = z^2 + y^2 + x'^2$$

das Quadrat dieses Leitstrahls.

Ebenso erhellt, dass:

$$z = r\; sin\varphi'\; sin\psi',\; y = r\; sin\varphi'\; cos\psi',\; x' = r\; cos\varphi'$$

oder

$$cos\varphi' = \frac{x'}{r}$$

ist, woraus durch Differentiation:

$$-sin\varphi' \frac{d\varphi'}{dx'} = \frac{r^2 - x'^2}{r^3}$$

und wegen

$$tan\psi = \frac{z}{y},\; d\psi = -\frac{z\,dy - y\,dz}{r^2 - x'^2},$$

somit:

$$X = -i\int \frac{zdy - ydz}{r^3}$$

wird.

Bedeutet ds ein Element des Stromes, α den Winkel, den es mit r einschliesst, so ist das von r und ds gebildete Dreieck $^1/_2 ds \,.\, r\, sin\,\alpha$ und die Projection dieses Dreiecks auf die Ebene YZ wie leicht zu finden: $^1/_2(ydz - zdy)$.

Wir erhalten somit:

$$X = i\int \frac{ds \,.\, sin\,\alpha}{r^2}\, cos$$

wo unter λ der Projectionswinkel, d. i. der Winkel, den die x Axe mit der im Punkte $+1$ senkrecht auf der Ebene des Winkel α errichteten Geraden einschliesst, verstanden ist.

Daraus folgt:

$$dX = i\frac{ds\sin\alpha}{r^2}\cos\lambda = dP.\cos\lambda,$$

wenn dP die Kraft, mit der ds auf $+1$ wirkt, bedeutet. Es ist also:

$$dP = i\frac{ds\sin\alpha}{r^2},$$

d. h. die Wirkung erfolgt nach dem Biot-Savart'schen Gesetze[1].

Bei doppelt gekrümmten Curven ist eine Zerlegung in Elementardreiecke nothwendig.

Es schien mir nicht uninteressant, dieses Resultat auch auf eine andere Art abzuleiten. Man findet nämlich mit Hilfe der oben angeführten Werthe für x', y und z durch einfache Transformation

$$\Omega = \iint \frac{x'\,dy\,dz}{r^3},$$

wobei sich die Integration über die Oberfläche erstreckt.

Hieraus ergibt sich:

$$X = -i\frac{d\Omega}{dx'} = i\iint\left[-\frac{1}{r^3} + \frac{3x'^2}{r^5}\right]dy\,dz,$$

oder wegen $3x'^2 = 3r^2 - 3y^2 - 3z^2$

$$X = i\iint\left(\frac{2}{r^3} - \frac{3y^2+3z^2}{r^5}\right)dy\,dz = i\iint\left[\left(\frac{1}{r^3} - \frac{3y^2}{r^5}\right) + \left(\frac{1}{r^3} - \frac{3z^2}{r^5}\right)\right]dy\,dz.$$

---

[1] Sollte der Fusspunkt des Perpendikels ausserhalb des Stromkreises zu liegen kommen, so ändern sich die Integrationsgrenzen (es wird

$$v = \int_{\psi_0}^{\psi^1}(\cos\varphi_0 - \cos\varphi^1)\,d\psi, \text{ wo } \varphi_0, \varphi^1, \psi_0 \text{ und } \psi^1$$

die entsprechenden Randwerthe bedeuten), während die übrige Ableitung sich ähnlich gestaltet, und nur zum Schlusse auf das Zeichen der Projectionen der Elementardreiecke Rüksicht zu nehmen ist.

Macht man nun Gebrauch von der bekannten Formel:

$$\iint\left(\frac{dY}{dy}+\frac{dZ}{dz}\right)dy\,dz=\iint(Y\,dz-Z\,dy),$$

worin die letzte Integration sich auf die Begrenzung bezieht, so findet man für:

$$Y=\frac{y}{r^3}$$

und

$$Z=\frac{z}{r^3},$$

endlich

$$X=i\iint\frac{y\,dz-z\,dy}{r^3},$$

die oben erhaltene Form.

Die weitere Deduction bleibt dieselbe.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LXXI. Band.

ZWEITE ABTHEILUNG.

4.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Mechanik, Meteorologie und Astronomie.

IX. SITZUNG VOM 1. APRIL 1875.

In Verhinderung des Präsidenten führt Herr Hofrath Freih. v. Burg den Vorsitz.

Der Secretär liest eine Zuschrift des k. & k. Ministeriums des Äussern vom 29. März, wodurch eröffnet wird, dass, dem Ansuchen der kais. Akademie entsprechend, der k. u. k. Botschafter in Constantinopel, Graf Zichy, angewiesen wurde, den Herren Franz Toula und Joseph Szombathy, wegen ungehinderter Bereisung und geologischer Durchforschung des Balkangebietes zwischen Timok und Isker, einen grossherrlichen Ferman zu erwirken.

Die Direction des Ober-Realgymnasiums zu Pilsen erstattet ihren Dank für die dieser Lehranstalt gespendeten akademischen Schriften.

Der Secretär legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Über Kältemischungen im Allgemeinen und speciell über jene aus Schnee und Schwefelsäure", von Herrn Prof. Dr. L. Pfaundler in Innsbruck.

„Mineralogische Mittheilungen". VI., von Herrn Oberbergrath Dr. V. R. v. Zepharovich in Prag.

„Zur Entwicklungsgeschichte der chemischen Industrie in Croatien", von Herrn Dr. C. O. Čech, Privatdocenten für Chemie am Prager Polytechnikum, d. Z. am Berliner kgl. Universitäts-Laboratorium.

„Die Sätze von Pascal und Brianchon im Sinne der beschreibenden Geometrie und bezügliche Construction der Kegelschnittslinien", von Herrn Prof. Emil Koutny in Graz.

„Analytische Studien über dynamische Schraubenflächen", von Herrn Dr. Ludwig Martin, Universitäts-Professor zu Klausenburg.

Herr Dr. A. Boué legt eine Abhandlung vor, betitelt „Einiges zur paläo-geologischen Geographie".

Herr Hofrath Dr. H. Hlasiwetz überreicht eine in Gemeinschaft mit Herrn Dr. J. Habermann ausgeführte Untersuchung: „Über das Arbutin".

Herr Prof. Dr. Franz Toula übergibt eine Abhandlung, betitelt: „Eine Kohlenkalk-Fauna von den Barents-Inseln (Nowaja Semlja N. W.)".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei: Atti. Anno XXVIII, Sess. 1ª. Roma, 1875; 4º.

Akademie der Wissenschaften, Königl. Preuss., zu Berlin: Monatsbericht. December 1874. Berlin, 1875; 8º.

Annalen (Justus Liebig's) der Chemie. Band 176, Heft 1. Leipzig & Heidelberg, 1875; 8º.

Annuario marittimo per l'anno 1875. XXV. Annata. Trieste, 1875; 8º.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift (nebst Anzeigen-Blatt). 13. Jahrgang, Nr. 9. Wien, 1875; 8º.

Astronomische Nachrichten. Nr. 2027—2031 (Bd. 85. 11—15.) Kiel, 1875; 4º.

Archiv der Mathematik und Physik. Gegründet von J. A. Grunert, fortgesetzt von R. Hoppe. LVII. Theil, 2. Heft Leipzig, 1875; 8º.

Bibliothèque Universelle et Revue Suisse: Archives des Sciences physiques et naturelles. N. P. Tome LIIª. Nr. 206. Genève, Lausanne, Paris, 1875; 8º.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXXX, Nr. 10. Paris, 1875; 4°.

Cosmos di Guido Cora. VI. Torino, 1874; 4°.

Gesellschaft, Deutsche Chemische, zu Berlin: Berichte. VIII. Jahrgang, Nr. 5. Berlin, 1875; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXXVI. Jahrgang, Nr. 12—13. Wien, 1875; 4°.

Landbote, Der steierische. 8. Jahrgang, Nr. 6. Graz, 1875; 4°.

Mémoire de la Commission Européenne du Danube. Atlas: Cartes du Delta du Danube et plans comparatifs etc. Leipzig, 1874; gr. Folio.

Mittheilungen aus J. Perthes' geographischer Anstalt. 21. Band, 1875, Heft III, nebst Ergänzungsheft Nr. 42. Gotha; 4°.

Nature. Nrs. 281 & 282, Vol. XI. London, 1875; 4°.

Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri Bullettino meteorologico. Vol. IX, Nr. 6. Torino, 1875; 4°.

Reichsanstalt, k. k. geologische: Verhandlungen. Jahrgang 1875, Nr. 3. Wien; 4°.

Repertorium für Experimental-Physik etc., von Ph. Carl. X. Band, 6. Heft. München, 1874; 8°.

„Revue politique et littéraire" et „Revue scientifique de la France et de l'étranger." IVe Année, 2me Série, Nrs. 38—39. Paris, 1875; 4°.

Seewarte, Deutsche: VII. Jahres-Bericht für das Jahr 1874. Hamburg; 4°.

Società degli Spettroscopisti Italiani: Memorie. 1875, Disp: 1^{a}. Palermo; 4°.

— dei Naturalisti in Modena: Annuario. Serie II^{a}. Anno IX°, fasc. 1°. Modena, 1875; 8°.

Société Entomologique de Belgique: Annales. Tome XVIIe. Bruxelles, Paris, Dresde, 1874; 8°.

Société Ouralienne d'amateurs des Sciences naturelles: Bulletin. Tome Ier, 2e Cahier. Ekatherinbourg, 1874; 8⁰.

Society, The Royal Geographical, of London: Proceedings. Vol. XIX, Nr. 2. London, 1875; 8⁰.

— American Geographical, of New York: Journal. Vol. IV. New York & London, 1874; 8⁰.

Wiener Medizin. Wochenschrift. XXV. Jahrgang, Nr. 12—13. Wien, 1875; 4⁰.

Über das Arbutin.

Von H. Hlasiwetz und J. Habermann.

Kawalier[1] erkannte den von ihm in den Blättern der Bärentraube aufgefundenen krystallisirten Bitterstoff, das Arbutin, als ein Glucosid, welches sich mit Emulsin sowohl, als auch mit verdünnter Schwefelsäure in Traubenzucker und einen von ihm „Arctuvin“ genannten Körper spalten lässt, dem er die Formel $C_{20}H_{10}O_7$ (C = 6) gab.

Nach Strecker[2] ist jedoch das Arctuvin nichts anderes als Hydrochinon, demgemäss das Arbutin $C_{12}H_{16}O_7$ (C = 12), und seine Zersetzung durch Säuren und Fermente erklärt die Gleichung:

$$\underset{\text{Arbutin}}{C_{12}H_{16}O_7} + H_2O = \underset{\text{Hydrochinon}}{C_6H_6O_2} + \underset{\text{Zucker}}{C_6H_{12}O_6}$$

Dieser Auffassung wurde seither in keiner Weise widersprochen, ja sie erfuhr vielmehr durch Strecker's spätere Arbeit über das Nitroarbutin[3] und die von Hugo Schiff[4] „Zur Constitution des Arbutins“ angestellten Versuche nur eine Bestätigung.

Gleichwohl ist sie nur zum Theil richtig, wie wir im Nachstehenden beweisen wollen.

---

[1] Ann. d. Ch. u. Ph. 84, 361.
[2] Ann. d. Ch. u. Ph. 107, 228.
[3] Ann. d. Ch. u. Ph. 118, 292.
[4] Ann. d. Ch. u. Ph. 154, 237.

Wir hatten das Arbutin gewählt, um uns auf dem kürzesten Wege eine Quantität Hydrochinon zu vergleichenden Versuchen mit unserer letzthin beschriebenen Pyrogentisinsäure[1] zu verschaffen und zersetzten das, von Herrn Dr. Trommsdorff in Erfurt bezogene, schöne, ganz reine Präparat in der bekannten Weise mit verdünnter Schwefelsäure, schüttelten das Spaltungsproduct mit Äther aus, und glaubten das Rohproduct, welches der Äther beim Verdunsten hinterliess, am schnellsten dadurch reinigen zu können, dass wir es für sich destillirten. Hierbei fiel uns nun gleich auf, dass das farblos übergehende, in einigen Fractionen aufgefangene Öl nur sehr langsam erstarrte, während wir wussten, dass bei der Destillation von Hydrochinon dieses sehr rasch und zum Theil schon im Halse der Retorte stattfindet. Bei dem Präparat aus Arbutin wurden nur die zu allerletzt übergehenden Partien schnell fest, während die ersteren dazu über eine halbe Stunde brauchten, auch dann noch im Äussern etwas verschieden waren und schon im Wasserbade wieder schmolzen. Als wir dann diese ersteren Partien mit heissem Wasser behandelten, um sie aufzulösen und umzukrystallisiren, schmolzen sie zuerst ölig, lösten sich dann in der Hitze auf und die Lösung trübte sich beim Erkalten milchig, unter Abscheidung eines Theiles des gelösten Öls.

Beim längeren Stehen entstanden in der Flüssigkeit gemischte, theils blättrige, theils nadelförmige Krystalle. Das ausgeschiedene und von der Flüssigkeit getrennte Öl erstarrte erst nach sehr langer Zeit zu einer weichen krümlichen Krystallmasse. Alles wies darauf hin, dass wir es hier nicht mit einer einzigen, sondern wenigstens mit zwei Verbindungen zu thun hatten. Bei einem zweiten Versuche mit Arbutin lösten wir das nach der Zersetzung mit Äther ausgezogene vermeintliche Hydrochinon nur in heissem Wasser auf und stellten die filtrirte Lösung zum Krystallisiren hin. Die etwas gefärbte Flüssigkeit liess beim allmäligen Verdunsten Krystalle anschiessen, die nach und nach ein sehr beträchtliches Volumen erreichten und von

[1] Sitzungsber. d. k. Akademie, Band LXX, 2. Abth., Juli-Heft.

sehr schön ausgebildeten Formen waren. Auch Kawalier hatte angegeben, das Arctuvin bilde 4 bis 6 Linien lange, 2 bis 3 Linien dicke, vierseitige Prismen.

In dem Maasse, als die Flüssigkeit so langsam verdunstete, schied sich aber auch neben diesen Krystallen wieder ein bräunlich gefärbtes Öl aus, welches erst fest wurde, als das Wasser ganz verdunstet war. Es gestand dann zu einer runzlichen, weichen, krümlichen, unter dem Mikroskope aus feinen Blättchen bestehenden Krystallmasse, von der die grossen Krystalle zum Theile mechanisch getrennt werden konnten, während ein anderer Theil mit ihnen verwachsen blieb.

Die verdunstende Flüssigkeit endlich zieht sich etwas an den Schalenrändern hinauf und efflorescirt dort zu eben solcher weicher, krümlicher Krystallmasse. Die Erscheinung blieb sich gleich bei mehreren später so angestellten Versuchen, und wir sammelten auf diese Weise die mechanisch getrennten soliden Krystalle und die andere, aus den öligen, durch eine Bürette von der übrigen Flüssigkeit getrennten Laugen erhaltene gemischte Krystallisation. Die ersteren sind ihrem chemischen Verhalten nach unzweifelhaft Hydrochinon. Beim Umkrystallisiren aus Wasser erhält man sie theils körnig, theils nadelförmig wieder. Beim vorsichtigen Sublimiren auf einem Uhrglase mit darüber gestürztem Trichter erschienen sie in oft zolllangen, dünnen, spröden, glänzenden, blendend weissen Nadeln; ein kleinerer Theil verdichtet sich zu eben solcher Krystallwolle. Gegen den Schluss der Sublimation entsteht manchmal eine Spur Chinhydron. Den Schmelzpunkt des nadelförmigen sowohl, wie des in den grossen, schönen Krystallindividuen erhaltenen Hydrochinon's fanden wir nach zahlreichen Bestimmungen constant bei 169°C. (uncorrigirt).

(Nach früheren Angaben von Hesse (Ann. 114, 296) schmilzt Hydrochinon bei 177·5 (uncorrigirt?). In seinen letzten Mittheilungen (Berl. Berich. 5, 1026) gibt er 172·5 als beobachtet an.

Wir benützen diesen Anlass, die Resultate einer Versuchsreihe anzukündigen, welche wir über Hydrochinone verschiedenen Ursprunges auszuführen im Begriffe sind. Wir besitzen auch

bereits genaue Messungen schön krystallisirten Hydrochinons von Herrn Prof. Ditscheiner, welche die Angaben von Grothe und Hesse ergänzen werden.

Die neue Substanz, welche wir jedesmal aus dem Arbutin, gleichviel, ob wir dasselbe durch verdünnte Schwefelsäure oder durch Emulsin zersetzt hatten, erhielten, haben wir vom Hydrochinon in folgender Weise getrennt und rein dargestellt.

Da ihr Schmelzpunkt so niedrig war, so suchten wir sie anfangs von dem noch eingeschlossenen Hydrochinon durch Absaugen mit der Bunsen'schen Pumpe auf einem Heisswasserfilter zu trennen, was auch ziemlich gut gelingt.

Viel besser und einfacher aber ist es, diese Trennung durch Lösungsmittel zu bewerkstelligen. Wir fanden nämlich, dass die neue Verbindung von Benzol schon in der Kälte reichlich und in gelinder Wärme völlig gelöst wird, während Hydrochinon darin, wenn auch nicht ganz unlöslich, doch äusserst schwer löslich ist. Man übergiesst darum am besten das durch Äther aus zersetztem Arbutin ausziehbare, noch im Destillationskolben hinterbliebene Rohproduct, von welchem man die letzten Mengen Äther möglichst vollständig verjagt hat, mit Benzol, digerirt bei gelinder Wärme, lässt wieder erkalten, sammelt das Hydrochinon auf einem Filter, wäscht es mit kaltem Benzol aus und verjagt auf einer Schale das Benzol der abfiltrirten Flüssigkeit.

Es hinterbleibt dann ein in der Kälte leicht strahlig krystallinisch erstarrender Rückstand, der nun weiter gereinigt werden kann. In der angegebenen Weise lässt sich, wenn auch nur annähernd, bestimmen, in welchen Mengenverhältnissen diese beiden Spaltungsproducte aus Arbutin entstehen. Wir haben einige Versuche dieser Art gemacht, brachten je 5 Grm. Arbutin mit 40 Grm. Wasser und 0·23 Grm. Schwefelsäure in ein Kölbchen mit aufgesetztem Kühlrohr, erhielten die Lösung vier Stunden im Kochen, schüttelten die erkaltete Flüssigkeit mit Äther dreimal aus, destillirten den Äther in einem Kolben ab, liessen den Kolben dann zur Entfernung der letzten Ätherantheile zwölf Stunden lang im Vacuum über Schwefelsäure verweilen, wogen den Rückstand und extrahirten ihn in der angegebenen Weise mit Benzol. Das letztere Lösungsmittel wurde dann auf einer tarirten Schale wieder verjagt.

Das Hydrochinon war auf einem tarirten Filter gesammelt worden. In dieser Weise liess sich constatiren, dass im Mittel von sechs Versuchen aus 100 Theilen Arbutin 18·2 Theile Hydrochinon und 20·6 Theile der zweiten Verbindung gewonnen werden können. Die letztere Menge ist, wie man sieht, so beträchtlich, dass man in der That schwer versteht, wie alle bisherigen Beobachter diesen zweiten Körper übersehen konnten.

Man reinigt ihn am besten zunächst durch Destillation. Er kommt bei circa 243° ins Sieden und destillirt dann als ein vollkommen wasserklares Öl über, welches allmälig zur blendend weissen Krystallmasse erstarrt. Diese löst sich nun in siedendem Wasser auf und in der während des Auskühlens sich trübenden Flüssigkeit bilden sich beim Stehen prächtige, irisirende rhombische Blätter, die abfiltrirt und getrocknet dem Saligenin nicht unähnlich sehen. Die Krystallisation erfolgt nicht immer schnell, der Zusatz einer Spur Salzsäure kann sie etwas beschleunigen. Besser aber ist es, die Flüssigkeit unter der Luftpumpe zu verdunsten, wobei manchmal Krystalle von ausgezeichneter Regelmässigkeit erhalten werden.

Die folgenden Angaben verdanken wir Herrn Professor Ditscheiner.

„System: prismatisch. Tafelartig entwickelt. Beobachtete Flächen 111, 100.

$$a : b : c = 1 : 0{\cdot}1601 : 0{\cdot}1379.$$

Die Flächen 111 sind verhältnissmässig schlecht spiegelnd, so dass die folgenden Winkel nur als Annäherung zu betrachten sind.

100 : 111	= 84°50′	*
100 : 111	= 95°30	95°10′
110 . 111	= 68°30	*
111 . 111	= 10°40	10°20

Die Ebene der optischen Axen ist die Ebene *ac*.

Erste Mittellinie *c*.

Der Winkel der optischen Axen etwas grösser, als jener am Topas.“

Die Verbindung ist von sogenanntem indifferenten Charakter, von völlig neutraler Reaction, von brennendem, hinterher süsslichem Geschmack und schmilzt bei 53° C. (uncorrigirt). Ihre Analyse führte zu Zahlen, aus welchen sich die Formel $C_7H_8O_2$ berechnet.

$C_7H_8O_2$	Gefunden		
	I	II	III
C...67·90	67·87	67·50	67·54
H... 6·45	6·53	6·43	6·30.

Man ersieht aus dieser Formel, dass die neue Verbindung isomer ist mit dem Saligenin. Es lässt sich leicht beweisen, dass sie in nächster Beziehung zum Hydrochinon steht, denn sie liefert Hydrochinon mit Leichtigkeit, wenn man sie mit Kalihydrat bis zum Schmelzen erhitzt. Aus der mit verdünnter Schwefelsäure abgesättigten Schmelze zieht Äther Hydrochinon aus, von welchem wir nicht nur alle seine bekannten Eigenschaften, sondern auch, nachdem wir es durch Sublimation gereinigt hatten, den vorhin angegebenen Schmelzpunkt von 169° wieder fanden. Sie konnte darum nur Monomethyl-Hydrochinon C_6H_5 (CH_3) O_2 sein. Jeden Zweifel über diese Auffassung beseitigten wir durch die Synthese der Verbindung. Wir mischten in einer Reibschale innig 11 Grm. Hydrochinon, 15 Grm. methylschwefelsaures Kali und 6 Grm. Ätzkali, füllten das an der Luft schnell blau werdende Gemisch in eine Röhre, schmolzen sie zu und erhitzten sie durch 6 Stunden auf 170° C. Nach dieser Zeit hatte sich das Ganze in eine braune, ölige Flüssigkeit verwandelt, in der sich ein weisser Krystallschlamm (schwefelsaures Kali) befand. Die Flüssigkeit wurde in der Kälte blättrig fest. Wir spülten Alles mit warmem Wasser in ein Becherglas, säuerten mit Schwefelsäure an und schüttelten mit Äther aus.

Der nach dem Verjagen des Äthers hinterbleibende braune Rückstand besass einen, von einem Nebenproduct herrührenden, fenchelartigen Geruch. Als wir nun das Ganze aus einem Retörtchen destillirten, erhielten wir Partien, die verschieden rasch erstarrten und deren letzte wir als etwas der Zersetzung entgangenes Hydrochinon erkannten.

Wir behandelten darum zunächst das ganze Rohdestillat wieder mit Benzol und trennten dadurch das Hydrochinon ab. Der nach dem Verjagen des Benzols wieder als erstarrendes Öl erhaltene Körper hatte indess einen noch niedrigeren Schmelzpunkt, als unsere Verbindung aus Arbutin. In einer Reibschale zerrieben, wurde er weich und liess sich, in dieser Form auf poröse Thonplatten gestrichen, von einer kleinen Menge eines verunreinigenden Öles befreien. Die auf diese Weise trocken gesaugte Substanz sah nun zwar der Verbindung aus Arbutin täuschend ähnlich, allein ihr Schmelzpunkt und die Art ihres Krystallisirens nach dem Auflösen in Wasser zeigten doch, dass wir es noch mit einem Gemisch wenigstens zweier Substanzen zu thun hatten und es lag am nächsten, anzunehmen, dass sich bei dem eingeschlagenen Verfahren neben dem Monomethyl-Hydrochinon auch etwas Dimethyl-Hydrochinon gebildet habe. Nach einigen vorläufigen Versuchen fanden wir, dass sich das Krystallgemisch durch Destillation mit Wasserdämpfen in einen flüchtigeren, schon im Kühlrohre zu blätteriger Masse sich verdichtenden und in einen anderen, minder flüchtigen Theil trennen lässt, der in der Flüssigkeit der Retorte gelöst bleibt.

Aus diesem krystallisirte er dann nach dem Verdunsten im Vacuum heraus und zeigte nach wiederholter Reinigung durch Lösen und Krystallisiren Schmelzpunkt, Zusammensetzung und Eigenschaften unserer Verbindung aus Arbutin, von welcher wir uns überzeugt hatten, dass auch sie mit Wasserdämpfen nur zum kleinsten Theile flüchtig ist.

Gefunden wurde:

	$C_7H_8O_2$	Gefunden
C	...67·90	67·60
H	... 6·45	6·47

Der flüchtigere Theil besass ferner wirklich die Zusammensetzung des vermutheten Dimethyl-Hydrochinons, hatte ähnliche Löslichkeitsverhältnisse wie die Monomethylverbindung, einen brennenden Geschmack und den Schmelzpunkt 55—56° C. Die gefundenen Zahlen waren:

$C_8H_{10}O_2$	Gefunden
C ... 69·36	69·30
H ... 7·25	7·28

Die wässrigen Lösungen der beiden Methylverbindungen des Hydrochinons geben mit Eisenchlorid keine Ausscheidungen von Derivaten des grünen Hydrochinons. Sie reduciren beim Erhitzen Silbernitrat und entwickeln hierbei den Geruch des Chinons. In alkalischer Lösung der Luft ausgesetzt, bräunen sie sich nicht wie eine Chinonlösung.

Es war nun klar, dass nach den hier beschriebenen Thatsachen die bisherige Formel des Arbutins geändert werden musste. Da aber die Analysen dieses Körpers von Kawalier und Strecker mit Ausnahme einer einzigen (von Strecker) nur die bisherige Formel zulassen, so mussten wir auch diese Analysen wiederholen.

Wir haben das hierzu dienende, an sich schon sehr reine Trommsdorff'sche Präparat noch zweimal umkrystallisirt und fanden bei recht langsamer sorgfältiger Verbrennung auch wirklich Zahlen, die unserer Voraussetzung entsprachen.

$C_{12}H_{16}O_7$ (Bisher angenommene Arbutin-Formel.)	Kawalier I	Kawalier II	Strecker
C .... 52·9	52·4	52·6	52·5
H .... 5·9	6·2	6·1	5·9

$C_{25}H_{34}O_{14}$ Neue Arbutin-Formel	Strecker	Hl. und Hb. I	Hl. und Hb. II
C .... 53·7	53·1	53·50	53·45
H .... 6·1	5·9	6·08	6·03

Nach dieser Formel musste die Zerlegung des Arbutins durch Säuren und Fermente ausgedrückt werden durch das Schema:

$$\underbrace{C_{25}H_{34}O_{14}}_{\text{Arbutin}} + 2H_2O = \underbrace{C_6H_6O_2}_{\text{Hydrochinon}} + \underbrace{C_7H_8O_2}_{\text{Methylhydrochinon}} + \underbrace{2C_6H_{12}O_6}_{\text{Zucker}}$$

Hiernach mussten ferner aus 100 Theilen Arbutin zu erhalten sein:

Hydrochinon	19·7
Methylhydrochinon .	22·5
Zucker	64·7.

Bei unseren oben angegebenen Versuchen erhielten wir:

Hydrochinon	18·2
Methylhydrochinon .	20·6
Zucker	64·1[1],

Zahlen, die, so wenig scharf sie auch sind, dieser Gleichung doch zur Stütze dienen können.

In Übereinstimmung hiemit fanden wir auch für das von Strecker zuerst dargestellte Nitroarbutin etwas abweichende Zahlen. Zur Gewinnung dieser Verbindung trugen wir vorsichtig und in kleinen Partien Arbutin in durch Eis gekühlte in einem Becherglase befindliche Salpetersäure so lange ein, als sich noch das erstere leicht löste, verdünnten die etwas ölig gewordene Flüssigkeit stark mit Weingeist, sammelten das nach zwölfstündigem Stehen auskrystallisirte, gelbe, nadelförmige Product und krystallisirten es aus Wasser um.

Die schönen, goldgelben, dünnen Nadeln des lufttrockenen Nitroarbutins verloren bei 110° Wasser und die geschmolzene Substanz gab dann bei den Analysen Zahlen, welche der Formel

$$C_{25}H_{30}(NO_2)_4O_{14} + 3^1/_2H_2O$$

entsprechen.

---

[1] Mittel aus drei nach der bekannten Methode von Fehling angestellten Versuchen.

$C_{25}H_{30}(NO_2)_4O_{14}$	Strecker		Hlas. und Hab.	
			I	II
C........40·65	39·5	40·1	40·37	—
H........ 4·06	4·1	4 1	4·20	—
N........ 7·59	8 2	—	—	7·84
$C_{25}H_{30}(NO_2)_4O_{14}+3\frac{1}{2}H_2O$				
H_2O ....7·79	9·35		7·70	

Auf das aus dem Nitroarbutin gewinnbare Nitrohydrochinon behalten wir uns vor, in der angekündigten Untersuchung über das Hydrochinon zurückzukommen.

Über die Sätze von Pascal und Brianchon und die Construction der Kegelschnittslinien.

Von Prof. **Emil Koutny** in Graz.

(Mit 1 Tafel.)

---

§. 1. Einleitung.

Die Sätze von Pascal und Brianchon haben eine so weittragende Bedeutung auch in constructiver Richtung, dass eine neue Ableitung derselben, wenn sie leicht fasslich und einfach ist, immerhin einiges Interesse beanspruchen dürfte.

Die nachfolgende Entwicklung dieser Theoreme sieht von den Gesetzen der Projectivität, deren sich die neuere Geometrie bedient, gänzlich ab, und stützt sich blos auf einige allgemein bekannte, leicht zu beweisende Sätze der darstellenden Geometrie unter Berücksichtigung imaginärer Elemente in dem Falle, wo die Projectionen derselben reell werden.

Die hier festgehaltenen Gesichtspunkte führen zugleich zu einigen sehr einfachen Lösungen von Aufgaben über die Construction von Kegelschnittslinien, welche in dieser Abhandlung in so weit behandelt sind, als sie die in den letzten Jahren über diesen Gegenstand gelieferten Arbeiten ergänzen und vervollständigen.

Die hiebei benützten Sätze der darstellenden Geometrie sind in Kürze die folgenden:

1. Jede Fläche zweiter Ordnung wird von einer Ebene in einer Curve zweiten Grades geschnitten, und von einem Kegel in einer solchen Linie berührt.

2. Zwei ebene Schnitte einer Fläche zweiter Ordnung lassen sich stets auf doppelte Weise durch eine Kegelfläche verbinden.

3. Zwei Kegel zweiten Grades, die zwei gemeinschaftlich berührende Ebenen (reell oder imaginär) besitzen, durchdringen sich in zwei ebenen Curven zweiten Grades, die sich in den Schnittpunkten der Berührungserzeugenden beider Kegel begegnen; daher werden sich stets zwei einer Fläche zweiter Ordnung umschriebene Kegel in zwei Kegelschnittslinien durchdringen.

Endlich soll stets festgehalten werden, dass, wenn eine Kegelschnittslinie in einer auf die Zeichnungsfläche senkrechten Ebene liegt, die Spur der letzteren in ihrer unendlichen Ausdehnung die reelle orthogonale Projection der vollständigen Curve, d. i. ihres reellen und imaginären Theiles, abgibt.

Für die Durchführung der Beweise und Constructionen werden wir uns stets die betrachtete Kegelschnittslinie K in der Zeichnungsfläche als Projectionsebene liegend denken und als Hauptschnitt einer sonst keiner weiteren Bedingung unterliegenden allgemeinen Fläche zweiter Ordnung F ansehen. Weil alsdann die zu beiden Seiten der Projectionsebene befindlichen Hälften der Fläche eine symmetrische Lage besitzen, so wird jeder berührende Kegel, dessen Spitze in der Projectionsebene liegt, mit der Fläche eine Curve zweiten Grades gemein haben, deren Ebene senkrecht zur Zeichnungsfläche steht; andererseits müssen aber auch umgekehrt die Spitzen von Kegeln, welche entweder die Fläche in einer solchen Curve berühren, oder zwei ihrer ebenen, auf der Zeichnungsfläche senkrechten Schnitte verbinden, sich in der Projectionsebene befinden.

§. 2. **Der Pascal'sche Satz.**

Es seien die sechs Punkte 1 . . . . 6, Fig. 1, einer Kegelschnittslinie angehörig, welche den Hauptschnitt einer Fläche F der zweiten Ordnung darstellt und in der horizontal gedachten Zeichnungsfläche liegt. F werde durch drei Verticalebenen geschnitten, die je zwei der gegebenen sechs Punkte beliebig verbinden, z. B. 14, 23, 56. Es kann nun 14 einerseits mit 23 durch die Kegelfläche S_1, andererseits mit 56 durch S_2 verbunden werden; alsdann schneiden sich beide Kegel in 14 und in einer zweiten verticalen Curve zweiten Grades AB, für welche zwei Punkte A, B

als Schnitte der in der Zeichnungsfläche liegenden Kegelcontouren 12, 45, respective 34, 16 sich auffinden.

Punktweise gelangten wir zu diesen Durchdringungscurven durch Anwendung beliebiger Hilfsflächen, welche beide Kegel in Curven schneiden, die sich in den fraglichen Punkten treffen. Als eine solche Hilfsfläche werde der Kegel S_3 gewählt, welcher die Kegelschnitte 23 und 56 verbindet. Derselbe schneidet S_1 in 23 und *CE*, den Kegel S_2 in 56 und *FG*; diese Schnitte begegnen sich wechselweise in den acht Punkten K_1, K_2, K_3, K_4 (zu zweien in verticalen Sehnen gelegen) der Curven 14 und *AB*. Man erkennt auch sofort, welche zwei dieser Punkte in 14 und welche in *AB* liegen, wenn man bedenkt, dass 23 und 56 mit 14 auf demselben Mantel von S_1 respective S_2, und ebenso *CE* und *FG* auf den anderen Mänteln dieser Kegel liegen, ihre Schnitte K_1 und K_2 somit in die zweite Curve *AB* fallen müssen, während umgekehrt 23 mit *FG* und *CF* mit 56 in 14 zum Durchschnitt gelangen.

Fasst man die Construction ins Auge, welche zu diesem Ergebnisse führte, und berücksichtigt die beliebig gewählten Punkte 1, 4 als Gegenecken, 23 und 56 als Gegenseiten eines die gegebenen sechs Punkte verbindenden, einfachen Sechseckes, so wird ersichtlich, dass *A*, K_1 und *B* die Schnittpunkte der drei Paare Gegenseiten repräsentiren. Dasselbe Gesetz ergibt sich für die Punkte FGK_4, wenn die gegebenen Punkte in der Aufeinanderfolge 162354 verbunden werden etc. Allein das für *A*, K_1 und *B* aufgefundene Gesetz genügt für sich vollkommen, um die Allgemeinheit des Satzes darzuthun, weil die Gegenpunkte 1, 4 bedingungslos und ebenso willkürlich unter den übrigen vier Punkten die Gegenseiten 23, 56 gewählt wurden, so dass keine Aufeinanderfolge der sechs Punkte ausgeschlossen bleibt. Es erscheint somit allgemein bewiesen der Satz:

In jedem einem Kegelschnitte eingeschriebenen einfachen Sechsecke liegen die drei Schnittpunkte der Gegenseiten in einer Geraden.

§. 3. Der Brianchon'sche Satz.

Es seien, Fig. 2, $T_1 \ldots . T_6$ sechs Tangenten eines Kegelschnittes. Wir betrachten dieselben als Spuren von verticalen

Berührungsebenen der Fläche zweiter Ordnung F, deren Hauptschnitt der in Rede stehende Kegelschnitt ist; — zugleich jedoch paarweise als Contouren dreier, die Fläche F berührender Kegelflächen S_1, S_2, S_3. Beliebige zwei der letzteren, S_1 und S_2 schneiden sich in den zwei Curven zweiten Grades BE, be, und wir gelangen auch zu Punkten derselben mittelst des Kegels S_3 als Hilfsfläche, welcher S_1 in AD, ad und die Kegelfläche S_2 in CF, cf trifft.

Diese vier Curven bestimmen in ihren Durchschnittspunkten V, x, y, z acht paarweise in verticalen Sehnen gelegene Punkte der Durchdringungscurve S_1S_2; zwei Sehnen befinden sich in der Verticalebene BE, zwei in be.

Betrachten wir nun in diesem Constructionsergebnisse die drei in einem dieser Punkte, z. B. V, sich kreuzenden Geraden BE, AD, CF, so verbinden dieselben die Schnittpunkte je zweier Tangenten, und werden erstere als die sechs Endpunkte eines durch die gegebenen Tangenten gebildeten einfachen Sechsseites angesehen, welches alsdann die Seitenfolge $T_1T_2T_3T_4T_5T_6$ besitzt, so stellen AD, BE und CF die drei Hauptdiagonalen desselben vor. Dasselbe folgt für die Kreuzungspunkte x, y und z in den Sechsseiten $T_1T_3T_5T_4T_6T_2$ respective $T_1T_6T_2T_4T_3T_5$ und $T_1T_3T_2T_4T_6T_5$, und es ist sofort auffällig, dass immer jene beiden Tangenten, die einem Kegel zugewiesen wurden, die Gegenseiten im Sechsseite abgeben. Da die paarweise Gruppirung der Tangenten jedoch willkürlich erfolgte, so gilt allgemein:

I n j e d e m e i n e r K e g e l s c h n i t t s l i n i e u m s c h r i e b e n e n e i n f a c h e n S e c h s s e i t e s c h n e i d e n s i c h d i e V e r b i n d u n g s l i n i e n d e r d r e i P a a r e G e g e n e c k e n i n e i n e m P u n k t e.

Es kann hier nicht der Ort sein, auf die Erweiterungen dieser Sätze einzugehen, und soll daher gleich zur Ableitung einiger besonderer Constructionen für Linien zweiter Ordnung übergegangen werden, wie sie eine ähnliche Auffassung der Bestimmungsstücke ergibt.

Beiträge zur Construction von Kegelschnittslinien.

§. 4.

Die Verzeichnung von Kegelschnittslinien aus gegebenen Punkten und Tangenten mit Benützung von Sätzen der Projec-

tionslehre wurde bereits mehrfach versucht. Im 57. Bande der Sitzungsberichte erscheint diese Aufgabe allgemein gelöst im 63. Bande speciell für die Parabel. Für jene Lösungen in diesen Abhandlungen, welche Hilfscurven höherer Ordnung oder auch nur kurze analytische Ableitungen erfordern, folgen hier neue und directe Constructionen, und so auch für den Fall gegebener fünf Punkte, wenn die Collineationsachse durch beliebige zwei dieser Punkte im Vorhinein gewählt wurde. Weiters erschien im 59. Bande die Abhandlung „Ellipsen-Constructionen“ von Prof. R. Staudigl, und im 69. Bande eine Arbeit von Prof. R. Niemtschik, aus welcher durch Specialisirung der Bestimmungsdaten Lösungen von einigen Aufgaben dieser Gruppe erzielt werden.

§. 5. **Gegeben fünf Punkte.**

Sind, Fig. 3, fünf Punkte 1 . . . 5 des Kegelschnittes K gegeben, so lassen sich leicht die Tangenten in zwei beliebigen dieser Punkte 1, 2 gleichzeitig ermitteln. Es sei wieder K der Hauptschnitt einer Fläche zweiter Ordnung F, die hier dadurch vollkommen bestimmt werden soll, dass die Verticalebene 12 einen Kreisschnitt, beziehungsweise eine gleichseitige Hyperbel der Fläche F enthalte, letzteres, wenn K eine Hyperbel ist, und 1 und 2 in verschiedenen Ästen derselben sich befinden.

Der Schnitt 12 kann nun mit K durch zwei congruente, gegen die Zeichnungsfläche symmetrisch gelegene Kegelflächen verbunden werden, welche desshalb zusammenfallende Projectionen besitzen und in ihren Contourerzeugenden die fraglichen Tangenten von K in 1 und 2 liefern.

Zur Auffindung der Kegelspitze wird zu berücksichtigen sein, dass durch jeden der Punkte 3, 4, 5 eine Erzeugende des Kegels geht. Jene des Punktes 5 befindet sich sonach in der Oberfläche eines zweiten Kegels, welcher 5 als Spitze und den Schnitt 12 als Leitlinie besitzt. Das Gleiche gilt von den Erzeugenden der Punkte 3 und 4, welche in Kegeln von derselben Leitlinie 12 und den Spitzen 3, beziehungsweise 4 vorkommen. Die zu suchende Spitze des Kegels 12 K muss sich desshalb als Schnitt dieser drei Kegel 3, 4, 5 ergeben, welche sich gegen

seitig in 12 und weiters in drei verticalen Curven zweiter Ordnung schneiden. Für die Kegel 3 und 4 erhalten wir in den Schnittpunkten der Contourgeraden 41, 23, respective 13, 42 die Punkte A_1 und B_1 der Curve A_1B_1 und ebenso für ein zweites Paar 4, 5 den Schnitt A_2B_2. Der Begegnungspunkt A beider ist also die Projection der verlangten Kegelspitze und zugleich der Vereinigungspunkt der Tangenten der Punkte 1 und 2 des zu zeichnenden Hauptschnittes.

Der Halbirungspunkt ω von 12 gibt, mit A verbunden, den Ort eines Durchmessers von K. Das besprochene Verfahren mit zwei anderen Punkten (von welchen einer mit 1 oder 2 zusammenfallen darf) wiederholt, liefert einen zweiten Durchmesser, also auch den Mittelpunkt von K, welche Curve nun unter alleiniger Anwendung der Affinitätsgesetze construirt werden kann.

Da indess der die Schnitte 12 und K verbindende Kegel vollkommen bestimmt ist, so folgt K auch als Centralprojection von 12 und ist alsdann die Gerade 12 die Spur E_b der Ebene des projicirten Kegelschnittes, A der Hauptpunkt, E_v die Flucht und O, mittelst der Fluchtpunkte v_1, v_2 bestimmt, das umgelegte Centrum.

§. 6. Gegeben fünf Tangenten.

Die Anwendung des für das umschriebene Fünfeck eingerichteten Brianchon'schen Satzes gibt den Berührungspunkt einer Tangente. Wir sind jedoch im Stande, ebenso einfach die Berührungspunkte von zwei Tangenten gleichzeitig zu ermitteln.

Sind, Fig. 4, $T_1 \ldots T_5$ die gegebenen Tangenten einer Curve zweiter Ordnung K, und sollen die Berührungspunkte von T_1 und T_3 gefunden werden, so betrachte man diese Tangenten als Contouren eines der Hilfsfläche F umschriebenen Kegels und suche die verticale Berührungscurve beider Flächen. Zur punktweisen Auffindung der letzteren wähle man zwei der übrigen Tangenten, z. B. T_2 und T_5, als Contouren eines zweiten umschriebenen Kegels. Beide berühren F, haben somit zwei gemeinschaftlich berührende Ebenen und schneiden sich in zwei verticalen Curven zweiter Ordnung CD, BE, die sich im gemeinschaft-

lichen Berührungspunkte X der drei Flächen begegnen. In derselben Weise wie T_2, T_5 können auch T_2, T_4 und T_4, T_5 als Hilfskegel benützt und dadurch für die Berührungscurve der Flächen F, T_1T_3 die Punkte Y und Z erhalten werden. X, Y, Z liegen daher in einer Geraden, welche T_1 und T_3 in den gewünschten Berührungspunkten 1 und 3 trifft. Für die weitere Construction gilt das am Schlusse des vorigen Paragraphen Gesagte vollinhaltlich.

Bemerkung. Der Beweis für die Constructionen der §§. 5 und 6 lässt sich einfach auch mit Hilfe der Sätze der Polarentheorie ableiten.

Zu dem im §. 6 gegebenen Verfahren gelangt man auch durch entsprechende Benützung der im §. 4 citirten Abhandlung Prof. Niemtschik's, und zwar mit denselben Constructionslinien bei verschiedenem Entwicklungsgange.

§. 7. Gegeben vier Tangenten einer Parabel.

Bei dieser Aufgabe ist die Hilfsfläche ein Paraboloid F. Sind $T_1 \ldots T_4$, Fig. 5, die gegebenen Tangenten und sollen die Berührungspunkte von T_1, T_3 gesucht werden, so kann wieder die Berührungscurve 13 von F mit dem Kegel T_1AT_3, welcher seine Spitze in der Ebene des zu zeichnenden parabolischen Hauptschnittes hat, und zwar am zweckmässigsten mit Hilfe zweier horizontaler parabolischer Cylinder, ermittelt werden, welche beziehungsweise zu den zwei anderen Tangenten T_2 und T_4 parallel sind, und F in verticalen Parabeln berühren. Dieselben schneiden desshalb den Kegel A in zwei Paaren von Parabeln, BX, CX und FY, GY, parallel zu T_1, respective T_3, und je zwei in demselben Flächenpaare gelegene Curven begegnen sich in den Punkten X und Y der verlangten Berührungscurve $1X3Y$. Fasst man die Constructionslinien ohne Rücksicht auf ihre räumliche Bedeutung ins Auge, so ergibt sich der Satz: Um die Berührungspunkte von zwei Tangenten einer Parabel, welche durch vier Tangenten gegeben ist, zu bestimmen, ergänze man die zwei Dreiecke, welche von jeder der beiden anderen Tangenten und den beiden ersteren zusammen gebildet werden, so zu Parallelogrammen, dass die zugewählte dritte Tangente eine Diagonale

enthält, und verbinde die erhaltenen vierten Ecken der Parallelogramme durch eine Gerade. Diese enthält die gewünschten Berührungspunkte.

Es braucht wohl kaum weiter ausgeführt zu werden, dass der Schnitt Z von BF und CG gleichfalls in der Geraden XY liegen muss, und dass in $A\omega$ ($1\omega = 3\omega$) die Achsenrichtung, endlich in M ($AM = M\omega$) der im Durchmesser $A\omega$ liegende Scheitel mit zu 13 paralleler Tangente gefunden ist.

§. 8. Gegeben vier Punkte und eine Tangente.

Es seien 1, 2, 3, 4, Fig. 6, und T die gegebenen Daten. Wir wollen uns zunächst die Aufgabe stellen, die Tangenten in zwei der gegebenen Punkte, z. B. in 1, 2 zu ermitteln. Unsere Hilfsfläche sei bestimmt durch den zu suchenden Kegelschnitt K als Hauptschnitt und den als Kreis K_1, respective als gleichseitige Hyperbel, gewählten Verticalschnitt 12, welcher, wie im §. 5, mit K durch eine Kegelfläche verbunden werde; es handelt sich nun offenbar um die Bestimmung des Mittelpunktes dieser letzteren.

Wird K_1 einmal mit 3, das andere Mal mit 4 durch Kegel verbunden, so durchdringen sich diese beiden noch in einer zweiten verticalen Curve zweiter Ordnung AB, die einen geometrischen Ort der gesuchten Kegelspitze KK_1 abgibt. Die Tangente T bestimmt eine Berührungsebene dieses Kegels, deren Spur auf der Verticalebene 12 die Curve K_1 berühren und durch den Schnittpunkt t von 12 und T hindurchgehen muss. Da die Berührungsebene aber auch die Kegelspitze KK_1 enthält, so befindet sich diese im Schnitte der ersteren mit der Curve AB.

Behufs einfacher Durchführung der Construction nehmen wir die Zeichnungsfläche als horizontale, die Verticalebene 12 als zweite Projectionsebene an, und legen letztere sammt K_1 in die Zeichnungsfläche; es sind dann Tt, th die Spuren der Berührungsebene, AB die Horizontalspur der projicirenden Curvenebene AB, folglich ihre Verticalspur in F senkrecht auf 12. Wir können somit leicht den Schnitt beider Ebenen und die in denselben fallenden Punkte der Curve AB auffinden, woraus ersichtlich, dass im Allgemeinen zwei Lösungen der gestellten Aufgabe

bestehen. — Dies geschieht am einfachsten dadurch, dass man die Curve AB aus 3 oder 4 in jene K_1 central projicirt. Die Schnittlinie der letztgenannten Ebenen Tth, $BAFH$, ebenfalls aus 3 in die Ebene 12 projicirt, gelangt nach $HRMN$. (Der Schnittpunkt H der Verticalspuren bleibt fix, jener H der Horizontalspuren gelangt nach R.) Sie schneidet daselbst K_1 in M und N, deren Horizontalprojectionen m und n, aus 3 nach A_1 und A_2 in die Gerade AB zurückgeführt, daselbst die Projectionen der verlangten Kegelspitzen KK_1, d. s. auch die Vereinigungspunkte der Tangenten in 1 und 2 für beide Lösungen der Aufgabe bestimmen.

§. 9. Zweite Lösung derselben Aufgabe.

Anstatt der Tangenten in zwei der gegebenen Punkte lassen sich auch die Berührungspunkte der gegebenen Tangente T, Fig. 7, an die beiden resultirenden Kegelschnitte einfach direct ermitteln.

Zu diesem Zwecke werde als Hilfsfläche zweiter Ordnung F ein elliptisches Hyperboloid gewählt. Im Laufe der Construction zeigt es sich sofort, ob der elliptische oder hyperbolische Hauptschnitt der Fläche in der Zeichnungsfläche liegt, d. h. ob die Lösungen der Aufgabe Ellipsen oder Hyperbeln werden. Die verticale Berührungsebene der Fläche F, deren Spur T ist, schneidet letztere nach zwei zur Projectionsebene symmetrischen Geraden, die sich im Berührungspunkte der Ebene mit der Fläche F begegnen, in der Zeichnung daher den Berührungspunkt der Tangente T mit dem Hauptschnitte K der Fläche liefern werden. Für jede dieser Geraden sollen nun aus den gegebenen Daten zwei Punkte abgeleitet werden.

Wir theilen beliebig die vier gegebenen Punkte in zwei Paare 1, 2 und 3, 4 und führen durch jedes Paar die verticalen Schnittebenen der Fläche F. Zweckmässig ist hiebei zu beachten, dass die Schnittpunkte p und q von 12 und 34 mit T auf die Zeichnungsfläche fallen. Diese Schnitte von F werden offenbar von der Ebene T in je zwei Punkten getroffen, welche den Schnittgeraden von T und F angehören. Weil F vorläufig unbestimmt ist, kann noch angenommen werden, dass 12 ein Kreis

oder eine gleichseitige Hyperbel sei, je nachdem p innerhalb oder ausserhalb der Strecke 12 fällt.

Die in die Ebene T fallenden Punkte von 12 sind, um die Spur 12 in die Bildfläche gedreht, in P_1 und P_2 leicht bestimmt (die beiden Halbkreise über den Durchmessern $1\omega 2$ und $p\omega$ treffen sich in m und liefern die Ordinatenlänge $mp = pP_1 = pP_2$ im Fusspunkte p).

Für den anderen Schnitt 34 muss beachtet werden, dass er durch die Annahme von 12 vollkommen bestimmt ist. Die Ordinaten seiner in die Ebene T fallenden Punkte lassen sich jedoch leicht mittelst der Curve 12 auffinden, welche mit 34 durch den Kegel S verbunden wird, mithin als Centralprojection von 34 aus S erscheint. q projicirt sich hiebei nach q', zu q' findet man wie früher die Ordinatenlänge $q'n'$ von 12, welche mittelst des Strahles $n'Sn$ auf die zu $q'n'$ Parallele qn zurückgeführt ist. Die um die Spur T in die Zeichnungsfläche gelegten Schnittpunkte der Curve 34 mit der Ebene T sind somit Q_1, Q_2 ($qQ_1 = qQ_2 =$ $= qn$), und daher sind die umgelegten Schnittgeraden der Fläche F mit der Verticalebene T entweder die Verbindungslinien P_1Q_1, P_2Q_2 oder jene P_1Q_2, P_2Q_1. Sie bestimmen in der Geraden T die gesuchten Berührungspunkte I, II für beide Lösungen der Aufgabe.

Bemerkung. Die neuere Geometrie löst bekanntlich vorstehende Aufgabe mit Hilfe der Sätze der Involutionstheorie. Die in dieser Abhandlung gegebenen Methoden sind meines Wissens die einzigen, welche rein geometrisch und ohne Benützung der neueren Geometrie das Problem lösen.

§. 10. Gegeben vier Punkte einer Parabel.

Dieser Fall, offenbar ein Specialfall des eben behandelten, sei hier nur kurz besprochen. Es sollen die Tangenten der Punkte 1 und 2, Fig. 8, ermittelt werden.

Die Hilfsfläche F soll jetzt ein elliptisches Paraboloid und 12 ein verticaler Kreisschnitt K_1 desselben sein. Letzterer liefert, aus 3 und 4 projicirt, zwei Kegel, die sich noch im Kegelschnitte AB, als geometrischen Ort für die Spitze jenes Kegels S, der die Parabel 1234 mit K_1 verbindet, durchdringen. Da S eine hori-

zontale Parabel als Leitlinie besitzt, so muss eine seiner Berührungsebenen horizontal sein und im Schnitte mit der Curve AB den Mittelpunkt von S bestimmen. AB wird aus 3 in den Kreis K_1 projicirt, und die bezeichnete Schnittlinie der Berührungsebene mit der Verticalebene AB ergibt sich alsdann, — in die Ebene 12 projicirt und in die Zeichnungsfläche um die Spur 12 gedreht, — in aMN, welche Gerade auf den Schnittpunkt a von 12 mit der aus 3 zu AB Parallelen $3a$ zugeht und im Schnittpunkte der Spuren 12, AB die Ordinate $1\omega = 2\omega$ besitzt; in vorliegender Figur jedoch durch zwei in den Verticalebenen $31A$, $32B$ befindliche Punkte c, d aufgefunden wurde. ($AC = BD = 1\omega$ und parallel zu 12, $1\gamma = 1c$, $2\delta = 2d$.)

Die Gerade acd schneidet K_1 in M und N. Die Horizontalprojectionen dieser Punkte, m und n, sind nun aus 3 in die Gerade AB nach A_1 und A_2 zu projiciren. Die Axenrichtungen der beiden den Bedingungen der Aufgabe entsprechenden Parabeln sind $A_1\omega$, $A_2\omega$ und S_1S_2 die bezüglichen Scheitel mit zu 12 parallelen Tangenten ($\omega S_1 = S_1A_1$; $\omega S_2 = S_2A_2$; $\omega 1 = \omega 2$).

§. 11. Gegeben vier Tangenten und ein Punkt.

Für diese Aufgabe sei hier eine interessante Lösung bloss angedeutet, welche der im §. 9 gegebenen reciprok gegenübersteht und sohin die Tangente des gegebenen Punktes liefert.

Es seien T_1, T_2, T_3, T_4 und der Punkt 1 die den Kegelschnitt bestimmenden Daten. Die Tangenten sollen in obiger Aufeinanderfolge ein einfaches Vierseit mit den Ecken A, B, C, D bilden. Der Kegelschnitt stelle den Hauptschnitt K eines elliptischen Hyperboloides F dar. Man theile die Tangenten in zwei Paare T_1T_4, T_2T_3 und betrachte sie alsdann als Contourerzeugende zweier die Fläche F berührender Kegel, die sich im verticalen Kegelschnitte AC (und A_1C_1) durchdringen. AC kann noch, weil bisher F unbestimmt ist, als Kreis oder gleichseitige Hyperbel festgesetzt werden, je nachdem der Punkt 1 ausserhalb oder innerhalb des Trapezes $ABCD$ sich vorfindet.

Um die Tangente in 1 zu erhalten, werde aus 1 an F eine berührende Ebene E gelegt und deren Spur auf der Zeichnungs-

fläche gesucht. Diese Ebene *E* schneidet *F* in zwei zur Horizontalebene symmetrischen Geraden, die nun durch zwei Punkte derart bestimmt werden sollen, dass wir an die beiden Kegel *B*, *D* aus 1 Berührungsebenen führen und die Spuren derselben auf der Verticalebene *AC* suchen, zu welchem Behufe blos 1 mit *B* und *D* zu verbinden und bis zum Schnitte *M*, *N* mit *AC* gezogen werden braucht.

Die aus letzteren Punkten an die umgelegte gemeinschaftliche Basiscurve beider Kegel gezogenen Tangenten stellen die centralen Projectionen der beiden zu suchenden Schnittgeraden von *E* und *F* auf der Ebene *AC* vor, in Bezug auf die Centra *B* und *D*. Wo sich also diese Tangenten begegnen, sind jene Punkte besagter Geraden gefunden, in welchen sie die Ebene *AC* schneiden, und diese Punkte sind daher blos in ihren horizontalen Projectionen zu bestimmen, um mit 1 verbunden die zu zeichnenden Tangenten für beide Lösungen der gestellten Aufgabe zu geben.

§. 12. Gegeben eine durch den Mittelpunkt des Kegelschnittes gehende Gerade *MN* nebst ihrer conjugirten Richtung *R* und

a) drei Punkte.

Zu jedem der drei gegebenen Punkte 1, 2, 3 findet sich zur entgegengesetzten Seite von *MN* in entsprechend gelegener 1′2′3′ in der Richtung von *R* und in gleichem Abstande von *MN*. Es sind also sechs Punkte bekannt und kann der Kegelschnitt nach §. 5 gezeichnet werden, wobei zu bemerken ist, dass, weil die Tangenten zweier gegenüberstehender Punkte sich in *MN* vereinigen, zu ihrer Bestimmung ein einziges Kegelpaar ausreicht. Trotzdem erscheint es vortheilhafter nach dem allgemeinen Verfahren (§. 5) die Tangenten in zwei der gegebenen drei Punkte so zu bestimmen, dass man den dritten Punkt 3 und die beiden Punkte 1′, 2′ als Kegelmittelpunkte wählt, und zwar 1′, 2′ für das eine, 3 mit 1′ oder mit 2′ für das andere Paar. Hiedurch ist in einfachster Weise ein zweiter Durchmesser und somit in *MN* der Mittelpunkt der Curve gefunden, welch' letztere sodann nach den Gesetzen der Affinität rasch verzeichnet ist.

b) Drei Tangenten.

Die gegebenen Tangenten $T_1 T_2 T_3$ liefern, in der Richtung R zu MN schief symmetrisch übertragen, drei weitere Tangenten $T_1' T_2' T_3'$, und für diese finden sich nach §. 6 die Berührungspunkte, wobei das unter *a)* Bemerkte, entsprechend modificirt, gleichfalls Giltigkeit besitzt.

c) Zwei Punkte und eine Tangente.

Für diesen Fall sei eine Lösung besprochen, welche mit der im §. 9 gegebenen in Uebereinstimmung steht.

Es seien 1, 2, T, Fig. 9, die Constructionsdaten. Der Kegelschnitt K werde als Hauptschnitt eines Hyperboloides F gedacht, welches MN als zu den verticalen Schnitten R conjugirten Durchmesser hat. Diese Schnitte selbst seien entweder Kreise oder gleichseitige Hyperbeln, je nachdem der zu zeichnende Kegelschnitt eine Hyperbel oder Ellipse ist.

Die Fläche F wird von der verticalen Ebene T in zwei Geraden geschnitten, und für diese liefern die beiden Hilfsschnitte $1p$, $2q$, $(//R)$, welche um ihre Spuren in die Zeichnungsfläche nach K_1, K_2 gelegt wurden, je zwei Punkte $P_1 P_2$, $Q_1 Q_2$. Anstatt diese Punkte um T in die Projectionsebene zu drehen, können P_1, P_2, Q_1, Q_2 selbst als die schiefen Projectionen der in der Ebene T gelegenen Punkte angesehen werden, wenn nämlich die projicirenden Strahlen senkrecht auf R und unter 45° geneigt gedacht werden. Alsdann ist auch entweder $P_1 Q_1$ oder $Q_1 P_2$ einer der Hilfsschnitte von T und F in schiefer Projection, und sein Schnitt mit T der gesuchte Berührungspunkt I oder II der Tangente T mit K.

Es soll hier noch gezeigt werden, wie sich unsere Methode für die weitere Verzeichnung des Kegelschnittes verwerthen liesse. Eine beliebige zu R parallele Verticalebene W schneidet die Geraden $Q_1 P_1$, $Q_1 P_2$ im Raume in der aus r auf R Senkrechten $rR_1 R_2$, und da R_1 und R_2 auch der Fläche F angehören, welche von W in einem Kreise (respective gleichseitigen Hyperbel) geschnitten wird, so ist diese Curve über den in MN liegenden Mittelpunkte ω zu ziehen und liefert, einmal durch R_1, das andere Mal durch R_2 gehend, die Scheitel a, b und a', b' als die in die

Spur W fallenden Punkte des Hauptschnittes K. Mit Benützu weiterer Sätze der Projectionslehre bestimmen sich nun einfa auch die Tangenten dieser Punkte.

Für W im Unendlichen ergeben sich die Asymptote richtungen eines hyperbolischen Hauptschnittes und die Asym toten selbst.

d) Zwei Tangenten und ein Punkt.

Für diesen Fall ist das im §. 11 enthaltene Verfahren Anwendung zu bringen, das sich indess hier wesentlich verei facht und die Tangente des gegebenen Punktes für bei Lösungen der Aufgabe liefert.

er-
res
des
lli

ben

pril
er,
eten

für
ion“

vor:
der
dl-

lons
ien.
ick-
von

Über
der

luj,
Über

Spu
weit
auc

rich
tote

Anw
fach
Lös

X. SITZUNG VOM 15. APRIL 1875.

Der Präsident gibt Nachricht von dem schmerzlicl
luste, den die Akademie durch das heute erfolgte Ableb
Generalsecretärs und Secretärs der mathem.-naturw. Cla
Herrn Ministerialrathes Dr. A. Schrötter Ritter von Kr
erlitten hat.

Sämmtliche Anwesende geben ihrem Beileide durch
von den Sitzen Ausdruck.

Herr Custos Th. Fuchs zeigt mit Schreiben vom
an, dass er am 5. April in Begleitung des Herrn Al. B
seine geologische Forschungsreise nach Griechenland an
gedenke.

Herr Regrth. Dr. E. Mach in Prag übersendet
den Anzeiger bestimmte Notizen: „Über anomale Dis
und „über das Gleiten des elektrischen Funkens".

Der Präsident legt folgende eingesendete Abhandlun

1. „Über einen neuen directen Beweis für die Rota
   Erde", vom Herrn Landwehr-Hauptmann Franz v
   mayer-Seefeld in Graz.
2. „Über die Quelle und den Betrag der durch Lu
   geleisteten Arbeit", von Herrn Joseph Popper
3. „Versuche über die Ausscheidung von gasförmige
   stoff aus den im Körper umgesetzten Eiweisstoff
   den Herren Prof. J. Seegen und Dr. J. Nowak.

Herr Prof. Dr. V. v. Lang legt eine Abhandlung
die Abhängigkeit der Circularpolarisation des Quarzes
Temperatur" vor.

Derselbe legt ferner eine Abhandlung des Herrn J
Assistenten an der k. k. Marine-Akademie in Fiume, voı

einen Apparat zur Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalentes".

„Herr Hofrath Dr. E. R. v. Brücke überreicht eine im physiologischen Institute der Wiener Universität durchgeführte Arbeit des Herrn Johann Horbaczewski: „Über den *Nervus Vestibuli*".

Herr Regrth. Dr. C. v. Littrow legt eine Abhandlung des Herrn Dr. J. Holetschek, „Über die Bahn des Planeten (111) Ate" vor.

Herr Prof. Dr. Julius Hann übergibt eine Abhandlung, betitelt: „Untersuchungen über die Veränderlichkeit der Tagestemperatur".

Herr Prof. Dr. Adolf Lieben überreicht die dritte Fortsetzung seiner Abhandlung: „Über Synthese von Alkoholen mittelst gechlorten Äthers".

Herr Dr. Cornelio Doelter legt eine Abhandlung: „Über die Vulcangruppe der pontinischen Inseln" vor.

Herr Dr. O. Bergmeister, Privatdocent der Augenheilkunde an der Wiener Universität, überreicht eine Abhandlung, betitelt: „Beitrag zur vergleichenden Embryologie des Coloboms".

Herr Dr. Sigmund Exner übergibt eine von ihm gemeinschaftlich mit Herrn Dr. E. Call verfasste Abhandlung: „Zur Kenntniss des Graaf'schen Follikels und des *Corpus luteum* beim Kaninchen".

Herr Prof. Dr. Jos. Boehm legt eine Abhandlung: „Über die Function des Kalkes bei Keimpflanzen der Feuerbohne" vor.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Académie des Sciences, Belles-Lettres & Arts de Lyon: Mémoires. Classe des Lettres. Tome XVe. Paris & Lyon 1870—1874; Classe des Sciences. Tome XXe. Paris & Lyon, 1873—1874; gr. 8°.

American Chemist. Vol. V. Nr. 8. New York, 1875; 4°.

Apotheker-Verein, Allgem. österr.: Zeitschrift (nebst Anzeigen-Blatt). 13. Jahrgang, Nr. 10—11. Wien, 1875; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXXX, Nrs. 11—12. Paris, 1875; 4°.

Gesellschaft, k. k. geographische, in Wien: Mittheilungen. Band. XVIII (neuer Folge VII), Nr. 3. Wien, 1875; 8⁰.

— österr., für Meteorologie: Zeitschrift. X. Band, Nr. 7. Wien, 1875; 4⁰.

— Astronomische, zu Leipzig: Vierteljahresschrift. IX. Jahrgang, 3. & 4. Heft. Leipzig, 1874; 8⁰.

— physikalisch-medicinische zu Würzburg: Sitzungsberichte für das Gesellschaftsjahr 1873/4. 8⁰. — Festrede zur Feier des 25jährigen Bestehens der Gesellschaft, gehalten am 8. December 1874 von A. Kölliker. 8⁰.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXXVI. Jahrgang. Nr. 14—15. Wien, 1875; 4⁰.

Landbote, Der steirische. 8. Jahrgang, Nr. 7. Graz, 1875; 4⁰.

Landwirthschafts-Gesellschaft, k. k., in Wien: Verhandlungen und Mittheilungen. Jahrgang 1875, März-Heft. Wien; 4⁰.

Luvini, Giovanni, Proposta di una sperienza, che può risolvore in modo decisivo la questione: Se l'etere nell' interno de corpi sia con questi collegato e li segua ne' loro moviment totalmente, parzialmente o punto. Torino, 1875; 8⁰. — Equazione d'equilibrio di una massa gassosa sotto l'azione della sua elasticità e della forza centrifuga. Torino, 1875; 8⁰.

Moniteur scientifique du D^teur^ Quesneville. 400ᵉ Livraison. Paris, 1875; 4⁰.

Müller, Felix, Studien über Mac Laurin's geometrische Darstellung elliptischer Integrale. Berlin, 1875; 4⁰.

Nature. Nrs. 283—284, Vol. XI. London, 1875; 4⁰.

Osservazioni delle meteore luminose nel 1874—75 & 1875—76. Anno V—VI. Kl. 8⁰.

Pochmann, Emanuel, Die Ursachen und die Entstehung der Blattern-Epidemie, sowie ihre Verhütung. Prag, 1875; 8⁰.

Reichsanstalt, k. k. geologische: Verhandlungen. Jahrgang 1875, Nr. 4—5. Wien; 4⁰.

Reichsforstverein, österr.: Österr. Monatsschrift für Forstwesen. XXV. Band. Jahrgang 1875. April-Heft. Wien; 8⁰.

„Revue politique et littéraire" et „Revue scientifique de la France et de l'étranger." IVᵉ Année, 2ᵐᵉ Série, Nrs. 40—41. Paris, 1875; 4⁰.

Société d'Agriculture, Histoire naturelle et Arts utiles de Lyon: Annales. IVe Série. Tomes IVe (1871) & V^e (1872.) Avec un Atlas. Lyon & Paris, 1872 & 1873; kl. 4°.

— Linnéenne de Lyon: Annales. Année 1873 (Nouvelle Série). Tome XXe. Lyon & Paris, 1874; kl. 4°.

— Linnéenne du Nord de la France: Bulletin mensuel. 3e Année. 1875. Nrs. 33—34. Amiens; 8°.

Society, The Royal of New South Wales: Transactions for the Year 1872. Sydney, 1873; 8°.

Verein, Naturwissenschaftlicher, zu Magdeburg: Abhandlungen. Heft 6. Magdeburg 1874; 8°. — V. Jahresbericht. Nebst den Sitzungsberichten aus dem Jahre 1874. Magdeburg, 1875; kl. 8°.

Vierteljahresschrift, österr., für wissenschaftl. Veterinärkunde. XLIII. Band, 1. Heft. Wien, 1875; 8°.

Wiener Medizin. Wochenschrift. XXV. Jahrgang, Nr. 14—15. Wien, 1875; 4°.

Über Kältemischungen im Allgemeinen und speciell über jene aus Schnee und Schwefelsäure.

Von dem c. M. **Leopold Pfaundler.**

(Mit 1 Tafel.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 1. April 1875.)

Die in der physikalischen Literatur vorfindlichen Angaben über Kältemischungen sind höchst dürftig. Nirgends findet man quantitative Daten über die absorbirbare Wärmemenge, selten solche über das erreichbare Temperaturminimum. In der Regel lautet die Angabe nur dahin, dass irgend ein Gemisch nach den und den Verhältnissen von der Anfangstemperatur t auf die Endtemperatur t' gebracht werden könne.

Man weiss also nicht, welche der Mischungen zur Erreichung irgend eines Zweckes am geeignetsten ist, da offenbar jene Mischungen oder Mischungsverhältnisse, welche irgend eine sehr niedere Temperatur erreichen lassen, deshalb nicht auch diejenigen sind, welche bei weniger niederen Temperaturen am meisten abkühlend wirken.

Um den Werth einer Kältemischung beurtheilen zu können, müssen also folgende Daten bekannt sein:

1. Dasjenige Mischungsverhältniss, welches die tiefste Temperatur hervorbringt und die Höhe dieses Minimums (Intensität der Kältemischung).
2. Für jede andere, weniger niedere Temperatur, das günstigste Mischungsverhältniss, d. h. jenes, welches bei oder bis zu dieser Temperatur am meisten Wärme absorbiren kann, und die Menge der letzteren (Abkühlungswerth der Mischung für die betreffende Temperatur).
3. Für praktische Verwendungen muss ferner noch bekannt sein, ob die äusserlichen Eigenschaften der Kältemischung

für den Gebrauch günstige sind, welchen Preis die Materialien vor und nach der Anwendung besitzen, eventuell wie hoch sich die Wiederherstellungskosten derselben belaufen, damit man die relativen Kosten einer absorbirten Calorie daraus berechnen könne. Endlich kann in speciellen Fällen die Transportabilität und Compendiosität, verbunden mit der Eigenschaft leichter und sicherer Aufbewahrung, sehr ins Gewicht fallen.

Für Kälteerzeugung im Grossen dürften wohl die Kältemischungen weniger in Betracht kommen, da hiezu die mit Dampf betriebenen Äther-, Ammoniak- und Luftexpansions-Eismaschinen vortheilhafter erscheinen, bei welchen durch positive Verwandlungen von Arbeit die negative der Überführung der Wärme aus einem kälteren in einen wärmeren Körper ermöglicht wird. Von vornherein lässt sich aber ein theoretischer Vortheil dieser Verfahrungsweisen nicht behaupten, denn da die hiebei aufgewendete Arbeit in der Dampfmaschine aus chemischer Spannkraft gewonnen wird, wobei ein Theil des Energievorrathes in das Kühlwasser übergehen muss, so reducirt sich hier die Kältequelle auf denselben Ursprung, wie bei den Kältemischungen. Ob man also durch Verbrennung von Kohle die Dampfmaschine heizt, welche eine Ätherkältemaschine bewegt, oder ob man dieselbe Kohle zur Abdampfung und Wiedergewinnung der Salze verwendet, die man zur Kältemischung gebraucht hatte, ist von vorn herein dieselbe Ausgabe, und es bedarf erst einer Untersuchung, um ausfindig zu machen, welche Methode die vortheilhaftere ist. Es wird das diejenige sein, welche durch den mindesten Aufwand von uncompensirten positiven Verwandlungen den grössten Werth negativer Verwandlung in Form von Abführung der Wärme aus einem kälteren Körper in einen wärmeren hervorbringt.

Sollten auch die Kältemischungen zur fabrikmässigen Kälteerzeugung nicht tauglich erscheinen, so dürfte die Eigenschaft der Transportabilität ihnen stets einen gewissen Werth verleihen. Der Physiker und Chemiker, der Reisende in heissen Ländern, der Chirurg auf dem Schlachtfelde besitzt in der Kältemischung oft das einzige Mittel zur Erreichung seines Zweckes.

Welche Mischung ist nun hiefür die vortheilhafteste? welche die billigste? welche die transportabelste oder compendiöseste?

Zur Beantwortung dieser Fragen fehlen, wie erwähnt, alle Anhaltspunkte. Die mitgetheilten Salzgemische tragen schon in der Einfachheit ihrer Zahlenverhältnisse den Stempel der willkürlichen Auswahl an sich.

Vor Allem wird man zwei Fälle zu unterscheiden haben, je nachdem es sich um Ausgangstemperaturen unter 0° oder solche über 0° Cels. handelt, da im ersteren Falle vorzugsweise die mit Schnee und Eis, im letzteren Falle die ohne solches herzustellenden Mischungen in Betracht kommen.

Ich beabsichtige, nach und nach die sich darbietenden Kältemischungen nach diesen Gesichtspunkten zu untersuchen, und theile diesmal die Resultate bezüglich einer derselben — nämlich jener aus Schnee und Schwefelsäure — mit, nicht weil ich dieselbe für hervorragend praktisch verwendbar halte, sondern weil zu ihrer Berechnung alle Daten bereits gegeben sind und sie mir in mehrfacher Hinsicht besonders interessant erscheint.

Es ist bisher nur bekannt, dass Schnee mit concentrirter Schwefelsäure Wärme, mit verdünnter Säure Kälte entwickelt.

Sowohl der Grenzpunkt der Concentration für diese entgegengesetzten Wirkungen, als auch das Maximum der Wärmeentwicklung, das Maximum der Temperatur, das erreichbare Minimum derselben, die Maxima der bei verschiedenen Temperaturen absorbirbaren Wärmemengen und die diesen Bedingungen entsprechenden Mischungs- und Concentrationsverhältnisse sind fast ganz unbekannt.

Die Berechnung dieser Werthe ist eines der instructivsten Beispiele aus dem Gebiete der Calorimetrie, weil eine ganze Reihe von Beziehungen aus der Wärmelehre dabei zur Anwendung kommen.

Um obige Werthe berechnen zu können, muss nämlich Folgendes bekannt sein:

1. Das empirische Gesetz für die Wärmeentwicklung beim Mischen der Schwefelsäurehydrate mit Wasser.
2. Die Molecularwärmen der Schwefelsäurehydrate.
3. Die Erstarrungstemperatur der Schwefelsäure bei verschiedenen Concentrationen.

4. Die latente Schmelzwärme des Eises.
5. Die specifische Wärme des Eises.

Die Daten der Punkte 1, 2 und 3 habe ich meinen darauf bezüglichen Publicationen[1] entnommen. Für die latente Schmelzwärme des Eises benützte ich Bunsen's Werth $\lambda = 79 \cdot 4$, für die specifische Wärme des Eises den Werth 0·5.

A. Kältemischungen aus Schnee und Schwefelsäuremonohydrat.

1. Welche Menge Wärme (Kälte als negative Wärme gerechnet) entsteht beim Mischen Eines Moleculs (98 Grm.) Schwefelsäuremonohydrat mit n Moleculen Schnee?

(Bei allen folgenden Rechnungen wird stets eine Anfangstemperatur $= 0°$ für Säure und Schnee vorausgesetzt.) Die gesuchte Wärme ist gleich der Verbindungswärme der Schwefelsäure mit dem Wasser, weniger der latenten Schmelzwärme des Schnees.

Die Verbindungswärme hat zuerst J. Thomsen durch die Formel

$$w = \frac{nB}{n+A}$$

dargestellt; ich habe aus meinen Versuchen für die Constanten die Werthe

$$A = 1 \cdot 588, \quad B = 17920$$

abgeleitet. Gilt diese Ableitung auch zunächst nur für die Werthe von $n = 1$ bis 7, und für den Schlusswerth $n = 119$, so ist doch eine angenäherte Giltigkeit auch für die mittleren Werthe anzunehmen.

Die Schmelzwärme eines Moleculs Schnee will ich mit L bezeichnen. Es ist $L = 18 \times 79 \cdot 4 = 1429 \cdot 2$.

Man hat dann die ganze Wärmemenge (die auch negativ, also Kälte sein kann), die beim Mischen von 1 Molecul SO_4H_2

[1] Siehe diese Berichte Jännerheft S. 1 und Februarheft S. 1.

mit n Molecülen Schnee frei wird:

$$W = \frac{nB}{n+A} - nL = \frac{17920\,n}{n+1\cdot588} - 1429\cdot2\,n. \qquad \text{I)}$$

Die nachfolgende Tabelle enthält in der ersten Columne eine Reihe angenommener Werthe von n, in der zweiten die zugehörigen von $\frac{nB}{n+A}$, in der dritten die von nL, in der vierten die Differenzen $W = \frac{nB}{n+A} - nL$; die übrigen Columnen finden weiter unten ihre Erwähnung.

Tabelle I.

n	$\frac{Bn}{A+n}$	nL	$\frac{Bn}{A+n} - nL$	m	t	τ
0·5	4291	715	+ 3576	41·2	86·8	
1	6924	1429	+ 5495	50·5	112·3	
1·5	8705	2144	+ 6561	57·6	113 9	
2	9989	2858	+ 7131	63·1	113·0	
2·5	10959	3573	+ 7386	70·4	104·9	
2·874	11542	4107	+ 7435	—	—	
3	11718	4288	+ 7430	78·1	95·1	
3·5	12327	5002	+ 7325	85·7	85·4	
4	12828	5717	+ 7111	93·3	76·2	
4·5	13245	6431	+ 6814	100·9	67·5	
5	13601	7146	+ 6455	108·4	59·6	
6	14169	8575	+ 5594	126·7	44·2	
7	14606	10004	+ 4602	145·0	31·7	
8	14952	11434	+ 3518	163·3	21·5	
9	15231	12863	+ 2368	181·6	13·3	
10	15650	14292	+ 1172	199·9	5·9	
10·950	15650	15650	0	—	0	
11	15659	15721	— 62	218·2	— 0·3	—45·2
12	15826	17150	— 1324	236 5	— 5·6	—36·8
13	15901	18580	— 2679	254·8	—10·5	—31·7
14	16094	20009	— 3915	273·1	—14·3	—27·9
15	16204	21438	— 5234	291·4	—17·9	—24·8
16	16302	22867	— 6565	309·7	—21·2	—22·2
17	16389	24296	— 7907	328·0	—24·1	—20·4
18	16467	25726	— 9259	346·3	—26·7	—18·9
19	16538	27155	—10617	364·6	—29·1	—17·6
20	16601	28584	—11983	382·9	—31·3	—16·4

Man ersieht aus dieser Tabelle, dass z. B. 1 Molecül SO_4H_2 mit 1 Molecül Schnee gemischt 5495 WE. entwickelt, dass auch mit 10 Molecülen Schnee immer noch etwas Wärmeüberschuss zu Stande kommt, bei 11 Molecülen Schnee dagegen schon ein wenig Kälte entsteht.

2. Mit wie viel Schnee muss Schwefelsäuremonohydrat gemischt werden, damit weder Wärme noch Kälte entsteht?

Nach dem Vorigen liegt dieser Werth zwischen 10 und 11 Molecülen Schnee. Die Gleichung I) zeigt nach der Umformung in

$$W = \frac{nL}{A+n}\left(\frac{B}{L} - A - n\right),$$

dass $W = 0$ wird, wenn

$$n = \frac{B}{L} - A = \frac{17920}{1429 \cdot 2} - 1 \cdot 588 = 10 \cdot 95.$$

Also bei 10·95, d. i. sehr nahe bei 11 Molecülen Schnee halten sich Wärmeentwicklung und W-Verbrauch das Gleichgewicht. In Gewichtsmengen beträgt dies 2·015 Gew. Th. Schnee auf 1 Theil Monohydrat.

3. Welches Mischungsverhältniss von Schnee und Monohydrat bringt die grösste Wärmemenge hervor und wie gross ist diese?

Durch Differentiation des Ausdruckes I) nach n und Nullsetzung des Differentialquotienten erhält man

$$\frac{dW}{dn} = \frac{AB}{(A+n)^2} - L = 0,$$

daraus folgt:

$$n = \sqrt{\frac{AB}{L}} - A = \sqrt{\frac{1 \cdot 588 \times 17920}{1429 \cdot 2}} - 1 \cdot 588 = 2 \cdot 874.$$

Die grösste Wärmeentwicklung entspricht also dem Verhältniss:

In Molecülen . . . . 1 Mol. Säure
2·874 „ Schnee,
in Gewichtsmengen . . . . 1 Gewichtsth. Säure
0·528 „ Schnee

Substituirt man 2·874 für n in I), so erhält man den Maximalwerth

$$W = \frac{2{\cdot}874 \times 17920}{1{\cdot}588 + 2{\cdot}874} - 2{\cdot}874 \times 1429{\cdot}2 = 7435 \; WE.$$

Die bisherigen Resultate lassen sich sehr übersichtlich in graphischer Weise darstellen. In Fig. 1 der Tafel stellt die Curve *omnr* durch ihre Ordinaten die Wärmemengen dar, welche ein Molecül Monohydrat beim Mischen mit der auf der Abscisse aufgetragenen Anzahl Molecüle Schnee entwickelt.

Die Gerade Oz repräsentirt die durch das Schmelzen des Schnees latent gewordenen Wärmemengen. Die Differenzen der ersteren Ordinaten und der letzteren, also z. B. die gestrichelten Linienstücke a_1b_1, a_2b_2, a_3b_3 repräsentiren daher die Reste der Wärmeentwicklung. Beim Abscissenpunkte 11 ist diese Differenz $= 0$, dann wechselt sie das Zeichen, und die ganz ausgezogenen Stücke c_1d_1, c_2d_2, c_3d_2.. stellen nun Kältemengen vor.

Offenbar erhält man das Maximum der Wärmeentwicklung, indem man parallel mit Oz eine Tangente an die Curve zieht. Die Abscisse des Berührungspunktes gibt den Ort des Maximums und die Differenz der Ordinaten die Grösse derselben.

Diese Construction erlaubt aber noch weitere Operationen. Würde man z. B. vom Punkte b_1 eine Horizontale ziehen, so repräsentirten die von dieser neuen Abscissenaxe aufwärts gemessenen Ordinaten der Curve die Wärmemengen, welche Ein Molecül $SO_4H_2 + H_2O$ mit weiteren Molecülen Wassers entwickeln würde. Construirte man dann ebenso von b_1 aus eine mit Oz Parallele, so erhielte man wie früher die Wärme- und die Kältemengen, welche dieses Hydrat (das Bihydrat) mit verschiedenen Molecülen Schnee entwickeln würde. Überträgt man endlich diese Betrachtung auf den Berührungspunkt m, so erhellt, dass in diesem Falle gar keine Wärmemengen, sondern nur Kältemengen hervorgehen können und dass letztere die grössten sind, welche unter allen Mischungen mit gleicher Endconcentration

vorkommen können. **Das Hydrat $SO_4H_2+2\cdot874H_2O$ wird daher das vortheilhafteste für Kältemischungen sein** und deshalb später einer speciellen Untersuchung unterworfen werden.

4. **Es käme nun die Reihe an die Frage nach dem Kältemaximum und jenem Mischungsverhältniss von Schnee und Monohydrat, welches dasselbe hervorbringt.**

Die Formel I) gibt kein Kältemaximum, denn die Kältemenge würde nach dieser unbegrenzt gross sein, wenn man unbegrenzt viel Schnee in Anwendung bringen kann. Das kann man aber nur dann, wenn man keine niedrigere Temperatur als 0° hervorbringen will, in welchem Falle dann die Schwefelsäure ganz überflüssig wird. Für jede Temperatur unter 0° gibt es aber eine Grenze für die lösliche Schneemenge. Hat nämlich die Flüssigkeit durch Abkühlung ihre Erstarrungstemperatur erreicht, so kann sich kein Schnee mehr lösen, also auch keine weitere Kältemenge erzeugt werden. Ob aber diese Erstarrungstemperatur bei mehr oder bei weniger Kälteaufwand erreicht wird, hängt davon ab, ob die Kältemischung nur sich allein, oder auch noch einen anderen Körper von kleinerem oder grösserem Wasserwerthe abzukühlen hat. Ich will zuerst die Kältemischung für sich allein untersuchen und muss die Frage nach der Kältemenge verschieben, bis zuvor die Frage nach den entstehenden Temperaturen erledigt ist.

5. **Welche Temperaturen entstehen beim Mischen von Monohydrat mit Schnee?**

In einer früheren Abhandlung habe ich gezeigt, dass nach den Messungen von Thomsen, Marignac und mir die Molecularwärme m eines Hydrates $SO_4H_2+nH_2O$ durch den Ausdruck nahe wiedergegeben werden könne:

$$m = a+bn,$$

wenn man

für $n<5$ $a = 32\cdot5,\ b = 15\cdot2$
„ $n>5$ $a = 16\cdot9,\ b = 18\cdot3$

einsetzt. Da nun die Molecularwärme von $SO_4H_2+nH_2O$ identisch ist mit dem Wasserwerth eines Moleküls $SO_4H_2+nH_2O$, so erhält man für die Temperatur des Gemisches von 1 Molecül Monohydrat mit n Molecülen Schnee den Ausdruck:

$$t = \frac{\frac{nB}{n+A} - nL}{a+bn}. \qquad \text{II)}$$

Die Tabelle I enthält in der fünften und sechsten Columne die Werthe von m und t, wobei jedoch bezüglich der Zahlen für m bemerkt wird, dass für $n = 1$ und $n = 1·5$ die etwas abweichenden, den Versuchen entnommenen Werthe statt der nach der Formel berechneten angeschrieben wurden.

Die Figur 2 der Tafel zeigt die Construction der Werthe von W und t an den mit Wärmecurve und Temperaturcurve bezeichneten krummen Linien.

Der Ordinatenmassstab für die Wärmen ist am rechtsseitigen, der für die Temperaturen am linksseitigen Rande aufgetragen. (Die Temperaturcurve ist in der Nähe des Maximums doppelt gezeichnet, die punktirte Linie ist mittelst der berechneten, die ausgezogene mittelst der beobachteten Molecularwärmen construirt.)

Es ist klar, dass Wärmecurve und Temperaturcurve an derselben Stelle ($n = 10·95$) die Abscissenaxe schneiden müssen.

Ein Gemisch von 1 Molecül Monohydrat mit 10·95 Molecülen Schnee muss also ebenfalls 0° haben. (Eine Anfangstemperatur = 0°, wie immer, vorausgesetzt.) Die nächste Frage betrifft nun:

6. Das Maximum der Temperatur und das zugehörige Mischungsverhältniss.

Die Differentiation der Gleichung II) nach n führt zur Bedingungsgleichung:

$(A+n)(a+bn)(B-AL-2nL) - (nB-(A+n)nL)(Ab+a+2bn) = 0$, woraus sich ergibt:

$$n^2 + n\frac{2AaL}{Bb+aL} + \frac{Aa(AL-B)}{Bb+aL} = 0.$$

Setzt man für die Constanten ihre Werthe ein, nämlich:

$$a = 32{\cdot}5,\quad b = 15{\cdot}2,\quad L = 1429{\cdot}2$$
$$A = 1{\cdot}588,\quad B = 17920,$$

so erhält man:

$$n^2 + 0{\cdot}4627\, n - 2{\cdot}5333 = 0$$
$$n = -0{\cdot}23 \pm 1{\cdot}61.$$

Da nur der positive Werth einen Sinn gibt, so bleibt

$n = 1{\cdot}38$ der Ort des Maximums.

Setzt man diesen Werth in II) unter, so folgt $t = 118{\cdot}9°$ C. Mit Rücksicht darauf, dass gerade in der Nähe von $n = 1{\cdot}38$ die Molecularwärme etwas grösser gefunden wurde, als die dafür angenommene Näherungsgleichung ergibt, reducirt sich diese Maximaltemperatur auf 114°. Auch wird dadurch der Ort des Maximums ein wenig nach rechts verschoben. In Gewichtsmengen beträgt das zugehörige Mischungsverhältniss nahe 1 Theil Säure auf $^1/_4$ Theil Schnee.

Es kommt die wichtigere Frage an die Reihe:

7. Welches ist die tiefste beim Mischen von Schnee mit Schwefelsäuremonohydrat erreichbare Temperatur?

Offenbar wird dieselbe dann erreicht, wenn nicht mehr und nicht weniger Schnee zugefügt wird, als sich bei der entstehenden Temperatur eben noch zu lösen vermag.

Denkt man sich nun mit Rücksicht auf denselben Abscissenmassstab eine Curve der Erstarrungstemperaturen (sie heisse künftig kurz „Erstarrungscurve") aufgetragen, so ist offenbar der Durchschnittspunkt der „Temperaturcurve" mit der Erstarrungscurve" die gesuchte Minimaltemperatur, und die diesem Punkte entsprechende Abscisse gibt das günstigste Mischungsverhältniss zur Erreichung starker Temperaturerniedrigung.

In der früher citirten Abhandlung habe ich aus den Versuchen des Herrn E. Schnegg eine empirische Gleichung für die Erstarrungstemperaturen τ der verdünnten Schwefelsäure von verschiedenem Procentgehalt p an Monohydrat berechnet.

Sie lautete:

$$\tau = -\frac{19{\cdot}5919p}{47{\cdot}573-p}.$$

Statt der Procente p ist nun die Moleculanzahl n einzuführen. Man erhält leicht die Beziehung

$$n = \frac{98}{18}\left(\frac{100-p}{p}\right) = \frac{544{\cdot}444}{p} - 5{\cdot}44444\,,$$

woraus

$$p = \frac{544{\cdot}444}{n+5{\cdot}44444}$$

folgt. Setzt man diesen Werth oben für p unter, so ergibt sich

$$\tau = -\frac{224\cdot2}{n-6} = -\frac{C}{n-D} \qquad \text{III)}$$

indem wir $C = 224{\cdot}2$, $D = 6$ setzen.

Die grosse Annäherung der aus III) berechneten Werthe von τ mit den gefundenen Erstarrungstemperaturen möge aus der folgenden Tabelle ersehen werden.

Tabelle II.

p	n	τ Beobachtet	τ Berechnet	Differenz
33·11	11	—45·2	44·8	—0·4
31·21	12	36·8	37·4	+0·6
29·52	13	31·7	32·3	+0·6
28·00	14	27·9	28·2	+0·3
26·63	15	24·8	24·9	+0·1
25·39	16	22·2	22·4	+0·2
24·26	17	20·4	20·4	0
23·22	18	18·9	18·7	—0·2
22·27	19	17·6	17·2	—0·4
21·40	20	16·4	16·1	—0·3
20·59	21	15·3	15·0	—0·3
19·84	22	14·4	14·1	—0·3
19·14	23	13·5	13·2	—0·3
18·49	24	12·7	12·5	—0·2

Zur Berechnung der Coordinaten des Durchschnittspunktes der Temperaturcurve und der Erstarrungscurve hätten wir nun in den Gleichungen II) und III) $\tau = t$ zu setzen und aus beiden zusammen n und t zu bestimmen. Da wir dadurch auf eine Gleichung des dritten Grades geführt würden, so ermitteln wir diese Werthe bequemer aus der Tabelle I. Dieselbe enthält in der sechsten Columne die t, in der siebenten Columne die τ. Dort, wo sich die Werthe von beiden gleich gross ergeben, liegt der gesuchte Werth. Man sieht zunächst, dass die Durchkreuzung zwischen $n = 16$ und $n = 17$ stattfindet. Durch geeignete Interpolation erhält man alsbald:

$$n = 16 \cdot 2, \quad t = -21 \cdot 8,$$

wofür man, wenn man den beobachteten Nachbarwerthen mehr Zutrauen schenken will, als den berechneten, $t = -22°$ setzen kann.

Somit wird beim Mischen von 1 Molecül Monohydrat mit 16·2 Molecülen Schnee die tiefste Temperatur, welche sich mit diesen Materialien erzielen lässt $= -22°$ errreicht. Die graphische Construction ergibt natürlich dasselbe Resultat, wie man beim Anblicke der Figur 2 sofort erkennt.

8. Es soll jetzt untersucht werden, welche Temperatur hervorgebracht wird durch eine Mischung von Monohydrat mit mehr Schnee, als sich beim Temperaturminimum lösen kann, d. i. mit mehr als 16·2 Mol. Schnee.

Es könnte auf den ersten Blick scheinen, dass durch Hinzugabe eines Überschusses von Schnee nichts anderes als eine Verminderung der Temperaturerniedrigung entsprechend dem grösseren Wasserwerthe hervorgebracht werden kann. Aber dem ist nicht so. Allerdings tritt zunächst diese Wirkung ein, die Temperatur steigt, aber in Folge dessen wird bei der nun höheren Temperatur eine neue Menge Schnee gelöst. Dies wiederum ist eine Kältequelle, welche erniedrigend auf die Temperatur einwirkt. Es muss ein Gleichgewichtszustand eintreten zwischen der durch den Schneezusatz bewirkten Temperatur-

steigerung und der indirect durch diese eingeleiteten Temperaturerniedrigung.

Es bedeute s die ganze überhaupt zugegebene Anzahl Molecüle Schnee.

Es bedeute n die Anzahl der Molecüle Wasser, welche in der entstandenen Lösung enthalten sind [1].

Die dem Gleichgewichte entsprechende Temperatur, sowie die Anzahl der Molecüle Schnee n, welche im Ganzen schmelzen und als Wasser mit der Säure in Verbindung treten (wovon 16·2 Molecüle bis zur Erreichung des Temperaturminimums zugegeben waren und der Rest vom Schneeüberschuss stammte), lässt sich folgendermassen bestimmen:

Man hat für die Gleichgewichtstemperatur t zwei Gleichungen. Die erste stützt sich darauf, dass dieselbe gleich sein muss der Erstarrungstemperatur der entstandenen Lösung, also

$$t = \tau = -\frac{C}{n-D}\,. \qquad \text{IV)}$$

Die zweite Beziehung für t berechnet sich aus der absorbirten Wärmemenge und dem Wasserwerthe der ganzen Mischung.

Die absorbirte Wärmemenge ist

$$W = \frac{nB}{n+A} - nL.$$

Der Wasserwerth der ganzen Mischung ist $a+bn+9(s-n)$. [$a+bn$ ist nämlich die Molecularwärme = dem Wasserwerth von $SO_4H_2\, nH_2O$, $s-n$ ist die Anzahl Molecüle festgebliebenen Schnees, $9 = 18\times 0{\cdot}5$ die Molecularwärme des festen Schnees, also $9(s-n)$ der Wasserwerth des festgebliebenen Schnees.] Somit ist die Temperatur des Gemisches gegeben durch

$$t = \frac{\dfrac{nB}{n+A} - nL}{a+bn+9(s-n)}. \qquad \text{V)}$$

---

[1] Hiebei ist das Hydratwasser des Monohydrats nicht mitgezählt.

Aus der Gleichsetzung beider Werthe von t folgt

$$-\frac{C}{n-D}=\frac{\frac{nB}{n+A}-nL}{a+bn+9(s-n)}.$$

Hieraus könnte zunächst n und mittelst desselben dann t berechnet werden. Da sich aber für n eine gemischte Gleichung des dritten Grades ergibt, so wird man schneller durch probeweises Rechnen jenes n aufsuchen, welches in den Gleichungen IV und V substituirt dieselben Werthe für t gibt. Benützt man zu dieser Operation die graphische Construction der Wärme- und der Temperaturcurve auf der Tafel, so kommt man sehr rasch zum Ziele. Folgendes Beispiel mag dies erläutern.

Es werden zu 1 Molecül Monohydrat 20 Molecüle Schnee gegeben; wie viel Schnee wird sich lösen? und welche Temperatur wird eintreten? Hier ist $s=20$, davon lösen sich, wie man aus der Construction ersieht, bis zur Erreichung des Temperaturminimums (22° C.) 26·2 Molecüle auf. Der Überschuss beträgt also 20—16·2 = 3·8 Molecüle. Blieben diese ganz ungelöst, so wäre der Wasserwerth des Gemisches

$$a+bn+9(s-16{\cdot}2)=16{\cdot}9+18{\cdot}3\times16{\cdot}2+9(20-16{\cdot}2)=347{\cdot}56.$$

Geht man vom Abscissenpunkte 16·2 hinunter bis zur Wärmecurve, so erhält man in der Ordinate = —4600 die Wärmemenge (resp. Kältemenge). Also ist die hieraus berechnete Temperatur (zur Unterscheidung mit t_2 bezeichnet)

$$t_2=-\frac{4600}{347{\cdot}56}=-13{\cdot}24^\circ\text{ C.}$$

Das wäre also die aus V) berechnete Temperatur, welche eintreten würde, wenn sich kein Schnee mehr lösen würde. Die aus IV) folgende Temperatur ist die Erstarrungstemperatur für $n=16{\cdot}2$, also diesmal zusammenfallend mit der Minimaltemperatur. Sie werde mit t_1 bezeichnet und beträgt —22°. Zwischen $t_2=-13{\cdot}24$ und $t_1=-22$ muss die Gleichgewichtstemperatur (d. i. die wirkliche Endtemperatur) t liegen. Es handelt sich, jenes n zu finden, welches $t_1=t_2$ macht. Versuchen wir nun z. B. die Annahme $n=17$, dann wäre der Wasserwerth

$$=16{\cdot}9+18{\cdot}3\times17+9(20-17)=355.$$

Die Wärmecurve liefert für $n = 17$ die Wärmemenge $= -7900$ *WE*, also kommt:

$$t_2 = -\frac{7900}{355} = -22{\cdot}3°.$$

Die Erstarrungscurve gibt:

$$t_1 = -20{\cdot}4°,$$

also ist $n = 17$ zu gross angenommen. Man probirt nun $n = 16{\cdot}5$, hiefür berechnet sich der Gesammtwasserwerth der Mischung

$$16{\cdot}9 + 18{\cdot}3 \times 16{\cdot}5 + 9(20 - 16{\cdot}5) = 350{\cdot}35.$$

Die Wärmecurve liefert für $n = 16{\cdot}5$ die Wärmemenge $= -7200$ *WE*, also kommt:

$$t_2 = -\frac{7200}{350{\cdot}35} = -20{\cdot}5°,$$

die Erstarrungscurve gibt

$$t_1 = -21{\cdot}3°.$$

Man sieht, dass wir den wahren Werth von n auf dem Wege nach abwärts ein wenig überschritten haben. Gehen wir also aufwärts, um $^1/_{10}$ Molecül zurück und probiren $n = 16{\cdot}6$. Der Wasserwerth wird:

$$= 16{\cdot}9 + 18{\cdot}3 \times 16{\cdot}6 + 9(20 - 16{\cdot}6) = 351{\cdot}28.$$

Die Wärmecurve liefert für $n = 16{\cdot}6$ die Wärmemenge -7350 *WE*. Es kommt also

$$t_2 = -\frac{7350}{351{\cdot}28} = -20{\cdot}92°.$$

Aus der Erstarrungscurve folgt:

$$t_1 = -21{\cdot}0°.$$

Somit ist die gesuchte Temperatur auf $^1/_{10}{}°$ genau $= 21°$ gefunden und wir wissen, dass sich 16·6 Molecüle Schnee lösen, während 3·4 Molecüle ungelöst bleiben werden.

Die Construction der so erhaltenen Punkte führte zu der auf der Tafel bei Figur 2 angefügten, fast geradlinigen, durch die Beischrift „Mit Schneeüberschuss“ bezeichneten Curve.

9. Vergleichung des Abkühlungswerthes verschiedener Gemische aus Schwefelsäuremonohydrat und Schnee.

Bisher wurde stets die Kältemischung für sich allein in Betracht gezogen. Bei ihrer Anwendung kommt nun aber der Wasserwerth des abzukühlenden Körpers sehr in Betracht. Vor Allem ist klar, dass eine einzige Kältemischung, deren Minimaltemperatur, wie hier z. B. —22° beträgt, nicht dazu dienen kann, einen anderen Körper auf dieselbe Temperatur abzukühlen, es wäre denn sein Wasserwerth unendlich klein gegenüber dem der Mischung. Aber auch das lässt sich zeigen, dass jene Kältemischung, welche die Minimaltemperatur gibt, durchaus nicht die beste ist zur Abkühlung auf minder tiefe Temperaturen.

Setzen wir, man wolle mittelst Schnee und Monohydrat einen Körper auf —20° abkühlen.

Die Mischung von 1 Mol. Monohydrat mit 16·2 Mol. Schnee gäbe eine Flüssigkeit von 22° C. und dem Wasserwerth

$$16{\cdot}9+18{\cdot}3\times16{\cdot}2 = 313{\cdot}36.$$

Diese kann, bis sie sich auf —20° erwärmt hat, 2mal 313·36 = 626·72 *WE.* aufnehmen; ihr Abkühlungswerth (per Molecül) für die Temperatur —20° ist also =626·72.

Jetzt nehmen wir statt dessen auf 1 Molecül Monohydrat 17·2 Mol. Schnee. Dieses Verhältniss ist so gewählt, dass zunächst Schnee ungelöst bleibt, dass aber, sobald er ganz gelöst ist, die Erstarrungstemperatur der Flüssigkeit gleich der gewünschten Temperatur —20 ist.

Aus der gestrichelten Curve „mit Schneeüberschuss“, Fig. 2. entnimmt man, dass die Mischung zunächst die Temperatur —21·6° annimmt. Bevor diese Mischung durch den abzukühlenden Körper bis auf —20° erwärmt wird, muss gerade die ganze überschüssige Schneemenge geschmolzen werden. Der Abkühlungswerth (per Molecül) für die Temperatur —20 kann nun auf folgende Weise berechnet werden:

Gehen 1 Molecül SO_4H_2 und 17·2 Mol. Schnee, beide von 0° zusammen über in Flüssigkeit von 0°, so ist die diesem Process entsprechende Wärmeänderung gegeben durch

$$W = \frac{17{\cdot}2\,B}{17{\cdot}2+A} - 17{\cdot}2\,L = \frac{17{\cdot}2 \times 17920}{17{\cdot}2+1{\cdot}588} - (17{\cdot}2 \times 1429{\cdot}2) = -\,8177\ W.E.$$

Geht dieselbe Flüssigkeit vom Zustand —20° über in den vom 0°, so ist die Wärmeänderung:

$$w = -(a+17{\cdot}2b)20 = -(16{\cdot}9+18{\cdot}3 \times 17{\cdot}2)20 = -6633\ W.E.$$

Somit ist die Wärmeänderung für den Übergang aus dem Zustand: Monohydrat und Schnee von 0° in den Zustand Lösung von Monohydrat und Schnee von —20 gegeben durch:

$$W - w = -8177+6633 = -1544\ W.E.$$

Daher ist der gesuchte Abkühlungswerth dieser Mischung (per Molecül) für die Temperatur —20° = 1544.

Derselbe ist also beinahe $2^1/_2$mal so gross als der früher berechnete (226·72). Man sieht also, dass eine Kältemischung von —21·6° Temperatur $2^1/_2$mal so werthvoll sein kann als eine andere von 22° Temperatur, wenn es gilt auf —20° abzukühlen, und zwar sind dies Kältemischungen aus denselben Materialien. (Beide aus Monohydrat und Schnee.)

Je weniger tief die beabsichtigte Abkühlungstemperatur liegt, desto grösser wird der Unterschied zwischen dem Abkühlungswerth derjenigen Mischung, welche die Minimaltemperatur —22° gibt und derjenigen, welche mit so viel Schnee angefertigt wird, dass am Ende eine Flüssigkeit entsteht, deren Erstarrungstemperatur gleich der Abkühlungstemperatur ist.

So z. B. findet man nach obiger Rechnungsmethode, dass man, um auf —16° abzukühlen, eine Mischung von 1 Mol. SO_4H_2 mit 20 Mol. Schnee anzuwenden hätte. Diese Mischung hätte anfangs eine Temperatur —21°, würde aber volle 5857 *WE* absorbiren, bis sie —16° angenommen hätte, während jene Mischung, welche die Minimaltemperatur —22° gibt, nur 1880 *WE* aufnehmen kann, bis sie auf —16° gestiegen ist. Die erstere

Mischung ist also diesmal etwas mehr als 3mal so vortheilhaft als die letztere.

Diese paar Beispiele werden genügen um zu zeigen, dass die der Temperaturerniedrigung nach intensivere Kältemischung in quantitativer Beziehung weniger vortheilhaft sein kann, selbst wenn sie aus den nämlichen Materialien bereitet wird.

Schwefelsäuremonohydrat ist aber überhaupt nicht ein vortheilhaftes Materiale. Es gibt eine Schwefelsäure von geringerem Procentgehalte, welche unter allen Concentrationen derselben für die Mischung mit Schnee am vortheilhaftesten ist. Diese soll nun berechnet und untersucht werden.

B. Über die vortheilhafteste Concentration der Schwefelsäure zu Kältemischungen mit Schnee.

Wie oben gezeigt wurde, entsteht beim Zumischen von Schnee zu Monohydrat zuerst Wärme, dann erst kommt ein Punkt, wo weiterer Zusatz Kälte hervorbringt.

Nimmt man nun zum Ausgangspunkte diejenige Säure, welche bereits so weit verdünnt ist, dass sie alle Wärmeentwicklung (mit Schnee) hinter sich hat und eben mit der nächsten Portion Schnee Kälte zu erzeugen beginnt, so muss die producirte Kälte am grössten ausfallen.

Das Maximum der Wärmeentwicklung findet, wie oben unter 3 berechnet wurde, für $n = 2{\cdot}874$ statt.

Somit ist $SO_4H_2 + 2{\cdot}874 H_2O$ die günstigste Zusammensetzung für Kältemischungen. Der Procentgehalt dieser Säure ist 66·19.

Für diese lassen sich nun nach denselben Methoden, wie früher für das Monohydrat, eine Reihe von Fragen beantworten, die ich kurz und mit derselben Nummernfolge bezeichnet, hier folgen lasse:

1. Die Frage nach der Wärmemenge. Dieselbe ist bei gleicher Endzusammensetzung des Gemisches einfach immer um 7435 kleiner als früher, also

$$W = \frac{nB}{n+A} - nL - 7435.$$

7435 ist nämlich die Wärme, die frei wird, wenn SO_4H_2 bis zu $SO_4H_2 + 2\cdot874$ mit Schnee verdünnt wird.

Hiebei hat aber n nicht die Bedeutung der Anzahl Molecüle Schnee, die zu $SO_4H_2 + 2\cdot874H_2O$ zugegeben wurden, sondern es bedeutet die schliessliche Anzahl Molecüle Wassers im Gemische. Die Anzahl Molecüle zugefügten Schnees ist

$$= n - 2\cdot874$$

Um eine irrige Auffassung abzuschneiden, bemerke ich, dass man zu demselben Resultate auch auf folgendem Wege kommen kann:

Man denke sich das Hydrat $SO_4H_2 + 2\cdot874\,H_2O$ durch Schneeaufnahme oder durch Wasseraufnahme entstanden. Wird es von da an weiter auf $SO_4H_2\,nH_2O$ mit Wasser verdünnt, so entsteht die Wärme

$$W_1 = \frac{nB}{n+A} - \frac{2\cdot874B}{2\cdot874+A}.$$

Geschieht die Verdünnung mit Schnee, so kommt als latente Schmelzwärme in Abzug:

$$w^1 = (n - 2\cdot874)L.$$

Man hat also im Ganzen

$$W = \frac{nB}{n+A} - \frac{2\cdot874B}{2\cdot874+A} - (n - 2\cdot874)L,$$

woraus

$$W = \frac{nB}{n+A} - nL - 7435,$$

wie vorhin, folgt.

Die Werthe von W sind wiederum in der Tabelle III mitgetheilt und auf der Tafel unter Figur 3 als Wärmecurve construirt.

2. und 3. Diese beiden Punkte entfallen hier gänzlich, da die Wärmecurve die Abscissenachse nicht mehr schneidet und ausser dem Ausgangspunkte kein Maximum hat.

4. Diesbezüglich gilt dasselbe wie beim Monohydrat.

5. **Die Temperatur der Mischungen.** Man erhält dieselbe =

$$t = \frac{\frac{nB}{n+A} - nL - 7435}{a+bn}. \qquad \text{II}a)$$

Diese Formel gilt so lange, als das Minimum nicht überschritten, also kein Schnee im Überschuss vorhanden ist. Ich mache nochmals darauf aufmerksam, dass hier n die schliesslich vorhandene Anzahl Molecüle Wassers, nicht aber die Anzahl zugefügter Molecüle Schnee bedeutet, welche letztere durch n—2·874 gegeben ist.

Auch diese Temperaturen habe ich berechnet und in Tabelle III mitgetheilt.

Tabelle III.

n	$\frac{Bn}{A+n} - nL - 7435$	m	t	τ
2·874	0	—	—	
3	— 5	78·1	— 0·06° Cls.	
3·5	— 110	85·7	— 1·3	
4	— 324	93·3	— 3·5	
4·5	— 621	100·9	— 6·2	
5	— 980	108·4	— 9·0	
6	— 1841	126·7	—14·5	
7	— 2833	145·0	—19·5	
8	— 3917	163·3	—24·0	
9	— 5067	181·6	—27·9	
10	— 6263	199·9	—31·3	
11	— 7497	218·2	—34·4	—45·2
12	— 8759	286·5	—37·0	—36·8
13	—10114	254·8	—39·7	—31·7
14	—11350	273·1	—41·5	—27·9
15	—12669	291·4	—43·4	—24·8
16	—14000	309·7	—45·5	—22·2
17	—15342	328·0	—46·8	—20·4
18	—16694	346·3	—48·2	—18·9
19	—18052	364·6	—49·5	—17·6
20	—19418	382·9	—50·7	—16·4

Die Columne 5 gehört zu den nächstfolgenden Erörterungen.

6. Dieser Punkt entfällt hier.

7. Das Temperaturminimum.

Man findet aus dem Vergleiche der Columnen t und τ der Tabelle III, so wie aus der Construction in Fig. 3 der Tafel, den Durchkreuzungspunkt der Temperaturcurve und der Erstarrungscurve gegeben durch die Abscisse: $n = 12$, sowie durch die Ordinate $t = -37$.

Somit ist —37° C. die niedrigste beim einmaligen Mischen von Schnee und Schwefelsäure von 0° überhaupt erreichbare Temperatur[1].

Um sie zu erhalten, hat man also 1 Mol. $SO_4H_2+2\cdot874\ H_2O$ mit 9·126 Mol. Schnee zu mischen, so dass $SO_4H_2+12\ H_2O$ entsteht. In Gewichtstheilen beträgt dies auf 1 Theil Säure 1·097 Theile Schnee.

8. Mischungen mit Schneeüberschuss.

Nimmt man mehr Schnee, als hinreicht um das Hydrat $SO_4H_2 12H_2O$ zu bilden, so treten ähnliche Verhältnisse auf, wie beim Monohydrat. Es schmilzt ein Theil des Schneeüberschusses und es entstehen Temperaturen, welche zwischen denen der Erstarrungscurve und der Temperaturcurve ungefähr in der Mitte liegen. Die (sehr schwach gekrümmte) Curve dieser Temperaturen ist ebenfalls bei der Fig. 3 der Tafel aufgetragen. Die Abscissen sind auch hier so genommen, dass sie die Anzahl Molecüle Wasser vorstellen, welche neben Monohydrat vorhanden sind, wenn aller Schnee geschmolzen gedacht wird. Da die Säure schon 2·874 Mol. Wasser enthält, so ist also, wenn s die zugefügte Schneemenge und t die dadurch entstehende Temperatur bedeuten, $s+2\cdot874$ die Abscisse, die zur Ordinate t gehört. Bezeichnet wie früher n die Anzahl der sogleich nach der Mischung vorhandenen Anzahl Molecüle Wasser, so ist der Wasserwerth des Gemisches gegeben durch

$$a+bn+9\ (s+2\cdot874-n).$$

[1] Unter welchen Bedingungen noch tiefere Temperaturen zu erreichen sind, wird am Schlusse dieser Abhandlung gezeigt werden.

Man hat also zur Bestimmung von t die beiden Gleichungen

$$t = -\frac{C}{n-D} \quad \text{und} \quad t = \frac{\frac{nB}{n+A} - nL - 7435}{a+bn+9(s+2\cdot874-n)}.$$

Da ein praktisches Bedürfniss besteht, die Schneemenge s zu kennen, welche ein gegebenes t hervorbringt und es auch interessiren dürfte, wie viel von dem Schnee gleich anfangs in Lösung geht, so habe ich eine Reihe dieser zusammengehörigen Werthe einer graphischen Interpolation entnommen und in abgerundeten Zahlen in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Tabelle IV.

Giltig für Mischungen von $SO_4H_2 + 2\cdot874 H_2O$ mit Schneeüberschuss.

Anzahl Mol. Schnee auf 1 Mol. Säure s	Gleich anfangs gelöste Anzahl Molecüle Schnee $n-2\cdot874$	Temperatur der entstandenen Mischung t	Endtemperatur der Mischung, nachdem aller Schnee gelöst τ	Abkühlungswerth der Mischung per Mol. für die Temperatur L q
9·126	9·126	—37° Cls.	—37 ° Cls.	0 Tausend W. E.
10·5	9·3	—36	—30·2	2·5 „
11·5	9 5	—35	—25	4 „
13	9·7	—34	—21·5	7 „
15	10	—33	—17.8	10 „
16·5	10·2	—32	—16·5	11 „
18·5	10·4	—31	—14·5	16 „
21	10·6	—30	—12·4	20 „
24	10·9	—29	—11	24 „
26·5	11·1	—28	— 9·5	27 „
29·5	11·4	—27	— 8·6	32 „
32·5	11·7	—26	— 7·8	37 „
36	12	—25	— 7·0	41 „
40	12·4	—24	— 5.5	46 „
45	12·8	—23	— 4.5	54 „
50	13·2	—22	— 3·9	61 „
58	13·9	—21	— 3·4	72 „
66	14·4	—20	— 3·1	83 „
76	15	—19	— 2·8	97 „
87	15·7	—18	— 2·5	114 „
98	16·3	—17	— 2·3	130 „
109	17·1	—16	— 2·1	145 „

9. Die Abkühlungswerthe.

Um einen Körper auf τ Grade abzukühlen, ist es nach dem bisher Entwickelten am vortheilhaftesten aus dem Hydrat

$$SO_4H_2+2\cdot874H_2O$$

mit Schnee eine solche Mischung zu machen, dass sie, nachdem aller Schnee geschmolzen ist, die Erstarrungstemperatur τ besitzt. Sie hat dann im Anfange eine tiefere Temperatur t. Bis diese von t auf τ steigt, muss verhältnissmässig sehr viel Wärme von der Mischung aufgenommen werden. Von τ an aber ist viel weniger Wärme genügend, die Temperatur zu steigern.

Die Menge Wärme nun, welche die Mischung absorbiren muss, um von t auf τ zu steigen, nenne ich ihren Abkühlungswerth für die Temperatur τ (per 1 Molecül angewandter Säure) und bezeichne ihn mit q.

Beachtet man das unter A, 9 bezüglich der Abkühlungswerthe der Mischungen aus Monohydrat und Schnee Vorgetragene, so wird man unschwer für die Berechnung von q folgende Formel finden:

$$q=\frac{(s+2\cdot874)B}{s+2\cdot874+A}-(s+2\cdot874)\,L-7435+\frac{[a+(s+2\cdot874)b]C}{s+2\cdot871-D}.$$

s ist die ganze zugemischte Schneemenge in Molecülen, die übrigen Buchstaben haben die frühere Bedeutung[1]. q fällt stets negativ aus; hier kommt nur der absolute Werth in Betracht.

Ich habe eine Reihe von Werthen des q berechnet und in abgerundeten Zahlen in der Tabelle IV, Columne 5, mitgetheilt.

C. Praktische Ergebnisse aus der vorstehenden Untersuchung.

1. Umrechnung auf Gewichtsmengen.

Um die praktischen Ergebnisse ziehen zu können, wird es zweckmässig sein, zuvor die letztmitgetheilte Tabelle IV so umzurechnen, dass an die Stelle der Molecülzahl die Gewichte in Grammen treten. Das Molecülgewicht von

[1] Nämlich: $A=1\cdot588$, $B=17920$, $L=1429\cdot2$, $b=18\cdot3$, $C=224\cdot2$ $D=6$.

$$SO_4H_2 + 2.874 H_2O \text{ ist} = 149 \cdot 732,$$

das Molecülgewicht von $H_2O = 18$, somit sind, wenn wir 1 Gramm der Säure zu Grunde legen, die Zahlen für die Schneemenge mit $\frac{18}{149 \cdot 732} = 0 \cdot 1202$ zu multipliciren, die Zahl der Wärmeeinheiten durch 149·732 zu dividiren.

Tabelle V.

Giltig für Mischungen von $SO_4H_2 + 2 \cdot 874 H_2O$ (d. i. Säure von 66·19%) mit Schnee. Anfangstemperatur der Materialien: 0° C.

Mischt man 1 Grm. Schwefelsäure von 66·19% mit: *s*	So entsteht eine Kältemischung von der Temperatur: *t*	Bis aller Schnee geschmolzen, steigt die Temperatur auf: τ	Dabei werden absorbirt an Wärmeeinheiten: *q*
1·097 Grm. Schnee	—37° Cls.	—37°	0
1·26 „	—36	—30·2	17
1·38 „	—35	—25	27
1·56 „	—34	—21·5	47
1·80 „	—33	—17·8	67
1·98 „	—32	—16·5	73
2·22 „	—31	—14·5	107
2·52 „	—30	—12·4	133
2·88 „	—29	—11·0	160
3·18 „	—28	— 9·5	180
3·54 „	—27	— 8·6	213
3·90 „	—26	— 7·8	246
4·32 „	—25	— 7·0	273
4·80 „	—24	— 5·5	307
5·40 „	—23	— 4·5	360
6·00 „	—22	— 3·9	407
6·96 „	—21	— 3·4	480
7·92 „	—20	— 3·1	553
9·12 „	—19	— 2·8	647
10·44 „	—18	— 2·5	760
11·76 „	—17	— 2·3	867
13·08 „	—16	— 2·1	967

2. **Anwendung der Tabelle V, Beispiele.**

Die vorstehende Tafel enthält in den Aufschriften der Columnen ziemlich Alles, was hier noch zu sagen ist.

Die allgemeine Aufgabe ist:

Ein Körper vom Gewichte P und der Wärmecapacität c von 0° sei auf $-\tau°$ abzukühlen; welche Mischung und wie viel ist davon anzufertigen?

Man gehe mit τ in die dritte Columne der Tabelle, nehme aus der ersten das zugehörige s, aus der vierten das zugehörige q, dann hat man

$$\frac{\tau P c}{q} \text{ Grm. Säure von } 66{\cdot}2\% \text{ zu mischen mit}$$

$$s.\frac{\tau P c}{q} \quad \text{„} \quad \text{Schnee.}$$

Pc ist nämlich der Wasserwerth des abzukühlenden Körpers, also τPc die nöthige Wärmeabfuhr. Da q die Wärmeabfuhr per Gramm Säure ist, so ist $\frac{\tau Pc}{q}$ die nöthige Menge der Säure. Die Menge des Schnees ist dann das s-fache davon.

Zahlenbeispiel: 1 Kilogrm. Terpentinöl sei von +13 auf —7° abzukühlen.

Hier ist der Wasserwerth $= 1000 \times 0{\cdot}42$, ($0{\cdot}42 =$ specifische Wärme des Terpentinöls),
die nöthige Wärmeabfuhr $= (13+7) 1000 \times 0{\cdot}42 = 8400$,
für $\tau = -7$ ist $s = 4{\cdot}32$, $q = 273$.

Somit die nöthige Säuremenge $= 8400 : 273 = 30{\cdot}8$ Grm.
„ „ „ Schneemenge $= 30{\cdot}8 \times 4{\cdot}32 = 133{\cdot}1$ „

Dies sind die theoretischen Mengen. In der Praxis ist noch auf den Wasserwerth der Gefässe und auf die Kälteverluste nach Aussen Rücksicht zu nehmen. Ist der Schnee nass, so beeinträchtigt dies den Erfolg in doppelter Weise, da das Wasser nicht nur keine Kälte, sondern Wärme entwickelt.

Bei der Anfertigung der Mischung ist der Umstand unbequem, dass das Volum des Schnees stets vielmal grösser

als das Volum der Säure ist. Wollte man daher die Säure auf den Schnee giessen, so müsste man ein übergrosses Gefäss anwenden. Man gibt besser die Säure zuerst in's Mischgefäss und trägt den Schnee portionenweise ein. Statt den Schnee zu wägen, kann man auch das Thermometer benützen. Sobald nämlich das Minimum erreicht ist, setzt man nur so lange noch Schnee zu, bis die Temperatur t der Tabelle V, welche mit dem beabsichtigten τ auf derselben Zeile steht, eingetreten ist. Man hat dann jedenfalls annähernd die richtige Mischung.

Ist die berechnete Schneemenge endlich sehr gross, so wartet man mit dem Zusatz eines Theiles desselben, bis durch den abzukühlenden Körper der erste Schneeantheil bereits geschmolzen ist.

3. Verification der theoretischen Ergebnisse durch Mischungsversuche.

Die Mischungsversuche mit Schnee lassen sich nicht mit derselben Genauigkeit ausführen, wie diejenigen Versuche, welche der Berechnung zur Grundlage dienten. Es wäre also unstatthaft, diese durch jene corrigiren zu wollen. Dennoch hat es Interesse, sei es auch nur um einen grösseren Fehler der Rechnung aufzudecken, einige der abgeleiteten Zahlen durch das Experiment zu prüfen.

Bezüglich des Monohydrates hat Herr Hammerle die Freundlichkeit gehabt, einige jener Mischungsversuche zu machen, bei welchen durch Einhaltung des Verhältnisses: 1 Säure auf 2·015 Schnee die Temperatur 0° ungeändert bleiben soll. (Siehe *A*, 2.)

Ich beschränke mich darauf mitzutheilen, dass dies stets so ziemlich nahe der Fall war. Meistens fiel die Endtemperatur etwas höher aus, sei es weil der Schnee nicht ganz trocken war, oder wegen der unvermeidlichen Wärmeaufnahme, welche die Wärmeabgabe am Anfange der Operation überwog.

Ein paar andere Versuche betrafen das Temperaturminimum —37°. Ich erhielt folgende Resultate:

I. Versuch. 237 Grm. Säure von 66·2% mit 260 Grm. Schnee, beide mit der Temperatur —0·2 gemischt gaben eine Endtemperatur abzulesen = —33°.

II. Versuch. 184 Grm. Säure von 66·2% mit 202 Grm. Schnee von —0·2 gemischt gaben ebenso —32·8.

Corrigirt man diese Resultate erstens wegen des vorstehenden Fadens des Thermometers (Corr. = 0·7°), dann wegen der Kälteverluste während der Operation (Corr. ermittelt = 1·8°), endlich noch wegen der Wasserwerthe des Calorimeters, Rührers und Thermometers (derselbe betrug 4·0 Grm.), so erhält man beim

I. Versuch 36·0° C. } statt 37·0°.
II. „ 35·8° C. }

Diese Übereinstimmung ist mit Rücksicht auf die Schwierigkeit der Messung wohl eine befriedigende.

Man sieht, dass man in der Praxis kaum auf mehr als —32° zu rechnen hat, in der Regel sogar mit —30° sich wird zufriedenstellen müssen.

Erwähnen wir nun noch kurz

4. Die ökonomischen Verhältnisse der Kältemischung aus Schnee und Schwefelsäure.

Dieselben stellen sich, wenn Schnee umsonst zu haben ist, desshalb ziemlich günstig, weil verdünnte Schwefelsäure sonst häufige Verwendung findet. Bei weniger tiefen Temperaturen ist überdies die nöthige Menge Säure sehr gering. Bei Mischungen für das Temperaturminimum resultirt Säure von 33%, die mit gleichviel Monohydrat gemischt, wieder die gewünschte Säure von 66% für weitere Mischungen liefert. Ein Vergleich mit den Kosten anderer Mischungen ist noch nicht ausführbar, da diese noch nicht untersucht sind.

D. Über die Erreichung sehr tiefer Temperaturen mittelst Schnee und Schwefelsäure.

Bei einmaliger Mischung von Schnee und Schwefelsäure von 66% ist das erreichbare Temperaturminimum = —37°, wenn die Anfangstemperatur der Materialien 0° ist. Es ist nun

klar, dass man mittelst einer ersten Mischung die Anfangstemperatur der Materialien für eine zweite Mischung erniedrigen und so durch Wiederholungen immer tiefere Temperaturen erzielen kann. Es ist auch einzusehen, dass die Mischungsverhältnisse der späteren Mischungen solche sein müssen, dass die schliessliche Concentration grösser ausfällt, damit die Erstarrungstemperatur tiefer hinabreicht. Eine Grenze der Temperaturerniedrigung ist theoretisch überhaupt nicht vorhanden, so lange es nicht gelungen ist, die Säure zwischen 36% und 72% zum Erstarren zu bringen [1]. Die Reihe der Operationen hätte, um mit der Kälte möglichst hauszuhalten, systematisch in folgender Weise stattzufinden. Ich bezeichne die Materialien zur ersten Mischung mit A_1+B_1, die gemachte Mischung mit A_1B_1, die Materialien der zweiten Mischung mit A_2+B_2 u. s. f.

Man mischt zuerst: A_1B_1 und kühlt damit A_2+B_2, dann A_3+B_4, dann A_4+B_4....

Man mischt dann: A_2B_2 und kühlt damit A_3+B_3, dann A_4+B_4....

Man mischt dann: A_3B_3 und kühlt damit A_4+B_4....

Man mischt dann: A_4B_4... u. s. f.

Die vortheilhaftesten Verhältnisse und Mengen müssten noch berechnet werden, wozu die Daten dieser Untersuchung zu verwenden wären.

Ich habe mir jedoch eine Methode ausgedacht, welche denselben Zweck noch vollkommener und einfacher zu erreichen verspricht. Es würde offenbar schwer halten, die voluminöse und die Wärme schlecht leitende Schneemasse einer folgenden Mischung durch das viel kleinere Volum der vorausgehenden fertigen Kältemischung abzukühlen.

Man könnte aber Schnee durch kalte Säure dann rasch abkühlen, wenn man letztere durch ersteren durchsickern liesse.

---

[1] Ich bemerkte nachträglich, dass auf diesen Umstand schon Murray hingewiesen hat. Siehe Gmelins Handb. I. S. 280.

Es macht dabei offenbar Nichts, wenn ein Theil des Schnees hiebei gelöst wird, wenn nur noch davon genügend überbleibt, bis er zur Erstarrungstemperatur der durchsickernden Lösung abgekühlt ist. Man beachte nun folgenden Vorgang:

Ein hohes cylindrisches Gefäss werde mit Schnee vollgestopft und oben darauf eine Quantität Säure von 66% gegossen. Denken wir uns den Schnee in horizontale Schichten getheilt, die wir von oben nach unten mit s_1, s_2, s_3...bezeichnen. Die erst aufgegossene Säure löst s_1, und wird damit zur Flüssigkeit von 33% und $-37°$. Diese sickert durch s_2, löst hievon einen Theil, erkältet den Rest auf nahe $-37°$.

Es entstehen so mit Säure durchtränkte Schichten, in welchen die Concentration von oben nach unten abnimmt, ebenso wie auch die Temperaturerniedrigung, da die Temperaturen gleich sein müssen den Erstarrungstemperaturen der entstandenen Flüssigkeiten.

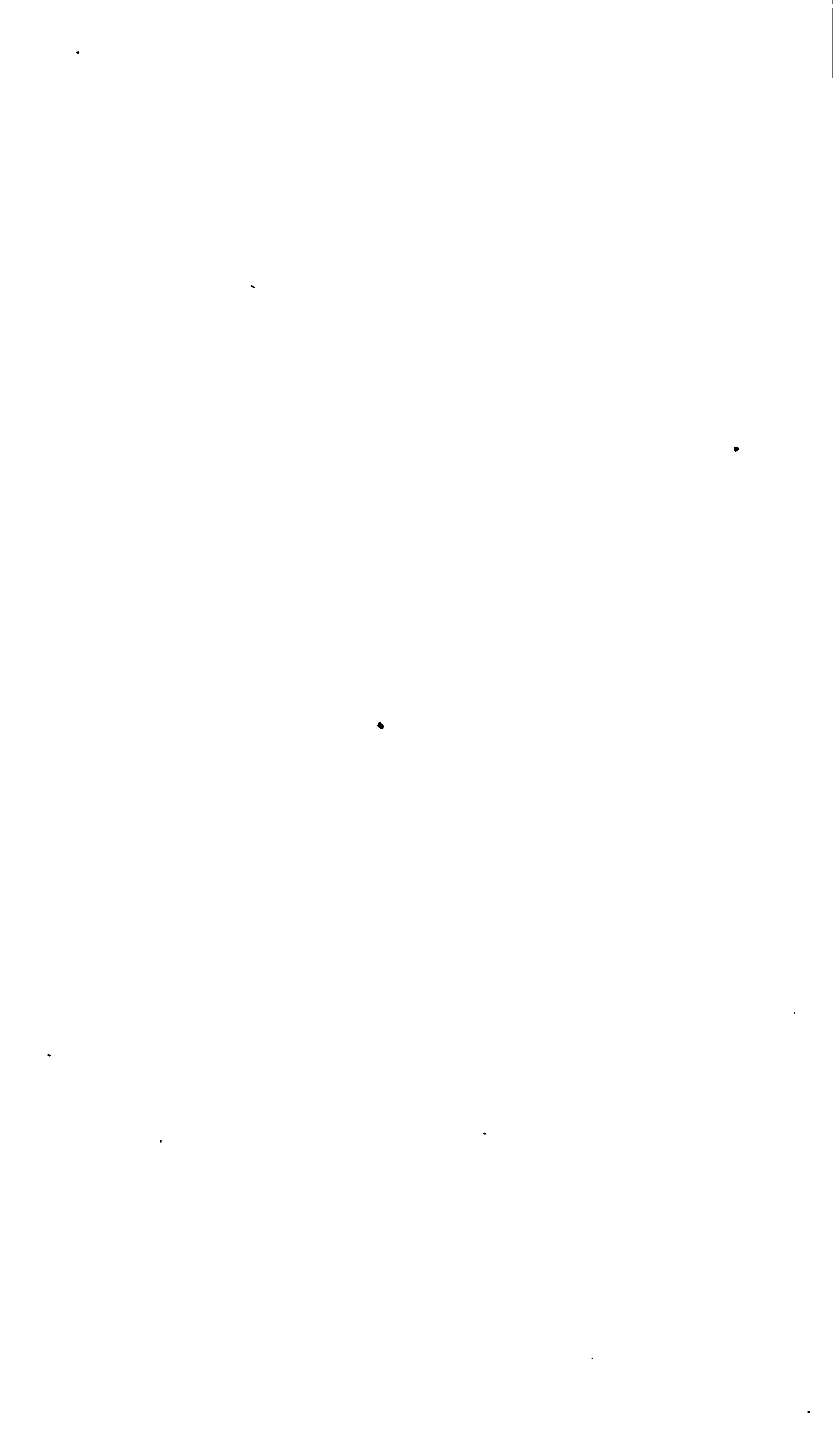
Angenommen, man begiesse jetzt die Oberfläche mit Säure von der Temperatur $-37°$, so trifft diese auf Schnee von $-37°$ und es entsteht eine Temperatur weit unter $-37°$. Indem die dadurch entstehende kältere Lösung nach abwärts sickert, trifft sie überall auf vorgekühlten Schnee, von dem sie einen Theil unter weiterer Abkühlung schmelzen muss. Durch eine Öffnung am Boden strömt sehr verdünnte Säure mit einer Temperatur wenig unter 0° ab.

Die nächste Vervollkommnung nun ist die, dass man die Säure von 66%, welche oben aufzugiessen ist, durch ein Kühlrohr innerhalb der Schneesäule emporsteigen und oben ausfliessen lässt. Es nimmt dann die Säure in ökonomischer Weise von den unteren geringeren Kältegraden allmälig in sich auf und kommt oben mit der tiefsten eigenen Temperatur auf den kältesten Schnee.

Es fehlt dann zu einem continuirlichen Betriebe nur noch ein Mechanismus, der dem Säurestrom von oben stets neue Schneemengen von unten entgegenführt. Möglicherweise ist eine verkehrte Anordnung (nach abwärts) vorzuziehen.

Ein ganz roher Versuch, bei welchem ich, statt die Säure im Schnee aufsteigen zu lassen, dieselbe im abfliessenden kalten Strome und in extra bereiteten Kältemischungen abkühlte, fiel überraschend befriedigend aus, denn ich erhielt mit Leichtigkeit Temperaturen zwischen —50° und —60° und zweifle daher nicht, dass man mittelst eines geeigneten Apparates noch tiefere Temperaturen erreichen werde.

Indem ich mir eine weitere Verfolgung dieser Erfindung für nächsten Winter vorbehalte, schliesse ich für diesmal meine Mittheilungen.



Über die Bahn des Planeten (111) Ate.

Von Dr. **Johann Holetschek,**

Assistent an der k. k. Universitäts-Sternwarte in Wien.

I. Gang der Rechnung bis zum Jahre 1874.

Am 14. August 1870 entdeckte C. H. F. Peters, Director des Litchfield Observatory am Hamilton College bei Clinton in Nord-Amerika (New-York), den 111. Planeten in der Gruppe zwischen Mars und Jupiter und gab ihm „mit Rücksicht auf die gleichzeitigen bedauerlichen Zwistigkeiten in Europa" den Namen Ate, der griechischen Göttin des Unheils und der Verblendung.

Prof. Peters berechnete auch die ersten Bahnelemente des Planeten (Astr. Nachr., Bd. 76) aus einem 36tägigen Bogen (6 Grad geocentrisch) und beobachtete denselben durch 69 Tage, und zwar im Ganzen 22mal; ausserdem stellte noch Prof. Asaph Hall in Washington 6 Beobachtungen an (beide in Astr. Nachr., Band 77); eine europäische Beobachtung liegt nicht vor.

Mit diesen Elementen wurden für 1871 (Peters) und 1872 (Lehmann) Jahresephemeriden gerechnet, aber der Planet konnte in der Opposition 1871 November nicht gefunden werden.

Im Jänner 1872 übernahm ich die Berechnung, um die Auffindung noch während dieser zweiten Erscheinung zu ermöglichen. Ich leitete eine Bahn aus vier Orten ab und um de, Rechnung nicht etwa unbewusster Weise eine sehr fehlerhafte Beobachtung zu Grunde zu legen, rechnete ich zuerst mit den Elementen von Peters eine Ephemeride (5stellig) und verglich damit die Beobachtungen, welche ich benützen wollte.

Es zeigte sich keine auffällige Differenz; erst nachträglich bei Vergleichung mit der strengen Ephemeride stellte sich

heraus, dass die letzte Beobachtung vom 22. October in Folge der ungenauen Position des Vergleichsterns um etwa 10' entstellt war.

Die zu Grunde gelegten Beobachtungen sind:

1870		m. Ortszeit	α	δ
August 14	Clinton	12h 38m 31s	21h 25m 20s21	−13°10' 5"4
Sept. 1	Clinton	9 11 42	21 9 58·08	−13 56 28·4
	Washington	9 54 1	21 9 56·13	−13 56 38·1
Sept. 22	Clinton	8 27 35	20 59 4·75	−14 25 51·8
Oct. 22	Clinton	8 31 31	21 2 32·52	−14 0 9·5.

Die Beobachtung vom 22. September ist in Folge der corrigirten Position des Vergleichsterns geändert worden.

Nachdem ich an diese Beobachtungen noch die „kleinen Correctionen“ mit Hilfe der Elemente von Peters angebracht hatte, übertrug ich dieselben auf die Ekliptik und erhielt:

mittl. Zeit Berlin	Länge	Breite 1870·0
Aug. 14·76299	319°31'16"9	+1°54' 4"7
Sept. 1·63603	315 43 8·6	+2 17 37·3
„ 22·58750	313 3 8·3	+2 34 57·9
Oct. 22·58824	313 58 44·0	+2 45 22·1

Daraus ergab sich:

A.

1870 Aug. 14·76299 $M = 215° \; 9' 50"8$

$\pi = 111 \; 31 \; 5·6$ ⎫ mittl. Aeq.
$☊ = 306 \; 16 \; 32·8$ ⎬ 1870·0
$i = 4 \; 57 \; 34·9$ ⎭

$\varphi = 5 \; 56 \; 47·5$

$\mu = 851"804$

$\log. a = 0·413111$

Darstellung der Beobachtungen. $(B-R)$

$d\lambda_1 = +0"2 \qquad d\beta_1 = 0"0$

$d\lambda_2 = +0·2 \qquad d\beta_2 = +0·2$

$d\lambda_3 = -0·6 \qquad d\beta_3 = -0·8$

$d\lambda_4 = -0·7 \qquad d\beta_4 = 0·0$

Mit diesen Elementen rechnete ich zur Aufsuchung des Planeten hypothetische Ephemeriden vom 30. Januar bis 27. Februar 1872 und theilte dieselben mehreren Sternwarten mit; ein weitverbreitetes und lange anhaltendes trübes Wetter

liess Herrn Dr. F. Tietjen in Berlin erst am 13. Februar während einer ganz kurzen Aufheiterung auf den Planeten stossen, aber die erhaltene Position konnte an diesem Abende noch nicht als Ort des Planeten sichergestellt werden, weshalb ich meine Ephemeride bis zum 14. März fortsetzte. Am 6. März konnte Dr. Tietjen den Planeten beobachten und erhielt folgende Position:

mittl. Berl. Zeit	app. α	app. δ
1872 März 6 8h4m56s	4h52m8s64	+24°56'38"5.

Die Abweichung der Ephemeride betrug:

$$d\alpha = +3^s12^s \quad d\delta = +1'4.$$

Prof. Peters in Clinton fand den Planeten am 12. März.

Es ist sehr erfreulich, dass der Planet noch in dieser Erscheinung aufgefunden wurde; denn in den zwei nächsten Oppositionen (1873 und 1874) war er jedesmal 20° südlich vom Äquator und hatte ausserdem eine geringere Helligkeit, da er im Mai 1874 im Aphel stand, so dass also die Wahrscheinlichkeit, denselben in einem dieser beiden Jahre aufzufinden, sehr gering gewesen wäre.

Inzwischen hatte ich mit den obigen Elementen für die Zeit der ersten Opposition eine Ephemeride gerechnet und damit alle Beobachtungen verglichen. Ich bildete nun für den Anfang und das Ende der Beobachtungsreihe je einen Normalort und verband damit die Beobachtung vom 6. März 1872, um durch Variation von zwei geocentrischen Distanzen die Elemente zu verbessern.

mittl. Berl. Zeit	α	δ	
1870 Aug. 16·50000	21h23m42s62	−13°15' 3"0	1870·0
1870 Oct. 14·00000	20 59 17·52	−14 16 2·8	1870·0
1872 März 6·32451	4 52 9·17	+24 56 36·6	1872·0

Mit den dadurch erhaltenen Elementen rechnete ich von März 31 bis April 20 eine Ephemeride (Astr. Nachr., Band 79), die zur weiteren Verfolgung des Planeten diente. Derselbe wurde vom 6. März bis 26. April beobachtet, also noch 5 Monate nach der Opposition, ein Fall, der bei den Asteroiden, mit Ausnahme der grösseren, wohl selten genug vorkommen mag.

Leider ist mir der grösste Theil der Beobachtungen aus dieser Epoche erst sehr spät zugekommen, und ich musste daher

vereinzelte Positionen benützen, um eine hinreichend genaue Vorausberechnung für das Jahr 1873 liefern zu können.

Ausser der Berliner Beobachtung vom 6. März 1872 nahm ich nun zu den aus der Zeit der ersten Erscheinung gebildeten zwei Normalorten noch folgende hinzu:

	1872 mittl. Zeit.	α	δ
Clinton April 4	$8^h 59^m 7^s$	$5^h 36^m 44^s 85$	$+24°45'43''9$,

weil diese die letzte unter denjenigen war, die mir damals zur Verfügung standen; überdies wurde die schon bei der ersten Bahnbestimmung benützte Beobachtung vom 22. Sept. 1870 in die Rechnung mit einbezogen.

Die Rechnungsgrundlagen waren daher folgende:

mittl. Zeit Berlin	λ	β	
1870 Aug. 16·50000	319° 7'22"4	+1°56'40"2	Mittl. Ekliptik und Äquin. 1870·0.
Sept. 22·58750	313 3 8·3	+2 34 57·9	
Oct. 14·00000	313 9 11·2	+2 43 29·2	
1872 März 6·32451	74 37 11·3	+2 23 15·2	
April 4·60681	84 41 42·9	+1 24 44·8	

Jetzt versuchte ich die durch die beiden Normalorte 1870 August 16 und October 14 durchgelegte Bahn auch den übrigen Beobachtungen anzuschliessen; ich stellte also mit den 3 Hypothesen, welche ich bei der oben erwähnten Bahnverbesserung durch Variation der Distanzen benützt hatte, diese fünf Orte dar und löste die schliesslichen Gleichungen nur in Bezug auf die geocentrischen Längen auf; doch die beiden Unbekannten waren daraus sehr unsicher zu bestimmen, indem erst die fünfte Decimale des Coëfficienten der einen Unbekannten von Null verschieden war. Als ich dennoch mit den gefundenen wahrscheinlichsten Werthen für die beiden Distanzen eine vierte Hypothese gerechnet hatte, war die Darstellung der Beobachtungen in der That höchst ungenügend. Ich wiederholte den Versuch und variirte abermals jede der beiden Distanzen, betrachtete also die frühere vierte Hypothese jetzt als erste und rechnete wieder zwei neue Elementensysteme. Als ich nach Darstellung der Orte daran ging, die aus den Abweichungen sich ergebenden Gleichungen aufzulösen, zeigte sich die Unbestimmtheit in noch höherem Grade als vorher, so dass ich endlich den Versuch, auf diesem Wege zum Ziele zu gelangen, aufgab.

Die Bahn wurde nun durch August 16, 1870 und März 6, 1872 gelegt und die abermalige Anwendung der Methode der Variation der Distanzen ergab folgende Resultate:

		I.	II.	III.	IV. Hypothese (*B.*)
1870 Aug. 16·50000	$\log \Delta_1 =$	0·255760	0·256760	0·255760	0·256004
1872 März 6·32451	$\log \Delta_2 =$	0·329058	0·329058	0·330058	0·328969
	☊ =	306°13'44"6	306°13' 9"6	306°12'54"1	306°13'40"6
	$i =$	4 56 20·4	4 56 26·4	4 56 3·7	4 56 23·3
	$\varphi =$	5 58 9·2	6 1 43·5	5 55 30·3	5 59 15·9
	$\log a =$	0·413092	0·413659	0·413629	0·413183
	$\log \mu =$	2·930368	2·929518	2·929563	2·930232
	$\pi -$☊ =	163°41'56"5	163° 8'51"5	163° 3'27"1	163°37'17"2
	$M_1 =$	217 29 28·1	218 13 27·1	218 12 55·8	217 36 20·2
1870 Sept. 22·58750	$\lambda =$	313 2 56·5	313 3 1·6	313 3 19·7	313 2 55·9
	$\beta =$	+2 34 55·3	+2 34 49·5	+2 34 55·0	+2 34 53·8
1870 Oct. 14·00000	$\lambda =$	313 9 13·7	313 8 48·5	313 9 46·0	313 9 7·1
	$\beta =$	+2 43 28·8	+2 43 21·4	+2 43 28·5	+2 43 27·1
1872 April 4·60681	$\lambda =$	84 41 23·2	84 41 46·3	84 39 56·2	84 41 34·2
	$\beta =$	+1 24 42·1	+1 24 40·2	+1 24 54·5	+1 24 40·7

Darstellung der Beobachtungen ($B-R$):

mittl. Zeit Berlin		$d\lambda$	$d\beta$
1870 Aug.	16·50000	− 0"2	−0"1
Sept.	22·58750	+12·3	+4·1
Oct.	14·00000	+ 4·0	+2·1
1872 März	6·32451	+ 0·3	+0·1
April	4·60681	+ 8·6	+4·1.

Die sechs Bedingungsgleichungen hatten innerhalb der Unsicherheitsgränzen der Rechnung dieselben Differenzen ergeben, und ich hielt daher eine weitere Verbesserung mit Hilfe der mir zu Gebote stehenden Beobachtungen für zwecklos. Mit den Elementen der vierten Hypothese wurden die Ephemeriden für 1873 gerechnet (Berliner Jahrbuch für 1875); da die obige Darstellung der Orte wenig zufriedenstellend ist, so liess sich in der dritten Opposition (April 1873) noch immer eine beträchtliche Abweichung erwarten.

Als Ephemeriden-Correction ergab sich:

1873 April 15·5 $d\alpha = -121^s97$, $d\delta = +709"2$

und der auf 1870·0 bezogene Normalort:

1873 April 15·5 $\lambda = 211°12'41"2$, $\beta = -7°56'24"1$.

Um die Bahn auch durch diese Position zu legen, benützte ich die drei ersten Hypothesen, welche ich bei der oben ange-

führten Verbesserung durch Variation der Distanzen gerechnet hatte und erhielt:

C.

1870 Aug. 16·5 $M = 218°32'26''8$

$\pi - \Omega$	$= 162\ 53\ \ 5 \cdot 9$	mittl. Äq. 1870·0
Ω	$= 306\ 12\ 50 \cdot 1$	
i	$= \ \ 4\ 56\ 23 \cdot 0$	

$\varphi = \ \ 6\ \ 1\ 40 \cdot 5$

$\mu = 849''496$

$\log a = 0 \cdot 413897.$

Das hier gefundene Elementensystem wurde für die Störungen verwendet, an deren Berechnung ich jetzt ging; ich ermittelte die Störungen in den rechtwinkligen ekliptikalen Coordinaten, die der Planet durch Jupiter und Saturn erleidet, nach den Formeln von Encke im Berliner Jahrbuch für 1858. Die Osculation legte ich in die dritte Opposition, und zwar auf 1873 Mai 5·0. Von da ausgehend rechnete ich die Störungen nach rückwärts bis 1870 Juli 20, wie aus dem weiter unten angeführten Schema zu ersehen ist.

Aus demselben erhielt ich für die zu Grunde gelegten Beobachtungen folgende Störungswerthe für die Ekliptikal-Coordinaten in Einheiten der siebenten Decimale:

	ξ	η	ζ
1870 Aug. 16·50000	+64365	+74584	+7957
Oct. 14·00000	+50945	+80957	+7422
1872 März 6·32451	− 5086	+11737	+ 652
April 4·60681	− 3605	+ 9278	+ 596
1873 April 15·50000	+ 4	+ 13	+ 1.

Diese Werthe wurden mit den rechtwinkligen ekliptikalen Sonnen-Coordinaten vereinigt, worauf durch Variation der Distanzen neue Elemente bestimmt wurden, in folgender Weise:

D.

	I.	II.	III.	IV. Hypothese.
1870 Aug. 16·5 $\log \Delta_1 =$	0·256937	0·257937	0·256937	0·257305
1873 April 15·5 $\log \Delta_2 =$	0·208867	0·208867	0·209867	0·209638
$\Omega =$	306°12'44''5	306°11'45''8	306°13'32''7	306°13' 1''3
$i =$	4 56 30·9	4 56 30·3	4 56 47·1	4 56 43·1
$\varphi =$	6 3 1·6	6 6 40·6	6 3 57·0	6 5 5·1
$\log a =$	0·413738	0·413932	0·413911	0·413944
$\log \mu =$	2·929400	2·929109	2·929141	2·929091
$\pi - \Omega =$	162°40'26''6	162°54'57''7	162° 6'26''1	162°19'33''8

D.

		I.	II.	III.	IV. Hypothese.
	$M_1 =$	218°34'53"0	218°22'58"1	219°15'22"8	219° 1'45"2
1870 Oct. 14·00000	$\lambda =$	313 7 0·0	313 8 31·7	313 9 1·9	313 9 1·9
	$\beta = +$	2 43 27·0	+2 43 10·0	+2 43 28·2	+2 43 22·3
1872 März 6·32451	$\lambda =$	74 32 37·2	74 22 36·4	74 43 8·4	74 37 0·7
	$\beta = +$	2 23 38·4	+2 24 8·7	+2 23 8·6	+2 23 26·5
1872 April 4·60681	$\lambda =$	84 37 37·9	84 29 30·8	84 47 3·3	84 41 55·2
	$\beta = +$	1 25 3·6	+1 25 32·3	+1 24 27·8	+1 24 46·7

Darstellung der Beobachtungen ($B-R$):

	$d\lambda$	$d\beta$
1870 Aug. 16·50000	0"0	0"0
1870 Oct. 14·00000	+ 9·3	+ 6·9
1872 März 6·32457	+10·6	−11·3
1872 April 4·60681	−12·3	− 1·9
1873 April 15·50000	0·0	0·0.

Mit den Elementen der IV. Hypothese wurde die Störungsrechnung weiter fortgeführt (von 1873 August 13 bis 1874 September 17); ferner sind damit die Ephemeriden für 1874 (Berliner Jahrbuch für 1876) gerechnet worden.

II. Zusammenstellung der Resultate.

Die in der folgenden Übersicht enthaltenen Beobachtungen aus den vier ersten Erscheinungen des Planeten sind in der Gestalt angeführt, wie ich dieselben mit Hilfe der corrigirten Positionen der benützten Vergleichsterne abgeändert habe.

Die mit * bezeichnete Columne bezieht sich auf die Art der Beobachtung und enthält bei Refractorbeobachtungen den Hinweis auf den Vergleichstern; die Parallaxe ist mit dem Werthe von Newcomb für die mittlere Sonnenparallaxe (8"848) berechnet.

I. Opposition (1870).

Aus den zu Anfang dieser Abhandlung mitgetheilten Elementen (A) fand ich zur Berechnung der rechtwinkligen Coordinaten mit Einführung der excentrischen Anomalien (E)

$$x' = [0\cdot410028] \sin(E + 201°43'36"4) \quad +0\cdot098583$$
$$y' = [0\cdot365293] \sin(E + 109\ 32\ 31\cdot2) \quad -0\cdot226406$$
$$z' = [0\cdot064717] \sin(E + 119\ 28\ 55\cdot7) \quad -0\cdot104677.$$

Die in eckigen Klammern eingeschlossenen Coëfficienten sind logarithmisch angesetzt. Daraus ergab sich folgende

Ephemeride.

0ʰ m. Berl. Zeit 1870	α	δ	log Δ	Aberrzt.
Aug. 14	21ʰ 26ᵐ 2ˢ71	−13° 7′ 51″8	0·256423	14ᵐ 58ˢ
15	21 25 7·01	−13 10 41·9	0·256470	14 59
16	21 24 11·42	−13 13 31·8	0·256585	14 59
17	21 23 16·00	−13 16 21·1	0·256767	14 59
18	21 22 20·82	−13 19 9·5	0·257016	15 0
19	21 21 25·95	−13 21 56·9	0·257331	15 0
20	21 20 31·43	−13 24 43·2	0·257713	15 1
21	21 19 37·32	−13 27 28·2	0·258161	15 2
22	21 18 43·66	−13 30 11·6	0·258675	15 3
23	21 17 50·51	−13 32 52·9	0·259253	15 4
24	21 16 57·95	−13 35 32·0	0·259895	15 6
25	21 16 6·07	−13 38 8·9	0·260602	15 7
26	21 15 14·89	−13 40 43·4	0·261372	15 9
27	21 14 24·46	−13 43 15·3	0·262204	15 11
28	21 13 34·85	−13 45 44·3	0·263097	15 12
29	21 12 46·10	−13 48 10·1	0·264050	15 14
30	21 11 58·25	−13 50 32·5	0·265062	15 17
31	21 11 11·37	−13 52 51·6	0·266134	15 19
Sept. 1	21 10 25·49	−13 55 7·2	0·267262	15 21
2	21 9 40·67	−13 57 19·1	0·268444	15 24
3	21 8 56·95	−13 59 27·1	0·269680	15 26
4	21 8 14·35	−14 1 31·0	0·270970	15 29
5	21 7 32·91	−14 3 30·7	0·272313	15 32
6	21 6 52·69	−14 5 26·2	0·273706	15 35
7	21 6 13·71	−14 7 17·3	0·275148	15 38
8	21 5 36·01	−14 9 4·0	0·276638	15 41
9	21 4 59 60	−14 10 46·1	0·278174	15 45
10	21 4 24·48	−14 12 23·7	0·279755	15 48
11	21 3 50·69	−14 13 56·6	0·281379	15 52
12	21 3 18·29	−14 15 24·5	0·283045	15 55
13	21 2 47·29	−14 16 47·6	0·284753	15 59
14	21 2 17·75	−14 18 6·0	0·286501	16 3
15	21 1 49·65	−14 19 19·5	0·288288	16 7
16	21 1 22·97	−14 20 27·7	0·290111	16 11
17	21 0 57·75	−14 21 30·9	0·291969	16 15
18	21 0 34·00	−14 22 29·0	0·293862	16 19
19	21 0 11·76	−14 23 21·8	0·295789	16 24
20	20 59 51·05	−14 24 9·2	0·297749	16 28
21	20 59 31·89	−14 24 51·3	0·299738	16 33
22	20 59 14·30	−14 25 28·4	0·301755	16 37

0h m. Berl. Zeit 1870	α	δ	log Δ	Aberrzt.
Sept. 23	20h 58m 58s·26	—14° 26' 0"1	0·303800	16m 42s
24	20 58 43·74	—14 26 26·3	0·305871	16 47
25	20 58 30·78	—14 26 46·9	0·307968	16 52
26	20 58 19·40	—14 27 2·1	0·310088	16 57
27	20 58 9·59	—14 27 11·8	0·312231	17 2
28	20 58 1·34	—14 27 16·2	0·314394	17 7
29	20 57 54·68	—14 27 15·0	0·316576	17 12
30	20 57 49·61	—14 27 8·0	0·318778	17 17
Oct. 1	20 57 46·11	—14 26 55·5	0·320997	17 22
2	20 57 44·13	—14 26 37·7	0·323230	17 28
3	20 57 43·71	—14 26 14·4	0·325477	17 33
4	20 57 44·86	—14 25 45·2	0·327739	17 39
5	20 57 47·55	—14 25 10·5	0·330013	17 44
6	20 57 51·74	—14 24 30·3	0·332298	17 50
7	20 57 57·43	—14 23 44·7	0·334592	17 56
8	20 58 4·63	—14 22 53·5	0·336895	18 1
9	20 58 13·33	—14 21 56·8	0·339207	18 7
10	20 58 23·52	—14 20 54·7	0·341526	18 13
11	20 58 35·17	—14 19 47·2	0·343852	18 19
12	20 58 48·26	—14 18 34·1	0·346183	18 25
13	20 59 2·78	—14 17 15·6	0·348519	18 31
14	20 59 18·72	—14 15 51·6	0·350858	18 37
15	20 59 36·09	—14 14 22·1	0·353200	18 43.

Die Beobachtungen aus dieser Opposition beruhen auf den unten angeführten Vergleichsternen, über deren Positionen ich folgende Annahmen gemacht habe.

Vergleichsterne für 1870·0.

*	α	δ		Gew.
a	20h 59m 28s·69	—14° 1' 23"1	Lamont 3507	
b	20 59 39·40	—14 13 20·6	* 10m; bestimmt durch *f*	
c	20 59 56·77	—14 26 26·4		
d	21 1 23·85	—14 21 26·6	2 Berliner Mer. B.	
e	21 2 14·58	—14 18 10·6	„ „ „	
f	21 4 44·74	—14 14 3·0	„ „ „	
g	21 8 52·17	—13 44 19·3	Rümker Nachtrag 25	1
	52·16	19·3	Lamont 3568	1
angen.	21 8 52·17	19·3		
h	21 10 25·47	—13 57 37·1	Lamont 3578	1
	25·17	34·3	Santini 1961	2
angen.	21 10 25·27	—13 57 35·2		

*	α	δ		Gew.
i	21ʰ11ᵐ12ˢ35	—13°51′54″9	Lamont 3580	1
	12·21	56·1	Santini 1962	1
	12·16	59·8	Schjellerup 8602	1
angen.	21 11 12·24	—13 51 56·9		
k	21 12 12·29	—13 45 21·9	* 11ᵐ; bestimmt durch *g*	
l	21 12 13·73	—13 35 37·9	Schjell. 8613	
m	21 17 5·12	—13 26 3·8	Yarnall 9346	1
	5·09	4·2	New 7 Year Cat. 2427	2
angen.	21 17 5·10	—13 26 4·1		
n	21 21 38·09	—13 9 14·5	Lamont 3646	1
	38·34	10·0	Santini 1987	2
angen.	21 21 38·26	—13 9 11·5		
o	21 22 18·51	—13 20 18·5	* 9ᵐ; bestimmt durch *p*	
p	21 24 53·55	—13 20 14·8	2 Berl. M. B.	
q	21 24 58 09	—13 8 56·3	* 11ᵐ; best. durch *n*.	

An den Stern *c*, welcher sowohl am 18. als am 19. September gemeinschaftlich mit *d* als Vergleichstern benützt ist, wurde mittelst nachstehender Positionen von Santini und der doppelten Beobachtung des Planeten selbst eine Correction angebracht, wodurch der obige Werth entstand.

*		α	δ
c Santini	1935	20ʰ59ᵐ56ˢ60	—14°26′26″2
d „	1938	21 1 23·70	—14 21 29·7.

Beobachtungen.

1870	Ort	mittl. Ortszeit	α	δ	*
Aug. 14	Clinton	12ʰ38ᵐ31ˢ	21ʰ25ᵐ20ˢ08	—13°10′ 2″8	*q*
„ 15	„	9 5 40	21 24 32·75	—13 12 26·9	*n*
„ 17	„	11 17 7	21 22 36·82	—13 18 25·9	*o*
„ 18	„	11 58 2	21 21 40·39	—13 21 16·3	*o*
„ 19	Washington	10 38 33	21 20 48·46	—13 23 55·2	*m*
„ 26	„	8 49 33	21 14 44·55	—13 42 18·8	*l*
„ 27	Clinton	11 54 46	21 13 48·22	—13 45 5·2	*k*
„ 28	Washington	10 4 30	21 13 2·72	—13 47 24·3	*l*
„ 30	Clinton	8 44 50	21 11 30·18	—13 51 58·5	*i*
„ 30	Washington	9 23 1	21 11 28·64	—13 52 1·5	*i*
Sept. 1	Clinton	9 11 42	21 9 57·82	—13 56 36·4	*h*
„ 1	Washington	9 54 1	21 9 56·27	—13 56 36·5	*i*
„ 10	Clinton	9 11 40	21 4 3·90	—14 13 25·0	*f*
„ 11	„	8 1 36	21 3 32·52	—14 14 49·9	*f*

1870	Ort	mittl. Ortszeit	α	δ	*
Sept. 13	Clinton	7ʰ43ᵐ38ˢ	21ʰ 2ᵐ31ˢ11	—14°17'36"3	*e*
„ 14	„	8 31 45	21 2 1·54	—14 18 53·2	*e*
„ 15	„	8 21 56	21 1 34·31	—14 20 4·5	*d*
„ 18	„	8 27 27	21 0 21·13	—14 23 5·3	*d*
„ 18	„	8 28 8	21 0 20·88	—14 23 4·2	*c*
„ 19	„	8 44 40	20 59 59·56	—14 23 54·9	*d*
„ 19	„	8 44 36	20 59 59·10	—14 23 55·3	*c*
„ 21	„	9 13 32	20 59 20·92	—14 25 19·8	*c*
„ 22	„	8 27 35	20 59 4·75	—14 25 51·8	*c*
Oct. 12	„	7 46 16	20 58 56·27	—14 17 57·9	*c*
„ 14	„	7 34 8	20 59 28·30	—14 15 11·8	*b*
„ 15	„	7 40 37	20 59 46·38	—14 13 38·2	*b*
„ 15	Washington	7 44 3	20 59 46·99	—14 13 31·6	*d*
„ 22	Clinton	8 31 31	21 2 32·94	—14 0 15·2	*a*

Die Vergleichung dieser Beobachtungen mit der obigen Ephemeride ist in der folgenden Zusammenstellung enthalten.

1870		Ort	Corr. f. Parallaxe in		Beob. — Rechn.	
			AR.	Decl.	*dα*	*dδ*
Aug.	14	Clinton	+0ˢ05	+4"1	—0ˢ10	+2"9
„	15	„	—0·16	+3·9	—0 19	+3·4
„	17	„	—0·02	+4·1	—0·20	—1·6
„	18	„	+0·03	+4·1	—0·05	+0·4
„	19	Washington	—0·06	+3·8	—0·21	—0·6
„	26	„	— 0·14	+3·5	+0·27	+0·7
„	27	Clinton	+0·07	+4·0	+0·25	+3·5
„	28	Washington	—0·04	+3·8	+0·12	+0·3
„	30	Clinton	—0·11	+4·0	+0·10	+1·9
„	30	Washington	—0·08	+3·8	+0·07	+3·0
Sept.	1	Clinton	—0·08	+4·0	+0·13	—3·1
„	1	Washington	—0·04	+3·8	+0·13	+1·0
„	10	Clinton	—0·03	+3·9	+0·44	+0·8
„	11	„	—0·10	+3·8	+0·37	+1·2
„	13	„	—0·11	+3·8	+0·36	—0·6
„	14	„	—0·06	+3·8	+0·50	+0·6
„	15	„	—0·06	+3·8	+0·35	—0·8
„	18	„	—0·04	+3·8	+0·35 +0·10	—0·9 +0·3
„	19	„	—0·02	+3·8	+0·35 +0·01	0·0 —0·7
„	21	„	+0·02	+3·7	+0·14	—1·1
„	22	„	—0·02	+3·7	+0·05	—0·5

1870		Ort	Corr. f. Parallaxe in AR.	Decl.	Beob. — Rechn. $d\alpha$	$d\delta$
Oct.	12	Clinton	+0ˢ01	+3″4	+0ˢ09	—3″1
„	14	„	+0·01	+3·3	+0·22	—5·4
„	15	„	+0·02	+3·4	+0·09	—4·6
„	15	Washington	+0·03	+3·1	+0·57	+1·0
„	22	Clinton	+0·07	+3·1	+0·47	—5·7.

Da ich die oben angeführten Positionen der Vergleichsterne erst nachträglich bestimmte, so wurden die aus dieser Opposition gebildeten zwei Normalorte aus denjenigen Ephemeriden-Correctionen abgeleitet, welche aus den in Astr. Nachr. Nr. 1825 u. 1826 mitgetheilten Beobachtungen direct folgen.

1870 Aug. 16·5	$d\alpha = -0^s07$	$d\delta = 0''0$
1870 Oct. 14·0	$d\alpha = +0·20$	$d\delta = -3·9.$

Daraus folgen die auf das mittlere Äquinoctium 1870·0 bezogenen Normalorte.

	α	δ
1870 Aug. 16·5	320°55'39″3	—13°15'3″0
1870 Oct. 14·0	314 49 22·8	—14 16 2·8.

II. Opposition (1871).

Da der Planet erst lange nach der Opposition gefunden wurde, so fallen die Beobachtungen desselben in das Jahr 1872.

In den bisherigen Vorausberechnungen des Planeten war diese zweite Erscheinung desselben nur durch zwei vereinzelte Beobachtungen vertreten, die durch kein Elementensystem gut dargestellt werden konnten, so dass immer noch beträchtliche Differenzen zwischen Beobachtung und Rechnung übrig blieben.

Deshalb bildete ich jetzt, da inzwischen alle weiter unten angeführten Beobachtungen vom Jahre 1872 bekannt geworden waren, auch für diese Erscheinung einen Normalort; weil ferner die Beobachtungen durch eine Pause von 15 Tagen in zwei Gruppen zerfallen, so benützte ich blos den ersten Theil derselben.

Herr F. Kühnert rechnete mit den am Ende des ersten Abschnittes (IV. Hypothese) mitgetheilten Elementen (D), die also auf drei Oppositionen beruhen, folgende Ephemeride:

$$\left.\begin{aligned} x' &= [0{\cdot}410690] \sin (E+198°46'17''{\cdot}1)+0{\cdot}087815 \\ y' &= [0{\cdot}366225] \sin (E+106\ 36\ 31{\cdot}3)-0{\cdot}236059 \\ z' &= [0{\cdot}065447] \sin (E+116\ 31\ 16{\cdot}8)-0{\cdot}110271 \end{aligned}\right\} 1872{\cdot}0$$

12ʰ m. Berl. Zeit	α	δ	log Δ	Aberrzt.
1872 März 6	4ʰ52ᵐ21ˢ59	+24°56'45"0	0·329451	17ᵐ43ˢ
7	4 53 40·76	24 56 33·0	0·331903	17 49
8	4 55 0·96	24 56 20·3	0·334342	17 55
9	4 56 22·19	24 56 6·7	0·336764	18 1
10	4 57 44·45	24 55 54·4	0·339169	18 7
11	4 59 7·69	24 55 42·3	0·341561	18 13
12	5 0 31·89	24 55 29·8	0·343939	18 19
13	5 1 57·04	24 55 17·9	0·346299	18 25
14	5 3 23·15	+24 55 5·0	0·348643	18 31.

Dabei sind folgende äquatoriale Störungswerthe (in Einheiten der 7. Decimale) angebracht:

	ξ'	η'	ζ'
März 6·5	−5076	+10491	+5264
7·5	−5022	+10407	+5225
8·5	−4968	+10323	+5186
9·5	−4914	+10239	+5147
10·5	−4860	+10156	+5108
11·5	−4807	+10074	+5071
12·5	−4755	+ 9992	+5034
13·5	−4702	+ 9911	+4997
14·5	−4650	+ 9830	+4960

Vergleichsterne für 1872·0.

*	α	δ	
a	4ʰ52ᵐ26ˢ77	+24°56'26"1	Berliner Meridian-Beobachtung.
b	5 1 12·62	+24 55 7·7	B. D. +24°762, bestimmt nach *c*.
c	5 2 53·77	+24 59 9·6	Weisse 5ʰ 1—4.
d	5 26 31·83	+24 49 51·8	B. D. +24°860, bestimmt nach *f*.
e	5 27 57·84	+24 50 9·9	Berlin. Mer.-Beob.
f	5 36 45·48	+24 51 23·9	„ „ „
g	5 37 19·28	+24 37 33·6	Weisse 5ʰ 1192.
h	5 37 38·82	+24 44 18·9	B. D. +24°947, bestimmt nach *f* und *g*.
i	5 49 45·17	+24 35 42·8	Rümker 1628.
k	6 3 41·10	+24 26 47·8	Armagh Cat. 1394 (1), Rümker 1744 (1), Taylor 2335 (10).
l	6 14 1·17	+24 15 38·5	Bonn. Beob. +24°1221.

Beobachtungen.
(Astr. Nachr., Band 79, 80, 81, 82.)

1872		Ort	m. Ortszeit	α	δ	*
März	6	Berlin	8h 4m56s	4h52m 8s64	+24°56'40"3	a
„	7	„	7 13 54	4 53 24·76	24 56 27·2	a
„	8	„	8 14 37	4 54 47·90	24 56 12·2	a
„	8	Wien	8 40 33	4 54 49·57	24 56 15·6	a
„	8	Leipzig	9 10 38	4 54 51·11	24 56 10·2	a
„	12	Clinton	9 36 59	5 0 43·68	24 55 28·5	b
„	13	Hamburg	8 44 40	5 1 45·39	24 55 20·0	c
„	14	„	8 15 3	5 3 9·46	24 55 8·6	c
„	29	Clinton	8 45 6	5 26 42·37	24 49 47·2	d
„	30	Berlin	8 6 16	5 27 54·06	24 49 23·6	e
April	4	„	8 21 55	5 36 16·65	24 45 58·3	f
„	4	Clinton	8 59 7	5 36 44·85	24 45 43·9	h
„	11	Hamburg	10 10 27	5 48 32·56	24 39 10·3	i
„	12	„	8 58 11	5 50 13·40	24 38 3·3	i
„	18	„	9 28 42	6 1 1·98	24 29 37·3	k
„	26	„	10 17 36	6 15 50·51	+24 14 26·6	l

Die Vergleichung der ersten Hälfte dieser Beobachtungen mit der obigen Ephemeride ergab:

			Corr. f. Parallaxe in		B—R.	
			AR.	Decl.	$d\alpha$	$d\delta$
März	6	Berlin	+0s10	+2"1	+0s94	—4"7
„	7	„	+0·07	+2·0	+0·86	—6·3
„	8	„	+0·11	+2·1	+0·67	—8·1
„	8	Wien	+0·14	+3·6	+1·59	—3·1
„	8	Leipzig	+0·15	+2·2	+0.56	—9·5
„	12	Clinton	+0·19	+1·9	+0·57	+0·2
„	13	Hamburg	+0·13	+2·2	+0.37	+2·7
„	14	„	+0·11	+2·1	+0·23	+3·6

Als Ephemeriden-Correction habe ich angenommen:

1872 März 9·5 $d\alpha = +0^s73$ $d\delta = -3''1$

und demnach den auf das mittlere Äquinoctium 1870·0 bezogenen Normalort:

1872 März 9·5 $\alpha = 74°4'1''3$ $\delta = +24°55'50''8$.

III. Opposition (1873).

Mit den oben aus den zwei ersten Erscheinungen abgeleiteten Elementen (*B*) (IV. Hypothese) wurde gerechnet:

$$\left.\begin{aligned} x' &= [0\cdot410038] \sin (E+200^\circ\ 5'38''2)+0\cdot092128 \\ y' &= [0\cdot365446] \sin (E+107\ 55\ 43\cdot1)-0\cdot230238 \\ z' &= [0\cdot064624] \sin (E+117\ 49\ 50\cdot6)-0\cdot107051 \end{aligned}\right\}\ 1873\cdot0$$

Ephemeride.

12ʰ m. Berl. Zt. 1873	α	δ	log Δ	Aberrzt.
März 30	14ʰ 0ᵐ41ˢ87	−20°25′34″8	0·218260	13ᵐ43ˢ
„ 31	13 59 55·45	−20 23 27·5	0·217081	13 41
April 1	13 59 7·96	−20 21 10·0	0·215963	13 39
„ 2	13 58 19·48	−20 18 42·3	0·214907	13 37
„ 3	13 57 30·07	−20 16 4·5	0·213915	13 35
„ 4	13 56 39·79	−20 13 16·7	0·212987	13 33
„ 5	13 55 48·70	−20 10 19·2	0·212126	13 31
„ 6	13 54 56·85	−20 7 12·1	0·211331	13 30
„ 7	13 54 4·32	−20 3 55·6	0·210604	13 29
„ 8	13 53 11·16	−20 0 29·9	0·209945	13 27
„ 9	13 52 17·43	−19 56 55·3	0·209356	13 26
„ 10	13 51 23·21	−19 53 12·0	0·208837	13 25
„ 11	13 50 28·57	−19 49 20·2	0·208388	13 24
„ 12	13 49 33·56	−19 45 20·1	0·208011	13 24
„ 13	13 48 38·25	−19 41 12·1	0·207705	13 23
„ 14	13 47 42·70	−19 36 56·4	0·207471	13 23
„ 15	13 46 46·99	−19 32 33·4	0·207310	13 22
„ 16	13 45 51·18	−19 28 3·3	0·207221	13 22
„ 17	13 44 55·34	−19 23 26·5	0·207206	13 22
„ 18	13 43 59·54	−19 18 43·3	0·207264	13 22
„ 19	13 43 3·84	−19 13 54·0	0·207396	13 23
„ 20	13 42 8·31	−19 8 59·0	0·207601	13 23
„ 21	13 41 13·02	−19 3 58·7	0·207880	13 23
„ 22	13 40 18·04	−18 58 53·5	0·208232	13 24
„ 23	13 39 23·45	−18 53 43·8	0·208657	13 25
„ 24	13 38 29·30	−18 48 30·1	0·209155	13 26
„ 25	13 37 35·67	−18 43 12·7	0·209726	13 27
„ 26	13 36 42·62	−18 37 52·1	0·210369	13 28
„ 27	13 35 50·22	−18 32 28·9	0·211083	13 29
„ 28	13 34 58·52	−18 27 3·4	0·211867	13 31
„ 29	13 34 7·58	−18 21 36·0	0·212721	13 32
„ 30	13 33 17·49	−18 16 7·3	0·213644	13 34
Mai 1	13 32 28·29	−18 10 37·7	0·214635	13 36
„ 2	13 31 40·03	−18 5 7·7	0·215693	13 38
„ 3	13 30 52·75	−17 59 37·7	0·216816	13 40
„ 4	13 30 6·51	−17 54 8·1	0·218003	13 42
„ 5	13 29 21·36	−17 48 39·2	0·219253	13 45

Vergleichsterne für 1873·0.

*			
a	13h 24m 9s67	—17°51'34"0	Anschluss an *c*.
„	13 25 12·20	—18 4 23·6	Mädler 1783.
	12·16	24·1	Armagh 2885.
	12·18	23·1	Seven Y. Cat. 1074.
ang.	13 25 12·18	—18 4 23·6	
c	13 26 38·30	—17 51 27·5	Wiener Mer. B.
d	13 27 22·77	—17 28 58·3	Anschluss an *a*.
e	13 30 36·34	—18 14 7·1	Berlin. Mer. B.
f	13 34 59	—18 20 30·3	Arg. Zon. 381, 82.
	59·16	30·5	Lal. 25253.
ang.	13 34 59·16	—18 20 30·4	
g	13 38 10·11	—19 5 16·9	Arg. Zon. 379, 55.
h	13 38 28·08	—18 41 36·6	2 Berlin. Mer. B.
i	13 43 37·56	—19 16 0·1	Arg. Zon. 381, 96.
k	13 46 37·01	—19 23 0·2	Arg. Oeltz. S. Z. 13213.
l	13 48 53·08	—19 37 34·6	„ „ „ „ 13251.
m	13 56 31·56	—20 10 41·4	2 Wien. M. B.

Beobachtungen.

(Astr. Nachr., Band 82, 83, 84. Bulletin International de l'Observatoire de Paris, 25. Aug. 1873 u. 5. Febr. 1875.)

1873	Ort	Ortszeit	α	δ	*
März 31	Pola	11h40m19s	13h57m56s11	—20°12'56"7	m
April 1	Wien	11 54 58	13 57 8·06	—20 10 33·8	m
„ 1	Pola	11 54 40	13 58 9·33	—20 10 36·2	m
„ 2	Wien	12 31 8	13 56 17·78	—20 7 58·0	m
„ 10	Leipzig	12 14 38	13 49 20·58	—19 41 45·2	l
„ 15	Lund	12 7 0	13 44 45·14	—19 20 49·1	i
„ 15	Leipzig	12 36 20	13 44 43·73	—19 20 47·4	k
„ 16	Lund	10 57 0	13 43 52·29	—19 16 30·3	i
„ 17	„	11 47 0	13 42 54·55	—19 11 40·9	i
„ 18	„	12 39 0	13 41 56·92	—19 6 46·3	i
„ 20	„	11 11 0	13 40 9·43	—18 57 15·2	g
„ 22	Paris	11 33 58	13 38 17·23	—18 46 45·2	M. B.
„ 23	Berlin	11 52 4	13 37 23·64	—18 41 44·9	h
„ 23	Leipzig	11 54 54	13 37 23·46	—18 41 42·9	h
„ 23	Paris	11 29 8	13 37 23·14	—18 41 36·7	M. B.
„ 25	Lund	11 17 0	13 35 37·67	—18 31 18·8	f
„ 29	Berlin	11 34 40	13 32 10·84	—18 9 37·5	e
Mai 3	Wien	10 47 52	13 28 58·75	—17 47 51·6	c
„ 5	„	10 14 26	13 27 29·66	—17 37 3·4	b
„ 5	„	10 40 47	13 27 28·42	—17 37 0·2	c
„ 6	„	10 49 35	13 26 44·47	—17 31 26·9	d

Vergleichung der Beobachtungen mit der Ephemeride.

1873	Ort	Corr. f. Parallaxe in AR.	Corr. f. Parallaxe in Decl.	B. — R. $d\alpha$	B. — R. $d\delta$
März 31	Pola	—0ˢ11	+4"7	—2ᵐ 0ˢ57	+10'38"7
April 1	Wien	—0·09	+4·9	—2 1.01	+10 44·2
„ 1	Pola	—0·14	+4·7	—2 0·84	+10 44·6
„ 2	Wien	+0·04	+5·0	—2 1·55	+10 48·7
„ 10	Leipzig	—0·02	+5·2	—2 2·45	+11 30·7
„ 15	Lund	0·00	+5·3	—2 2·07	+11 50.7
„ 15	Leipzig	+0·03	+5·2	—2 2·19	+11 46·2
„ 16	Lund	—0·06	+5·3	—2 1·88	+11 52·6
„ 17	„	—0·01	+5·3	—2 1·79	+11 55·9
„ 18	„	+0·04	+5·3	—2 1·55	+11 57·0
„ 20	„	—0·03	+5·3	—2 1·28	+12 1·9
„ 22	Paris	0·00	+5·0	—2 0·62	+12 7·2
„ 23	Berlin	+0·02	+5·2	—2 0·57	+12 8·5
„ 23	Leipzig	+0·03	+5·2	—2 0·51	+12 9·2
„ 23	Paris	0·00	+5·0	—2 0·31	+12 7·1
„ 25	Lund	0·00	+5·3	—2 0·06	+12 11·4
„ 29	Berlin	+0·03	+5·1	—1 58·07	+12 12·5
Mai 3	Wien	—0·01	+4·9	—1 57·19	+12 13·4
„ 5	„	—0·02	+4·9	—1 55·98	+12 9·2
„ 5	„	+0·01	+4·9		
„ 6	„	+0·02	+4·9	—1 55·76	+12 11·1

Da wegen des starken Ganges, den die Differenzen zeigen, bei der Bildung des Normalortes die Berücksichtigung der Glieder zweiter Ordnung erforderlich ist, so suchte ich die Fehler durch einen Ausdruck von parabolischer Form darzustellen und fand:

$$\text{April } 1\cdot5 \quad d\alpha = -120^s233 - 0^s309\,t + 0^s013\,t^2$$
$$d\delta = +643''37 + 6''26\,t - 0''11\,t^2.$$

Für April 15·5 ($t = 14$) hat man also:

$$d\alpha = -121^s97 \qquad d\delta = +709''2,$$

folglich ist der auf das mittlere Äquinoctium 1870·0 bezogene Normalort

$$1873 \text{ April } 15\cdot5 \qquad \alpha = 206^\circ8'50''0 \qquad \delta = -19^\circ19'47''9.$$

Die äquatorialen Störungswerthe sind in Einheiten der 7. Decimale:

$$1873 \text{ April } 15\cdot5 \qquad \xi' = +4 \qquad \eta' = +12 \qquad \zeta' = +6.$$

IV. Opposition (1874).

Die aus den drei ersten Erscheinungen abgeleiteten Elemente (D) ergaben folgende rechtwinklige Coordinaten:

$$\left.\begin{aligned} x' &= [0\cdot410693] \sin (E + 198^\circ 47' 57''9) + 0\cdot087942 \\ y' &= [0\cdot366218] \sin (E + 106\ 38\ 13\cdot2) - 0\cdot236021 \\ z' &= [0\cdot065472] \sin (E + 116\ 32\ 44\cdot7) - 0\cdot110254 \end{aligned}\right\} 1874\cdot0$$

Ephemeride.

1874 12h mittl. Berl. Zt.		α	δ	log Δ	Aberrzt.
Juli	11	20h 39m 39s·41	—19° 7'25"6	0·273285	15m34s
„	12	20 38 48·30	—19 9 7·7	0·272304	15 32
„	13	20 37 56.34	—19 10 51·3	0·271382	15 30
„	14	20 37 3·58	—19 12 36·2	0·270519	15 28
„	15	20 36 10·07	—19 14 22·2	0·269717	15 26
„	16	20 35 15·87	—19 16 9·1	0·268976	15 25
„	17	20 34 21·05	—19 17 56·7	0·268297	15 23
„	18	20 33 25·66	—19 19 44·7	0·267682	15 22
„	19	20 32 29·75	—19 21 32·9	0·267131	15 21
„	20	20 31 33·38	—19 23 21·0	0·266644	15 20
„	21	20 30 36·61	—19 25 8·9	0·266222	15 19
„	22	20 29 39·49	—19 26 56·5	0·265865	15 18
„	23	20 28 42·09	—19 28 43·5	0·265573	15 18
„	24	20 27 44·45	—19 30 29·8	0·265347	15 17
„	25	20 26 46·64	—19 32 15·2	0·265186	15 17
„	26	20 25 48·72	—19 33 59·7	0·265090	15 17
„	27	20 24 50·75	—19 35 42·8	0·265060	15 17
„	28	20 23 52·80	—19 37 24.2	0·265096	15 17
„	29	20 22 54·92	—19 39 4·0	0·265197	15 17
„	30	20 21 57·18	—19 40 42·2	0·265364	15 17
„	31	20 20 59·62	—19 42 18·6	0·265596	15 18
Aug.	1	20 20 2·31	—19 43 53·0	0·265894	15 18
„	2	20 19 5·30	—19 45 25·3	0·266257	15 19
„	3	20 18 8·65	—19 46 55·3	0·266684	15 20
„	4	20 17 12·43	—19 48 22·9	0·267176	15 21
„	5	20 16 16·70	—19 49 47·7	0·267731	15 22
„	6	20 15 21·51	—19 51 9·9	0·268350	15 23
„	7	20 14 26·92	—19 52 29·3	0·269031	15 25
„	8	20 13 32·98	—19 53 46·0	0·269775	15 27
„	9	20 12 39·77	—19 54 59·6	0·270580	15 28
„	10	20 11 47·33	—19 56 10·1	0·271446	15 30
„	11	20 10 55·71	—19 57 17·6	0·272371	15 32
„	12	20 10 4·97	—19 58 22·0	0·273354	15 34

1874 12ʰ mittl. Berl. Zt.	α	δ	log Δ	Aberrzt.
Aug. 13	20ʰ 9ᵐ 15ˢ17	−19°59′22″9	0·274395	15ᵐ36ˢ
„ 14	20 8 26·35	−20 0 20·5	0·275493	15 39
„ 15	20 7 38·57	−20 1 15·0	0·276646	15 41
„ 16	20 6 51·90	−20 2 6·2	0·277853	15 44

Die zugehörigen äquatorealen Störungswerthe sind:

1874	ξ′	η′	ζ′
Juli 11·5	+2753	+4679	+2452
15·5	+2785	+4775	+2498
19·5	+2817	+4871	+2544
23·5	+2847	+4969	+2590
27·5	+2877	+5067	+2637
31·5	+2906	+5165	+2684
Aug. 4·5	+2933	+5264	+2731
8·5	+2960	+5363	+2779
12·5	+2986	+5463	+2826
16·5	+3011	+5564	+2873

Vergleichsterne für 1874·0.

	α	δ		Gewicht
a	20ʰ 8ᵐ 45ˢ44	−19°55′24″8	Arg. Oeltz. 20353	
b	20 12 0·76	−19 57 50·2	„ „ 20391	
c	20 17 47·78	−19 50 22·2	Mayer 833	1
	47·91	23·3	Piazzi 109	1
	47·99	25·0	Königsberg VIII	1
	47·83	25·1	Taylor 9391	1
	47·84	22·9	Lamont XX 1446	1
	47·68	25.3	Genf 1848	1
	48·03	24·9	Cambridge 1849, 54	1
	47·97	23·9	Bonn. B. VI, p. 362	1
	47·86	23·1	Paris IV, XIII, XIV	3, 1
	47·84	24·1	Quetelet 1861, 62, 65	2, 1
	47·89	26·1	Radcliffe 1864, 65	2, 1
ang.	20 17 47·88	−19 50 24·2		
d	20 28 28·91	−19 30 56·6	Lalande 39636	1
	29·21	59·9	Arg. Oeltz. 20633	1
	29·02	62·9	Lamont 1221	2
ang.	20 28 29·04	−19 31 0·6		
e	20 30 35·99	−19 12 48·7	I, II, III Wash. Zon.	1
	35·73	48·5	Bonn. B. VI p. 363	1
ang.	20 30 35·86	−19 12 48·6		

	α	δ	
f	20ʰ33ᵐ36ˢ67	—19°12'45"4	Lalande 39854
	36·60	13 10·2	Lamont 1246
	36·94	13 (55·6)	Washington Zonen IV 181, 2
	37·21	13 4·9	„ „ IV 183, 51
	37·05	13 10·4	„ „ II 200, 49
	36·53	13 4·6	Arg. Oeltz. 20728
	36·77	13 12·2	Yarnall 8986
ang.	20 33 36·77	—19 13 20·3	

in AR. ist blos Yarnall benützt, in Decl. eine jährliche Eigenbewegung von —0"41 angenommen.

Beobachtungen.
(Astr. Nachr. Band 85.)

1874	Ort	Ortszeit	α	δ	*
Juli 16	Leipzig	13ʰ15ᵐ33ˢ	20ʰ36ᵐ17ˢ86	—19°10'54"3	f
„ 18	„	12 8 52	20 34 30·24	—19 14 27·0	f
„ 20	„	11 35 38	20 32 39·40	—19 18 1·9	f
„ 20	Wien	11 59 56	20 32 39·31	—19 18 5·6	e
„ 25	Leipzig	11 28 12	20 27 53·46	—19 26 57·3	d
„ 26	„	11 13 50	20 26 56·19	—19 28 36·5	d
Aug. 7	Wien	10 56 11	20 15 34·95	—19 47 33·3	c
„ 12	„	11 51 16	20 11 9·63	—19 53 37·1	a
„ 12	Berlin	12 17 21	20 11 8·60	—19 53 33·9	b
„ 13	Wien	10 10 30	20 10 23·07	—19 54 35·4	a
„ 13	Berlin	11 49 6	20 10 19·20	—19 54 38·4	a
„ 14	Wien	9 37 6	20 9 34·85	—19 55 31·9	a
„ 14	Berlin	9 50 1	20 9 34·42	—19 55 34·5	a

Vergleichung der Beobachtungen mit der Ephemeride.

		Corr. f. Parallaxe in		B. — R.	
1874	Ort	AR.	Decl.	dα	dδ
Juli 16	Leipzig	+0ˢ02	+4"3	+1ᵐ4ˢ44	+5'23"9
„ 18	„	—0·03	+4·3	+1 4·45	+5 21·8
„ 20	„	—0·06	+4·5	+1 4·57	+5 20·9
„ 20	Wien	—0·04	+4·4	+1 4·82	+5 17·6
„ 25	Leipzig	—0·04	+4·5	+1 5·05	+5 19·4
„ 26	„	0·00	+4·5	+1 5·16	+5 23·6
Aug. 7	Wien	—0·01	+4·4	+1 4·58	+4 55·6
„ 12	„	+0·06	+4·3	+1 3·45	+4 47·6
„ 12	Berlin	+0·08	+4·4	+1 3·77	+4 52·6
„ 13	Wien	—0·03	+4·4	+1 3·17	+4 46·3
„ 13	Berlin	+0·06	+4·5	+1 3·18	+4 48·0
„ 14	Wien	—0·06	+4·3	+1 2·71	+4 46·5
„ 14	Berlin	—0·04	+4·5	+1 3·14	+4 45·0

Als Ephemeriden-Correction ist angewendet

1874 Aug. 8·5 $d\alpha = +1^m3^s64$ $d\delta = +4'52''5$

und der auf das mittlere Äquinoctium 1870·0 bezogene Normalort

1874 Aug. 8·5 $\alpha = 303°35'15''6$, $\delta = -19°49'36''4$.

III. Bahnbestimmung aus vier Oppositionen.

Die bisherigen Vergleichungen und Zusammenstellungen dienen als Grundlage für die weitere Rechnung; die Normalorte, bezogen auf das mittlere Äquinoctium 1870·0, sind:

mittl. Zeit Berlin	α	δ
I. 1870 Aug. 16·5	320°55'39''3	−13°15' 3''0
II. 1870 Oct. 14·0	314 49 22·8	−14 16 2·8
III. 1872 März 9·5	74 4 1·3	+24 55 50·8
IV. 1873 April 15·5	206 8 49·9	−19 19 47·9
V. 1874 Aug. 8·5	303 35 15·6	−19 49 36·4.

Die zugehörigen äquatorialen Störungswerthe sind in Einheiten der 7. Decimale:

	ξ'	η'	ζ'
1870 Aug. 16·5	+64365	+65254	+36987
1870 Oct. 14·0	+50945	+71314	+39033
1872 März 9·5	− 4914	+10239	+ 5147
1873 April 15·5	+ 4	+ 12	+ 6
1874 Aug. 8·5	+ 2960	+ 5363	+ 2779

Um die Bahn des Planeten den fünf Normalorten möglichst genau anzuschliessen, wurden die Differentialquotienten zwischen den Elementen und den geocentrischen polaren Coordinaten ermittelt. Dabei benützte ich die aus den drei ersten Erscheinungen abgeleiteten Elemente, welche zu diesem Zwecke auf den Äquator übertragen wurden; ich erhielt:

Epoche 1870, August 16·5 mittl. Berl. Zeit.

mittl. Ekliptik 1870·0	mittl. Äquator 1870·0
$L = 327°34'20''3$	$L' = 326°44'20''6$
$\pi = 108\ 32\ 35·1$	$\pi' = 107\ 42\ 35·4$
$\Omega = 306\ 13\ 1·3$	$\Omega' = 351\ 5\ 0·2$
$i = 4\ 56\ 43·1$	$i' = 26\ 39\ 40·2$

$$\varphi = 6°5'5''1$$
$$\mu = 849''358$$

Die obigen Normalorte habe ich nun direct mit diesen äquatorialen Elementen unter Berücksichtigung der angeführten Störungswerthe verglichen, wodurch sich folgende Unterschiede zwischen Beobachtung und Rechnung ergaben:

		B. — R. $d\alpha$	B. — R. $d\delta$
I. 1870 Aug.	16·5	+ 0″5	+ 1″5
II. 1870 Oct.	14·0	+ 17·1	+ 11·9
III. 1872 März	9·5	+ 11·4	— 2·8
IV. 1873 April	15·5	— 0·6	+ 1·5
V. 1874 Aug.	8·5	+954·7	+291·8

Die Berechnung der Differentialquotienten führte ich nach den Formeln aus, welche Prof. Th. v. Oppolzer in der Abhandlung über die Bahn des Planeten (91) Ägina (64 Bd. d. Sitzb., II. Abth., Dec. Heft 1871) aufgestellt hat; es sind also statt der Elemente π' und φ zwei andere Φ' und Ψ' eingeführt, welche bestimmt sind durch:

$$\Phi' = \frac{\sin\varphi}{\sin 1''}\sin\pi'; \qquad \Psi' = \frac{\sin\varphi}{\sin 1''}\cos\pi'.$$

Es wurde gefunden

$$\Phi' = +\ 20827''81$$
$$\Psi' = -\ 6650\cdot96.$$

Auf diese Weise gelangte ich zu folgenden zehn Bedingungsgleichungen, in denen alle Grössen logarithmisch angesetzt sind:

Für die Rectascensionen.

dL'	$d\mu$	$d\Phi'$	$d\Psi'$	$d\Omega'\sin i'$	di'	
0·08178dL'	+0ⁿ85551$d\mu$	+0ⁿ30667$d\Phi'$	+0ⁿ20749$d\Psi'$	+9·24707$d\Omega'$ sin i'	+9·49652di'	=9·69020
9·96113	1ⁿ00612	0ⁿ21289	0ⁿ06795	9·21800	9·17398	=1·21932
0·07642	2·78366	8ⁿ96949	0·35652	9ⁿ39423	8ⁿ74382	=1·01620
0·16596	3·15515	0·43262	0ⁿ08692	9·06383	9ⁿ55559	=9ⁿ78533
0·07631	3·23303	0ⁿ16335	0ⁿ32977	8 31450	9·51907	=2·95333

Für die Declinationen.

$9\cdot 70760\,dL'$	$+9\cdot 98530\,d\mu$	$+9^n{\cdot}93876\,d\Phi'$	$+9^n{\cdot}82096\,d\Psi'$	$+0^n{\cdot}13695\,d\Omega'\sin i'$	$+9^n{\cdot}87222\,di'$	$=0\cdot 17609$
$9\cdot 57088$	$0\cdot 66014$	$9^n{\cdot}83341$	$9^n{\cdot}63227$	$0^n{\cdot}07591$	$9^n{\cdot}58469$	$=1\cdot 07555$
$8\cdot 69634$	$1\cdot 30306$	$8^n{\cdot}59394$	$9\cdot 00793$	$9\cdot 52513$	$0\cdot 00414$	$=0^n{\cdot}44716$
$9^n{\cdot}75355$	$2^n{\cdot}75420$	$0^n{\cdot}00943$	$9\cdot 74864$	$0\cdot 12461$	$9^n{\cdot}95843$	$=0\cdot 17609$
$9\cdot 57858$	$2\cdot 73697$	$9^n{\cdot}67402$	$9^n{\cdot}82722$	$0^n{\cdot}05407$	$0^n{\cdot}01832$	$=2\cdot 46509$

Um diese Coëfficienten einer Prüfung zu unterziehen, änderte ich die Elemente willkürlich ab und suchte dann die dadurch entstehenden Änderungen in den geocentrischen polaren Coordinaten einerseits durch directe Rechnung, andererseits mit Hilfe dieser Differentialquotienten; beide Resultate waren innerhalb der Unsicherheitsgrenzen der Rechnung identisch.

Da also die Coëfficienten völlig geprüft waren, wurde die Zusammenstellung der Normalgleichungen vorgenommen, wobei alle Bedingungsgleichungen dasselbe Gewicht erhielten. Um die Prüfungsrechnungen bei der Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate mit grösserer Genauigkeit durchführen zu können, machte ich die Coëfficienten dadurch homogen, dass ich andere Unbekannte einführte in der Art, dass der grösste Coëfficient jeder Unbekannten $= +1$ wird. Ich setzte daher:

$$a = [0^n{\cdot}01832]\; di'$$
$$b = [0^n{\cdot}13695]\; d\Omega'\sin i' = [9^n{\cdot}78892]\; d\Omega'$$
$$c = [0\cdot 16596]\; dL'$$
$$d = [0\cdot 35652]\; d\Psi'$$
$$e = [0\cdot 43262]\; d\Phi'$$
$$f = [3\cdot 23303]\; d\mu$$

Die Bedingungsgleichungen bekommen dadurch folgende Gestalt, in welcher abermals alle Coëfficienten logarithmisch zu verstehen sind.

Rectascensionen.

9^{n}47820*a*	+9^{n}11012*b*	+9·91582*c*	+9^{n}85097*d*	+9^{n}87405*e*	+7^{n}62248*f*	=9^{n}69020
9^{n}15566	9^{n}08105	9·79517	9^{n}71143	9^{n}78027	7^{n}77309	=1·21932
8·72550	9·25728	9·91046	0·00000	8^{n}53687	9·55063	=1·01620
9·53727	8^{n}92688	0·00000	9^{n}73040	0·00000	9·92212	=9^{n}78533
9^{n}50075	8·17755	9·91035	9^{n}97325	9^{n}73073	0·00000	=2·95333

Declinationen.

9·85390*a*	+0·00000*b*	+9·54164*c*	+9^{n}46444*d*	+9^{n}50614*e*	6·75227*f*	=0·17609
9·56637	9·93896	9·40492	9^{n}27575	9^{n}40079	7·42711	=1·07555
9^{n}98592	9^{n}38818	8·53038	8·65141	8^{n}16132	8·07003	=0^{n}44716
9·94011	9^{n}98766	9^{n}58759	9·39212	9^{n}57681	9^{n}52117	=0·17609
0·00000	9·91712	9·41262	9^{n}47070	9^{n}24140	9·50394	=2·46509

Daraus entstehen nachfolgende Normalgleichungen:

+3·67503*a*	+1·28231*b*	+0·02400*c*	+0·05109*d*	+0·01352*e*	+0·01211*f*	= + 14·7
+1·28231	+3·51337	+1·04375	−0·58473	−0·24281	+0·59634	= +265·6
+0·02400	+1·04375	+3·79524	−1·71402	−0·53336	+2·14356	= +827·4
+0·05109	−0·58473	−1·71402	+3·21195	+0·87371	−1·20456	= −931·2
+0·01352	−0·24281	−0·53336	+0·87371	+2·55324	+0·36105	= −549·5
+0·01211	+0·59634	+2·14356	−1·20456	+0·36105	+2·03716	= +993·8

Die Elimination ergab als Bestimmungsgleichungen:

$+3\cdot67503a$	$+1\cdot28231b$	$+0\cdot02400c$	$+0\cdot05109d$	$+0\cdot01352e$	$+0\cdot01211f$	$= +\ 14\cdot7$
	$+3\cdot06594$	$+1\cdot03538$	$-0\cdot60256$	$-0\cdot24753$	$+0\cdot59211$	$= +260\cdot4$
		$+3\cdot44543$	$-1\cdot51086$	$-0\cdot44986$	$+1\cdot94352$	$= +739\cdot4$
			$+2\cdot43029$	$+0\cdot62760$	$-0\cdot23611$	$= -557\cdot1$
				$+2\cdot31240$	$+0\cdot72354$	$= -288\cdot1$
					$+0\cdot57713$	$= +562\cdot4$

Daraus findet man:

$$\log f = 2\cdot98877 \qquad \log c = 2^{n}60373$$
$$\log e = 2^{n}63296 \qquad \log b = 0^{n}84510$$
$$\log d = 1^{n}37383 \qquad \log a = 0\cdot88986$$

Demnach sind die Correctionen der obigen äquatorialen Elemente:

$$d\mu = +\ 0''56982 \qquad dL' = -\ 274''01$$
$$d\Phi' = -\ 158''61 \qquad d\Omega' = +\ 11\cdot38$$
$$d\Psi' = -\ 10\cdot41 \qquad di' = -\ 7\cdot44$$

und die Elemente selbst sind:

Epoche 1870, Aug. 16·5 mittl. Berl. Zt.

$$L' = 326^\circ 39' 46''6 \qquad \Omega' = 351^\circ\ 5' 11''6$$
$$\Phi' = +\ 20669''20 \qquad i' = 26\ 39\ 32\cdot8$$
$$\Psi' = -\ 6661\cdot37 \qquad \mu = 849''92782$$

Werden Φ' und Ψ' in die gewöhnlichen Elemente π' und φ umgesetzt, so erhält man:

$$\pi' = 107^\circ 51' 48''2$$
$$\varphi = 6\ \ 2\ 36\cdot4$$

Die fünf Normalorte werden dargestellt:

	nach den Bedingungsgleichungen		nach der directen Rechnung	
	$d\alpha \cos\delta$	$d\delta$	$d\alpha \cos\delta$	$d\delta$
I. 1870 Aug. 16·5	−1″4	−2″5	−1″9	−2″6
II. 1870 Oct. 14·0	+1·8	+1·0	+1·6	+0·7
III. 1872 März 9·5	+0·6	0·0	+0·6	+0·3
IV. 1873 April 15·5	−0·3	−0·1	−0·7	+0·3
V. 1874 Aug. 8·5	−1·0	+0·8	−1·3	+0·4

Überträgt man die Elemente auf die Ekliptik, so ergibt sich:

Epoche 1870, Aug. 16·5, mittl. Berl. Zt.

mittl. Äquator 1870·0	mittl. Ekliptik 1870·0
$L' = 326°39'46''6$	$L = 327°29'44''8$
$\pi' = 107\ 51\ 48·2$	$\pi = 108\ 41\ 46·4$
$☊' = 351\ 5\ 11·6$	$☊ = 306\ 12\ 43·3$
$i' = 26\ 39\ 32·8$	$i = 4\ 56\ 34·5$

$$M = 218°47'58''4$$
$$\varphi = 6\ 2\ 36·4$$
$$\mu = 849''92782$$

So wie früher beziehen sich auch hier die mit Strichen versehenen Buchstaben auf die äquatorialen und die ohne Striche auf die ekliptikalen Elemente.

Lässt man die Epoche mit der Osculation zusammenfallen, so hat man schliesslich die folgenden Elemente:

E.

(111) Ate.

Osculation und Epoche 1873 Mai 5·0

Mittl. Äquinoctium 1870·0.

$$L = 201°48'58''2$$
$$M = 93\ 7\ 11·8$$
$$\pi = 108\ 41\ 46·4$$
$$☊ = 306\ 12\ 43·3$$
$$i = 4\ 56\ 34·5$$
$$\varphi = 6\ 2\ 36·4$$
$$\mu = 849''92782$$
$$\log a = 0·4137497.$$

Für die mittlere Oppositionshelligkeit (*Mg*) des Planeten habe ich folgende Angaben gesammelt und reducirt nach der Formel:

$$Mg = m + 3·079 - 5 \log (r\Delta)$$

Datum		Beobachter	geschätzte Grösse (m)	mittl. Oppositionsgr. (Mg)
1870 Aug.	14	C. H. F. Peters	11·5	11·0
„	17	„	11·2	10·7
„	27	„	11·5	11·0
„	30	„	11·4	10·9
Sept.	11	„	12·2	11·6
„	18	„	11·8	11·2
„	22	„	12·2	11·5
Oct.	12	„	13·2	12·3
„	22	„	12·8	11·9
1872 März	6	Tietjen	11·0	10·6
„	8	Ed. Weiss	11·2	10·8
„	12	C. H. F. Peters	11·8	11·3
„	13	Pechüle	12·5	12·0
„	29	C. H. F. Peters	12·0	11·3
April	4	„	12·0	11·3
„	11	Pechüle	13 1	12·6
„	18	„	13·1	12·3

Es ist also im Mittel

$$Mg = 11\cdot 43$$

IV. Störungen des Planeten (111) Ate

durch Jupiter und Saturn

in Einheiten der siebenten Decimale der rechtwinkligen Ekliptikal-Coordinaten.

Osculation 1873 Mai 5·0.

Mittleres Äquinoctium 1870·0.

0^h mittl. Berl. Zt.		$1600\,\frac{dd\xi}{dt^2}$	$1600\,\frac{dd\eta}{dt^2}$	$1600\,\frac{dd\zeta}{dt^2}$
1870 Juli	20	—1499·49	—1561·17	—167·50
Aug.	29	—1170·98	—1856·67	—161·43
Oct.	8	— 768·09	—2080·86	—146·94
Nov.	17	— 305·53	—2211·33	—123·87
Dec.	27	+ 195·75	—2227·47	— 92·59
1871 Febr.	5	+ 705·48	—2111·03	— 54·35
März	17	+1185·56	—1853·30	— 11·27
April	26	+1587·68	—1455·90	+ 33·16
Juni	5	+1862·00	— 940·69	+ 74·56
Juli	15	+1962·00	— 350·53	+107·57
Aug.	24	+1860·12	+ 248·45	+127·29
Oct.	3	+1557·20	+ 776·48	+126·46

0^h mittl. Berl. Zt.		$1600\,\frac{dd\xi}{dt^2}$	$1600\,\frac{dd\eta}{dt^2}$	$1600\,\frac{dd\zeta}{dt^2}$
1871 Nov.	12	+1096·61	+1153·13	+114·50
Dec.	22	+ 561·67	+1329·59	+ 85·37
1872 Jan.	31	+ 58·05	+1298·06	+ 49·82
März	11	— 316·50	+1109·14	+ 17·70
April	20	— 508·78	+ 847·27	— 3·12
Mai	30	— 525·55	+ 594·46	— 10·04
Juli	9	— 425·02	+ 402·05	— 6·12
Aug.	18	— 282·45	+ 281·51	+ 2·61
Sept.	27	— 154·70	+ 217·90	+ 10·88
Nov.	6	— 66·96	+ 186·70	+ 16·08
Dec.	16	— 17·49	+ 168·56	+ 17·87
1873 Jan.	25	+ 5·85	+ 150·50	+ 17·11
März	6	+ 16·85	+ 129·84	+ 14·99
April	15	+ 25·11	+ 108·58	+ 12·53
Mai	25	+ 34·83	+ 90·49	+ 10·36
Juli	4	+ 46·82	+ 73·89	+ 8·74
Aug.	13	+ 57·37	+ 74·94	+ 7·62
Sept.	22	+ 65·52	+ 78·48	+ 6·86
Nov.	1	+ 68·00	+ 87·90	+ 6·17
Dec.	11	+ 62·92	+ 100·47	+ 5·09
1874 Jan.	20	+ 49·48	+ 112·79	+ 4·00
März	1	+ 27·84	+ 121·44	+ 2·14
April	10	— 0·62	+ 123·02	— 0·36
Mai	20	— 33·34	+ 114·57	— 3·48
Juni	29	— 66·81	+ 93·88	— 7·04
Aug.	8	— 96·31	+ 59·70	— 10·76

		ξ	η	ζ
1870 Juli	20	+69800·7	+70230·7	+8088·8
Aug.	29	+61689·7	+76292·3	+7870·6
Oct.	8	+52414·1	+80503·2	+7491·7
Nov.	17	+42375·4	+82641·0	+6966·6
Dec.	27	+32034·4	+82577·0	+6318·3
1871 Febr.	5	+21889·9	+80311·7	+5578·0
März	17	+12448·4	+75917·1	+4783·7
April	26	+ 4186·1	+69696·0	+3978·3
Juni	5	— 2499·3	+62028·8	+3205·8
Juli	15	— 7337·2	+53427·4	+2507·2
Aug.	24	—10230·1	+44476·1	+1915·0
Oct.	3	—11279·8	+35767·5	+1448·4
Nov.	12	—10785·7	+27822·5	+1107·3
Dec.	22	— 9201·2	+21013·8	+ 879·2

0^h mittl. Berl. Zt.	ξ	η	ζ
1872 Jan. 31	—7052·3	+15517·2	+736·0
März 11	—4834·5	+11305·3	+642·9
April 20	—2917·8	+ 8196·5	+568·4
Mai 30	—1495·0	+ 5935·9	+492·1
Juli 9	— 587·9	+ 4274·9	+406·6
Aug. 18	— 102·4	+ 3022·1	+315·3
Sept. 27	+ 99·3	+ 2055·6	+226·7
Nov. 6	+ 142·8	+ 1309·6	+148·6
Dec. 16	+ 116·2	+ 751·4	+ 86·3
1873 Jan. 25	+ 69·9	+ 361·8	+ 41·8
März 6	+ 28·4	+ 122·4	+ 14·1
April 15	+ 3·5	+ 12·8	+ 1·5
Mai 25	+ 4·0	+ 12·0	+ 1·4
Juli 4	+ 39·4	+ 101·9	+ 11·7
Aug. 13	+ 121·5	+ 267·1	+ 30·8
Sept. 22	+ 260·8	+ 507·4	+ 57·5
Nov. 1	+ 465·2	+ 826·8	+ 91·1
Dec. 11	+ 736·9	+ 1234·3	+130·9
1874 Jan. 20	+1070·9	+ 1742·2	+175·7
März 1	+1453·6	+ 2362·7	+224·5
April 10	+1863·6	+ 3104·0	+275·4
Mai 20	+2272·6	+ 3967·5	+325·8
Juni 29	+2648·2	+ 4944·5	+372·8
Aug. 8	+2957·3	+ 6014·3	+412·6
Sept. 17	+3171·0	+ 7142·6	+441·8

Die freigelassene Zeile scheidet die Störungswerthe in der Art, dass der erste Theil derselben nach den Elementen *C*, der zweite nach *D* berechnet ist.

Da ich vom Jahre 1874 an die Form der Störungsrechnungen nach rechtwinkeligen Coordinaten verlasse und die Störungen der Elemente rechne, so habe ich die unten folgende Ephemeride für 1875 vorläufig ohne Berücksichtigung der Störungen gegeben. Um aber eine eventuelle Fortführung der Störungsrechnung nach rechtwinkligen Coordinaten zu erleichtern, setze ich hier noch das Schema der letzten summirten Functionen an; die angewandten Massen sind:

$$♃ = \frac{1}{1047 \cdot 9} \qquad ♄ = \frac{1}{3501 \cdot 6}$$

0^h mittl. Brl. Zt.	(ξ)	$\left(40\frac{d\xi}{dt}\right)$	$1600\frac{dd\xi}{dt^2}$	(η)	$\left(40\frac{d\eta}{dt}\right)$	$1600\frac{dd\eta}{dt^2}$
1874 Mai 20	+2275·39		−33·34	+3957·87		+114·57
		+378·42			+ 978·74	
Juni 29	+2653·81		−66·81	+4936·61		+ 93·88
		+311·61			+1072·62	
Aug. 8	+2965·42		−96·31	+6009·23		+ 59·70
		+215·30			+1132·32	

	(ζ)	$\left(40\frac{d\zeta}{dt}\right)$	$1600\frac{dd\zeta}{dt^2}$
1874 Mai 20	+326·12		− 3·48
		+47·23	
Juni 29	+373·35		− 7·04
		+40·19	
Aug. 8	+413·54		−10·76
		+29·43	

V. Ephemeriden für 1875 und 1876.

Elemente *E*.

$$\left.\begin{aligned} x' &= [0\cdot410535]\sin(E+198^\circ57'56''9)+0\cdot088060 \\ y' &= [0\cdot366027]\sin(E+106\ 48\ 21\cdot1)-0\cdot234114 \\ z' &= [0\cdot065264]\sin(E+116\ 42\ 34\cdot7)-0\cdot109299 \end{aligned}\right\}1875\cdot0$$

(111) Ate 1875.

Jahres-Ephemeride.

0^h Berl. Zt.	AR.	Decl.	log Δ	log *r*
Jan. 15	21h 55m 29s	−10°27'1	0·5477	0·4395
Febr. 4	22 25 57	− 7 27·0	0·5606	0·4366
„ 24	22 56 52	− 4 9·8	0·5669	0·4337
März 16	23 27 58	− 0 40·8	0·5666	0·4305
April 5	23 59 2	+ 2 54·4	0·5600	0·4272
„ 25	0 29 57	+ 6 30·2	0·5472	0·4237
Mai 15	1 0 34	+10 1·2	0·5282	0·4202
Juni 4	1 30 40	+13 22·3	0·5030	0·4165
„ 24	1 59 49	+16 28·7	0·4713	0·4128
Juli 14	2 27 17	+19 16·8	0·4330	0·4089
Aug. 3	2 51 54	+21 43·1	0·3881	0·4051
„ 23	3 11 48	+23 45·2	0·3371	0·4013
Sept. 12	3 24 23	+25 19·1	0·2818	0·3974
Oct. 2	3 26 38	+26 17·1	0·2271	0·3937
„ 22	3 16 54	+26 23·3	0·1827	0·3900

0h Berl. Zt.	AR.	Decl.	log Δ	log r
Nov. 11	2h58m20s	+25°23'7	0·1616	0·3864
Dec. 1	2 40 13	+23 37·9	0·1721	0·3830
„ 21	2 31 42	+22 1·0	0·2086	0·3798

(111) Ate 1875.

Oppositions-Ephemeride.

12h m. Berl. Zt.	α	δ	log Δ	Aberrzt.
Oct. 19	3h18m44s27	+26°26' 6"0	0·187237	12m46s
„ 20	3 18 1·38	+26 25 8·3	0·185374	12 43
„ 21	3 17 16·98	+26 24 0·2	0·183567	12 40
„ 22	3 16 31·13	+26 22 41·7	0·181818	12 37
„ 23	3 15 43·87	+26 21 12·8	0·180130	12 34
„ 24	3 14 55·26	+26 19 33·4	0·178504	12 31
„ 25	3 14 5·36	+26 17 43·6	0·176942	12 28
„ 26	3 13 14·23	+26 15 43·5	0·175446	12 26
„ 27	3 12 21·94	+26 13 33·0	0·174017	12 23
„ 28	3 11 28·56	+26 11 12·2	0·172657	12 21
„ 29	3 10 34·15	+26 8 41·2	0·171367	12 19
„ 30	3 9 38·79	+26 6 0·0	0·170149	12 17
„ 31	3 8 42·57	+26 3 8·6	0·169004	12 15
Nov. 1	3 7 45·56	+26 0 7·0	0·167934	12 13
„ 2	3 6 47·84	+25 56 55·5	0·166940	12 11
„ 3	3 5 49·48	+25 53 34·3	0·166023	12 10
„ 4	3 4 50·57	+25 50 3·8	0·165183	12 8
„ 5	3 3 51·18	+25 46 24·1	0·164421	12 7
„ 6	3 2 51·41	+25 42 35·6	0·163738	12 6
„ 7	3 1 51·34	+25 38 38·4	0·163135	12 5
„ 8	3 0 51·06	+25 34 32·7	0·162613	12 4
„ 9	2 59 50·67	+25 30 18·6	0·162172	12 3
„ 10	2 58 50·25	+25 25 56·6	0·161813	12 3
„ 11	2 57 49·87	+25 21 27·0	0·161535	12 2
„ 12	2 56 49·61	+25 16 50·3	0·161338	12 2
„ 13	2 55 49·56	+25 12 6·7	0·161223	12 2
„ 14	2 54 49·80	+25 7 16·6	0·161189	12 2
„ 15	2 53 50·41	+25 2 20·4	0·161237	12 2
„ 16	2 52 51·48	+24 57 18·4	0·161366	12 2
„ 17	2 51 53·09	+24 52 10·9	0·161577	12 2
„ 18	2 50 55·31	+24 46 58·4	0·161870	12 3
„ 19	2 49 58·21	+24 41 41·5	0·162243	12 3
„ 20	2 49 1·89	+24 36 20·6	0·162697	12 4
„ 21	2 48 6·42	+24 30 56·2	0·163230	12 5
„ 22	2 47 11·87	+24 25 28·7	0·163842	12 6
„ 23	2 46 18·30	+24 19 58·6	0·164532	12 7
„ 24	2 45 25·78	+24 14 26·4	0·165300	12 8

(111) ☍ ☉ Nov. 11, 15h. Lichtstärke = 1·37, Grösse = 11·1.

(111) Ate 1876.

Jahres-Ephemeride.

0h Berl. Zt.	AR.	Decl.	log Δ	log r
Jan. 10	2h 35m 46s	+21° 13'5	0·2582	0·3769
„ 30	2 50 57	+21 20·0	0·3098	0·3742
Febr. 19	3 14 42	+22 4·6	0·3576	0·3718
März 10	3 44 49	+23 6·4	0·3994	0·3698
„ 30	4 19 37	+24 6·2	0·4346	0·3681
April 19	4 57 52	+24 48·6	0·4633	0·3668
Mai 9	5 38 27	+25 1·9	0·4860	0·3659
„ 29	6 20 21	+24 38·3	0·5032	0·3655
Juni 18	7 2 40	+23 34·0	0·5150	0·3655
Juli 8	7 44 35	+21 49·1	0·5219	0·3659
„ 28	8 25 30	+19 26·5	0·5239	0·3668
Aug. 17	9 4 59	+16 31·5	0·5210	0·3680
Sept. 6	9 42 46	+13 10·9	0·5130	0·3697
„ 26	10 18 43	+ 9 32·3	0.4996	0·3717
Oct. 16	10 52 38	+ 5 44·2	0·4805	0·3741
Nov. 5	11 24 16	+ 1 55·2	0·4552	0·3767
„ 25	11 53 6	− 1 46·1	0·4234	0·3797
Dec. 15	12 18 14	− 5 10·1	0·3848	0·3829
„ 35	12 38 13	− 8 6·8	0·3399	0·3863

Untersuchungen über die Veränderlichkeit der Tagestemperatur.

Von dem c. M. Dr. J. **Hann.**

Die Temperaturcurve jedes einzelnen Jahres hat an keinem Orte der Erdoberfläche einen regelmässigen Verlauf. Überall liegen zwischen den Hauptwendepunkten derselben, welche vom Sonnenstande abhängen, zahlreiche sekundäre Maxima und Minima, so dass die einzelnen Strecken dieser Wärmelinie die Gestalt von Sägezähnen von sehr ungleicher Grösse annehmen. Der Betrag dieser Störungen im jährlichen Temperaturgange vermindert sich im Allgemeinen gegen den Äquator hin, wo er ein Minimum erreicht, und erweist sich zwar dadurch bei dem ersten Blick als eine Function der jährlichen Wärmeamplitude, aber eine eingehendere Betrachtung lehrt dann sogleich weiter, dass er zugleich von mehreren anderen Momenten abhängig sein muss, deren Einfluss dem erstgenannten oft gleich kommen mag.

Für die Grösse dieser Störungen im jährlichen Wärmegange ein Maass zu gewinnen, ist sowohl in theoretischer wie in praktischer Hinsicht wünschenswerth. Die an verschiedenen Orten mehr oder weniger sprungweisen Änderungen der Temperatur sind ein besonders in ätiologischer Beziehung wichtiger klimatischer Faktor. Jedermann spricht von der grösseren oder geringeren Veränderlichkeit der Temperatur an seinem Wohnorte im Verhältnisse zu anderen Orten, aber vergebens sucht man nach Zahlengrössen, welche eine exakte Vergleichung ermöglichen würden.

Die vorliegende Untersuchung wurde zu dem Zwecke unternommen, die Veränderlichkeit der Temperatur von einem Tage zum andern unter die klimatischen Constanten eines Ortes einzuführen.

Es ist nöthig, den Begriff der Veränderlichkeit der Temperatur in dem engeren Sinne, in dem wir ihn hier gebrauchen werden, vorerst etwas zu erläutern. Es gibt Orte, an welchen zu gewissen Jahreszeiten der Unterschied zwischen der Temperatur um Sonnenaufgang und dem Maximum am Nachmittage regelmässig 20° C. erreicht und überschreitet, wo also die normale tägliche Wärmeschwankung so gross ist, wie bei uns die jährliche. Trotz dieser grossen täglichen Änderungen darf man ein solches Klima darum noch nicht veränderlich nennen, denn die Grösse der regelmässigen täglichen Temperaturamplitude kann ebensowenig wie die der jährlichen als ein Maass der Veränderlichkeit der Temperatur betrachtet werden. Der Begriff der Veränderlichkeit schliesst im Allgemeinen in sich den Charakter des Unregelmässigen, oder sagen wir geradezu des Ungesetzmässigen, denn auch die noch nicht erkannte Gesetzmässigkeit muss vorerst darunter subsummirt werden. Wir würden aber auch dann noch von Veränderlichkeit der Temperatur sprechen, wenn das Gesetz der vorhin erwähnten Störungen einmal erkannt sein würde, indem der Wechsel zwischen einer Erwärmung an dem einen Tage und der raschen Erkaltung am nächsten darum nicht weniger im Gegensatz stehen würde zu jenen allmäligen an bestimmte fixe Epochen im Jahres- und Tageslaufe gebundenen Temperaturänderungen, die wir die Normalen nennen. Unter den Begriff der Veränderlichkeit fallen somit alle jene Wärmeunterschiede zweier sich unmittelbar folgenden Zeitabschnitte, welche nicht der täglichen und jährlichen Periode angehören. Diese Definition genügt vorläufig, denn die sogenannten sekulären Perioden kommen hier nicht in Betracht.

Um die Grösse der Veränderlichkeit der Temperatur eines Ortes aufzusuchen, haben wir daher nur nöthig, die Temperaturdifferenzen zu bilden zwischen je zwei kürzeren Zeiträumen, die innerhalb der täglichen oder jährlichen Periode liegen, und von denselben den Betrag der periodischen (oder normalen) Änderung zu subtrahiren. Der Rest ist das Maass der Störungen. Würde man für jeden Tag die Temperaturänderung von einer Stunde zur nächsten aufsuchen, die Summe dieser Differenzen bilden und von derselben die der normalen Änderungen subtrahiren, so würde man den schärfsten Ausdruck für die Störungen des

Temperaturganges erhalten. Dieses Verfahren auch nur für einige Orte auf mehrjährige Beobachtungen anzuwenden, dürfte wohl kaum jemand den Muth haben, und bei der Seltenheit publicirter stündlicher Beobachtungen könnten jedenfalls nur wenige Orte in Bezug auf diese Störungen verglichen werden. Differenzen zwischen einer Morgen-, einer Nachmittags- und einer Abendstunde würden sich der Berechnung empfehlen, wenn nicht die sehr verschiedenen Beobachtungstermine die Vergleichbarkeit der Resultate fast unmöglich machen würden. Es erübrigt also nur die Differenz der Temperatur von einem Tage zum nächsten als Maass der Veränderlichkeit zu wählen. Als Temperatur eines Tages können wir in unserem Falle ziemlich unbedenklich das Mittel aus je drei Beobachtungen täglich betrachten, und es wird der Vergleichbarkeit der Differenzen wenig Eintrag thun, wenn diese drei (oder mehr) Beobachtungstermine nicht an allen Orten auf dieselben Stunden fallen. Wir werden später diesen Punkt noch näher betrachten.

Von diesen Gedanken geleitet, habe ich für eine grössere Zahl von Orten, die den verschiedensten klimatischen Gebieten angehören, die Differenzen der Tagesmittel der Temperatur von einem Tage zum nächsten gebildet, und aus den ohne Rücksicht auf das Zeichen gebildeten Summen die mittlere Grösse der Veränderung für jeden Monat und das Jahr abgeleitet. Bei dem Umfange des zu bewältigenden Ziffermateriales konnte ich kaum mehr thun, als wenigstens für die Hauptstationen wo möglich zehnjährige Perioden der Rechnung zu unterziehen. Der grössere Theil der Mittel bezieht sich aber, zum Theil nothgedrungen, nur auf kürzere Perioden. Ein sehr werthvolles Materiale von Temperaturdifferenzen amerikanischer Stationen verdanke ich der gütigen Vermittlung des Herrn Dr. A. v. Wojeikoff, derzeit in Washington.

Diese Temperaturdifferenzen beziehen sich jedoch meist auf Eine Beobachtungsstunde (9^h Abends) mit Ausnahme von S. Martins, S. Louis, und zum Theil Winnipeg (mit Red-River-Settlement von mir vereinigt), Snelling und S. Paul, Beloit. Ich habe diese Stationen, für welche die Mittelwerthe der Veränderlichkeit auf unpublicirtem Materiale beruhen, in den nun folgenden Tabellen am Schlusse in eine grössere Gruppe vereinigt.

Ich fühle mich verpflichtet folgenden Herren, deren zuvorkommender Gefälligkeit ich diesen reichen Beitrag zu meinen Tabellen verdanke, meinen innigsten Dank auszusprechen: Prof. Henry, Director der Smithson'schen Stiftung, Dr. Barnes, Surgeon General U. S. Army, Dr. Woodward, Assistent desselben, James Stuart in Winnipeg und endlich Dr. Alex. Wojeikoff selbst.

Ebenso bin ich zu Dank verpflichtet Herrn Dr. H. Wild, Director des phys. Central-Observatoriums in Petersburg, für die Mittheilung der Tagesmittel der Temperatur von Peking in den Jahren 1869 und 1872, die zur Zeit meiner Berechnung noch nicht publicirt waren, Herrn Dr. Wl. Köppen für die vollständige Berechnung der Station Karabagh (an der Südküste der Krim) nach meinem Schema, Herrn Dr. H. H. Hildebrandsson für die Mittheilung unpublicirter Tagesmittel der Temperatur von Upsala.

Die gesammten Resultate meiner Berechnungen sind in den Tabellen am Schlusse dieser Abhandlung zusammengestellt. Ich habe dort auch die mittlere Veränderlichkeit der Temperatur nach Monaten für die einzelnen Jahrgänge längerer Beobachtungsreihen mitgetheilt, erstlich weil diese Zahlen für Ärzte vielleicht einigen Werth erlangen könnten, indem sie eventuell unmittelbar der Frequenz bestimmter Krankheitskategorien sich gegenüber stellen lassen. Es lässt sich ferner die Veränderlichkeit dieser Grössen selbst von einem Jahrgange zum anderen auf diese Weise beurtheilen; zu einem näheren Eingehen auf diesen Gegenstand fand ich mich aber vorläufig nicht veranlasst.

Ich gebe nun eine Zusammenstellung der mittleren Veränderlichkeit der Temperatur in der oben erörterten Bedeutung für 90 Stationen. Es stellen diese Zahlen, sowie die in den Tabellen am Schlusse dieser Abhandlung, die mittleren Differenzen der Temperatur von einem Tage zum anderen dar, ohne Elimination der jährlichen Periode, welche Elimination ich vorhin in meine Definition der Veränderlichkeit aufgenommen habe. Es wäre allerdings nicht schwer gewesen, die jährliche periodische Zu- und Abnahme der Wärme aus diesen Mitteln zu entfernen, um den reinen Ausdruck der Störungs-

grössen zu erlangen. Es wird hiezu nur eine genäherte Kenntniss des jährlichen Wärmeganges durch Monatmittel benöthiget. Ich habe dies in den Haupttabellen aus zwei Gründen unterlassen. Erstens liegen die Correktionen fast für alle Stationen innerhalb der Fehlergrenze der Mittel selbst, zweitens knüpft sich das praktische Interesse an die thatsächlichen Wärmeänderungen von einem Tage zum nächsten, welche die Summe der periodischen und unperiodischen Änderungen sind. Der erste Punkt bedarf aber eines Nachweises. An dem in seiner jährlichen periodischen Wärmeänderung extremsten Orte der Erde, zu Jakutsk, hat der kälteste Tag (ungefähr der 3. Jänner) eine Mitteltemperatur von —41°9 C., der wärmste (der 20. Juli) eine Mittelwärme von 17°5 C. Die durchschnittliche tägliche periodische Änderung beträgt somit +0·30 und —0°36 C., im Maximum auf kürzere Zeit 0°51 C., das ist somit nur respektive der neunte und fünfte Theil der ganzen mittleren Änderungen. Dies ist aber auch das Maximum des Verhältnisses zwischen periodischen und nichtperiodischen Temperaturänderungen.

Für Wien ist die mittlere tägliche periodische Änderung +0·11 und —0·15, d. i. circa 0·06 und 0·08 der unperiodischen, und im Maximum 0°2 C., d. i. circa $^1/_8$ der gleichzeitigen unperiodischen Änderung. Dies mag meinen Vorgang rechtfertigen, um so mehr, da man in besonderen Fällen sehr leicht diese Correktionen anbringen kann, wie dies für Stationsgruppen von mir selbst später geschehen wird, wo es sich um Feststellung des jährlichen Ganges handelt.

Es erübrigt nun noch ein Wort darüber zu sagen, mit welchem Grade der Genauigkeit die von mir abgeleiteten Zahlenwerthe untereinander direkt vergleichbar sind. Die Tagesmittel sind nämlich nicht an allen Orten aus denselben Beobachtungsterminen abgeleitet, und da die Veränderlichkeit nicht für alle Tageszeiten genau dieselbe sein wird, sind auch alle daraus abgeleiteten Werthe der Veränderlichkeit nicht mit absoluter Genauigkeit gleichwerthig. Die Feststellung der verschiedenen Veränderlichkeit zu verschiedenen Tagesstunden müsste Gegenstand einer eigenen Untersuchung werden, ich begnüge mich mit der Anführung einiger von Herrn Kingston, Director des

Mittlere Veränderlichkeit der Tempe-

(Cels.

Nr.	Station	Geogr. Breite	Länge von Greenwich	Seehöhe Meter	Dec.	Jänner	Februar	März
1	Kairo	29°59'	31°18'E	—	0·9	1·1	1·5	1·5
2	Smyrna	38°26'	27°10'E	—	1·7	1·6	1·7	1·9
3	Athen	37°58'	23°43'E	77	1·6	1·7	1·5	1·6
4	Neapel	40°52'	14°15'E	149	1·2	0·9	0·9	0·9
5	Madrid	40°24'	3°42'W	655	1·7	1·5	1·2	1·5
6	Lissabon	38°43'	9° 8'W	102	1·4	1·1	1·0	0·9
7	Moncalieri	45° 0'	7°41'E	258	1·4	1·3	1·2	1·3
8	Mailand	45°27'	9°11'E	140	1·5	1·3	1·3	1·2
9	Bukarest	44°27'	26° 8'E	88	2·0	2·3	2·3	2·1
10	Makerstoun	55°35'	2°32'W	64	2·6	2·3	2·2	1·8
11	Oxford	51°46'	1°16'W	64	2·1	1·9	1·7	1·6
12	Paris	48°50'	2°20'E	—	2·0	1·9	1·8	1·8
13	Stuttgart	48°47'	9°10'E	270	2·2	2·1	2·0	1·8
14	Rigi	47° 3'	8°28'E	1784	2·7	2·9	2·7	2·0
15	Ütliberg	47°21'	8°27'E	874	2·1	2·0	2·0	1 9
16	Zürich	47°23'	8°32'E	480	2·2	2·1	1·9	1·7
17	München	48° 9'	11°36'E	479	2·2	2·8	2·3	1·9
18	Wien	48°12'	16°23'E	194	2·0	2·1	2·0	1·8
19	Leipzig	51°20'	12°33'E	118	2·1	1.9	2·0	1·6
20	Warschau	52°13'	21° 1'E	107	2·4	2·4	2·4	1·9
21	Hammerfest	70°40'	23°46'E	—	2·6	2·6	2·9	2·4
22	Archangel	64°33'	40°32'E	—	3·5	4·7	3·3	3·1
23	Oust Sisolsk	61°40'	50°53'E	100	3·8	3·6	3·1	2·8
24	Petersburg	59°56'	30°16'E	—	3·0	3·3	3·3	2·8
25	Helsingfors	60°10'	24°57'E	—	2·2	3·1	3·5	2·2
26	Upsala	59°51'	17°38'E	—	2·9	2·3	2·8	2·1
27	Kaluga	54°32'	36°18'E	176	3·3	3·7	3·5	2·6
28	Lugan	48°35'	39°20'E	124	3·4	3·7	3·4	2·9
29	Karabagh	44°16'	34°21'E	52	1·9	1·5	1·8	1·5
30	Orenburg	51°46'	55° 7'E	120	4·3	4·4	4·1	3·2
31	Bogoslowsk	59°45'	60° 1'E	180	5·4	5 4	4·3	3·5
32	Nijne Taguilsk	57°59'	60°19'E	222	3·9	4·3	3·7	3·2

ratur von einem Tage zum andern.
(Grade).

April	Mai	Juni	Juli	August	Sept.	October	Nov.	Jahr	Nr.
2·0	1·9	1·4	0·7	0·8	0·8	0·7	0 9	1·2	1
1·6	1·6	1·3	1·1	1·6	1·3	1·0	1·6	1·5	2
1·6	1·5	1·3	1·1	1·2	1·2	1·1	1·4	1·4	3
1·2	1·3	1·1	0.9	0·8	0·9	1·1	1·1	1·0	4
1·8	1·8	1·9	1·6	1·8	1·6	1·4	1·3	1·6	5
0·9	1·1	1·2	1·4	1·2	1·1	1·2	1·1	1·1	6
1·4	1·4	1·6	1·4	1·4	1·1	1·1	1·3	1·3	·7
1·4	1·4	1·5	1·4	1·2	1·1	1·1	1·2	1·3	8
1·8	1·8	1·7	1·5	1·5	1·7	1·7	2·1	1·9	9
1·5	1·8	1·8	1·7	1·4	1·7	1·7	2·6	1·9	10
1.6	1·7	1·5	1·3	1·4	1·4	1·9	2·0	1·7	11
1·8	1·8	1·9	1·8	1·8	1·5	1·7	1·9	1·5	12
1·8	1·8	1·9	1·8	1·5	1·6	1·6	1·8	1·8	13
2·2	2·0	2·2	2·4	2·6	2·2	2·3	2·7	2·4	14
2·2	2·1	2·1	2·2	1·9	1·9	1·6	2·0	2·0	15
1·7	1·8	2·1	1·9	1·6	1·6	1·6	1·9	1·8	16
1·9	2·1	2·2	2·2	1·8	1·6	1·6	2·1	2·1	17
1·9	1·8	1·9	1·9	1·8	1·7	1·5	1·8	1·9	18
1·9	2·1	2·0	1·8	1·6	1·7	1·6	1·8	1·8	19
2·0	2·0	2·2	2·0	1·9	1·9	1·7	1·8	2·0	20
1·5	1·7	2·1	1·7	1·6	1·4	1·9	2·2	2·1	21
2·5	3·0	2·9	2·2	2·0	1·8	2·0	2·6	2·8	22
2·3	2·5	2·5	2·3	1·9	1·9	1·9	2·7	2·6	23
1·8	2·2	1·7	1·5	1·2	1·7	1·8	2·3	2·2	24
1·5	1·7	1·3	1·1	1·1	1·4	1·7	2·1	1·9	25
1·7	1·7	1·8	1·5	1·2	1·7	1·8	2·3	2·0	26
1·9	2·3	2·0	1·6	1·7	1·8	2·3	2·8	2·5	27
2·1	2·1	2·1	1·9	1·9	1·8	2·3	2·6	2·5	28
1·4	1·6	1·4	1·3	1·3	1·3	1·4	1·8	1·5	29
2·2	2·5	2·3	2·0	2·1	2·3	2·6	3·3	2·9	30
2·7	3·0	2·8	2·1	1·9	1·9	3·1	4·1	3·4	31
3·0	3·1	2·8	2·3	2·1	2·4	2·9	4·0	3·1	32

Mittlere Veränderlichkeit der Tempe-

Nr.	Station	Geogr. Breite	Länge von Greenwich	Seehöhe Meter	Dec.	Jänner	Febr.	März
33	Tobolsk	58°20'	67°28'E	110	5·1	4·0	3·9	3·6
34	Barnaul	53°20'	83°47'E	147	5·6	4·9	4·7	4·0
35	Semipalatinsk	50°33'	80° 6'E	79	4·5	3·8	4·1	3 4
36	Am Sir Daria	45°50'	63° 0'E	—	2·8	3·2	3·5	2·5
37	Irkutsk	52°17'	104°17'E	413	3·7	2·8	2 8	2·5
38	Jakutsk	62° 1'	129°44'E	88	3·6	3·6	2·9	3·1
39	Nertschinsk	51°19'	119°44'E	592	3·3	2·7	2·8	3·6
40	Ajan	56°27'	138°26'E	—	3·5	3·2	3·0	2·1
41	Nicolajewsk	53° 8'	140°45'E	—	3·2	2·8	3·1	2.3
42	Peking	39°57'	116°29'E	—	2·2	1·8	2·0	2·2
43	Hakodadi	41°47'	140°51'E	—	2·8	2.3	2·3	1·6
44	Sitka	57°3'	135°29'W	—	1·7	2·1	2·0	1·5
45	Point Barrow	71°21'	156°17'W	—	4·3	4·9	2·9	3·4
46	Arkt. Archipel	75°14'	86°30'W	—	3·1	3·1	2·6	2·5
47	Jakobshafen	69°12'	50°58'W	—	3·2	3·4	3·1	3·2
48	Brunswick	43°55'	69°57'W	—	4·2	4·3	4·2	2·9
49	Providence	41°50'	71°23'W	—	3·7	3·6	3·4	2·8
50	Toronto	43°39'	79°23'W	104	3·7	3·8	3·8	2·7
51	Marietta	39°25'	81°29'W	177	3·4	3·5	3·7	3·5
52	Washington	33°42'	93°30'W	240(?)	3·6	3·7	3·7	3·3
53	Georgetown	6°46'S.	58° 8'W	—	0·7	0·5	0·5	0·4
54	Buenos Aires	34°37' „	58°21'W	—	1·9	2·0	1·4	1·6
55	Mendoza	32°51' „	67°32'W	780	2·2	1·8	1·9	1·9
56	Capstadt	33°56' „	18°27'E	—	1·2	1·2	1·3	1·3
57	Maritzburg	29°36' „	30° 2'E	639	2·5	2·5	2·5	2·1
58	Sydney	33°52' „	151°11'E	—	2·0	1·8	1·8	1·3
59	Melbourne	37°49' „	144°58'E	—	2·3	2·8	1·9	2·0
60	S. Johns (4)	47°33'	52°43'W	—	3·2	4·9	4.4	2·6
61	[1]S. Martins (7)	45°32'	73°36'W	—	5·4	5·2	5·1	3·3
62	Rigoulette (2)	53°10'	58° 0'W	—	5·3	5·4	4·1	4·7
63	[1]MooseFact.(1½)	51°15'	80°45'W	—	6·2	5·7	5·5	5·1
64	Red-R. und Winnipeg (7)	49°30'	97° 0'W	205	4·6	6·2	4 9	4·1

ratur von einem Tage zum andern.

April	Mai	Juni	Juli	August	Sept.	October	Nov.	Jahr	Nr.
2·3	3·3	2·4	2·1	1·7	1·9	3·6	4·2	3·1	33
2·6	3·1	2·4	1·9	1·8	2·5	3·1	5·0	3·5	34
2·7	3·0	2·5	2·2	2·0	2·3	2·8	3·7	3·1	35
2·1	2·4	2·1	1·9	1·7	1·7	2·6	2·5	2·4	36
2·2	2·5	2·5	2·0	1·9	2·1	2·4	3·7	2·6	37
2·6	2·4	2.5	2·2	1·7	2·0	2·5	3·5	2·7	38
2·4	2·6	2·1	1·3	1·5	1·9	2·7	3·5	2·5	39
1·7	1·3	2·4	2·1	1·2	1·2	2·7	3·2	2·3	40
1·9	1·5	2·1	1·7	1·2	1·3	2·0	3·3	2·2	41
1·8	2·4	2·0	1·8	1·4	1·4	1·6	2·0	1·9	42
1·6	1·5	1·4	1·3	1·1	1·4	1·9	2·4	1·8	43
0·9	0·9	0·9	0·8	0·7	1·1	1·5	1·6	1·3	44
2·7	1·9	1·1	1·1	1·3	1·6	2·2	4·2	2·6	45
2·6	1·6	1·0	1·3	0·9	1·8	2·8	3·1	2·2	46
2·4	1·7	1·9	1·5	1·5	1·9	2·3	2·8	2·4	47
2·6	2·6	2·6	1·9	1·8	2·3	2·7	2·7	2·9	48
2·7	2·6	2·1	1·8	2·0	2·4	3·2	3·2	2·8	49
2·2	2·1	2·1	2·0	1·8	2·5	2·3	2·5	2·6	50
3·1	2·6	1·9	1·7	1·7	2·0	2·5	3·2	2·7	51
2·7	2·0	1·4	1·1	1·2	1·6	2·6	3·5	2·5	52
0·6	0·8	0·7	0·8	0·7	0·4	0·5	0·7	0·6	53
1·4	1·3	1·3	1·9	2·1	1·9	2·1	2·0	1·7	54
1·6	1·3	1·5	2·1	1·9	2·2	2·2	2·0	1·9	55
1·4	1·2	1·5	1·4	1·4	1·1	1·3	1·1	1·3	56
1·6	1·3	1·9	1·6	2·3	2·4	2·9	2·5	2·2	57
1·4	1·3	1·3	1·8	1·6	1·6	2·5	2·0	1·7	58
1·6	1·4	1·3	1·3	1·4	2·0	2·2	2·6	1·9	59
2·8	3·3	2·7	2·9	2·1	3·2	2·7	2·4	3·1	60
2·9	3·0	2·8	2·7	2·4	3·2	2·8	3·4	3·5	61
3·5	1·9	2·8	3·7	2·6	2·7	3·7	3·6	3·7	62
3·4	4·4	4·4	3·2	3·0	2·8	2·4	2·2	4·0	63
3·3	3·6	2·9	2·7	2·6	2·9	3·2	4·0	3·8	64

Mittlere Veränderlichkeit der Tempe-

Nr.	Station	Geogr. Breite	Länge von Greenwich	Seehöhe Meter	Dec.	Jänner	Februar	März
65	Marquette (3)	46°30'	87°20' W	192	4·4	4·2	4·8	3·7
66	[1] Snellg u. S. Paul (9)	44°55'	93° 0' W	250	4·8	4·9	4·8	3·6
67	[1]Beloit (6½)	42°30'	88°59' W	200?	4·3	4·5	4·7	3·4
68	[1]S. Louis (6½)	38°37'	90°16 W	147	4·2	3·8	4·1	4·2
69	Leavenworth (9)	39°21'	94°44' W	273	4·3	4·8	5·5	4·7
70	Kearny (4)	40°35'	99° 9' W	610	4·1	4·1	4·3	4·7
71	Laramie (5)	42°12'	104°47' W	1378	5·5	5·1	4·8	4·4
72	Bridger (7)	41°20'	110°23' W	1964	4·6	4·4	3·8	3·7
73	Garland (9)	37°32'	105°40' W	2400?	3·4	4·1	4·1	3·1
74	Lapwai (5½)	46°27'	117° 0' W	305	2·5	2·4	2·2	2·3
75	Dalles (3)	45°36'	120°55' W	107	2·0	3·0	2·9	2·2
76	Steilacoom (4)	47°10	122°25' W	91	2·8	2·5	2·4	1·8
77	S. Francisco (9)	37°48'	122°26' W	—	1·4	1·4	1·5	1·2
78	Sacramento (3)	38°33'	121°20' W	—	1·1	1·7	1·1	1·6
79	Santa Fè (7)	35°41'	106° 2' W	2087	1·7	2·3	2·0	2·7
80	Craig (7)	33°26'	107°10' W	1200?	2·1	2·4	2·5	2·9
81	Fillmore (1)	32°13'	106°31' W	1200	1·9	2·5	2·7	3·0
82	Mojave (3¼)	35° 6'	114°31' W	120	1·9	1·8	2·6	1·6
83	Yuma (9)	32°43'	114°36' W	—	1·5	1·4	1·6	1·5
84	Ringgold u. Brown (6)	26°10'	98° 7' W	—	2·9	3·4	3·3	3·1
85	New Orleans (2)	29°57'	90° 0' W	—	2·9	3·6	3·1	2·6
86	Withemarsh (4)	32° 0'	81° 0' W	—	3·1	3·4	2·9	3·2
87	Warrington (4)	30°24'	87°15' W	—	3·3	3·0	2·7	1·7
88	Salt Ponds [2] (4)	Florida		—	1·9	2·7	2·3	2·1
89	Mirador (4)	19° 0'	98°31' W	1097	1·1	1·3	1·9	1·9
90	Trojes (1½)	19°30'	100°24' W	2380	0·7	0·8	1·0	0·9

[1] Aus Differenzen der Tagesmittel, für die übrigen Stationen

[2] Aus Temperaturdifferenzen für 2h Nachmittag.

ratur von einem Tage zum andern.

April	Mai	Juni	Juli	August	Sept.	October	Nov.	Jahr	Nr.
2·9	3·6	4·2	4·0	4·1	3·8	3·9	2·4	3·8	65
3·2	3·3	2·4	2·1	2·3	3·1	3·3	3·4	3·4	66
3·1	3·4	3·2	2·1	2·2	2·9	3·0	3·3	3·3	67
3·5	2·6	2·2	1·9	1·8	2·5	2·6	3·7	3·1	68
4·0	3·0	2·2	2·2	2·8	3·2	4·1	3·9	3·7	69
3·9	3·7	2·7	2·8	2·2	3·1	3·9	3·7	3·6	70
3·9	3·1	3·0	2·9	3·4	3·6	4·1	4·6	4·0	71
2·7	3·0	2·8	2·2	2·1	2·8	3·3	3·9	3·3	72
3·1	2·7	2·1	2·0	2·0	2·2	2·7	2·7	2·9	73
2·4	2·8	2·8	2·3	2·6	2·3	2·0	2·1	2·4	74
2·9	2·6	2·7	2·3	2·2	2·8	2·3	1·8	2·5	75
1·9	1·9	1·7	1·6	1·4	1.6	1·9	2·8	2·0	76
1·3	1·2	1·0	0·7	0·8	1·2	1·6	1·4	1·2	77
1·6	1·8	1·9	1·9	1·9	1·7	1·3	1·2	1·6	78
2·4	2·6	2·0	1·9	1·6	1·5	2.0	1·8	2·0	79
3·1	2·1	2·0	1·9	1·9	1·7	2·4	2·4	2·3	80
3·1	3·3	2·9	2 8	2·6	2·6	2·4	2·7	2·7	81
1·9	2·1	1·6	1·8	1·8	1·4	1·2	1·6	1·8	82
2·1	1·9	1·6	1·4	1·3	1·3	1·5	1·4	1·5	83
1·8	1·6	1·1	0·8	0·9	1·1	1·7	2·8	2·0	84
2·4	1·5	1·7	1·1	1·1	0·8	2·2	2·4	2·1	85
2·8	1·4	0·9	1·3	1·3	1·3	2·3	2·9	2·2	86
1·5	1·2	1·3	1·1	0·9	1·1	1·9	2·7	1·9	87
1·5	1·1	0·7	0·9	0·7	0·8	1·1	1·8	1·5	88
1·8	1·6	0·8	0·7	0·6	0·6	0·8	1·1	1·2	89
0·8	0·8	0·8	0·7	0·7	0·7	0·6	0 6	0·8	90

Nr 60—89 (exl. 88) aus Differenzen für 9[h] Abends.

magnetischen Observatoriums zu Toronto über diesen Gegenstand erhaltenen Resultate[1], welche zeigen, dass man aus Tagesmitteln, welche mindestens aus einer Morgen- und einer Nachmittagsbeobachtung abgeleitet sind, für unseren Zweck hinreichend vergleichbare Werthe der Veränderlichkeit zu erhalten annehmen darf.

Herr Kingston hat erstlich für die einzelnen Beobachtungsstunden die mittleren Abweichungen von den Normalwerthen für die Periode 1854—62 abgeleitet. Diese Zahlen entsprechen allerdings nicht meinem Begriffe der Veränderlichkeit, sondern stellen die mittlere Anomalie für die betreffenden Stunden dar. Aber der Einfluss der verschiedenen Tageszeit ist mit grösster Wahrscheinlichkeit für beide derselbe.

	Mittlere Anomalie in Cels. Graden.					
	2h Nm.	4h	10h	12h	18h	20h
Dec.—Febr..	4·9	4·8*	5·2	5·3	5·6	5·5
Mai—Juli...	3·4	3·4	2·8	2·9	2·8*	2·0

	Mittl. Anomalie	Mittlere Differenzen sich folgender Tage für	
	1854—59	6h Morg. 1854—62	2h Nm. 1854—59
December .	4·9	4·5	3·8
Jänner ...	5·2	5·3	4·1
Februar...	5·6	5·5	4·0
März	4·4	3·7	3·0
April	3·1	2·6	3·3
Mai	2·8	2·4	3·2
Juni	3·2	2·3	3·1
Juli	3·1	2·1	3·0
August....	2·5	2·4	2·6
September.	3·3	3·5	3·0
October ...	3·3	3·7	2·8
November .	3·2	3·7	2·8
Jahr	3·7	3·4	3·2

[1] Abstracts of meteorol. observ. made at the Magn. Observatory Toronto 1854—62. Toronto.

Es ist somit im Winter die Temperatur um die Zeit des Minimums am veränderlichsten, im Sommer um die Zeit des Maximums. Die Unterschiede erreichen im Winter circa 0·15, im Sommer 0·2 des ganzen Betrages. Die erste und dritte der obigen Vertical-Columnen mit einander verglichen, lassen zugleich das Verhältniss der mittleren Veränderlichkeit zur mittleren Anomalie beurtheilen. Aber dieses Verhältniss hat nur eine locale Giltigkeit, wie sich später zeigen wird. Nahezu bei allen Stationen der Gruppe Nr. 1 bis 59 beziehen sich die benützten Tagesmittel auf drei tägliche oder sogar auf stündliche Beobachtungen. Ausnahmen hievon sind: Buenos Aires und Mendoza, für welche die Tagesmittel erst berechnet werden mussten, wozu die Termine 7 oder 8^h am. und 2^h pm. benützt wurden; Kairo, für zwei Jahrgänge der Beobachtungen gilt dasselbe; Paris (Versailles) und Maritzburg, hier liegen die täglichen Extreme den Mitteln zu Grunde. Für diese zwei Stationen besorge ich auch, dass alle Werthe der Veränderlichkeit dadurch etwas zu gross ausgefallen sein mögen.

In der Tabelle I sind die Orte nach geographischen Gruppen zusammengestellt, wobei allerdings Sprünge und ziemlich schroffe Übergänge sich nicht vermeiden liessen. Im Allgemeinen lässt aber selbst die Tabelle schon ersehen, in wie weit benachbarten Orten eine mehr oder minder grosse Übereinstimmung in Betreff ihrer mittleren Veränderlichkeit zukommt. Zur speciellen Discussion übergehend, wollen wir jetzt vorerst die Stationen nach dem Jahresmittel der Veränderlichkeit in eine Reihe ordnen.

Veränderlichkeit im Mittlel des Jahres: Georgetown 0·6; Neapel 1·0; Lissabon 1·1; Kairo 1·2; Moncalieri, Mailand, Sitka, Capstadt 1·3; Athen, Smyrna 1·4; Paris, Karabagh 1·5; Madrid 1.6; Oxford, Buenos Aires, Sydney 1·7; Zürich, Leipzig, Stuttgart, Hakodadi 1·8; Bukarest, Wien, Helsingfors, Makerstoun, Peking, Mendoza, Melbourne 1·9; Warschau, Upsala, Ütliberg 2·0; München, Hammerfest 2·1; Petersburg, Nicolajewsk am Amur, Nordamerikanischer arctischer Archipel, Maritzburg (Süd Afrika) 2·2; Ajan 2·3; Rigi, Sir Daria, Jakobshafen (Grönland) 2·4; Kaluga, Lugan, Nertschinsk, Washington (Arkansas) 2·5; Oust Sisolsk, Jrkutsk, Point Barrow, Toronto

2·6; Jakutsk, Marietta 2·7; Archangel, Providence 2·8; Orenburg, Brunswick (Maine) 2·9; Nijne Taguilsk, Tobolsk, Semipalatinsk, S. Louis (Missouri) 3·1; Beloit (Illinois) 3·3; Bogoslowsk 3·4; S. Paul (Minnesota) 3·4; Barnaul, S. Martins (Canada) 3·5; Winnipeg 3·8; Moose Factory (Hudsonsbay) 4·0.

Aus dieser Zusammenstellung ergibt sich zunächst Folgendes. Die Variabilität der Temperatur von einem Tage zum andern erreicht ihr Maximum im Innern von Nord-Amerika. Die genauere Lage dieser Maximumregion lässt sich nicht angeben, sie scheint den nördlichsten Theil der inneren Staaten der Union und den südlichen und mittleren Theil der Hudsonsbailänder zu umfassen. Von dieser Region aus nimmt die Veränderlichkeit nach allen Richtungen hin ab, auch nach Norden, denn sie beträgt in Point Barrow 71°4 N nur mehr 2·6, wie in Toronto und Washington (Ark.), und im arktischen Archipel unter 75°2 N sogar nur 2·2, ein Werth, der kaum erheblich grösser sein dürfte, als der für den Süden der Union sich ergebende (siehe Nr. 84—87 der Tabelle). Die Veränderlichkeit an der Westküste ist bedeutend geringer, als an der Ostküste, eine ganz auffallend geringe Variabilität hat Sitka.

Eine zweite Maximalregion findet sich in Westsibirien und zwar unter höheren Breiten als die amerikanische, und von etwas geringerem Betrage, was allein schon zu dem Schlusse berechtigt, dass nicht die Grösse der Ausdehnung des Festlandes die erste Ursache der Steigerung der Variabilität sein kann, die wir im Inneren der Continente der neuen und alten Welt eben constatirt haben. Von Westsibirien aus nimmt ebenfalls die Veränderlichkeit nach allen Richtungen hin, auch nach Osten, ab, aber durchaus nicht im einfachen Verhältnisse zur Entfernung von dieser Centralenregion.

Die Existenz der bezeichneten zwei Maximal-Gebiete tritt aus der vorhergehenden Zusammenstellung klar hervor, aber im Übrigen ersieht man ebenfalls auf den ersten Blick, dass die Variabilität der Temperatur eine Grösse sein muss, die von vielen Ursachen abhängt, unter denen auch ganz locale sich befinden. Versuchen wir uns der Auffindung dieser Ursachen vorerst dadurch zu nähern, dass wir den Einfluss jener Momente

auf die Veränderlichkeit der Temperatur bestimmen, von denen die normale Wärmevertheilung auf der Erdoberfläche abhängt.

Ein Einfluss der geographischen Breite lässt sich nur in der Weise erkennen, dass die Variabilität in den Tropen ihren Minimalwerth erreicht. Sie wächst mit Zunahme der Breite in höchst unregelmässiger Weise und erreicht ihr Maximum auf den beiden Continenten der nördlichen Hemisphäre circa unter dem 50. Breitegrad (in Amerika südlicher, in Asien nördlicher), von wo sie gegen den Pol hin wieder abnimmt. Von der südlichen Hemisphäre liegen Werthe nur von Orten unter niedrigen Breiten vor und diese zeigen im Allgemeinen durchwegs eine grössere Variabilität, als entsprechende Orte der nördlichen Halbkugel.

Eine engere Beziehung zwischen der mittleren Jahrestemperatur und der mittleren Veränderlichkeit scheint nicht zu existiren. Es genügt, zum Nachweis dieses Satzes einige Orte in Hinsicht auf diese beiden Elemente nebeneinander zu stellen.

	Veränd.	Temp.		Veränd.	Temp.
Sitka	1·3	6·2	Nicolajewsk ..	2·2	— 2·6
Capstadt	1·3	16·7	Maritzburg ...	2·2	18·2
Oxford	1·7	9·2	Nertschinsk ..	2·5	—3·9
Sydney	1·7	17·2	Washington ..	2·5	16·5
Helsingfors ..	1·9	4·1	Jakutsk	2·7	—10·9
Melbourne ...	1·9	14·4	Marietta	2·7	11·4

Die Variabilität nimmt mit der Seehöhe zu, dies zeigen die Stationen Zürich, Ütliberg, Rigi sehr deutlich. Auch die Stationen auf dem Plateau des Felsengebirges beweisen den Einfluss der Höhe auf die zunehmende Veränderlichkeit der Wärme. Nach den erstgenannten drei Orten in den Alpen würde für je 100 Meter die Veränderlichkeit um 0°023 C. im Jahresmittel zunehmen. Es zeigt sich aber auch sogleich, dass dieser Werth nur ganz locale Giltigkeit beanspruchen darf, denn vergleicht man München mit Stuttgart, so findet man die Differenz

für nur 209 Meter Höhenunterschied schon gleich 0°3 C., d. i. nahe so gross als der Unterschied zwischen Ütli und Rigi (Höhendifferenz 910 Meter), und auch zwischen Wien und München ist die Differenz + 0.2 zu Gunsten des letztgenannten Ortes. Die mittlere Veränderlichkeit in Zürich ist 1°8 C., in München 2°1, und doch ist die Seehöhe dieselbe. In München zeigt sich also sehr deutlich ein bedeutender Localeinfluss, der eine Zunahme der Variabilität bewirkt.

In den meisten Fällen nimmt die Veränderlichkeit mit der Entfernung vom Meere zu. Am deutlichsten zeigen dies die europäischen und asiatischen Stationen, wie in der folgenden kleinen Tabelle ersichtlich gemacht wird.

Unter 48° n. Br.		52—55° n. Br.		60—62° n. Br.	
Paris	1·5	Makerstoun .	1·9	Helsingfors .	1·9
Stuttgart . . .	1·8	Kaluga	2·5	Petersburg .	2·2
Wien	1·9	Barnaul . . .	3·5	O. Sisolsk . .	2·6
Lugan	2·5	Irkutsk	2·6	Bogoslowsk .	3·4
		Nicolajewsk	2·2	Jakutsk . . .	2·7

Auf dem amerikanischen Continent ist eine Zunahme der Variabilität landeinwärts ebenfalls nachweisbar:

Brunswick u. Providence . .	42°9 N	70°7 W	Variabilität 2·8
Beloit	42·5 „	89·0 „	„ 3·3
Marietta	39·4 „	81·5 „	„ 2·7
S. Louis	38·6 „	90·2 „	„ 3·1
Leavenworth*	39·4 „	94·7 „	„ 3·7

Hingegen hat Archangel eine grössere Veränderlichkeit als Oust Sisolsk, was nicht der höheren Breite des ersteren Ortes zugeschrieben werden kann, S. Martins bei Montreal hat eine etwas grössere Variabilität als S. Paul in Minnesota unter nahe gleicher Breite. Schon diese Beispiele zeigen, dass der Einfluss der Continentalität kein prädominirender ist, am auffallendsten spricht aber dafür die grosse Veränderlichkeit der Temperatur in der südlichen Halbkugel, also in einem typisch oceanischen Klima. Aber in zweiter Linie macht sich auch dort der Einfluss des Landes wieder geltend in der grösseren Variabilität von Mendoza gegenüber Buenos Aires, von Maritzburg in Natal, gegen-

über der Capstadt. Freilich ist auch zu berücksichtigen, dass Mendoza und Maritzburg in einer Seehöhe von circa 2000 Fuss liegen.

Wenn in Nord-Amerika die Zunahme der Veränderlichkeit gegen das Innere des Landes in geringerem Maasse hervortritt, so liegt das wohl zum Theil darin, dass wir nur Orte der Ostküste zum Vergleiche benützen konnten. Denn die Ostküsten haben unter gleichen Breiten eine grössere Variabilität der Temperatur als die Westküsten. Vier Stationen an der Ostküste von Asien (Peking, Hakodadi, Nicolajewsk, Ajan) geben für die Position 47°8 N eine Veränderlichkeit gleich 2·0, vier analog gelegene Orte an der europäischen Westküste (Lissabon, Paris, Oxford, Makerstoun) für 48°7 N eine Veränderlichkeit von nur 1°5. Ganz auffallend klein ist die Variabilität der Temperatur zu Sitka mit 1°3, während S. Francisco eine etwas grössere Veränderlichkeit zu haben scheint als die Orte unter gleicher Breite an der Westküste von Europa.

Um die südliche Hemisphäre mit der nördlichen zu vergleichen, benützen wir folgende Stationen:

Capstadt	1·3	Athen	1·4
Sydney	1·7	Oxford	1·7
Mendoza	1·9	Helsingfors	1·9
Melbourne	1·9	Peking	1·9
Maritzburg	2·2	Petersburg u. Nicolajwsk.	2·2

Südliche Hemisphäre . . . . 1°8 für 33°6 G. Breite
Nördliche „ . . . . 1·8 „ 49·3. „ „

Helsingfors und Peking entsprechen der höchsten und der niedersten Breite, unter welcher auf der nördlichen Halbkugel die Veränderlichkeit 1°9 erreicht, Petersburg und Nicolajewsk ebenso für den Werth 2·2 derselben, wobei noch der amerikanische arktische Archipel ausgeschlossen wurde. Wenn trotzdem der vorstehende Vergleich sehr vieles in Bezug auf seine Strenge zu wünschen übrig lassen muss, so genügt er anderseits jedenfalls vollständig, um die Thatsache der grossen Variabilität der Temperatur von einem Tage zum andern auf der südlichen Halbkugel festzustellen. Und diese Thatsache ist gewiss eine höchst bemerkenswerthe, und ich darf wohl sagen unerwartete.

Bekanntlich hat Dove schon vor längerer Zeit Zahlenwerthe abgeleitet, die er unter dem Namen „mittlere Veränderlichkeit“ der Temperatur in die Meteorologie eingeführt hat[1]. Was Dove mit mittlerer Veränderlichkeit bezeichnet, ist die durchschnittliche Anomalie der Temperatur eines bestimmten Monates in verschiedenen Jahrgängen gegenüber einem Mittelwerthe aus einer längeren Beobachtungsreihe. Wenn man von der grösseren oder geringeren Veränderlichkeit der Temperatur verschiedener Orte spricht, so versteht man darunter nicht diese mittlere Anomalie, sondern, wie früher auseinandergesetzt worden ist, die in der vorliegenden Abhandlung abgeleiteten Grössen. Man kann aber dennoch fragen, ob die mittlere Veränderlichkeit im Sinne Dove's gewisse Beziehungen zeigt zur Veränderlichkeit in unserem Sinne, ob vor Allem die mittlere Anomalie der Monatstemperaturen und die interdiurne Variabilität der Temperatur zugleich wachsen und abnehmen, und so jene erstere in gewissem Sinne einen Maasstab für letztere abgeben könne. Dies ist nun nicht der Fall, wie die grosse interdiurne Variabilität der südlichen Halbkugel uns sogleich erkennen lässt.

Die mittlere Anomalie der Jahrestemperatur ist zu Palermo 38°1 N 0°8 C.; zu Melbourne 37°8 S 0°4 C. Dort ist die interdiurne Variabilität jedenfalls kleiner als 1°0 (Neapel), hier beträgt sie 1°9. In Auckland 36°9 ist die mittlere Anomalie der Monatstemperaturen 0°7, in Palermo 1°0. Kurz, es kann keinem Zweifel unterliegen, dass die Veränderlichkeit der Monattemperaturen unter gleichen Breiten im ozeanischen Klima der südlichen Halbkugel kleiner ist, als im mehr continentalen der nördlichen Hemisphäre; mit der interdiurnen Variabilität verhält es sich im subtropischen Klima wenigstens umgekehrt. (Ich glaube aber nicht, dass in jenen Breiten der südlichen Halbkugel, welche der sibirischen und amerikanischen Maximumregion entsprechen, die Veränderlichkeit der Temperatur von einem Tage zum andern auch nur eine gleiche Grösse erreicht, sie wird wohl im Gegentheile nach höheren Breiten rasch abnehmen.)

---

[1] Man sehe die Abhandlungen der k. Akademie d. Wissenschaften in Berlin vom Jahre 1866 und Klimatologische Beiträge II. Theil.

Die mittlere Anomalie der Monatstemperaturen erreicht nach Dove's Berechnung ihr Maximum im Innern von Russland und in Sibirien mit 2°0. Obenan stehen Tornea (2·4), Archangel (2·3) und Barnaul (2·3), welche letztgenannten zwei Orte allerdings auch durch eine grosse Variabilität der Temperatur sich auszeichnen. Die mittlere Anomalie ist aber im Innern von Amerika (1°7) viel kleiner als in Sibirien und gleich jener von Deutschland, während die des östlichen Amerika (nordöstl. Staaten der Union) (1°3) noch viel geringer ist als in Deutschland und jene von England kaum überschreitet. Das ist ganz abweichend von dem Verhalten der Veränderlichkeit. Auf die mittlere Anomalie hat die geographische Breite und die Nähe oder Entfernung des Meeres einen viel grösseren Einfluss als auf die Veränderlichkeit. Die nordöstlichen Staaten der Union, obgleich ihre Jahreswärme niedriger ist als die der deutschen Länder, ihre Wintertemperatur sogar tief unter die unsere sinkt, haben dennoch ihrer viel südlicheren Lage entsprechend eine geringere Anomalie der Monattemperaturen. Dagegen ist die Veränderlichkeit der Temperatur viel grösser, wie ich schon früher einmal durch Vergleichung der mittleren Wärmeschwankung innerhalb eines Monates gezeigt habe [1]. Ich stelle hier nur einige Orte in Amerika und Europa gegenüber mit Rücksicht auf ihre mittlere Temperatur-Anomalie und Variabilität.

Europa.

Ort	Breite	Anomalie	Variabilität
Oxford	51·8	1·2	1·7
Leipzig	51·3	1·7	1·8
Lugan	48·6	2·1	2·5
Wien	48·2	1·7	1·9

Amerika.

Ort	Breite	Anomalie	Variabilität
Toronto	43·6	1·3	2·6
Providence	41·6	1·3	2·8
Marietta	39·4	1·6	2·7
S. Louis	38·6	1·8	3·1

[1] Sitzungsb. d. Wien. Akad. 1871. Untersuchungen über die Winde der nördlichen Hemisphäre II. Theil. S. 26.

In Washington (Ark.) 33°7 N ist die mittlere Anomalie der Monattemperaturen (1°5) gleich jener von Paris (48°8) und Mailand (45°3), die mittlere Veränderlichkeit beträgt jedoch an den drei Orten: Washington 2·5; Paris 1·5; Mailand 1·3, ist also in Mailand nur halb so gross als in Washington.

Die mittlere Anomalie scheint mit der Höhe eher abzunehmen, wie dies auch der abnehmenden Jahresschwankung der Wärme entspricht. Die mittlere Anomalie von Genf und Mailand ist gleich jener des S. Bernhard, die von Basel ist etwas grösser. Die mittlere Veränderlichkeit der Temperatur hingegen nimmt mit der Höhe zu.

Ich gehe nun über zur Untersuchung des jährlichen Ganges der Veränderlichkeit, und benütze hiezu vorerst die Mittel der Jahreszeiten. Ordnen wir wie früher die Stationen nach der Grösse der Veränderlichkeit, so erhalten wir für den Winter folgende Reihe:

Neapel 1·0; Lissabon, Kairo 1·2; Moncalieri, Melbourne 1·3; Mailand, Capstadt 1·4; Madrid 1·5; Athen, Sydney 1·6; Karabagh, Smyrna 1·7; Buenos Aires, Mendoza 1·8; Paris, Oxford, Sitka, Maritzburg 1·9; Leipzig, Wien, Ütliberg, Peking 2·0; Zürich, Stuttgart 2·1; Bukarest 2·2; Makerstoun, München, Warschau 2·4; Hakodadi 2·5; Hammerfest, Upsala 2·7; Rigi 2·8; Helsingfors, Nertschinsk, Nordam. Arct. Archipel 2·9; Nicolajewsk a. A. 3·0; Irkutsk 3·1; Petersburg, Sir Daria, Ajan, Jakobshafen 3·2; Jakutsk 3·4; Oust-Sisolsk, Kaluga, Lugan, Marietta 3·5; Providence 3·6; Washington (Ark.) 3·7; Archangel, Toronto 3·8; Nijne Taguilsk, S. Louis (Missouri), Point Barrow 4·0; Semipalatinsk 4·1; Brunswick (Maine) 4·2; Orenburg, Tobolsk 4·3, Beloit (Illinois) 4·5; S. Paul (Minnes.) 4·8; Bogoslowsk 5·0; Barnaul 5·1; S. Martins (Canada), Winnipeg 5·2; Baeren und Athabasca-See 5·3 [1]; Moose Factory 5·8.

Vergleicht man diese Zusammenstellung für den Winter mit der früher gegebenen für das Jahr, so findet man, dass die Aufeinanderfolge der Stationen im Wesentlichen dieselbe geblieben

---

[1] Nach Beobachtungen im Winter 1843/44 und 1848/49 zu F. Chipewyan 58°43′ N und F. Confidence 66° 54′ N. Lefroy u. Richardson Magn. and Met. Obs. London 1855.

ist, und somit die Reihenfolge der Stationen in Bezug auf die Grösse des Jahresmittels ihrer Temperatur-Variabilität durch die Grösse der Variabilität in den Wintermonaten bestimmt wird. Eine bemerkenswerthe Ausnahme von diesem Satze machen nur die Stationen der südlichen Halbkugel. In der Zusammenstellung für das Jahr haben sie die mittlere Ordnungszahl 21, in der des Winters die Stelle 11, sie zeichnen sich also durch eine relativ sehr geringe Variabilität der Temperatur während des Winters aus. In geringem Maasse ist dies auch bei den Bergstationen Ütli und Rigi zu bemerken, die im Winter um 7 Stellen in der Richtung der kleineren Veränderlichkeit vorgeschritten sind.

Im Übrigen bietet die Reihenfolge der Orte nach der Veränderlichkeit im Winter zu keinen neuen Schlussfolgerungen Gelegenheit, weil sie mit der des Jahres fast übereinstimmt.

Vielmehr Interesse erweckt die nun folgende Reihe der Stationen, geordnet nach der mittleren Veränderlickeit der Temperatur während der Sommermonate. (Die einzige tropische Station der Jahresübersicht muss auch hier, wie für den Winter, wegbleiben; sie würde überall den ersten Platz einnehmen.)

Sitka 0·8; Neapel 0·9; Kairo 1·0; Nordamerik. Arktischer Archipel 1·1; Athen, Helsingfors, Washington (Ark.) Point-Barrow, Capstadt 1·2; Lissabon, Karabagh, Smyrna, Hakodadi 1·3; Oxford, Mailand 1·4; Moncalieri, Upsala, Petersburg 1·5; Makerstoun, Bukarest, Nertschinsk, Jakobshafen 1·6; Stuttgart, Nicolajewsk a. A., Peking 1·7; Madrid, Paris, Leipzig, Kaluga, Hammerfest, Marietta, Buenos Aires 1·8; Zürich, Wien, Sir-Daria, Ajan, Sydney 1·9; Warschau, Lugan, Barnaul, Providence, Toronto, S. Louis, Mendoza 2·0; München, Ütliberg, Orenburg, Tobolsk, Irkutsk, Jakutsk, Brunswick (Maine) 2·1; Oust-Sisolsk, Semipalatinsk 2·2; Bogoslowsk, S. Paul (Minnesota), Melbourne 2·3; Rigi, Archangel, Nijne Taguilsk 2·4; Beloit, Maritzburg 2·5; S. Martins (Canada) 2·6; Winnipeg 2·7; Moose Factory 3·5.

Neben einigen Orten der europäischen Subtropenzone sind es jetzt die Polarstationen, welche die geringste Veränderlichkeit der Temperatur haben.

Im arktischen Nordamerika unter circa 75° ist die Variabilität im Sommer nur 1°1, in Point Barrow 71° 1°2, in Sitka

57°, sogar blos 0°8, in Helsingfors 1·2, Upsala und S. Petersburg 1°5. In den höchsten Breiten nimmt die Veränderlichkeit der Temperatur vom Winter zum Sommer, also von der Zeit, wo die Sonne gar nicht mehr ober dem Horizont erscheint, bis zu jener Zeit, da sie nicht mehr unter denselben hinabsinkt, ungemein rasch ab. Sie ist im Winter circa 3mal grösser als im Sommer. Die Veränderlichkeit der Temperatur in der Circumpolarregion ist dann gleich jener der südlichen Mittelmeerstationen.

Sehr gering ist ferner die Variabilität in Washington (Ark.) mit 1°2 gegenüber dem Winter mit 3°7; ebenso hat in Nertschinsk, Nicolajewsk a. A., u. in Peking die Veränderlichkeit sehr abgenommen.

Hingegen sind die Stationen der südlichen Halbkugel (mit Ausnahme der Capstadt, die überhaupt eine Sonderstellung einnimmt), jetzt weit in der Richtung gegen die grösste Veränderlichkeit vorgerückt; Melbourne und Maritzburg liegen in der Maximalregion der Sommer-Variabilität, Mendoza, Sydney, Buenos Aires liegen in der Zone grosser Veränderlichkeit.

Eine ähnliche (wenigstens relative) Steigerung vom Winter gegen den Sommer erfahren die hochgelegenen Orte. Der Rigigipfel gehört nun der Maximalregion an; Ütliberg und München liegen an deren Grenze. Bei letzterer Station kommt wie bei Madrid die freie Lage auf einer Hochebene und die Nähe einer Gebirgskette in Betracht.

Die Orte der amerikanischen Maximum-Region zeichnen sich durch hohe Veränderlichkeit im Sommer wie im Winter aus. Ebenso, doch in geringerem Maasse, behalten die Stationen der sibirischen Maximum-Region eine grosse Veränderlichkeit auch noch im Sommer.

Auf grosse Steigerung der Variabilität im Sommer scheint vornämlich hinzuwirken die Lage zwischen einem rasch und stark sich erwärmenden Hinterland und einer grossen kühlen Wasserfläche. Beweise hiefür sind Moose Factory, Melbourne, besonders aber Marquette am Südufer des Lake superior. An streng continentalen Orten nimmt die Veränderlichkeit gegen den Sommer hin ab, die Nähe des Meeres oder grosser Wasserbecken, sowie die Zunahme der Seehöhe bewirkt dagegen an

den meisten Orten ein secundäres oder sogar ein primäres Maximum im Sommer.

Die interdiurne Variabilität erreicht ihr Minimum unter 60 Stationen an 38 im Sommer, an 18 Stationen im Herbst, an drei (Rigi, Lissabon, Capstadt) im Frühling, und an einer (Melbourne) im Winter.

Die Stationen mit einem Herbstminimum sind: Kairo 0·8, Mailand 1·1, Moncalieri 1·2, Madrid 1·4, Mendoza, Sydney 1·6, Paris, Stuttgart, Zürich, Wien, Leipzig, Peking, Maritzburg 1·7, München, Ütliberg, Warschau 1·8, Archangel 2·1, Oust Sisolsk 2·2. Mittel-Europa scheint demnach vornämlich durch die Eigenthümlichkeit eines ausgeprägten Minimums der Variabilität im Herbst sich auszuzeichnen. Die anderen Stationen mit einem Herbstminimum, etwa mit Ausnahme von Archangel und Oust Sisolsk, liegen sporadisch vertheilt und gestatten nicht den Charakter grösserer Territorien nach ihnen festzustellen.

Bemerkenswerth ist, dass, während Paris noch in der Region des Herbstminimums liegt, die beiden englischen Stationen, Oxford und Makerstoun eine rasche Zunahme der Veränderlichkeit im September und October zeigen, so dass das Maximum derselben schon im November erreicht wird.

Um die jährliche Periodicität der Veränderlichkeit etwas schärfer beurtheilen zu können, als dies die Mittel der Jahreszeiten gestatten, habe ich Monatmittel für ganze Gruppen von Stationen gebildet, die durch eine übereinstimmende Periodicität und ähnliche geographische Lage sich in möglichst ungezwungener Weise hiezu darboten. Diese Gruppen sind:

1. England: Oxford, Makerstoun.
2. Mittel-Europa: Stuttgart, München, Zürich, Wien, Leipzig, Warschau.
3. Europäisches Russland: Archangel, Oust Sisolsk, Petersburg, Kaluga, Lugan, Orenburg.
4. West-Sibirien: Bogoslowsk, Nischne-Taguilsk, Tobolsk Barnaul, Semipalatinsk.
5. Ost-Asien: Ajan, Nertschinsk, Nicolajewsk, Peking.
6. Östliches Nord-Amerika: Brunswick, Providence, S. Martins, Toronto, Marietta.

7. Inneres Nord-Amerika: Winnipeg, S. Paul, Beloit, Leavenworth, S. Louis.
8 Plateau des Felsengebirges: Laramie, F. Bridger, F. Garland, Lapwai, Dalles, Santa Fé, Craig. Mittlere Position: 40°3 N. Br., 110°3 W. L., 1350 M. Seehöhe.
9. Südliche Halbkugel: Buenos Aires, Mendoza, Capstadt, Maritzburg, Sydney, Melbourne.

Sie gaben folgende Mittelwerthe, welche direct aus der Tabelle I abgeleitet worden sind:

Jährliche Periode der Variabilität.

	England	Mittleres Europa	Europ. Russland	West-Sibirien	Ost-Asien	Östl. Nord-Amerika	Inner.-Nord-Amerika	Plateau der Rocky Mt.	Südliche Halbkugel
Geogr. Breite	53°7	49·3	56·8	56·0	50·2	42·8	43·0	40°3	33°8
December...	**2·8**	2·2	3·6	**4·9**	**3·1**	4·1	4·4	3·1	2·0
Jänner......	2·1	**2·2**	**3·9**	4·5	2·6	**4·1**	**4·8**	**3·4**	2·0
Februar.....	2·0	2·1	3·5	4·1	2·7	4·0	4·8	3·2	1·8
März.......	1·7	1·8*	2·9	3·5	2·4	3·0	4·0	3·0	1·7
April.......	1·5*	1·9	2·1*	2·7*	1·9*	2·7	3·4	2·9	1·5
Mai........	**1·7**	1·9	**2·4**	**3·1**	2·0	2·6	3·2	2·7	1·3*
Juni........	1·6	**2·1**	2·2	2·6	**2·2**	2·3	2·6	2·5	1·5
Juli........	1·5	1·9	1·9	2·1	1·7	2·0	2·2*	2·2*	1·7
August.....	1·4*	1·7	1·8*	1·9*	1·3*	1·9*	2·3	2·3	1·8
September..	1·6	1·7	1·9	2·2	1·5	2·5	2·9	2·4	1·9
October.....	1·8	1·6*	2·2	2·9	2.2	2·7	3·2	2·7	**2·2**
November...	2·3	1·9	2·7	4·2	3·0	3·0	3·7	2·8	2·0
Jahr.......	1·8	1·9	2·6	3·2	2·2	2·9	3·5	2·8	1·8

In England sind November und December die veränderlichsten Monate, im mittleren und nordöstlichen Europa ist es der Jänner, in West-Sibirien und Ost-Asien der December, in Amerika wieder der Jänner, im Inneren Nord-Amerika's sind Jänner und Februar gleich variabel. In der Subtropenzone der südlichen Halbkugel hat der October, unserem April entsprechend, die grösste Veränderlichkeit der Temperatur. Das absolute Minimum der Variabilität fällt fast überall auf den August, im westlichen

Amerika zwischen Juli und August. Nur im mittleren Europa tritt die kleinste Veränderlichkeit im October ein, und in der Subtropenzone der Südhemisphäre im Mai, d. i. unser November, so dass das mittlere Europa und die südliche Hemisphäre in Bezug auf das Herbstminimum nahe übereinstimmen.

Sehr bemerkenswerth ist das sekundäre Minimum der Veränderlichkeit im April für alle hier in Betracht gezogenen Stationsgruppen von Europa und Asien, dem ein sekundäres Maximum im Mai oder Juni folgt. Bei Betrachtung der Tabelle Seite 6—9 fällt die grosse Übereinstimmung, welche hierin nahezu alle Stationen im mittleren Europa, Russland, Sibirien und Ost-Asien zeigen, sogleich in die Augen.

Die sprichwörtliche Veränderlichkeit des Aprilwetters kann sich also nicht auf die Temperatur beziehen. Wir werden später sehen, dass dies nicht blos in Bezug auf die mittlere Grösse der Wärmeänderungen, sondern in Betreff kleiner wie grosser Temperatur-Schwankungen überhaupt als Thatsache hingestellt werden darf.

Die rasche Steigerung der Veränderlichkeit im Mai ist besonders in Sibirien scharf ausgeprägt. Im Juni und Juli sinkt die Variabilität wieder sehr schnell.

Der November hat in Europa wie in Amerika die mittlere Veränderlichkeit; in Sibirien und Ost-Asien, desgleichen in England, erhebt sich die Variabilität dieses Monates weit über das Mittel.

Die Jahrescurve der Veränderlichkeit für Nord-Amerika hat im Gegensatz zu jener für Europa und Asien nur ein Maximum und Ein Minimum. Dasselbe ist auch in der Subtropenzone der südlichen Hemisphäre der Fall. Sehr bemerkenswerth ist die hohe Veränderlichkeit der Temperatur des Sommers in Nord-Amerika. So weit unsere Berechnungen reichen, berechtigen sie zu der Annahme, dass die Maximalregion der Sommerveränderlichkeit im Inneren Nord-Amerika's liegt.

Auch in der Subtropenzone der südlichen Halbkugel ist, wie schon einmal bemerkt worden, der Sommer sehr veränderlich, das Maximum fällt allerdings noch in das Frühjahr. Schon vor längerer Zeit hat Dove darauf aufmerksam gemacht, dass zu Hobarttown, im Gegensatz zu allen andern sonst von ihm berech-

neten Orten, die grösste mittlere Anomalie der Monattemperaturen im Sommer erreicht wird, und in jüngster Zeit hat er den Nachweis hiefür mit Hilfe mehrerer Stationen für die südliche Hemisphäre überhaupt durchgeführt (Monatsbericht der Berliner Akademie, Jänner 1873). In diesem Punkte entsprechen sich also Veränderlichkeit und Anomalie der Temperatur. Nach den von G. Neumayer für Melbourne berechneten thermischen Windrosen ist die Temperaturdifferenz der extremen Windrichtungen auf der südlichen Halbkugel im Sommer grösser als im Winter, vollständig abweichend von den thermischen Windrosen der nördlichen Hemisphäre, wo diese Temperaturdifferenz im Winter meist doppelt so gross ist wie im Sommer.

Man könnte Bedenken äussern, ob die eben vorhin gegebene Übersichtstabelle der jährlichen Periode der Veränderlichkeit dieses Element auch richtig zur Darstellung bringt, weil die normale jährliche Wärmeänderung nicht eliminirt worden ist. Ich habe zwar schon früher an zwei Beispielen gezeigt, dass die hiezu nöthigen Correctionen sehr klein ausfallen, glaube aber, dass hier die passende Stelle sei, in der That nachzuweisen, dass durch Anbringung dieser Correctionen die Jahrescurven kaum alterirt werden. Ich habe zu diesem Zwecke alle Gruppenmittel (mit Ausnahme jenes für England, welches nur aus zwei Stationen gebildet werden konnte, und jenes für das Plateau der Rocky Mountains, welchem keine Tagesmittel zu Grunde gelegt werden konnten) in folgender Weise corrigirt. Es wurde das Temperaturmittel eines jeden Monates als Mittel der entsprechenden Temperaturen aller Stationen der Gruppe abgeleitet, hierauf die mittlere Temperatur des ersten und letzten Monatstages durch den Mittelwerth je zweier Nachbarmonate dargestellt und so die normale Temperaturänderung innerhalb eines jeden Monates mit einer für den vorliegenden Zweck vollkommen hinreichenden Schärfe bestimmt. Diese Änderung, dividirt durch die Zahl der Monatstage gibt die Grösse, um welche die mittlere Veränderlichkeit in den früheren Tabellen zu gross erscheint, wenn man sie als den reinen Effect der unperiodischen Störungen zur Darstellung bringen will.

Auf diese Weise ist die folgende kleine Tabelle entstanden, welche das Eingangs Gesagte vollkommen bestätigt.

Nach den Zahlenwerthen derselben ist der jährliche Gang der Veränderlichkeit graphisch dargestellt worden. Um eine unmittelbare Vergleichung zu ermöglichen, ist für die südliche Hemisphäre die Curve nicht nach den am oberen Rand angegebenen Monaten gezogen worden, sondern so, dass die Jahreszeiten mit jenen der nördlichen Hemisphäre übereinstimmen.

Jährliche Periode der Variabilität

nach Elimination der normalen jährlichen Wärmeänderung.

	Mittel-Europa	Mittleres Russland	West-Sibirien	Ost-Asien	Östl. Staaten der Union	Inn. Staaten der Union	Südliche Halbkugel
Geogr. Breite	49·3	56·8	56·0	50·2	42·8	43·0	33·8
December	2·1	3·4	**4·7**	**3·0**	3·9	4·3	2·0
Jänner	**2·2**	**3·9**	4·5	2·6	**4·1**	**4·8**	2·0
Februar	2·0	3·4	4·0	2·5	3·9	4·7	1·8
März	1·7	2·7	3·2	2·1	2·8	3·8	1·6
April	1·7*	1·8*	2·4*	1·6*	2·5	3 2	1·4
Mai	1·8	**2·2**	**2·9**	1·8	2·4	3·0	1·2*
Juni	**2·0**	2·1	2·4	**2·0**	2·2	2·5	1·5
Juli	1 9	1.9	2·1	1·7	2·0	2·2*	1·7
August	1·6	1·7*	1·8*	1·2*	1·8*	2·2	1·7
September	1·6	1·7*	2·0	1·3	2·3	2·7	1·8
October	1·4*	1·9	2·6	1·9	2·5	3·0	**2·1**
November	1·7	2·5	3·9	2·7	2·8	3·5	2 0
Jahr	1·8	2·4	3·0	2·0	2·8	3·3	1·7
Schwankung	0·8	2·2	2·9	1·8	2·3	2·6	0·9
Verhältniss	·44	·92	·97	·90	·62	·79	·53

Aus der Haupttabelle 5. 6—11 will ich noch folgende bemerkenswerthe Punkte hervorheben:

In Cairo erreicht die Veränderlichkeit ihr Maximum im April, und dasselbe ist auffallend gross. Die Ursache hievon liegt in den heissen Südwinden (Chamsin), die um diese Zeit häufig eintreten und von sehr raschen Temperaturwechseln begleitet sind. Eine ganz analoge Erscheinung ist die überraschend grosse Veränderlichkeit des Jänner in Melbourne 2°8 C., gleich der des

Jänner auf der rauhen bairischen Hochebene und des Rigigipfels und grösser als die aller andern berechneten Orte Europas mit Ausnahme von Russland. Melbourne ist um diese Zeit häufigen heissen Nordwinden aus dem Inneren Australiens ausgesetzt, welche rasch wieder von kalten Südwinden abgelöst werden[1].

Auf der castilischen Hochebene tritt das Maximum der Veränderlichkeit im Juni ein (1°9, gleich der von Wien im Juni und Juli), ähnlich auf der bairischen Hochebene ein sekundäres Maximum im Juni und Juli (2°2). In Lissabon ist das Maximum im Juli gleich dem des December (1°4). Auch die oberitalienische Niederung am Fusse der Alpen hat die grösste Veränderlichkeit im Juni, der Winter ist viel weniger variabel als der Sommer und der Herbst hat eine sehr geringe Veränderlichkeit. Die Nähe des Gebirges bewirkt wie die Nähe des Meeres eine Steigerung der Veränderlichkeit der Temperatur im Sommer durch das Einfallen kälterer Luftmassen in die erwärmte Niederung.

Ganz auffallend gering ist die Veränderlichkeit des August in Upsala, Helsingfors und Petersburg (1°1 bis 1°3), und die Übereinstimmung aller drei Orte scheint zu beweisen, dass dies eine Eigenthümlichkeit der nördlichen baltischen Länder ist.

Durch grosse Veränderlichkeit der Frühlingsmonate zeichnet sich die Subtropenzone der südlichen Hemisphäre aus. Die mittlere Variabilität des Frühlings beträgt in Maritzburg (29°6 S.) 2°6, in Buenos Aires 2·0, in Mendoza 2°1, in Sydney 2°0, in Melbourne 2°3, nur die Capstadt bildet eine sonderbare Ausnahme, indem das Maximum im Winter eintritt.

In Georgetown (Guiana) ist die Veränderlichkeit am grössten während der Regenzeit (Mai, Juni, Juli) am kleinsten in der Trockenzeit, September und October. In Mexiko hingegen (Mirador, Trojes) sind Februar bis Mai die veränderlichsten Monate. während der Sommerregenzeit ist die Veränderlichkeit am kleinsten. Es ist dabei wohl zu berücksichtigen, dass in Folge ihrer hohen Lage diese beiden Stationen während der Regenzeit meist in Wolken gehüllt sein dürften, wodurch die Temperaturschwankungen sehr vermindert werden.

---

[1] Zeitschrift der österr. Gesellsch. für Meteorologie, Bd. VII, S. 291. Klima von Victoria.

Über die Veränderlichkeit der Temperatur in den westlichsten Theilen von Nord-Amerika will ich einige briefliche Bemerkungen von Dr. A. Wojeikoff hieher setzen, dem ich, wie bemerkt, den grösstenTheil des amerikanischen Materiales verdanke.

„Am deutlichsten ist das pacifische Klima ausgeprägt mit kleiner Variabilität im Winter und sehr verschiedenen Verhältnissen im Sommer. In S. Francisco ist die Veränderlichkeit dann klein, weil es schon ausschliesslich unter der Herrschaft des kalten Seewindes steht. In Sacramento erreicht sie dagegen um diese Zeit ein Maximum, bleibt aber immer noch kleiner als auf den Plateaus. Es scheint, das hier noch zuweilen der kalte Seewind eindringt und die Temperatur erniedrigt, die an windstillen Tagen sehr stark sich erhöhte. Sonst sollte in diesem subtropischen Klima beim Mangel von Gewitterregen die Veränderlichkeit im Sommer sehr klein sein.

Auf den Plateaus lassen sich zwei Regionen unterscheiden: 1. jene westlich vom Felsengebirge und südlich von 37° N, (Neu-Mexiko), welche sich im Winter an die pacifischen Orte anschliesst und eine kleine Veränderlichkeit hat, während das Maximum im Frühling und Herbst eintritt. Yuma schliesst sich dieser Region an, obgleich es nicht mehr auf dem Plateau gelegen. 2. Ft. Brigder (Utah), Ft. Laramie (Wyoming), Ft. Garland (Col.). Hier ist die Veränderlichkeit sehr gross und im Winter nahe gleich, im Sommer grösser als in dem östlich gelegenen Tieflande. Die Ursache ist wohl die, dass bei klarem Himmel die Temperatur nahe ebenso hoch steigt, wie auf der Ebene, eintretende Bewölkung aber diese intensive Insolation stört, und an diesen Orten die ihrer Höhenlage entsprechende niedrigere Temperatur wieder herstellt. Ausserdem fehlen auch Regen nicht, welche weitere erhebliche Abkühlung bewirken. In einem subtropischen Klima würde auch auf den Plateaus die Veränderlichkeit im Sommer geringer sein, aber es scheint, dass die nordamerikanischen Plateaus schon ausser dem Bereiche des eigentlichen subtropischen Klimas liegen, vielleicht mit Ausnahme der S. Nevada und des tieferen Theiles von Utah, von wo mir längere Beobachtungen nicht zugänglich sind. Auch im nördlichen Theile der pacifischen Abdachung ist die Veränderlichkeit namentlich im Winter sehr gering im Vergleiche zur atlantischen Küste. So

liegen Steilacoom und Lapwai noch etwas nördlicher als Montreal (S. Michaels), wo trotzdem die Veränderlichkeit doppelt so gross ist. In Oregon und Washington ist dieselbe im Winter nicht grösser als in Florida unter 25 bis 30° Breite."

Ich habe mir die Frage vorgelegt, in welcher Beziehung die Veränderlichkeit der Temperatur eines Monates zu der positiven oder negativen Anomalie desselben stehe, d. h. ob derselbe Monat bei einer erheblich zu niedrigen Mittelwärme eine grössere oder kleinere Veränderlichkeit hat, als bei einer beträchtlich zu hohen. Ich wollte sogar anfänglich lange Beobachtungsreihen in der Art für meine Untersuchung benützen, dass ich für je zwei der kältesten, der wärmsten und für zwei mittlerer Monate die Veränderlichkeit bestimmte, und das Mittel als das einem langjährigem Durchschnitt nahekommendste zu betrachten geneigt war. Der Versuch mit den Beobachtungen von Nijne Taguilsk 1844—1865 entsprach fast vollkommen meinen Voraussetzungen. Später gab ich aber diese Methode der Auswahl auf, weil die Berechnung einer zusammenhängenden Beobachtungsreihe mit Rücksicht auf vielseitigere Benützung der Veränderlichkeit für die einzelnen Monate, manche Vortheile voraus hat. Ich will aber durch einige Zahlen nachweisen, dass im Allgemeinen die Monate mit starken negativen Temperaturabweichungen eine grössere Veränderlichkeit besitzen als solche mit erheblichen positiven Abweichungen. Man könnte mit Hilfe der Tabellen am Schlusse dieser Untersuchung mit wenig Mühe eine grössere Ausdehnung geben.

Mittlere Veränderlichkeit.

	Nijne Taguilsk		Wien	
	6 kälteste	6 wärmste	6 kälteste	6 wärmste
	Monate[1]		Monate	
Winter	4.5	3·4	2·2	1·7
Frühling	3·4	2·6	2·0	1·8
Sommer	2·5	2·5	1·9	1·9
Herbst	3·9	2·7	1·9	1·4
Mittel	3·6	2·7	2·0	1·7

[1] Es ist das Mittel von je zwei kältesten und wärmsten December-, Jänner- und Februar-Monaten in ein Wintermittel vereinigt worden, und ebenso bei den anderen Jahreszeiten verfahren.

Brunswick

	6 kälteste	6 wärmste
	Monate	
Winter	4·6	3·3
Frühling	3·0	2·5
Sommer	2·3	2·1
Herbst	2·6	2·4
Mittel	3·1	2·6

	Washington. Ark.		Jakutsk	
	6 kälteste	6 wärmste	6 kälteste	6 wärmste
	Monate		Monate	
Winter	3·9	3·6	3·2	3·6
Frühling	2·7	2·3	2·6	2·7
Sommer	1·5	1·0	2·1	2·2
Herbst	2·9	2·4	2·8	2·8
Jahr	2·75	2·32	2·7	2·8

Man kann somit im Allgemeinen sagen, dass in jeder Jahreszeit zu kalte Monate eine grössere Veränderlichkeit haben als zu warme. Jakutsk macht hievon eine seltsame Ausnahme und zwar am deutlichsten im Winter, wo der Kältepol dort liegt. Um den Kältepol herum wären also die Monate mit zu hoher Mittelwärme die veränderlichsten, und ein solches Verhalten wäre auch ganz verständlich.

Für Nijne Taguilsk liegt der Rechnung eine 22jährige Beobachtungsperiode zu Grunde, und es ist bemerkenswerth, dass hier der Unterschied der Veränderlichkeit der Monate mit grosser positiver und negativer Anomalie viel entschiedener hervortritt als an den übrigen Orten, wo nur 10jährige Beobachtungen verwendet werden konnten.

Allen vorhergehenden Betrachtungen liegen die einfachen Mittel der Temperaturänderungen von einem Tage zum andern ohne Rücksicht auf das Zeichen für die Periode eines Monates, einer Jahreszeit oder des ganzen Jahres zu Grunde. Es ist dies aber nicht der einzige wenn auch der naheliegendste Weg, aus diesen Differenzen einen Ausdruck für die mittlere Veränderlichkeit der Temperatur abzuleiten, und er genügt auch nicht zu einer allseitigeren Darstellung unseres Gegenstandes.

Die bisher in Untersuchung gezogenen Mittelwerthe gestatten vorerst noch kein Urtheil über zwei wesentliche Momente: die Grösse der einzelnen Temperaturschwankungen und die Häufigkeit des Wechsels zwischen Steigen und Sinken der Temperatur. Es ist klar, dass häufigere kleinere Temperaturänderungen dieselbe mittlere Veränderlichkeit geben könnten, wie seltenere sehr grosse Änderungen; ebenso könnte die Temperatur innerhalb einer gewissen Periode successive einem erheblichen Minimum oder Maximum zuschreiten und wieder ebenso allmälig auf den Anfangswerth zurückkehren, oder sie könnte sprungweise häufig vom Sinken zum Steigen und umgekehrt übergehen, ohne dass dies im Mittelwerth sich ausspricht.

Diese weitere Specialisirung erscheint besonders dann nothwendig, wenn man den Einfluss der ungleichen Variabilität der Temperatur unter verschiedenen Klimaten auf das organische Leben etc. untersuchen will. Die grössere oder geringere Häufigkeit grosser Temperaturschwankungen ist es, worauf es hiebei vornämlich ankommt, viel weniger entscheidend können hiefür die mehr abstrakten Mittelwerthe sein.

Ärzte vor allen werden sich vornämlich dafür interessiren, wie grosse Temperatursprünge zuweilen an einem Orte vorkommen mögen, die früher mitgetheilten Durchschnittswerthe der Schwankungen werden ihnen nicht genügen. Das Bedürfniss die grossen wenn gleich seltenen Temperaturänderungen in den Mittelwerthen nicht ganz spurlos untergehen zu lassen, ist auch schon gefühlt worden, so wenig man sich bisher auch mit unserem Gegenstande befasst hat. Quetelet hat den Vorschlag gemacht, die Temperaturänderungen zum Quadrat zu erheben, um auf diese Weise die grösseren Änderungen mit einem Gewichte in das Mittel eintreten zu lassen, welches der Wirkung derselben auf dem Organismus besser entsprechen würde. Ich habe aus mehrfachen Gründen diese Methode nicht befolgt. Die nach derselben abgeleiteten Mittel haben, auch wenn schliesslich wieder die Quadratwurzel ausgezogen wird, keine klare Bedeutung mehr, und schon der Wahl der zweiten Potenz, zu der die Temperaturänderungen erhoben werden sollen, liegt mehr eine Willkühr als ein der Natur selbst entnommenes Princip zu Grunde. Dazu kommt noch, dass die Ableitung der Resultate für zahl-

reiche Stationen einen unverhältnissmässig grossen Aufwand von Zeit und Arbeitskraft erfordern würde.

Viel näher liegt es, die Häufigkeit der Temperaturschwankungen jeder Grösse aufzusuchen. Diese Methode ist naturgemässer und müheloser als die von Quetelet vorgeschlagene, sie entspricht jeder Anforderung und gestattet die Erscheinung bis in's Detail zu verfolgen. Man findet die von mir berechnete Häufigkeit der Wärmeänderungen für Intervalle von 2° C. in den Tabellen am Schlusse dieser Abhandlung. Sie dürften besonders Ärzten Materiale zu Vergleichungen in bequemster Form darbieten. Für meinen nächsten Zweck jedoch mussten diese Zahlen noch in übersichtlicherer Weise zusammengefasst werden, und dies geschah durch Berechnung der Wahrscheinlichkeit einer Temperaturänderung von mehr als 2 und mehr als 4° C.

Wahrscheinlichkeit einer Temperaturänderung

von mehr als 2° C.

	Kairo	Smyrna	Athen	Lissabon	Madrid	Moncalieri	Mailand	Bukarest
December..	·10	·34	·29	·27	·33	·25	·25	·35
Jänner.....	·17	·29	·31	·15	·28	·23	.24	·48
Februar....	·24	·30	·30	·17	·16*	·14*	·23	·47
März	·28	·39	·27	·11	·26	·27	·21	·43
April......	·38	·30	·30	·09*	·36	·23	·24	·38
Mai	·34	42	·32	·14	·36	·26	·26	·37
Juni.......	·23	20	·21	·17	·41	·35	·27	·32
Juli	·07	15	·14*	·25	·30	·25	·25	·29
August	·10	34	·21	·19	·39	·20	·17	·27*
September .	·08	·22	·17	·15	·27	·11*	·16	·28
October....	·06*	·14*	·19	·16	·28	·20	·14*	·29
November..	.09	·32	·23	·17	·23	·22	·20	·41
Jahr.......	0·18	0·28	0·25	0·17	0·30	0·23	0·22	0·36

	Makerstoun	Oxford	Paris	Stuttgart	München	Wien	Leipzig	Warschau
December..	·50	·41	.44	.48	·43	·42	·43	·50
Jänner.....	·48	·38	.40	·43	·51	·42	·37	·44
Februar....	·43	·31	·38	·45	·46	·39	·42	·48
März	·33	·32	·35*	·37*	·39*	·37*	·33*	·41*
April......	·28	·36	.38	·38	·41	·36	.44	·43
Mai........	·38	·34	.40	·38	·44	·41	·43	·48
Juni.......	·37	·29	·42	·42	·49	·41	·42	·50
Juli.......	·32	·23*	·35	·35	·51	·39	·37	·40
August....	·27*	·27	·36	·29*	·37	·38	·29*	·40
September .	·31	·23	·26*	·31	·29*	·30	·32	·39
October....	·32	·43	·34	·36	·33	·30*	·33	·40
November..	·51	·40	·42	·38	·44	·34	·35	·33*
Jahr.......	0·38	0·33	0·37	0·39	0·42	0·37	0·38	0·43

	Zürich	Ütliberg	Rigi	Hammerfest	Upsala	Helsingfors	Petersburg	Archangel	Oust solsk
December..	·43	·47	51	·54	·53	·43	·54	·58	·64
Jänner.....	·45	·40	·60	·55	·42	·58	·59	·71	·62
Februar....	·39	·41	·54	.59	·57	·59	·62	·60	·54
März	·33	·40*	·41*	·48	·41	·37	·50	·61	·50
April	·31*	·47	·46	·31	·32*	·26*	·33*	·49*	·41*
Mai	·37	·48	·41	·31*	·33	·32	·47	·58	·52
Juni.......	·40	·44	·48	·42	·35	·19	·36	·51	·50
Juli	·39	·45	·51	·30	·30	·14*	·28	·43	.47
August	·29*	·42	·55	·28	·21*	·14	·21*	·41	·36
September .	·31	·42	·44*	·24*	·31	·23	·30	·36*	·36
October....	·30	·32*	·47	.36	·33	·34	·39	·42	·34*
November..	·39	·37	·56	·48	·43	·41	·45	·48	·51
Jahr.......	0·36	0·42	0·50	0·41	0·38	0·33	0·42	0·51	0·48

	Kaluga	Lugan	Orenburg	Nijne Taguilsk	Bogoslowsk	Tobolsk	Barnaul	Semipalatinsk	Sir Daria
December..	·55	·56	·71	·62	**·76**	**.75**	**·76**	·66	**·56**
Jänner.....	**·66**	**·62**	**·72**	**·70**	·72	·70	·72	**·67**	·57
Februar ...	·64	·59	·64	·60	·71	·67	·73	·66	**·63**
März	·46	·54	·55	.59	·64	·60	·67	·60*	·47
April......	·38*	·45	·48*	·59*	·48*	·45*	·51*	·61	·44*
Mai	**·45**	·43	**.58**	**61**	·55	**.65**	**60**	·61	**·51**
Juni.......	·41	·45	·51	·54	**·58**	·46	·51	.45	·42
Juli	·34*	·36	·45	·43	·44	·43	·38*	·46	·40
August....	·35	·38	·41*	·41*	·36*	·34*	·40	·41*	·31*
September .	·36	·35*	·45	·45	.40	·37	·51	·45	·34
October....	·47	·45	·52	·55	·57	·49	·62	·55	·46
November..	·52	·49	·54	·64	.63	·67	·71	·59	50
Jahr.......	0·47	0·47	0·54	0·56	0·57	0·55	0·59	0·56	0·47

	Karabagh (Krim)	Jakutsk	Irkutsk	Nertschinsk	Ajan	Nicolajewsk a. Amur	Peking	Hakodadi	Sitka
December .	·37	**·62**	**·67**	·63	**·63**	**·61**	·49	**·57**	·36
Jänner.....	·25	·61	·55	·58	·55	·58	·38	·49	**·48**
Februar....	**·41**	·59	·56	·60	·62	·59	·43	·47	·40
März	·25*	·60	·53	·61	·44	·48	·55	·27	·26
April......	·31	·50	·43*	·51	·35	·38	·44	·35	·11
Mai	**·38**	·47*	·49	·57	·19*	·33*	**·56**	·30	·15
Juni.......	·25	**·58**	**·53**	·43	·43	**·42**	·43	·27	·10
Juli	·23	·47	·38	·25*	**·48**	·39	·40	·20	·07
August	·25	·36*	·36*	·34	·16*	·17*	·25	·19*	·02*
September .	·23*	·41	·46	·39	·20	·28	·20*	·27	·16
October....	·25	·43	·48	·56	·66	·40	·31	·36	·27
November..	·35	·63	·63	**·67**	·53	·60	·43	·48	·27
Jahr.......	0·29	0·52	0·51	0·51	0·44	0·44	0·41	0·35	0·22

	Arctischer Archipel	Point Barrow	Jakobshafen	Brunswick	Providence	Toronto	Marietta	Washington Ark.	Winnipeg
December..	.59	·65	·52	·64	·65	·66	.62	·60	·72
Jänner.....	·58	·65	·54	·68	·65	·66	·63	·59	·74
Februar....	·50	·48	·55	·71	·71	·66	·68	·68	·71
März	·46	·61	·57	·54	·50	·52	·65	·62	·70
April......	·53	·50	·43	·52	·53	·45	·59	·54	·56
Mai	·33	·37	·31	·55	·52	·44	·53	·42	·59
Juni.......	·13*	·13*	·35	·55	·44	·44	·40	·22	.52
Juli	·22	·14	·27*	·39	.38*	·43	·36	·13*	·55
August	·12	(·24)	·28	·38*	·44	·30*	·30*	·18	·45*
September .	·37	·35	.35	·44	·51	·53	·41	31	·56
October....	·53	·47	·52	·55	·62	·48	·53	·51	·60
November..	·56	·70	·59	·50	·60	·53	·55	.67	·70
Jahr.......	0·41	0·44	0·44	0·54	0.55	0·51	0·52	0·45	0·62

	Georgetown	Buenos Aires	Mendoza	Maritzburg	Capstadt	Sydney	Melbourne
December..	·04	·48	·48	·48	·16	·40	·42
Jänner.....	·04	·45	·37	·48	·16	·34	·54
Februar....	·04	·21	·36	·54	·23	·36	·36
März	·02*	·26	·35	·39	·19	·22*	·43
April......	·04	·23	·22	·33	·25	·26	·33
Mai	·05	·19*	·18*	·21*	·21	·25	·25
Juni.......	·05	·20	·18	·42	·28	·25	·21*
Juli	·06	·38	·42	·36	·18	·39	·24
August	.07	·39	·39	·50	·23	·33	·23
September .	·02	·37	·40	·53	·15	·33	·41
October ...	·02*	·48	·42	·57	·18	·44	·41
November..	·05	·42	·41	·55	·15*	·38	·48
Jahr.......	0·04	0·34	0·34	0·45	0·20	0·33	0·36

Ordnen wir wieder die Stationen nach der Grösse der Wahrscheinlichkeit einer Temperaturänderung von mehr als 2° C. im Jahresmittel, so erhalten wir die folgende Reihe:

Georgetown 0·04; Lissabon 0·17; Kairo 0·18; Capstadt 0·20; Mailand, Sitka 0·22; Moncalieri 0·23; Athen 0·25; Smyrna 0·28; Karabagh 0·29; Madrid 0·30; Oxford, Helsingfors, Sydney 0·33; Buenos Aires, Mendoza 0·34; Hakodadi 0·35; Zürich, Bukarest, Melbourne 0·36; Paris, Wien 0·37; Makerstoun, Upsala, Leipzig 0·38; Stuttgart 0·39; Hammerfest, Peking, Amerik. Arct. Archipel 0·41; München, Ütliberg, Petersburg 0·42; Warschau 0·43; Nicolajewsk, Ajan, Jakobshafen, P. Barrow 0·44; Washington (Ark.), Maritzburg 0·45; Kaluga, Lugan, Sir Darja 0·47; Oust Sisolsk 0·48; Rigi 0·50; Archangel, Irkutsk, Nertschinsk, Toronto 0·51; Jakutsk, Marietta 0·52; Orenburg, Brunswick 0·54; Tobolsk, Providence 0·55; Nijne Taguilsk, Semipalatinsk 0·56; Bogoslowsk 0·57; Barnaul 0·59; Winnipeg 0·62.

Vergleicht man diese Zusammenstellung mit der früher für die Jahresmittel der Veränderlichkeit mitgetheilten, so ergibt sich, dass im Allgemeinen die Grösse der Wahrscheinlichkeit einer Temperaturänderung von mehr als 2° C. nahe proportional mit der Grösse der mittleren Veränderlichkeit fortschreitet, d. h. die meisten Stationen haben in beiden Reihen ihre Ordnungszahl sehr nahe beibehalten. Zwei Gruppen von Stationen machen jedoch hievon eine bemerkenswerthe Ausnahme, indem sie nach der Grösse der Wahrscheinlichkeit einer Wärmeänderung von mehr als 2° geordnet erheblich gegen den Anfang der Reihe zurückgeschritten sind. Es sind dies die hochnordischen Stationen: Upsala, Helsingfors, Archangel, Hammerfest, Jakobshafen, Point Barrow, Amerikan. Arct. Archipel und die Stationen der südl. Hemisphäre Sydney, Melbourne, Mendoza, Capstadt, ferner einzeln stehend Hakodadi u. Washington (Ark.). Diese Stationen zeichnen sich also durch eine relativ grosse mittlere Veränderlichkeit oder eine relativ kleine Wahrscheinlichkeit der grösseren Änderungen aus. Es sind dies grösstentheils Orte, welche eine starke jährliche Periodicität der Veränderlichkeit haben.

Ein entgegengesetztes Verhalten zeigen die Stationen Paris, Stuttgart, Leipzig, Warschau und Rigi; hier ist die Wahrscheinlichkeit grösserer Änderungen relativ grösser als nach der mittleren Veränderlichkeit zu erwarten wäre.

Die jährliche Periodicität der Wahrscheinlichkeit einer Temperaturänderung über 2° kommt in den Tabellen zum deutlichsten Ausdruck. Sie zeigt aber volle Übereinstimmung mit dem jährlichen Gange der mittleren Veränderlichkeit, welchen wir früher ausführlicher dargelegt haben. Kairo, Smyrna, Athen haben die grösste Wahrscheinlichkeit von grösseren Temperaturschwankungen im April und Mai, Lissabon, Madrid, Moncalieri, Mailand haben zwei Maxima im December (oder Jänner) und im Juni (oder Juli), Bukarest hat ein Maximum im Jänner und ein Minimum im August; die englischen Stationen haben das Minimum im Juli und August, das Maximum im November und December. Auf dem Continent haben wir von Paris bis Warschau ein Minimum der Veränderlichkeit im März, ein zweites und zwar das Hauptminimum im Herbst, Sommer und Winter haben nahe gleiche Häufigkeit der grösseren Temperaturschwankungen. Im Norden und Nordosten von Europa und bis nach Sibirien hinein fällt ein secundäres Minimum auf den April, während der Mai ein secundäres Maximum der Wahrscheinlichkeit grösserer Temperaturschwankungen hat. Das Hauptmaximum tritt im Winter, das Hauptminimum im Sommer ein.

In Jakutsk, Irkutsk, Nikolajewsk, Ajan hat der Juni (Juli) ein secundäres Maximum der Häufigkeit, der Mai ein secundäres Minimum. Man kann kaum die Bemerkung unterdrücken, dass das Frühlingsminimum (und das unmittelbar folgende secundäre Maximum) in der Richtung von West nach Ost gleichsam gegen den Sommer hin fortschreitet: in West und Mitteleuropa März, in Russland und Westsibirien April (Maximum Mai), in Ostsibirien Mai (Maximum Juni). In Amerika haben wir wie bei der mittleren Veränderlichkeit, nur ein Maximum im Winter und ein Minimum im Sommer, und die Stationen der südlichen Hemisphäre zeichnen sich wieder aus durch ihr Frühlingsmaximum und Herbstminimum.

Die folgenden Tabellen zeigen die Wahrscheinlichkeit einer Temperaturänderung von mehr als 4 Graden Cels. Sie lassen

erkennen, wie rasch die grösseren Temperaturschwankungen an Häufigkeit abnehmen.

Wahrscheinlichkeit einer Temperaturänderung

von mehr als 4° C.

	Kairo	Smyrna	Athen	Lissabon	Madrid	Moncalieri	Mailand	Bukarest
December..	00	08	08	02	**07**	**07**	**06**	14
Jänner.....	02	08	**09**	01	06	05	04	16
Februar....	06	**11**	06	02	03*	02*	02*	**18**
März......	03	05	07	00*	05	03	02	14
April......	12	08	08	01	07	**05**	04	07
Mai.......	**14**	05	02	03	**08**	03	03	08
Juni.......	05	03	03	**05**	**08**	04	**05**	08
Juli.......	02	02	01*	04	06	03	03	03*
August....	00	06	01	04	07	04	03	05
September.	00	02	06	01	07	02	02	07
October....	00	00*	02	00*	03*	01*	02*	13
November..	00	07	09	01	04	05	02	16
Jahr.......	0·04	0·05	0·05	0·02	0·06	0·04	0·03	0·11

	Makerstoun	Oxford	Paris	Stuttgart	München	Wien	Leipzig	Warschau
December..	**22**	**16**	10	**16**	14	11	**15**	**18**
Jänner.....	17	10	**14**	13	**26**	**17**	11	17
Februar....	14	10	09	13	19	13	11	14
März......	11	07	09	11	09*	08*	06*	08*
April......	08	06	09	10	12	09	07	13
Mai........	09	07	07	07	14	**09**	**14**	11
Juni.......	08	04	08	**09**	**16**	08	11	11
Juli.......	10	02	08	09	12	08	08	**15**
August....	07	01*	09	05*	08	**10**	05*	12
September.	06*	03	05*	07	08	11	07	09
October....	08	12	09	07	06*	06*	05*	07*
November..	25	13	09	11	14	09	08	08
Jahr.......	0·12	0·08	0·09	0·10	0·13	0·10	0·09	0 12

	Zürich	Ütliberg	Rigi	Hammerfest	Upsala	Helsingfors	Petersburg	Archangel	Oust Sisolsk
December..	**18**	12	**24**	24	**26**	15	27	35	38
Jänner.....	15	15	25	20	16	**34**	**32**	**47**	**38**
Februar....	11	**18**	23	**26**	25	32	29	34	28
März	07	15	14	17	16	19	26	29	24
April......	05	18	12	05*	06*	05*	07*	20*	19*
Mai	08	13	10*	10	**11**	06	**17**	**30**	20
Juni.......	**14**	14	15	**15**	08	03	07	28	19
Juli	10	**16**	18	09	02	02*	05	16	16
August	05	12	**19**	08	01*	03	02*	07*	15
September .	05	08*	14	03*	04	04	07	09	12*
October....	07*	09	19	13	09	08	08	13	14
November..	10	12	27	17	17	14	16	20	23
Jahr.......	0·10	0·14	0·18	0·14	0·12	0·12	0·15	0·24	0·22

	Kaluga	Lugan	Orenburg	Nijne Tagulisk	Bogoslowsk	Tobolsk	Barnaul	Semipalatinsk	Sir Daria
December..	32	33	47	42	**55**	**54**	**54**	**45**	27
Jänner.....	**37**	**38**	**46**	**43**	51	43	50	41	26
Februar....	37	33	41	39	38	36	48	43	**36**
März	22	28	30	31	35	31	39	35	20
April......	12*	14	16*	28	24*	18*	22*	24*	12*
Mai	**17**	11*	**18**	28	**30**	**39**	**32**	**26**	**17**
Juni.......	12	**14**	17	26	25	17	19	16	11
Juli	07*	09*	08*	18	12	16	10	13	11
August	07	10	09	11*	12*	09*	10*	13*	09*
September .	12	09	18	19	12	11	20	19	08
October....	18	16	20	30	29	22	30	24	21
November .	23	20	27	41	38	42	49	34	17
Jahr.......	0·20	0·19	0·25	0·30	0·30	0·28	0·32	0·28	0·18

	Karabagh	Jakutsk	Irkutsk	Nert-schinsk	Ajan	Nicola-jewsk am Amur	Peking	Hakodadi	Sitka
December..	**10**	**38**	**37**	32	**45**	**37**	**12**	**24**	08
Jänner.....	05	33	26	21	29	23	07	19	**11**
Februar....	09	29	24	28	25	31	11	19	**15**
März......	09	25	22	**32**	16	17	10	05	11
April......	05	21	17	17	08*	11	09	03	01
Mai.......	05	17	17	21	07	04*	**17**	04	**00**
Juni.......	04	15	23	15	**23**	**16**	13	04	00
Juli.......	03	18	14	04	19	07	09	02	00
August....	03*	09*	11*	06*	05	03*	03*	00*	00
September.	04	13	14	07	02*	06	03	04	00
October....	06	21	19	20	21	15	07	13	02
November..	10	37	39	**35**	35	34	10	21	03
Jahr.......	0·06	0·23	0·22	0·20	0·20	0·17	0·09	0·10	0·04

	Arctischer Archipel	Point Barrow	Jakobs-hafen	Bruns-wick	Provi-dence	Toronto	Marietta	Washing-ton Ark.	Winnipeg
December..	**31**	**39**	29	40	40	34	34	33	38
Jänner.....	28	48	**30**	**43**	**40**	**38**	36	34	**54**
Februar....	21	27	29	39	39	39	**38**	**38**	46
März......	24	32	30	27	26	23	34	33	39
April......	27	22	20	21	27	13	31	22	27
Mai........	06	10	06	21	24	12	20	11	33
Juni.......	01*	02	17	21	15	11	10	04	26
Juli......	04	00*	06	12	06*	11*	05*	02*	21
August....	01	00	05*	09*	09	08	06	03	14*
September.	11	12	11	18	19	23	12	07	19
October....	25	16	16	22	32	18	19	21	25
November..	27	50	25	22	32	21	31	30	45
Jahr.......	0·17	0·21	0·19	0·25	0·26	0·21	0·23	0·20	0·32

	George-town	Buenos Aires	Mendoza	Maritz-burg	Capstadt	Sydney	Melbourne
December..	00	03	11	19	00*	16	16
Jänner.....	00	07	09	21	02	10	23
Februar....	00	07	11	27	02	08	13
März	00	06	11	13	01	04	14
April	00	00	05	03	04	03	07
Mai........	00	03	05*	02*	01	02*	05
Juni.......	00	00	05	10	**05**	02	02*
Juli	00	15	13	07	02	09	01
August	00	10	08	13	02	12	06
September .	00	12	13	20	00	07	13
October....	00	11	**15**	**37**	02	**20**	17
November..	00	**15**	10	22	01	13	**28**
Jahr.......	0·00	0·07	0·10	0·16	0·02	0·09	0·12

Wahrscheinlichkeit einer Temperaturänderung von mehr als 4° C. im Jahresmittel: Georgetown 0·00; Lissabon, Capstadt 0·02; Mailand 0·03; Moncalieri, Kairo, Sitka 0·04; Athen, Smyrna 0·05; Madrid, Karabagh 0·06; Buenos Aires 0·07; Oxford 0·08; Paris, Leipzig, Peking, Sydney 0·09; Stuttgart, Zürich, Wien, Hakodadi, Mendoza 0·10; Bukarest 0·11; Makerstoun, Upsala, Helsingfors, Warschau, Melbourne 0·12; München 0·13; Ütliberg, Hammersfest 0·14; Petersburg 0·15; Maritzburg 0·16; Nicolajewsk a. A., Amerikan. Arct. Archipel 0·17; Rigi, Sir Darja 0·18; Lugan, Jakobshafen 0·19; Kaluga, Nertschinsk, Ajan, Washington (Ark.) 0·20; Toronto, Point Barrow 0·21; Oust Sisolsk, Irkutsk 0·22; Jakutsk, Marietta 0·23; Archangel 0·24; Orenburg, Brunswick 0·25; Providence 0·26; Tobolsk, Semipalatinsk 0·28; Nijne Taguilsk, Bogoslowsk 0·30; Barnaul, Winnipeg 0·32.

In dieser Zusammenstellung folgen die Stationen fast genau in derselben Reihe aufeinander wie wenn sie nach der Grösse der mittleren Veränderlichkeit geordnet werden. Die Häufig-

keit der Temperaturschwankungen von mehr als 4° C. ist daher nahe proportional der Grösse der mittleren Veränderlichkeit.

Ein jährlicher Gang tritt auch in diesen Tabellen noch eben so deutlich und in derselben Richtung hervor, wie in den früheren. Es ist deshalb unnöthig, nochmals darauf einzugehen.

Temperaturänderungen von mehr als 6 Graden sind schon so selten, dass ich nicht mehr die Wahrscheinlichkeit, sondern die Häufigkeit derselben angebe. Die folgende Zusammenstellung gibt die Anzahl der Tage, an welchen Wärmeänderungen von mehr als 6° C. durchschnittlich eintreten im Jahre, sowie in der kälteren und wärmeren Jahreshälfte. Die Stationen sind wie früher nach steigender Häufigkeit der Änderungen geordnet.

Mittlere jährliche Häufigkeit einer Temperaturänderung von mehr als 6° C.: Georgetown, Neapel 0; Lissabon, Capstadt 0·4; Mailand 1·8; Moncalieri 2·4; Buenos Aires 3·0; Kairo 3·8; Madrid 4·1; Athen, Sitka 4·3; Oxford 4·5; Stuttgart 5·8; Smyrna 6·0; Paris 6·3; Peking 7·8; Sydney, Hakodadi 8·2; Zürich 8·7; Leipzig 9·1; Makerstoun 9·4; Wien 9·7; Mendoza 9·9; Bukarest 11·8; Ütliberg 12·2; Warschau 12·5; München 13·2; Upsala 13·7; Hammerfest, Melbourne 14·2; Maritzburg 15·0; Helsingfors 17·2; Nicolajewsk a. A. 19·2; Petersburg 21·6; Ajan 24·0; Nordamerik. Arct. Archipel 25·5; Rigi 26·5; Sir Daria, Nertschinsk 28·6; Lugan 28·9; Toronto 29·2; Jakobsbafen 30·2; Kaluga 30·7; Irkutsk 32·0; Oust Sisolsk 33·2; Washington (Arkansas) 36·6; Providence 37·5; Marietta 37·6; Jakutsk 37·9; Archangel 39·5; P. Barrow 40·0; Brunswick 41·3; Orenburg 45·7; Semipalatinsk 50·6; Tobolsk 51·8; Nijne Taguilsk 53·4; Bogoslowsk 60·1; Barnaul 64·0; Winnipeg 65·9.

Mittlere Häufigkeit einer Temperaturänderung von mehr als 6° C. im Winter-Halbjahr (October bis incl. März): Georgetown, Lissabon, Neapel 0; Kairo Capstadt 0·2; Mailand 0·7; Moncalieri, Madrid 0·8; Buenos Aires 1·0; Melbourne 1·2; Sydney 1·6; Athen, Peking 3·7; Oxford 3·8; Paris 4·0; Sitka 4·3; Stuttgart, Maritzburg 4·5; Leipzig, Smyrna, Mendoza 5·0; Wien 5·1; Zürich 5·8; Ütliberg 5·9; Makerstoun, Hakodadi 6·8; Warschau 7·5; Bukarest 8·2; München 8·5; Hammerfest 10·8; Upsala 11·7; Rigi 16·0; Helsingfors 16·4; Nicolajewsk a. A. 16·6; Petersburg 19·7; Amerik. Arct. Archipel 20·4; Ajan 21·5;

	Maker-stoun	Oxford	Paris	Stuttgart	München	Wien	Leipzig	Warschau
December..	·**50**	·41	.**44**	.**48**	·43	·42	·**48**	·**50**
Jänner.....	·48	·38	.40	·43	·**51**	·**42**	·37	·44
Februar....	·43	·31	·38	·45	·46	·39	·42	·48
März	·33	·32	·35*	·37*	·39*	·37*	·33*	·41*
April......	·28	·36	.38	·38	·41	·36	.**44**	·43
Mai........	·38	·34	.40	·38	·44	·41	·**48**	·48
Juni.......	·37	·29	·**42**	·**42**	·49	·**41**	·42	·**50**
Juli.......	·32	·23*	·35	·35	**51**	·39	·37	·40
August....	·27*	·27	·36	·29*	·37	·38	·29*	·40
September .	·31	·23	·26*	·31	·29*	·30	·32	·39
October....	·32	·43	·34	·36	·33	·30*	·33	·40
November..	·51	·**40**	·42	·38	·44	·34	·35	·33*
Jahr.......	0·38	0·33	0·37	0·39	0·42	0·37	0·38	0·43

	Zürich	Ütliberg	Rigi	Hammer-fest	Upsala	Helsing-fors	Peters-burg	Archangel	Oust-ssolsk
December..	·43	·**47**	51	·54	·53	·43	·54	·58	·**64**
Jänner.....	·**45**	·40	·**60**	·55	·42	·58	·59	·**71**	·62
Februar....	·39	·41	·54	.**59**	·**57**	·**59**	·**62**	·60	·54
März	·33	·40*	·41*	·48	·41	·37	·50	·61	·50
April	·31*	·47	·46	·31	·32*	·26*	·33*	·49*	·41*
Mai	·37	·**48**	·41	·31*	·33	·**32**	·**47**	·**58**	·**52**
Juni.......	·**40**	·44	·48	·**42**	·**35**	·19	·36	·51	·50
Juli.......	·39	·45	·51	·30	·30	·14*	·28	·43	.47
August....	·29*	·42	·**55**	·28	·21*	·14	·21*	·41	·36
September .	·31	·42	·44*	·24*	·31	·23	·30	·36*	·36
October....	·30	·32*	·47	.36	·33	·34	·39	·42	·34*
November..	·39	·37	·56	·48	·43	·41	·45	·48	·51
Jahr.......	0·36	0·42	0·50	0·41	0·38	0·33	0·42	0·51	0·48

	Kaluga	Lugan	Orenburg	Nijne Taguilsk	Bogos-lowsk	Tobolsk	Barnaul	Semipalatinsk	Sir Daria
December..	·55	·56	·71	·62	**·76**	**.75**	**·76**	·66	·56
Jänner.....	**·66**	**·62**	**·72**	**·70**	·72	·70	·72	**·67**	·57
Februar ...	·64	·59	·64	·60	·71	·67	·73	·66	**·63**
März	·46	·54	·55	.59	·64	·60	·67	·60*	·47
April......	·38*	·45	·48*	·59*	·48*	·45*	·51*	·61	·44*
Mai	**·45**	·43	**.58**	**61**	·55	**.65**	**60**	·61	**·51**
Juni.......	·41	·45	·51	·54	**·58**	·46	·51	.45	·42
Juli	·34*	·36	·45	·43	·44	·43	·38*	·46	·40
August	·35	·38	·41*	·41*	·36*	·34*	·40	·41*	·31*
September .	·36	·35*	·45	·45	.40	·37	·51	·45	·34
October....	·47	·45	·52	·55	·57	·49	·62	·55	·46
November..	·52	·49	·54	·64	.63	·67	·71	·59	50
Jahr.......	0·47	0·47	0·54	0·56	0·57	0·55	0·59	0·56	0·47

	Karabagh (Krim)	Jakutsk	Irkutsk	Nert-schinsk	Ajan	Nicola-jewsk a. Amur	Peking	Hakodadi	Sitka
December .	·37	**·62**	**·67**	·63	**·63**	**·61**	·49	**·57**	·36
Jänner.....	·25	·61	·55	·58	·55	·58	·38	·49	**·48**
Februar....	**·41**	·59	·56	·60	·62	·59	·43	·47	·40
März	·25*	·60	·53	·61	·44	·48	·55	·27	·26
April......	·31	·50	·43*	·51	·35	·38	·44	·35	·11
Mai	**·33**	·47*	·49	·57	·19*	·33*	**·56**	·30	·15
Juni.......	·25	**·58**	**·58**	·43	·43	**·42**	·43	·27	·10
Juli	·23	·47	·38	·25*	**·48**	·39	·40	·20	·07
August	·25	·36*	·36*	·34	·16*	·17*	·25	·19*	·02*
September .	·23*	·41	·46	·39	·20	·28	·20*	·27	·16
October....	·25	·43	·48	·56	·66	·40	·31	·36	·27
November..	·35	·63	·63	**·67**	·53	·60	·43	·48	·27
Jahr.......	0·29	0·52	0·51	0·51	0·44	0·44	0·41	0·35	0·22

Ich führe jetzt noch die mittlere Häufigkeit einer Wärmeänderung von mehr als 10° C. in den Tagesmitteln an, und ordne wieder die Stationen nach der Grösse dieser Häufigkeit.

Mittlere jährliche Häufigkeit einer Temperaturänderung von 10° C. und darüber: Georgetown, Lissabon, Madrid, Neapel, Mailand, Moncalieri, Athen, Smyrna, Kairo, Paris, Ütliberg, Peking, Sitka, Capstadt, Buenos Aires, Mendoza 0.0.; Oxford, Stuttgart, Sydney 0·1; Zürich, Wien 0·2; Leipzig 0·3; Makerstoun, Hakodadi 0·4; Hammerfest 0·6; Bukarest, Maritzburg 1·0; Warschau, Upsala 1·1; Rigi, Melbourne 1·6; München 1·8; Nertschinsk 2·4; Helsingfors 2·6; Nikolajewsk a. A. 3·2; Irkutsk 3·6; Nord. Arct. Archipel 3·8; Petersburg 3·9; Ajan 4·0; Jakobshafen 4·8; Kaluga 5·0; Sir Darja, Toronto 5·1; Marietta 5·8; Providence 6·0; Oust Sisolsk 6·9; Jakutsk 7·2; Lugan 7·5; Washington Ark. 7·9; Archangel 8·3; Brunswick 9·8; Orenburg 11·3; P. Barrow 11·5; Semipalatinsk 12·7; Nijne Taguilsk 12·8; Tobolsk 14·0; Bogoslowsk, Winnipeg 18·5; Barnaul 21·8.

Temperaturänderungen von mehr als 10° C. in den Tagesmitteln kommen in den Tropen und noch in dem grössten Theile der Subtropen-Zone gar nicht mehr vor. In der sibirischen und amerikanischen Maximum-Region gibt es aber immerhin jährlich noch 10—20 Tage mit so grossen Temperaturschwankungen, ja selbst Schwankungen von 20° C. sind dort noch keine so grosse Seltenheit, und in einzelnen Fällen kommen solche von 25° und darüber vor. Am meisten überrascht es noch in Washington Ark. unter 32°7 Breite in den Tagesmitteln im Jänner und Februar noch Änderungen von 18—22° C. von einem Tage zum nächsten anzutreffen. Auf dem asiatischen Continent und daher auch nicht anderswo auf der Erde dürfte sich kein Ort mit so grossen Wärmeschwankungen in so niedriger Breite finden lassen. In Amerika erstrecken sich die grössten Temperaturwechsel am weitesten nach Süden. Es sind zweifellos die sogenannten „Northes“, denen dieselben zugeschrieben werden müssen.

Durch relativ grosse Häufigkeit der Temperaturwechsel über 10° C. treten hervor die Stationen: Helsingfors und (im minderen Grade) S. Petersburg, ferner Point Barrow und Washington Ark., durch relativ geringe Häufigkeit: Sitka,

der amerik. Arct. Archipel, Ütliberg und Rigi, Irkutsk, Nertschinsk, Peking, Marietta, Providence, Toronto; ferner Mendoza, Sydney und Maritzburg. Von den Orten der südlichen Hemisphäre hält nur in Melbourne die Häufigkeit der Änderungen von mehr als 10° gleichen Schritt mit der mittleren Veränderlichkeit, die anderen Stationen haben eine relativ geringere Häufigkeit. Ähnlich damit verhalten sich unsere Gebirgsstationen (Ütli, Rigi), welche zwar eine relativ grosse mittlere Veränderlichkeit haben, aber dennoch nicht so grossen Temperaturänderungen unterliegen, wie es nach ersteren erwartet werden könnte. Auch die Ostseite von Amerika und von Asien hat neben einer relativ hohen mittleren Veränderlichkeit keine gleich hohe Häufigkeit der Temperaturwechsel über 10° C. Beide Elemente gehen parallel nur im Innern von Nord-Amerika und in Westsibirien.

Bemerkenswerth ist die constante Stellung, die München in allen vorhergehenden Zusammenstellungen einnimmt, es schwankt nur zwischen den Ordnungszahlen 29 und 31. Auch Wien ändert seinen Rang in den Reihenfolgen der Stationen nur einmal erheblich, es wandert durch die Häufigkeit der Änderungen über 6° C. im Sommerhalbjahr um 7 Stellen dem Ende der Reihe zu.

Da man sich besonders vom ärztlichen Standpunkte aus vielfach interessirt für die Häufigkeit grösserer Temperatur-Depressionen, plötzlicher Erkaltungen, so habe ich für einige Orte die Häufigkeit einer Wärmeerniedrigung um 5 und mehr Grade Cels. zwischen zwei sich folgenden Tagen aufgesucht. Die nachfolgende Tabelle gibt das Resultat dieser Berechnung.

Mit Ausnahme jener von Peking und Melbourne sind die Zahlen durchweg Mittel aus 10 Jahren, aber auch dieser Zeitraum ist noch viel zu kurz, um für das betrachtete Element verlässliche Mittelwerthe zu liefern. Der jährliche Gang kann daher nur mit einiger Annäherung festgestellt werden. Auch scheint der Vergleich von Oxford und Paris dafür zu sprechen, dass selbst zwischen sehr benachbarten Stationen in diesem Punkte erhebliche Unterschiede stattfinden können. Das europäische Seeklima hat im Allgemeinen eine geringe Häufigkeit der grösseren Temperatur-Depressionen, die Lage auf einer Hochebene und die

Mittlere Häufigkeit einer Temperatur-Depression

von mehr als 5° C.

	Oxford	Paris	München	Wien	Leipzig	Karabagh	Barnaul	Peking	Marietta	Brunswick	Melbourne
December	1·4	1·0	1·1	0·7	1·2	0·8	7·1	2·0	4·8	5·0	1·8
Jänner	0·7	0·8	2·7	1·3	0·7	0·7	6·2	1·2	4·3	5·8	3·3
Februar	0·9	0·5	1·6	1·0	0·5	0·5	5·5	2·0	4·0	4·5	1·2
März	0·4	0·7	0·9	0·7	0·6	0·5	5·0	1·7	4·7	3·4	2·0
April	0·3	0·8	1·4	1·0	0·5	0·5	1·8	0·8	3·8	2·4	0·8
Mai	0·5	0·5	1·8	0·8	1·3	0·1	3·7	2·2	2·1	2·1	0·5
Juni	0·4	1·3	1·9	1·2	1·1	0·6	2·5	2·0	1·1	2·2	0·0
Juli	0·1	0·5	1·2	1·1	1·3	0·0	1·4	1·6	0·7	1·3	0·0
August	0·1	1·1	1·1	1·1	0·7	0·3	1·1	1·0	0·9	0·8	0·5
September	0·0	0·4	0·8	1·2	0·5	0·6	3·0	1·0	2·2	2·7	0·8
October	1·1	0·8	0·5	0·7	0·3	0·8	3·5	1·8	2·6	2·1	1·7
November	1·1	0·5	1·1	0·7	0·7	0·7	6·5	1·6	4·0	3·1	2·3
Winter	**3·0**	2·3	**5·4**	3·0	2·4	2·0	**18·8**	**5·2**	**18·1**	**15·3**	0·5*
Frühling	1·2	2·0	4·1	2·5*	2·4	1·1	10·5	4·7	10·6	7·9	4·8
Sommer	0·6*	**2·9**	4·2	**3·4**	**3·1**	0·9*	5·0*	4·6	2·7*	4·3*	**6·8**
Herbst	2·2	1·7*	2·4*	2·6	1·5*	2·1	13·0	4·4*	2·8	7·9	3·3
Jahr	7·0	8·9	16·1	11·5	9·4	6·1	47·3	18·9	35·2	35·4	14·9

Nähe von Gebirgen steigert dieselbe, wie München und Wien gegenüber Leipzig beweisen. Am grössten ist die Häufigkeit stärkerer Wärmeerniedrigungen in West-Sibirien und im Osten Nord-Amerika's. Auch Peking und Melbourne haben eine auffallend grosse Frequenz derselben. Wie schon einmal bemerkt, unterliegen die Ostküsten, wahrscheinlich in Folge der raschen Wärmeänderung mit der geographischen Breite, die dort statt hat, einer relativ grossen Veränderlichkeit der Temperatur; dies ist der Fall von Peking. In Melbourne ist es der grosse Wärmeunterschied der erhitzten Wüsten des Inneren von Australien gegenüber den kühlen unermesslichen Meeresflächen der südlichen Halbkugel, welcher die grossen Wärmeänderungen im Sommer und Frühlinge bedingt. Im Winter, wo dieser Umstand wegfällt, sind auch die Temperaturänderungen ungemein geringfügig.

Die grösste Häufigkeit der Temperatur-Depressionen von 5° C. tritt an den meisten Orten im Winter ein: Oxford, München, Barnaul, Peking, Marietta, Brunswick; in Paris, Wien, Leipzig, und wie schon bemerkt auf der südlichen Halbkugel, im Sommer. Auch München zeigt eine kleine Steigerung im Sommer. An den amerikanischen Stationen ist die Abnahme der Häufigkeit vom Winter zum Sommer sehr hervorstechend. Ein Sommermaximum werden im Allgemeinen jene Orte erreichen, welche sich gegen ihre nähere oder weitere Umgebung relativ stark erwärmen, wie das Becken von Paris, die Niederung von Wien, die Ebene von Leipzig. Solche Localeinflüsse können aber nur dort hervortreten, wo, wie im westlichen Europa, eine durch allgemeine Verhältnisse bedingte, ausgeprägte, jährliche Periodicität nicht vorhanden ist.

Es wäre sehr zu wünschen, dass diejenigen, welche sich mit specieller Klimatologie beschäftigen, und namentlich die verschiedenen klimatischen Kurorte in Bezug auf ihre Temperaturverhältnisse vergleichend untersuchen, sich auch die Mühe nehmen würden, die Häufigkeit der Temperatur-Depressionen (z. B. von 5° C. und darüber) in den Tagesmitteln aufzusuchen. Die Berechnung der mittleren Veränderlichkeit der Temperatur nach der hier angewendeten Methode sollte natürlich vorangehen. Auf solche Weise würde man endlich zu

einer richtigen Beurtheilung der klimatischen Kurorte in Bezug auf eines der wichtigsten Elemente, die Veränderlichkeit der Temperatur, gelangen.

Es erübrigt jetzt noch die Veränderlichkeit der Temperatur nach der Richtung zu untersuchen, wie oft Wechsel zwischen positiven und negativen Zeichen in den Änderungen von einem Tage zum andern vorkommen. Mit anderen Worten, es soll die Häufigkeit eines Wechsels zwischen Erwärmung und Erkaltung von einem Tage zum andern, oder kurz die der Temperaturumschläge aufgesucht werden. Ich ging mit der Erwartung an diese Arbeit, dass sie charakteristische Unterschiede in den verschiedenen Klimaten zu Tage fördern werde, sah mich aber ziemlich enttäuscht, so dass ich dieses Element nur für einige ganz differenten Klimagebieten angehörige Orte mittheilen will.

Wenn man die Häufigkeit oder Wahrscheinlichkeit eines Temperaturumschlages von einem Tage zum andern aufsuchen will, muss man eine gewisse untere Grenze für die Grösse jener Temperaturdifferenzen von einem Tage zum nächsten feststellen, die man dabei noch in Rechnung ziehen will. Denn wollte man alle Zeichenwechsel, unbekümmert um den Betrag der Schwankung, zählen, so könnten gerade die constantesten Klimate als jene erscheinen, welche die grösste Veränderlichkeit der Temperaturschwankungen aufzuweisen haben. Wo, wie in den Tropen, die Temperatur Monate hindurch Tag für Tag, wie wir uns ausdrücken dürfen, constant bleibt, kommen doch minimale Differenzen von einem Tage zum andern vor, welche, da die jährliche Periode nur sehr schwach ausgeprägt ist, in ihren Zeichen sehr wechseln werden, da die unbedeutendsten zufälligen Einflüsse dasselbe bestimmen. Wir müssen also hier eine grosse Wahrscheinlichkeit von Zeichenwechseln voraussetzen.

Ich habe darum nur jene Zeichenwechsel gezählt, bei denen die Summe der zwei sich folgenden Differenzen (ohne Rücksicht auf das Zeichen) den Betrag von 2° C. erreichte. Die folgende kleine Tabelle enthält die auf diesem Wege erhaltenen Zahlenwerthe.

Wahrscheinlichkeit eines Temperaturumschlages

von 2° C. und darüber.

	Oxford	Paris	München	Wien	Leipzig	Barnaul	Peking	Marietta	Brunswick	Melbourne
December	0·40	0·43	0·41	0·35	0·37	0·46	**0·51**	0·45	0·51	0·36
Jänner	0·36	0·44	**0·45**	0·38	0·30	**0·50**	0·42	0·43	0·47	0·36
Februar	0·35	0·42	0·45	0·38	0·36	0·47	0·41	**0·49**	**0·54**	0·38
März	0·34*	0·48	0·37	0·36	0·29*	0·47	0·44	0·48	0·48	0·32
April	0·36	0·43*	0·31*	0·31*	0·34	0·44	0·39	0·41	0·50	0·38
Mai	0·36	0·44	0·36	0·36	0·36	0·41	0·48	0·43	0·46	0·36
Juni	0·37	**0·50**	0.43	0·36	**0·45**	0·40	0·49	0·35	**0·58**	0·32
Juli	0·34	0·44	**0·44**	**0·43**	0·42	0·38	0·48	0·36	0·45	0·27*
August	0·39	0·44	0·35	0·37	0·31	0·36*	0·37	0·33	0·45	0·29
September	0·39	0·46	0·31*	0·35	0·40	0·44	0·33*	0·31*	0·44	0·39
October	0·45	0·48	0·38	0·32*	0·36	0·49	0·39	0·41	0·40*	**0·42**
November	**0·45**	0·43	0·41	0·37	0·38	0·49	0·45	0·41	0·42	0·38
Winter	0·37	0·4	**0·44**	0·37	0·34	**0·48**	**0·45**	**0·46**	**0·51**	0·29*
Frühling	0·35	0·45	0·35	0·34*	0·33*	0·44	0·44	0·44	0·48	**0·40**
Sommer	0·37	**0·46**	0·41	**0·39**	**0·39**	0·38*	0·45	0·35*	0·49	0·37
Herbst	**0·40**	0·46	0·37	0·35	0·38	0·47	0·39*	0·38	0·42*	0·35
Jahr	0·37	0·45	0·39	0·36	0·36	0·44	0·43	0·41	0·47	0·35

Weder die mittlere Häufigkeit noch die jährliche Periode der Temperatur-Wechsel an den verschiedenen Stationen weist auf einfache Beziehungen hin. In Sibirien und in Nord-Amerika finden wir wieder das Maximum der Temperaturumschläge, aber auch Peking steht Barnaul sehr nahe. Oxford hat mehr Temperaturwechsel als Wien und Leipzig, aber man kann nicht sagen, dass Continental- oder Seeklima hiebei entscheidend seien. Die auffallend häufigen Temperaturwechsel zu Paris dürften zum Theile daher rühren, dass die Tagesmittel aus den täglichen Extremen abgeleitet sind. Denn ich kann nicht glauben, dass Paris eine so grosse Häufigkeit der Temperaturwechsel hat.

Etwas mehr Gesetzmässigkeit gibt sich doch in der jährlichen Periodicität zu erkennen. Oxford hat das Maximum auch hier wieder im Herbst, Paris hingegen im Sommer, ebenso Wien und Leipzig, und auch bei München gibt sich ein secundäres Maximum um diese Zeit zu erkennen. West-Sibirien und Nord-Amerika haben wieder das Maximum im Winter, das Minimum im Sommer, Peking zwei gleiche Maxima im Winter und Sommer und ein Minimum im Herbst.

Endlich Melbourne hat ebenfalls wieder sein Frühlings-Maximum und Winterminimum. Bemerkenswerth ist, dass in Oxford, Paris, München, Wien und Leipzig im März oder April ein Minimum der Häufigkeit der Temperaturwechsel eintritt; für München und Wien ist das Minimum im April sehr ausgesprochen. Was wir also früher über das sogenannte Aprilwetter sagten, dass es sich nicht auf die Veränderlichkeit der Temperatur beziehen könne, findet auch hier seine Bestätigung.

An allen Orten ist die Wahrscheinlichkeit eines Umschlages der Temperaturänderung kleiner als die der Fortdauer, so dass wir hier die Erhaltungstendenz des jeweiligen Witterungscharacters wieder ausgesprochen finden, welche Herr Dr. W. Köppen in allgemeinerem Sinne zuerst nachgewiesen hat [1].

Ich bin durch Herrn Köppen auch angeregt worden, die Temperaturänderungen von einem Tage zum andern in Hinsicht

[1] Repertorium für Meteorologie B. II. Die Aufeinanderfolge der unperiodischen Witterungserscheinungen.

auf die mittlere Grösse der Erwärmungen und Erkaltungen zu untersuchen, dadurch, dass er mir für Karabagh das Verhältniss der Häufigkeit der ersteren zu jener der letzteren berechnet übersandte. Er findet, dass, wenn man die mittlere Zahl der Erkaltungen gleich 1 setzt, die der Erwärmungen in Karabagh 1·14 ist, oder dass die mittlere Grösse einer positiven Temperaturänderung im Jahresdurchschnitt 1°43 C., die einen negativen 1°63 C. ist; im Winterhalbjahr sind diese beiden Grössen gleich 1·57 und 1·76, im Sommerhalbjahr 1·28 und 1·50, jederzeit treten also die Abkühlungen als die im Mittel rascheren, die Erwärmungen als die allmäligeren Änderungen auf.

Es ist gewiss vom theoretischen wie vom praktischen Interesse, zu untersuchen, ob das eben dargelegte Verhältniss blos ein locales, oder ob es in gewissen Klimagebieten, ja vielleicht allgemein das herrschende ist. Ich theile daher in der nachfolgenden Tabelle dieses Verhältniss der Häufigkeit der positiven Temperaturänderungen zu jenen der negativen für eine grössere Anzahl von Orten mit, so dass so ziemlich alle grösseren Klimagebiete durch dieselben vertreten sind. Überblickt man die Jahresmittel, so lehren sie sogleich, dass die Erkaltungen überall rascher eintreten, als die Erwärmungen, nur Oxford, Upsala, Nicolajewsk machen insofern eine Ausnahme, als die mittlere Grösse der positiven und negativen Wärmeänderungen an diesen Orten gleich ist. In der Erwartung jedoch, dass bestimmte typische Klimagebiete, z. B. Continental- und Seeklima, auch durch ein erheblich verschiedenes Verhältniss der Erwärmungen und Erkaltungen characterisirt werden, sieht man sich getäuscht. Die wärmeren Orte der nördlichen Hemisphäre, die in unserer Tabelle vertreten sind, haben allerdings die grössere Häufigkeit der Erwärmungen: Madrid, Mailand, Karabagh, Peking geben im Mittel das Verhältniss zu 1·16, aber auch die sibirischen Stationen mit niedrigem Jahresmittel und unter hoher Breite gelegen: Semipalatinsk, Barnaul, Irkutsk, Bogoslowsk, geben als Mittel 1·14. Genau dasselbe Verhältniss zeigen auch die amerikanischen Stationen: Brunswick, Providence, Toronto, Marietta, welche circa unter derselben Breite liegen, wie die zuerstgenannten Orte in Europa und Asien.

Wenn man die jährliche Periode dieser Verhältnisszahlen ins Auge fasst, so ist von vorneherein klar, dass sie in den Frühlings- und ersten Sommermonaten einen Maximum- und im Herbst und Winter einen Minimumwerth erreichen müssen, weil die jährliche periodische Wärmeänderung nicht eliminirt worden ist. Indessen ist es doch nicht ganz uninteressant, die Eintrittszeit der grössten und kleinsten Häufigkeit der Erwärmungen im Mittel einiger Stationsgruppen näher zu bestimmen. Ich habe drei Gruppen gebildet: 1. Oxford, Paris, München, Wien, Leipzig; ich nenne diese kurz Europa. 2. Oust Sisolsk, Bogoslowsk, Barnaul, Semipalatinsk, Irkutsk; ich erlaube mir diese Gruppe mit Sibirien zu bezeichnen. 3. Die amerikanische Gruppe: Brunswick, Providence, Toronto, Marietta. Die Mittel für diese Gruppen sind:

1. Europa.

December	0·79*	Juni	1·25
Jänner	1·00	Juli	1·15
Februar	1.05	August	1·06
März	1·16	September	1·00
April	1·19	October	0·87
Mai	**1·39**	November	0·87

2. Sibirien.

December	0·98	Juni	1·33
Jänner	0·98	Juli	1·23
Februar	1·19	August	1·08
März	1·28	September	0·93
April	**1·40**	October	0·88*
Mai	1·35	November	0·93

3. Nordöstliches Amerika.

December	0·89*	Juni	1·28
Jänner	1·11	Juli	1·17
Februar	1·18	August	1·08
März	1·24	September	1·16
April	**1·33**	October	0·95
Mai	1·32	November	1·05

Trotz des grossen Unterschiedes in der geographischen Breite zwischen den Gruppen 2 und 3 stimmen sie doch in Bezug auf die Eintrittszeit der grössten Häufigkeit der Erwärmungen im April überein, während die mit Europa bezeichnete Gruppe dieses Maximum entschieden erst im Mai erreicht. Die grösste Häufigkeit der Erkaltungen tritt bei uns erst im December ein, ebenso in Nord-Amerika, in Sibirien aber im October. Sonderbar ist das Verhalten des November, der wieder eine Steigerung oder doch keine weitere Abnahme der Häufigkeit der Erwärmungen zeigt. Man muss im Allgemeinen berücksichtigen, dass der jährliche Temperaturgang der Gruppe 2 ein rein continentaler, jener der Gruppe 1 ein oceanischer und dass jener der Gruppe 3 eine Mittelstellung zwischen beiden einnimmt.

Man kann aus den folgenden Verhältnisszahlen für das Jahr sehr leicht, für gewisse Jahresabschnitte mit grosser Annäherung auch die mittlere Grösse der Erwärmungen und Erkaltungen oder der positiven und negativen Temperaturänderungen ableiten. Bezeichnen wir mit n die Anzahl der negativen, mit p die der positiven Änderungen, mit x und y ihre mittlere Grösse, mit M die mittlere Grösse der Änderungen, ohne Rücksicht auf die Zeichen, und mit $\pm\Delta$ die Temperaturdifferenz zwischen dem Anfang und dem Schluss der betrachteten Periode, so hat man die Relationen:

$$xn+yp = M(n+p) \text{ und } xn-yp = \pm\Delta,$$

daher

$$x = \tfrac{1}{2}M\left(1+\frac{p}{n}\right) \pm \frac{\Delta}{2n}.$$

Haben Anfang und Schluss der Periode dieselbe Temperatur wie in dem Falle, wenn man das ganze Jahr oder die Jahreshälften zwischen den Epochen des Eintrittes der mittleren Temperatur im Frühlinge und im Herbst in Rechnung zieht, so fällt das letzte Glied, welches überhaupt nur einen geringen Werth erreicht, ganz weg. Zieht man Monate in Rechnung, so genügt es, aus den Monatmitteln die Temperatur des ersten und letzten Monatstages annähernd zu bestimmen und für Δ die Differenz dieser Temperaturen einzusetzen. Ebenso ist es gestattet, für

$2n$ die Zahl der Monatstage einzusetzen. Die Werthe von $\frac{p}{n}$ aber sind in der folgenden Tabelle enthalten.

Verhältniss der Häufigkeit der Erwärmungen zu jener der Erkaltungen.

	Madrid	Mailand	Oxford	Paris	München	Wien	Leipzig	Upsala	Petersburg
December	0·88	0·83	0·83	0·87	0·67	0·87	0·70	0·85	0·87
Jänner	1·29	1·05	0·99	1·01	0·97	1·03	1·01	0·68	0·83
Februar	0·91	1·26	1·04	1·08	1·02	1·07	1·05	0·89	1·09
März	1·16	1·10	0·96	1·11	1·20	1·30	1·22	1·17	1·16
April	1·65	1·35	0·95	1·26	1·18	1·36	1·22	1·08	1·38
Mai	1·42	1·55	1·17	1·32	1·48	1·50	1·46	1·33	1·29
Juni	1·73	1·46	1·26	1·20	1·09	1·50	1·21	1·30	1·15
Juli	1·16	1·31	0·94	0·97	1·20	1·36	1·28	1·07	1·17
August	1·46	1·11	0·92	0·97	1·27	1·11	1·02	0·91	1·00
September	0·76	1·09	1·05	0·86	1·10	1·09	0·91	0·88	0·86
October	1·08	0·74	0·86	0·95	0·86	0·83	0·85	0·95	0·78
November	0·94	0·96	0·88	0·84	0·78	1·03	0·80	0·78	0·77
Jahr	1·20	1·15	0·99	1·04	1·07	1·17	1·06	0·99	1·03
Winterhalbjahr	1·04	0·99	0·93	0·98	0·92	1·02	0·94	0·89	0·92
Sommerhalbjahr	1·36	1·31	1·05	1·09	1·22	1·32	1·18	1·10	1·14

	Karabagh	Kaluga	Oust-Sisolsk	Bogoslowsk	Barnaul	Semipalatinsk	Irkutsk	Jakutsk
December	1·31	0·82	0·87	0·90	1·16	0·99	0·97	0·93
Jänner	1·01	1·02	1·11	0·89	0·99	0·98	0·93	0·81
Februar	1·04	1·09	1·13	1·26	1·26	1·10	1·20	1·12
März	1·19	1·16	1·37	1·13	1·22	1·32	1·35	1·15
April	1·02	1·58	1·31	1·36	1·42	1·41	1·48	1·39
Mai	1·26	1·30	1·27	1·28	1·38	1·40	1·42	1·74
Juni	1·31	1·32	1·25	1·36	1·41	1·19	1·46	1·70
Juli	1·32	1·15	1·41	1·15	1·13	1·25	1·20	1·14
August	1·07	1·03	0·97	1·11	1·20	0·94	1·19	0·89
September	1·07	1·11	0·89	0·78	1·04	0·93	1·01	0·97
October	0·99	0·90	0·78	0·93	0·94	0·87	0·89	0·70
November	1·13	0·92	0·87	0·84	1·02	1·02	0·89	0·79
Jahr	1·14	1·12	1·10	1·08	1·18	1·12	1·17	1·11
Winterhalbjahr	1·11	0·98	1·02	0·99	1·10	1·05	1·04	0·92
Sommerhalbjahr	1·17	1·25	1·19	1·17	1·26	1·19	1·29	1·30

	Nert-schinsk	Nicola-Jewsk	Peking	Bruns-wick	Provi-dence	Toronto	Marietta	Melbourne
December......	0·82	0·83	0·91	0·88	0·98	0·77	0·93	1·26
Jänner.........	0·93	1·07	1·27	1·04	1·35	1·03	1·03	1·16
Februar........	1·18	0·95	1·23	1·11	1·40	1·19	1·00	1·21
März	1·04	1·21	1·14	1·24	1·33	1·33	1·05	0·85
April..........	1·60	1·26	1·35	1·34	1·05	1·66	1·27	1·00
Mai	1·24	1·25	1·30	1·18	1·40	1·38	1·32	0·93
Juni...........	1·15	1·09	1·20	1·22	1·27	1·28	1·33	0·94
Juli	1·03	0·88	1·23	1·21	1·08	1·27	1·11	1·07
August........	0·78	0·66	1·04	0·97	1·09	1·21	1·04	1·00
September.....	0·93	0·69	1·06	0·97	1·23	1·40	1·06	1·18
October........	0·91	1·09	0·94	0·89	0·86	1·04	1·02	1·13
November......	0·95	0·99	0·88	1·02	1·30	0·82	1·07	1·18
Jahr......	1·05	0·99	1·13	1·09	1·19	1·20	1·10	1·07
Winterhalbjahr .	0·97	1·02	1·06	1·03	1·20	1·03	1·02	1·02
Sommerhalbjahr	1·12	0·97	1·20	1·15	1·19	1·37	1·19	1·13

Ich will zum Schlusse auf Eigenthümlichkeiten in den Temperaturänderungen einiger Stationen mit wenigen fragmentarischen Bemerkungen eingehen.

Wenn auch im Mittel die Erkaltungen rascher eintreten oder grösser sind als die Erwärmungen, so gilt dies doch nicht für alle einzelnen Fälle. Namentlich würden die Föhnstationen zu diesen letzteren gehören. Unter den von mir der Rechnung unterworfenen Orten befindet sich aber keine echte Föhnstation, so dass ich nur im Allgemeinen auf diesen speciellen Fall aufmerksam machen kann. Auch in München sind in der Periode 1856—65 die grössten Temperaturänderungen als Erwärmungen aufgetreten. Diese Fälle waren: am 22. December 1859 stieg die Temperatur (im Tagesmittel) um 17° C. bei einem Südweststurm und am 3. Jänner 1858 um 15°5 C., ebenfalls bei heftigen SW. und W. Die relative Feuchtigkeit war aber gleichzeitig 75 und 79%, so dass man diese Fälle nicht als Föhn auffassen kann. Hingegen tritt zu Moncalieri der SW. und NW. zuweilen als trockener und sehr warmer Wind auf. Da im Westen von Moncalieri die hohe Gebirgsmauer der Alpen emporragt,

über welche die feuchten, vom atlantischen Ocean kommenden Winde herabsteigen müssen, ist das Auftreten föhnartiger Winde selbst 4½ Meilen draussen in der Ebene erklärlich. In den Gebirgsthälern der Ostseite der West-Alpen ist hienach ein intensiver Föhnwind vorauszusetzen.

In Jakutsk traten innerhalb der sechs Jahrgänge, die ich der Berechnung unterzog, ebenfalls die grössten Änderungen der Temperatur als Erwärmungen auf. Dieselben waren: Jänner 1845 Änderung im Tagesmittel +14°5, N 8, Schnee; 1851 +16·5, Calme, Schnee; +14·0 Calme Schnee; 1853 +14·2 Nord, Schnee; Februar: 1852 +14·6 bei NE und E 7. Die grössten Erkaltungen waren: December 1852 —12·6 Calme; Jänner 1853 —12·9 Calme. Die stärksten Temperatursteigerungen treten hier (im Winter) am asiatischen Kältepol ein bei Schneefall und Windstille oder starken N und E Winden, die tiefsten Temperaturen bei heiterer Witterung und Windstille.

In den Beobachtungen von Nathan Smith bei Washington in Arkansas unter 33°7 n. Br. findet man wohl die grössten interdiurnen Temperaturänderungen aufgezeichnet, die unter so niedrigen Breiten überhaupt vorkommen. Leider enthält das Journal keine Wind-Aufzeichnungen, aber aus anderen Mittheilungen ist bekannt, dass hier wie in Texas die plötzlich eintretenden kalten Nordstürme („Northers") die grossen Temperaturdepressionen bewirken. Ich will einige wenige Beobachtungen hierüber anführen:

	1842 März			1848 Jänner	
	SA.*)	2h		SA.	2h
11.	10°0	28°9 C.	8.	11°1	22°2 C.
12.	1·1	4·4	9.	— 7·8	— 1·7

	1852 December			1854 Jänner	
	SA.	2h		SA.	3h
20.	20·0	25·6	20.	20·0	19·4
21.	0·0	2·2	21.	—11·7	— 3·9

Solche Wärmeänderungen kommen im Westen des Felsengebirges vor in der geographischen Breite des mittleren Algerien

*) Sonnen-Aufgang.

oder der von Beirut in Syrien. Dass es sich hiebei nicht um einen Effect der Wärmestrahlung handelt, sondern um den eines Windes, erkennt man unzweifelhaft aus den Nachmittags-Temperaturen.

In Natal (Pieter Maritzburg) bewirkt der Wechsel zwischen heissen Landwinden aus N. und NW. und kühlen Seewinden aus SE. und E. (übrigens bringt auch der SW. zuweilen starke Temperaturdepressionen) grosse Wärmeschwankungen, wie man sie unter $29^1/_2$° selbst in einer Seehöhe von 2000′ nicht erwarten möchte.

Von den grossen Temperaturschwankungen zu Melbourne und deren Ursache haben wir schon früher gesprochen. An beiden Orten sind die Erkaltungen nicht blos im Mittel, sondern auch absolut genommen grösser als die Erwärmungen; die Temperaturcurve steigt langsamer an, als sie fällt. In Pieter-Maritzburg kamen in 12 Monaten (2 Jahrgänge: October, November, December, Jänner, Februar, März) während der veränderlichsten Zeit des Jahres vor an Erwärmungen und Erkaltungen der Tagestemperaturen über 5° F.

Erwärmungen: Zahl 55, Summe 434° F, Mittel 4·4 C.
Erkaltungen: Zahl 66, Summe 636 F, Mittel 5·4 C.

Noch auffallender ist dieses Verhältniss zu Melbourne. In 6 Jahren kamen in den Monaten December, Jänner, Februar vor an Erwärmungen und Erkaltungen über 10° F in den Mitteln sich folgender Tage:

Erwärmungen: Zahl 20, Summe 242, Mittel 6°7 C.
Erkaltungen: Zahl 32, Summe 473, Mittel 8·2 C.

Es ist dies wohl für das Subtropenklima der südlichen Hemisphäre charakteristisch. Das Land erwärmt sich im Sommer, der während des Periheliums eintritt, sehr stark, seine Oberfläche ist jedoch sehr klein, gegenüber jener des kühl bleibenden Meeres. Die Perioden der Erwärmung werden stets wieder durch das Einbrechen eines kalten Seewindes unterbrochen. Die Mitteltemperatur der Sommermonate bleibt weit hinter jener gleicher Breiten der nördlichen Hemisphäre zurück, hingegen erheben sich die momentanen Maxima der Temperatur über die entsprechenden der nördlichen Hemisphäre.

Wenn man den Einfluss der raschen Erkaltungen auf den menschlichen Organismus z. B. in Betracht ziehen will, darf man natürlich nicht vergessen, dass er abhängig ist von der vorausgehenden Temperatur selbst. Schwankungen der Tagestemperatur von 20° C. und darüber erfolgen im Winter Sibiriens bei einer sehr niedrigen Mitteltemperatur tief unter dem Frostpunkt und machen sich daher sicherlich viel weniger fühlbar als die Änderungen (Abkühlungen) von mehr als 10° C., welche zu Melbourne eintreten bei einer Mittelwärme gleich der unseres Sommers. Es ist bekannt, wie empfindlich der Körper im tropischen Klima gegen Temperatur-Änderungen ist, welche an ihm in der gemässigten Zone unbeachtet vorübergehen.

Mittlere Veränderlichkeit der Temperatur

nach den einzelnen Jahrgängen

und

Häufigkeit einer Temperaturänderung von bestimmter Grösse.

Celsius-Grade.

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
						1. Kairo.						
M4[1]	1·1	1·5	1·5	2·0	1·9	1·4	0·7	0·8	0·8	0·7	0·9	0·9
						Häufigkeit.						
2—4	4.8	5.2	8·0	7·8	6·2	5·2	1·7	3·0	2·3	1·7	2·7	3·0
4—6	0·5	1·3	0·8	2·5	2·4	1·0	0·5	—	—	—	—	—
6—8	—	0·2	—	1·2	1·4	0.6	—	—	—	—	—	—
8—10	—	—	—	—	0·4	—	—	—	—	—	—	—
Σ	5·3	6·7	8·8	11·5	10·4	6·8	2·2	3·0	2·3	1·7	2·7	3·0
						2. Smyrna.						
M2	1·6	1·7	1·9	1·6	1·6	1·3	1·1	1·6	1·3	1·0	1·6	1·7
						Häufigkeit.						
2—4	6·5	5·5	10·5	6·5	11·5	5·0	4·0	8·5	6·0	4·5	7·5	8·0
4—6	1·5	2·0	0·5	2·5	1·0	1·0	0·5	2·0	—	—	1·0	1·5
6—8	0·5	1·0	1·0	—	0·5	—	—	—	0·5	—	1·0	1·0
8—10	0·5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Σ	9·0	8·5	12·0	9·0	13·0	6·0	4·5	10·5	6·5	4·5	9·5	10·5
						3. Athen.						
1859	1·4	1·3	1·5	1·8	1·2	1·8	1·5	1·4	1·2	1·0	0·9	1·6
1860	1·5	1·7	1·6	1·2	1·3	0·9	0·9	0·9	1·5	1·3	1·6	1·6
1861	2·1	1·5	1·7	1·7	2·1	1·3	0·9	1·2	1·0	1·0	1·6	(1·5)
Mittel	1·7	1·5	1·6	1·6	1·5	1·3	1·1	1·2	1·2	1·1	1·4	1·6
						Häufigkeit.						
2—4°	7·0	6·7	6·3	6·7	9·3	5·3	4·0	6·3	3·3	5·3	5·3	6·5
4—6°	1·7	0·7	1·7	2·0	0·7	1·0	—	0·3	1·7	0·7	0·7	2·2
6—8°	1·0	1·0	0·3	0·3	—	—	0·3	—	—	—	1·0	0·4
Σ	9·7	8·4	8·3	9·0	10·0	6·3	4·3	6·6	5·0	6·0	7·0	9·1

[1] Zahl der Jahrgänge.

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
4. Neapel.												
M3	0·9	0·9	0·9	1·2	1·3	1·1	0·9	0·8	0·9	1·1	1·1	1·2
Häufigkeit.												
2—4	2·3	3·0	2·5	5·3	9·0	3·7	3·0	3·0	3·7	6·0	5·7	4·3
4—6	—	—	0·5	0·7	—	0·3	—	—	0·7	0·7	0·7	1·3
Σ	2·3	3·0	3·0	6·0	9·0	4.0	3·0	3·0	4·4	6·7	6·4	5·6
5. Madrid.												
1866	0·9	1·5	1·3	1·9	1·8	1·8	1·5	1·9	1·9	1·2	1·1	1·2
67	1·8	1·1	1·6	1·6	2·3	2·1	1·4	1·6	1·6	1·7	1·4	1·8
68	1·5	1·0	1·6	2·2	1·4	1·6	1·5	1·8	1·3	1·4	1·5	1·7
69	1·3	1·6	1·5	1·7	1·9	1·9	1·6	1·6	2·0	1·6	1·3	2·0
70	1·2	1·2	1·5	1·7	1·4	1·5	1·7	2·2	1·3	1·0	1·4	1·5
71	2·0	1·0	1·5	1·6	2·0	2·5	1·8	1·7	1·2	1·4	1·3	1·9
Mittel	1·45	1·23	1·50	1·80	1·80	1·90	1·60	1·80	1·55	1·40	1·33	1·68
Häufigkeit.												
2—4	5·3	3·8	6·7	9·2	8·3	9·7	7·5	10·0	6·2	7·8	5·8	8·2
4—6	1·2	0·7	1·2	1·8	2·0	1·5	1·7	1·3	1·5	0·8	1·2	2·0
6—8	0·3	—	0·3	0·3	0·3	1·0	0·2	0·8	0·2	—	—	—
8—10	0·2	—	—	—	0·2	—	—	—	0·3	—	—	—
Σ	7·0	4·5	8·2	11·3	10·8	12·2	9·4	12·1	8·2	8·6	7·0	10·2
6. Lissabon.												
1856	0·9	0·8	0·6	0·5	1·0	1·4	1·6	1·3	1·2	1·0	0·9	1·8
57	1·4	1·0	1·1	1·0	1·0	1·6	1·2	1·1	0·9	1·3	1·2	0·8
58	1·0	0·9	0·9	0·9	1·5	1·3	1·4	1·1	0·9	1·2	1·1	1·4
59	1·1	1·1	0·8	0·9	0·9	1·0	1·6	0·8	1·0	1·2	1·1	1·7
60	1·0	1·7	1·1	1·0	1·4	1·1	1·3	1·2	1·1	1·1	1·1	1·4
61	0·9	1·1	1·0	0·8	1·0	0·9	1·2	1·9	1·3	0·8	1·3	1·6
62	1·1	1·0	0·6	1·0	1·1	1·2	1·8	1·3	1·5	1·5	1·2	1·3
63	1·1	0·7	1·1	1·1	0·8	1·4	0·9	1·1	0·8	1·2	1·2	1·5
Mittel	1·06	1·04	0·90	0·90	1·09	1·24	1·38	1·22	1·09	1·16	1·14	1·44
Häufigkeit.												
2—4	4·1	4·4	3·3	2·4	3·4	3·7	6·3	4·7	4·2	5·0	4·7	7·8
4—6	0·4	0·5	0·1	0·2	0·8	1·4	1·1	1·0	0·4	0·1	0·4	0·6
6—8	—	—	—	—	—	—	0·2	0·2	—	—	—	—
Σ	4·5	4·9	3·4	2·6	4·2	5·1	7·6	5·9	4·6	5·1	5·1	8·4

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
						7. Moncalieri.						
1866	1·1	1·4	1·3	1·2	1·2	1·5	1·2	1·3	1·1	0·9	1.2	1·5
67	1·1	0·9	1·5	1·3	1·7	1·4	1·4	1·3	1·0	1·3	1·1	1·4
68	2·5	1·4	1·7	1·7	1·3	1·8	1·5	1·2	1·0	0·9	1·0	1·6
69	1·2	1·0	1·0	1·4	1·4	1·6	1·1	1·6	1·2	1·1	2·1	1·2
70	0·8	1·1	1·1	1·4	1·6	1·8	1·8	1·5	1·1	1·4	1·1	1·2
Mittel	1·3	1·2	1·3	1·4	1·4	1·6	1·4	1·4	1·1	1·1	1·3	1·4
						Häufigkeit.						
2—4	5·6	3·2	7·2	5·4	7·0	9·4	6·8	4·8	2·8	6·0	5·2	5·4
4—6	1·6	0·6	1·0	0·8	0·8	0·8	0·6	1·4	0·6	0·2	1·0	1·8
6—8	—	—	—	0·6	0·2	0·4	0·4	—	—	—	0·4	0·4
Σ	7·2	3·8	8·2	6·8	8·0	10·6	7·8	6·2	3·4	6·2	6·6	7·6
						8. Mailand.						
1857	0·9	1·1	1·2	1·3	1·1	1·7	0·9	1·5	1·0	0·8	0·9	1·2
58	2·0	1·6	1·0	1·5	1·8	1·3	1·6	1·1	0·7	1·2	1·2	1·0
59	0·8	1·2	1·5	1·5	1·4	1·4	1·4	1·0	1·1	0·8	1·1	1·5
60	1·4	1·8	1·1	1·1	1·6	1·5	1·7	0·9	1·7	1·3	1·3	1·7
61	1·9	0·9	1·5	1·4	1·5	1·5	1·4	1·2	0·9	1·1	1·4	1·4
62	1·7	1·6	1·0	1·4	1·1	1·3	1·2	1·4	1·0	1·2	1·2	1·8
63	1·2	1·0	1·2	1·1	1·3	1·8	1·7	1·3	1·5	1·3	1·1	2·5
64	1·3	1·4	1·2	1·9	1·6	1·7	1·3	1·2	1·3	1·2	1·3	1·2
65	1·0	1·0	1·3	1·3	1·2	1·4	1·4	1·2	0·8	1·2	1·0	0·9
66	1·1	1·0	0·9	1·2	1·2	1·7	1·1	1·3	1·2	0·7	1·5	1·4
Mittel	1·33	1·26	1·19	1·37	1·38	1·53	1·37	1·21	1·12	1·08	1·20	1·46
						Häufigkeit.						
2—4	6·4	5·9	5·8	5·8	7·2	6·7	6·8	4·3	4·1	3·9	5·6	6·0
4—6	0·8	0·6	0·5	1·0	0·8	1·1	0·9	0·7	0·5	0·6	0·5	1·4
6—8	0·3	—	0·1	0·3	0·1	0·3	—	0·2	0·2	—	—	0·3
Σ	7·5	6·5	6·4	7·1	8·1	8·1	7·7	5·2	4·8	4·5	6·1	7·7
						9. Bukarest.						
M5	2·34	2·31	2·14	1·80	1·84	1·70	1·51	1·51	1·70	1·72	2·06	2·00
						Häufigkeit.						
2—4	10·0	8·2	9·0	9·2	9·0	7·2	8·2	6·8	6·4	5·0	7·6	6·4
4—6	2·8	2·6	3·0	2·0	1·8	2·0	0·6	1·0	0·6	3·4	4·0	3·4
6—8	1·2	2·2	1·2	0·2	0·6	0·4	0·2	0·6	0·6	0·4	0·6	0·4
8—10	0·6	0·2	0·2	—	0·2	—	—	—	0·6	0·2	—	0·2
10—12	0·2	—	—	—	—	—	—	—	0·2	—	0·2	0·4
Σ	14·8	13·2	13·4	11·4	11·6	9·6	9·0	8·4	8·4	9·0	12·4	10·8

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
					10. Makerstoun.							
Mittel5	2·3	2·2	1·8	1·5	1·8	1·8	1·7	1·4	1·7	1·7	2·6	2·6
					Häufigkeit.							
2—4	9·6	8·0	6·8	6·0	9·2	8·8	6·8	5·9	7·4	7·4	7·9	8·8
4—6	4·2	3·2	2·8	2·4	2·1	1·6	2·2	2·3	1·6	2·4	6·1	4·2
6—8	1·0	0·8	0·4	—	0·6	0·8	0·8	—	0·2	0·2	0·8	2·2
8—10	0·2	—	0·2	—	—	—	0·2	—	—	—	0·4	0·2
10—12	—	—	—	—	—	—	—	—	--	—	0·2	0·2
Σ	15·0	12·0	10·2	8·4	11·9	11·2	10·0	8·2	9·2	10·0	15·4	15·6
					11. Oxford.							
1860	1·7	1·4	1·5	1·3	1·5	0·9	1·1	1·1	1·6	2·0	1·1	1·9
61	1·5	1·3	1·5	1·7	1·9	1·5	1·0	1·3	1·3	1 7	2·7	1·7
62	1·7	1·7	1·8	1·3	1·8	0·9	1·2	1·2	1·4	2·4	1·8	1·9
63	2·4	1·7	1·6	1·7	2·1	1·0	1·7	1·6	1·4	1.9	2·0	2·5
64	1·9	2·2	2·0	2·1	1·8	1·6	0·9	1·9	1·4	1·4	2·0	1·9
65	1·8	1·8	1·1	1·9	1·4	2·0	1.7	1·1	1·1	1·9	2·0	1·9
66	2·0	1·6	1·3	1·4	1·5	1·7	1·1	1·1	1·3	1·7	2·4	2·6
67	2·7	1·5	1·1	1·6	1·8	1·7	1·0	1·6	1·4	2·2	2·2	2·4
68	1·7	2·0	2·2	1·6	1·9	1·7	2·1	1·6	1·2	2·2	2·2	1·9
70	1·6	1·6	2·1	1·8	1·3	1·8	1·5	1·2	1·6	2·1	1·8	2·5
Mittel	1·90	1·68	1·62	1·65	1·70	1·48	1·33	1·37	1·37	1·95	2·02	2·12
					Häufigkeit.							
2—4	8·6	5·9	7·9	9·2	8·7	7·4	6·6	7·8	6·1	9·6	7·9	7·9
4—6	2·4	2·3	1·8	1·3	1·9	1·1	0·5	0·4	0·8	3·2	3·4	3·7
6—8	0·5	0·4	0·3	0·3	—	0·1	—	—	—	0·5	0·5	0·9
8—10	0·2	—	—	0·1	0·1	—	0·1	—	—	—	0·1	0·3
10—12	0·1	—	—	—	—	—	—	--	—	—	—	—
Σ	11·8	8·6	10·0	10·9	10·7	8·6	7·2	8·2	6·9	13·3	11·9	12·8
					12. Paris (Max. Min.).							
1857	1·7	1·7	2·3	1·7	1·7	2·1	1·9	2·2	1·5	2·0	2·0	1·9
58	1·9	2·3	1·8	2·1	1·6	2·6	2·0	1·8	1·6	1·8	2·6	1·9
59	2·1	1·3	2·2	2·1	1·2	2·0	1·8	2·2	1·6	2·2	1·9	2·5
60	1.6	2·0	1·5	1·8	2·0	1·8	1·5	1·2	1·3	2·0	1·8	2·2
61	2·1	2·0	1·6	1·5	2·3	1·5	1·4	2·1	1·6	1·6	2·1	1·9
62	2·3	2·2	2·3	1·9	2·1	1·4	1·7	1·8	1·4	1·8	1·5	1·8
63	1·7	1·2	1·6	1·4	1·4	1·7	1·9	1·8	1·7	1·3	1·6	2·4
64	2·2	2·2	1·5	2·1	1·9	1·8	1·9	2·0	1·4	1·4	1·7	1·8
65	1·8	1·7	1·3	1·8	2·3	1·9	2·0	1·7	1·1	1·4	1.4	1·5
66	2·0	1·7	1·6	2·0	1·4	1·9	1·7	1·5	1·5	1·5	2·0	2·4
Mittel	1·94	1·83	1·77	1·84	1·79	1·87	1·78	1·83	1·47	1·70	1·86	2·03

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
						Häufigkeit.						
2—4	8·2	7·9	8·2	8·9	10·4	10·1	8·3	8·3	6·4	7·7	9·8	10·6
4—6	3·8	2·0	2·2	2·1	1·9	1·7	2·3	2·4	1·4	2·2	2·3	1·8
6—8	0·5	0·6	0·4	0·4	0·2	0·8	0·2	0·4	0·1	0·4	0·5	1·0
8—10	—	—	0·1	0·1	—	—	—	0·1	—	0·3	—	0·2
Σ	12·5	10·5	10·9	11·5	12·5	12·6	10·8	11·2	7·9	10·6	12·6	13·6
						13. **Stuttgart.**						
1865	2·5	2·5	1·6	1·6	1·2	1·9	2·0	1·8	1·8	2·0	1·7	1·8
66	1·8	2·4	2·2	2·3	2·1	1·8	1·6	1·4	1·7	1·4	2·1	2·2
67	2·9	2·0	2·0	2·5	2·4	2·1	2·1	1·4	1·6	1·6	2·2	2·8
68	2·0	1·8	1·8	1·9	1·6	2·0	1·5	1·7	1·4	1·7	1·4	2·5
69	2·2	1·9	1·4	1·6	1·8	2·1	1·9	1·9	1·7	1·8	2·3	2·0
70	1·7	1·6	1·6	1·8	1·7	1·7	2·0	1·1	1·4	1·8	1·4	2·6
71	2·1	2·4	2·0	1·3	1·9	1·8	2·0	1·4	1·5	1·5	1·2	2·2
72	1·9	1·7	1·9	1·7	1·7	1·5	1·2	1·0	1·7	1·2	1·9	1·7
Mittel	2·14	2·04	1·81	1·84	1·80	1·86	1·79	1·46	1·60	1·62	1·78	2·22
						Häufigkeit.						
2—4	9·4	8·9	8·1	8·6	9·6	9·8	7·9	7·6	7·2	9·1	8·1	10·0
4—6	2·1	2·9	2·8	2·8	2·1	2·4	2·5	1·3	2·0	1·9	2·8	3·8
6—8	1·3	0·6	0·3	0·1	0·2	0·4	0·4	0·1	0·1	0·1	0·4	0·7
8—10	0·4	0·1	0·2	—	—	—	—	—	—	—	—	0·3
10—12	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Σ	13·3	12·5	11·4	11·5	11·9	12·6	10·8	9·0	9·3	11·1	11·3	14·8
						14. **Rigi.**						
1865	2·7	3·0	1·6	1·2	2·6	2·4	2·3	2·7	1·0	2·2	2·1	2·0
66	2·7	2·3	1·6	2·5	1·7	2·2	2·0	2.9	2·9	1·7	3·1	2·8
67	3·3	3·0	2·6	2·8	2·1	—	3·5	3·1	2·3	2·9	3·3	2·9
68	2·9	3·1	2·1	2·1	1·6	1·9	1·8	2·2	1·7	2·3	2·1	2·9
69	2·9	2·6	1·7	2·3	—	—	1·8	1·8	2·9	2·4	3·3	2·5
70	2·6	2·2	2·2	2·1	1·9	2·3	2·7	3·1	2·1	2·6	2·6	3·2
Mittel	2·85	2·70	1·97	2·17	2·00	2·20	2·35	2·63	2·15	2·35	2·75	2·72
						Häufigkeit.						
2—4	10·8	8·8	8·3	10·2	9·8	10·0	10·2	11·1	8·9	8·9	8·8	8·3
4—6	4·3	3·8	3·3	2·0	2·1	3·0	3·6	3·1	2·5	3·3	5·2	3·7
6—8	2·3	1·5	0·7	1·0	0·9	1·0	1·7	2·3	1·3	2·0	2·2	2·2
8—10	1·2	0·7	0·3	0·2	—	0·5	0·2	0·4	0·5	0·5	0·3	1·0
10—12	—	0·3	—	0·3	—	—	0·2	—	—	—	0·3	0·5
Σ	18·6	15·1	12·6	13·7	12·8	14·5	15·9	16·9	13·2	14·7	16·8	15·7

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
						15. Ütliberg.						
1865	2·2	2·3	1·6	1·6	2·6	2·3	2·6	2·3	1·4	1·9	1·4	1·5
66	1·8	2·1	2·0	2·9	2·2	2·2	1·7	1·9	2·3	1·4	2·5	2·3
67	2·4	2·0	2·5	2·5	2·3	2·5	2·4	2·1	1·8	1·7	2·6	2·4
68	1·7	1·8	1·9	2·2	1·5	2·1	2·1	2·1	1·9	1·9	1·6	2·2
69	2·6	2·2	1·6	1·9	2·1	2·0	1·5	1·7	2·2	1·6	2·3	1·9
70	1·4	2·1	1·8	2·0	1·9	1·7	2·8	1·5	1·8	1·3	1·5	2·3
Mittel	2·02	2·01	1·90	2·18	2·10	2·13	2·18	1·93	1·90	1·63	2·00	2·10
						Häufigkeit.						
2—4	7·8	6·5	8·0	8·7	10·7	9·0	9·2	9·3	10·2	7·3	7·5	10·7
4—6	3·7	3·7	4·0	3·8	2·7	2·8	3·8	3·0	2·0	2·0	1·7	3·0
6—8	0·7	1·0	0·3	1·5	1·0	0·7	0·8	0·5	0·5	0·5	1·8	0·3
8—10	0·2	0·2	0·2	—	0·3	0·6	0·2	0·2	—	0·2	—	0·5
Σ	12·4	11·4	12·5	14·0	14·7	13·1	14·0	13·0	12·7	10·0	11·0	14·5
						16. Zürich.						
1865	2·5	2·2	1·4	1·3	1·9	1·9	2·1	1·8	1·1	1·5	1·6	1·4
66	1·5	2·0	1·6	2·2	1·7	1·8	1·4	1·4	2·1	1·0	2·2	2·3
67	2·1	1·8	2·2	2·1	2·0	2·6	2·2	1·7	1·4	1·7	2·1	2·2
68	2·2	1·6	1·5	1·7	1·2	1·9	1·7	1·4	1·3	1·8	1·2	2·6
69	2·1	1·8	1·6	1·4	2·0	2·2	1·5	1·8	1·8	1·6	2·7	2·2
70	2·2	1·7	2·6	1·5	2·0	2·0	2·5	1·4	1·7	1·8	1·5	2·4
Mittel	2·10	1·85	1·65	1·70	1·80	2·07	1·90	1·58	1·57	1·57	1·88	2·18
						Häufigkeit.						
2—4	9·3	8·0	8·2	8·0	8·8	7·8	9·0	7·5	7·7	7·0	8·7	7·7
4—6	3·5	2.2	1·8	1·2	2·2	3·0	2·5	1·3	1·3	1·3	1·8	4·0
6—8	0·7	0·8	0·2	0·2	0·3	0·7	0·5	0·3	0·2	0·7	1·0	1·3
8—10	0·3	—	—	—	—	0·5	0·2	—	—	0·2	0·2	0·2
10—12	0·2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Σ	14·0	11·0	10·2	9·4	11·3	12·0	12·2	9·1	9·2	9·2	11·7	13·2
						17. München.						
1856	2·8	2·4	1·6	2·1	1·9	2·3	2·3	1·5	1·8	1·5	2·6	2·1
57	2·0	2·0	2·2	1·3	2·2	2·2	2·7	1·6	1·8	1·6	1·9	1·9
58	3·2	2·7	2·1	1·9	2·8	2·6	2·1	1·6	1·1	1·5	2·4	1·5
59	2·9	2·5	2·3	2·2	1·6	1·8	2.0	1·9	1·7	1·6	2·5	3·0
60	2·1	2·6	1·9	2·3	2 4	2·6	2·1	2·2	1·5	1·5	1·9	2·9
61	4·1	1·9	1·9	2·0	2·1	2·2	1·9	1·7	1·5	1·7	2·9	2·7
62	2·7	2·1	2·1	1.9	1·8	2·0	2·7	2·0	1·3	1·7	1·7	2.1
63	2·7	1·4	1·3	1·9	1·7	2·1	2·2	1·5	1·6	1·7	2·0	2·2
64	2·9	2·9	1·7	2·2	2·3	1·9	2·1	2·1	1·6	2·0	1·8	2·3
65	2·4	2·7	1·7	1·4	2·3	2·7	2·2	2·1	1·7	1·3	1·7	1·8
Mittel	2·78	2·32	1·88	1·92	2·11	2·24	2·23	1·82	1·56	1·61	2·14	2·22

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
						Häufigkeit.						
2—4	7.9	7·5	9·5	8·6	9·2	9·9	12·2	8·9	6·3	8·4	8·8	8·9
4—6	4·9	3·9	1·9	3·2	3·1	3·9	2·9	1·7	1·7	1·8	2·9	2·7
6—8	1·8	0·9	0·5	0·4	0·8	0·8	0·5	0·7	0·5	0·1	0·9	0·9
8—10	0·8	0·2	0·1	—	0·2	0·1	0·3	0·1	0·1	—	0·4	0·3
10—12	0·3	0·3	0·1	—	0·2		—	—	—	—	0·1	0·2
12—14	0.1	—	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	0·1
14—16	0·1	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
16—18	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·1
Σ	15·9	12·9	12·2	12·2	13·5	14·7	15·9	11·4	8·6	10·3	13·1	13·2

18. Wien.

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
1856	2·1	2·5	1·7	1·6	1·5	2·4	1·9	1·3	1·8	1·1	2·4	1·8
57	1·7	1·5	1·8	1·5	1·8	2·1	2·3	1·7	1·9	1·2	1·5	2·0
58	1·8	2·6	2·1	2·0	1·9	1·2	2·0	1·4	1·2	1·7	2·0	1·6
59	2·4	1·6	2·4	2·4	1·7	1·6	2·3	2·0	1·7	1 4	1·9	2·0
60	1·3	1·6	1·5	2·1	1·8	2·6	1·5	1·9	1·7	1·8	1 8	2·2
61	3·2	1·6	1·7	2·2	2·1	1·7	1·6	1·9	1·2	1·4	1·9	1·7
62	2·7	2·6	1·7	2·0	1·8	1·5	2·2	2·2	1·8	1·7	1·4	2·6
63	1·7	1·7	1·6	2·1	1·8	2·0	1·9	1·6	2·0	1·5	1·5	2·3
64	2·2	2·7	1·5	1·7	2·2	1·6	1·5	2·4	1·7	1·7	1·6	1·7
65	2·2	1·9	1.7	1·6	1·8	1·8	1·7	2·0	2 0	1·7	1·5	1·8
Mittel	2·13	2·03	1·77	1·92	1·82	1·85	1·89	1·84	1·70	1·52	1·75	1·97
						Häufigkeit.						
2—4	7·8	7·3	9·0	8·0	10·1	9·9	9·5	8·7	5·7	7·4	7·8	9·5
4—6	3·8	1·8	2·0	1·7	2·1	1·8	1·8	2·3	2·3	1·5	2·2	2·8
6—8	1·0	1·0	0·4	0·7	0·6	0·5	0·5	0·7	0·7	0·3	0·5	0·7
8—10	0·3	0·6	0·1	0.3	—	0·1	0·2	0·1	0·2	—	—	—
10—12	0·1	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Σ	13·0	10·8	11·5	10·7	12·8	12·3	12·0	11·8	8·9	9·2	10·5	13·0

19. Leipzig.

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
1861	2·4	1·5	1·2	1·6	2·0	1·5	1·5	2·0	1·3	1·7	2·3	1·8
62	2·4	2·1	2·7	2·1	1·5	1·8	2·4	1·5	1·4	1·6	1·5	2·1
63	1·2	1·6	1·3	1·7	2·1	2·3	1·9	1·8	1·6	1·6	1·8	1·7
64	2·1	2·0	1·5	1·8	2·0	1·8	1·5	1·8	1·4	1·7	1·7	2·0
65	1·9	2·7	1·5	1·6	2·3	1·7	1·7	1·5	1·8	1·9	1·6	1·4
66	1·6	2·5	1·7	2·5	1·7	1·9	1·5	1·2	1·8	1·4	2·1	2·4
67	1·9	2·0	1·7	2·4	2·9	2·0	1·8	1·3	1·9	1·2	2·1	3·0
68	2·3	1·6	1·9	1·9	2·0	2·2	1.8	1·6	1·7	1·7	1·4	2·1
69	1·8	1·7	1·1	1·7	2·1	2·4	2·1	2·0	2·2	1·6	2·1	1·8
70	1·6	2·0	1·3	1·6	2·1	2·3	2·0	1·0	1·7	1·8	1·1	2·9
Mittel	1·92	1·97	1·59	1·89	2·07	1.99	1·82	1·57	1·68	1·62	1·77	2·12

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
						Häufigkeit.						
2—4	8·0	8·6	8·2	11·0	9·1	9·4	8·7	7·3	7·3	8·4	8·0	8·9
4—6	1·7	2·6	1·6	1·6	2·5	2·3	2·1	1·9	1·9	1·6	1·7	3·1
6—8	1·0	0·5	0·2	0·4	1·4	0·8	0·4	0·2	0·3	0·1	0·8	1·0
8—10	0·7	—	0·2	—	0·2	0·1	0·1	—	—	—	—	0·4
10—12	—	0·1	—	0·1	0·1	—	—	—	—	—	—	—
Σ	11·4	11·8	10·2	13·1	13·3	12·6	11·3	9·4	9·5	10·1	10·5	13·4
						20. Warschau.						
1860	1·6	1·8	1·3	2·3	1·7	2·2	1·2	2·0	1·5	2·3	1·5	2·2
61	2·4	1·4	1·4	2·1	2·6	1·9	1·8	2·6	2·0	1·6	2·2	2·3
62	3·4	3·2	2·7	2·0	1·7	2·2	2·3	1·9	2·2	2·2	1·9	2·8
63	1·2	1·6	2·1	2·0	2·1	2·3	2·5	1·7	2·2	1·4	1·7	1·5
70	2·8	3·9	1·5	1·6	2·0	1·9	1·9	1·2	1·6	1·5	1·6	2·6
71	3·0	2·8	2·3	1·9	2.1	2·6	2·3	2·1	1·9	1·5	1·6	2·8
Mittel	2·4	2·4	1·9	2·0	2·0	2·2	2·0	1·9	1·9	1·7	1·8	2·4
						Häufigkeit.						
2—4	8·2	9·5	10·2	8·8	11·3	11·7	8·0	8·7	9·0	10·2	7·5	10·0
4—6	3·0	1·8	1·8	2·8	3·0	2·7	3·0	2·7	2·5	1·8	2·2	3·7
6—8	1·5	0·8	0·3	1·2	0·3	0·2	1·3	1·0	0·3	0·5	0·3	1·5
8—10	0·3	0·7	0·2	—	0·2	0·3	0·2	—	—	—	—	0·3
10—12	0·3	0·2	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
12—14	0·2	0·2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
14—16	—	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Σ	13·5	13·3	12·6	12·8	14·8	14·9	12·5	12·4	11·8	12·5	10·0	15·5
						21. Hammerfest.						
1852	2·4	3·0	2·1	1·7	1·6	2·6	2·0	1·7	1·3	1·5	1·7	2·4
53	2·5	2·5	2·4	1·4	1·8	2·2	1·0	1·3	1·2	1·7	2·3	2·5
54	2·9	3·0	2·3	1·5	1·5	1·8	1·7	1·6	1·1	1·9	2·1	2·8
55	2·8	3·3	2·2	1·3	2·0	2·3	1·6	1·7	1·8	1·7	2·9	2·5
56	2·4	2·6	3·0	1·8	1·5	1·7	2·2	1·5	1·4	2·5	2·2	2·7
Σ	2·6	2·9	2·4	1·5	1·7	2·1	1·7	1·6	1·4	1·9	2·2	2·6
						Häufigkeit.						
2—4	10·8	9·0	9·6	7·6	6·4	8.2	6·6	6·0	6·4	7·0	9·4	9·2
4—6	3·6	5·0	3·2	1·2	3·0	3·2	1·4	2·4	0·8	3·6	4·0	5·2
6—8	2·4	1·2	1·4	0·4	0·2	1·0	1·0	0·2	—	0·4	0·8	2·2
8—10	0·2	1·0	0·4	—	—	0·2	0·4	—	—	—	0·2	—
10—12	—	0·2	0·4	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Σ	17·0	16·4	15·0	9·2	9·6	12·6	9·4	8·6	7·2	11·0	14·4	16·6

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
						22. Archangel.						
1847	6·2	3·8	2·9	2·7	2·7	2·4	2·3	2·1	1·5	1·7	2·1	2·8
48	3·0	2·3	2·5	1·8	3·5	2·8	2·2	2·2	1·8	2·1	2·9	5·1
49	4·9	3·1	3·0	2·8	3·3	2·5	2·2	1·6	1·7	1·7	2·5	2·9
50	5·2	4·0	2·9	2·9	2·5	3·8	2·5	2·2	1·7	2.5	2·9	3·5
51	3·7	4·0	2·2	2·6	1·9	3·1	1·7	2·0	2·9	2·2	1·8	2·1
52	5·4	3·6	3·1	2·1	2·7	2·9	1·9	2·0	2·0	2·0	3·3	3·5
53	4·2	3·2	3·3	2·1	3·1	2·7	1·8	2·0	1·6	2·2	1·5	3·9
54	4·9	3·6	2·7	1·9	3·9	3·2	2·5	2·2	1·4	1·4	3·1	2·1
55	3·8	2·5	4·0	2·4	3·1	3·1	2·7	1·7	2·0	2·4	2·1	4·7
56	5·9	2·7	4·2	3·6	3·4	2·4	2·2	1·9	1·6	2·2	3·5	(4·3)
Mittel	4·72	3.28	3·08	2·49	3·01	2·89	2·20	1·99	1·82	2·04	2·57	3·49
						Häufigkeit.						
2—4	7·5	7·2	10·0	8·6	8·8	6·9	8·2	10·7	7·9	9·0	8·7	7·4
4—6	5·3	5·1	4·9	3·5	6·2	4·4	3·3	1·5	2·0	2·7	3·9	5·2
6—8	3·4	2·4	1·8	1·3	2·0	3·3	1·3	0·2	0·4	1·0	1·4	2·5
8—10	2·5	1·4	1·7	1·0	0·7	0·3	0·5	0·3	0·3	0·2	0·3	1·0
10—12	1·4	0·2	0·4	0·1	0·2	0·4	—	—	—	—	0·4	1·0
12—14	0·8	0·3	—	0·1	0·1	—	—	0·1	0·1	—	0·1	0·8
14—16	0·5	0·2	—	—	0·1	—	—	—	—	—	0·1	0·2
16—18	0·2	—	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
18—20	0·2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
20—22	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
22—24	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Σ	22·0	16·8	18·9	14·6	18·1	15·3	13·3	12·8	10·7	12·9	14·9	18·1
						23. Oust Sisolsk.						
1834	2·8	3·2	2·9	2·1	2·6	2·7	2·2	2·1	1·3	1·3	3·3	3·4
35	4·2	2·2	2·2	2·5	2·3	2·0	2·2	1·5	2·6	1·5	3·6	4·5
36	5·0	3·0	2·6	1·7	1·6	2·0	2·1	1·3	1·9	2·8	1·9	3·6
37	4·7	2·6	3·1	2·7	2·7	2·3	2·0	2·0	2·1	1·4	2·0	5·0
38	3·3	3·2	3·3	1·4	2·5	2·4	2·5	1·6	2·3	1·4	2·5	4·2
39	1·5	2·7	2·9	2·4	2·2	2·5	2·3	2·7	2·0	1·7	3·0	3·1
40	2·9	4·3	3·7	2·8	2·7	2·5	2·2	1·6	2·2	1·9	3·6	4·3
41	3·9	3·7	1·8	2·6	2·7	2·8	1·9	2·1	1·6	2·7	2·3	2·9
42	4·5	3·6	2·5	2·3	3·1	2·7	2·3	2·1	1·9	2·4	2·1	4·1
43	3·2	2·3	2·7	2·3	2·1	3·0	2·8	1·9	1·6	1·9	2·8	2·8
Mittel	3·60	3·08	2·77	2·28	2·45	2·49	2·25	1·89	1·95	1·90	2·71	3·79

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
						Häufigkeit.						
2—4	7·2	7·3	8·0	6·7	9·9	9·5	9·7	6·6	7·1	6·2	8·4	8·0
4—6	5·6	3·3	4·7	3·6	4·4	3·3	3·5	3·6	2·5	2·8	4·0	6·3
6—8	3·5	2·5	0·9	1·4	1·3	1·7	1·0	1·0	0·7	1·1	1·8	2·1
8—10	1·4	1·0	1·1	0·3	0·3	0·2	0·3	—	0·2	0·1	0·6	1·8
10—12	0·9	0·3	0·5	0·3	0·1	0·2	0·1	—	0·2	0·2	0·3	0·7
12—14	0·3	0·1	0·2	0·1	—	0·2	0·1	—	—	—	0·1	0·3
14—16	0·1	0·4	0·2	—	—	—	—	—	—	—	—	0·2
16—18	—	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·1
18—20	0·1	—		—	—	—	—	—	—	—	0·1	0·4
Σ	19·1	15·0	15·6	12·4	16·0	15·1	14·7	11·2	10·7	10·4	15·3	19·9

24. Petersburg.

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
1847	3·3	4·0	3·2	2·2	2·4	1·6	1·3	1·3	1·3	1·6	1·9	2·4
48	2·9	2·5	1·4	2·0	2·4	2·0	1·4	1·0	1·6	1·8	2·0	3·4
49	5·0	3·6	3·1	1·4	1·8	1·2	1·7	1·2	1·7	1·8	2·5	2·6
50	3·9	4·7	3·2	1·9	2·7	1·9	1·5	1·4	1·5	1·6	2·2	3·2
51	2·7	2·8	2·5	1·4	1·9	1·8	2·0	1·4	1·5	2·0	1·5	2·2
52	3·3	3·4	2·1	1·9	1·9	1·6	1·4	1·4	1·6	1·7	4·1	3·7
53	2·4	2·5	3·1	1·6	1·6	1·9	0·8	0·9	1·6	1·4	1·5	2·4
54	2·4	2·3	3·0	1·7	2·2	1·4	0·8	1·0	1·7	1·4	2·1	2·0
55	3·2	3·2	3·3	1·5	2·5	1·7	1·8	1·3	1·8	2·2	2·2	3·9
56	3·6	3·7	3·5	1·9	2·2	1·9	1·8	1·1	2·5	2·6	2·8	4·0
Mittel	3·27	3·27	2·84	1·75	2·16	1·70	1·45	1·20	1·68	1·81	2·28	2·98
						Häufigkeit.						
2—4	8·3	9·0	7·3	7·8	9·0	8·7	7·3	5·9	6·9	9·7	8·7	8·1
4—6	5·1	4·2	4·0	1·8	4·2	2·0	1·4	0·7	2·1	2·1	2·7	4·3
6—8	2·7	2·1	2·5	0·2	1·1	0·1	0·1	—	—	0·4	1·8	2·3
8—10	1·4	1·0	1·0	0·1	—	—	—	—	0·1	—	—	0·8
10—12	0·6	0·4	0·6	0·1	0·1	—	—	—	—	—	0·2	0·8
12—14	0·1	0·2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·2
14—16	0·1	0·3	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	0·1
Σ	18·3	17·2	15·5	10·0	14·4	10·8	8·8	6·6	9·1	12·2	13·4	16·6

25. Helsingfors.

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
1847	2·5	4·5	2·3	1·7	1·8	1·3	1·3	1·1	0·7	1·6	1·8	1·5
48	2·4	2·6	1·3	1·4	2·0	1·6	1·0	1·0	1·6	1·8	2·3	2·9
49	4·7	3·6	2·5	1·3	1·5	1·1	0·9	1·2	1·6	1·6	2·2	2·4
50	3·0	4·5	2·7	1·6	2·0	1·1	1·3	1·2	1·3	1·6	2·6	2·4
51	2·8	2·5	2·3	1·3	1·1	1·3	1·2	1·1	1·6	1·8	1·4	2·0
Mittel	3·08	3·54	2·22	1·46	1·68	1·28	1·14	1·12	1·36	1·68	2·06	2·24

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
					Häufigkeit.							
2—4	7·6	7·4	5·4	6·2	8·0	4·8	3·8	3·4	5·8	7·8	8·0	8·6
4—6	6·0	3·4	3·8	1·4	1·6	0·8	0·4	0·8	1·0	2·4	2·2	2·6
6—8	2·8	3·0	1·4	0·2	—	—	0·2	—	0·2	0·2	1·8	0·8
8—10	1·2	1·4	0·4	—	0·2	—	—	—	—	—	0·2	0·6
10—12	0·4	1·0	0·4	—	—	—	—	—	—	—	—	0·4
12—14	—	(0·2)	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·2
Σ	18·0	16·4	11·4	7·8	9·8	5·6	4·4	4·2	7·0	10·4	12·2	13·2
					26. Upsala.							
1865	—	—	—	—	—	1·9	1·7	1·3	2·3	2·4	1·4	2·6
66	2·4	2·4	2·7	2·1	1·1	1·6	1·4	1·1	1·3	1·6	2·8	3·0
67	3·0	3·3	2·5	1·6	1·9	2·3	1·4	1·1	2·1	1·5	3·0	3·4
68	3·2	2·8	2·3	1·7	1·5	1·7	2·1	0·9	1·9	1·9	2·7	2·7
69	2·1	2·7	2·2	2·1	2·1	1·8	1·7	1·5	1·7	2·2	2·6	2·1
70	1·5	3·1	1·9	1·5	1·4	1·7	1·1	1·1	1·4	1·6	1·7	3·4
71	3·0	3.8	1·7	1·2	1·7	1·7	1·1	1·4	1·5	1·5	2·3	3·3
72	0·9	1·5	1·8	1·5	2·1	1·8	1·5	1·4	1·5	1·7	2·2	2·5
73	2·0	2·5	1·6	2·0	1·7	—	—	—	—	—	—	—
Mittel	2·26	2·76	2·09	1·71	1·69	1·81	1·50	1·22	1·71	1·80	2·34	2·87
					Häufigkeit.							
2—4	8·0	9·1	8·0	7·9	6·8	8·1	8·8	6·2	8·1	7·4	7·6	8·4
4—6	2·5	4·5	3·5	1·2	2·9	2·0	0·4	0·4	1·0	2·4	3·8	4·5
6—8	1·5	1·4	1·2	0·4	0·4	0·4	0·1	—	0·2	0·3	0·9	2·4
8—10	0·8	0·8	0·1	0·1	—	0·1	0·1	—	0·1	0·2	0·5	0·6
10—12	0·1	0·1	—	0·1	—	—	—	—	—	—	—	0·4
12—14	0·1	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·2
Σ	13·0	16·0	12·8	9·7	10·1	10·6	9·4	6·6	9·4	10·3	12·8	16·5
					27. Kaluga.							
1851	4·4	4·6	2·5	1·1	2·5	1·9	1·5	1·1	0·7	2·4	2·1	2·7
52	3·8	2·9	1·8	1·8	2·1	1·8	1·9	1·6	1·6	2·3	4·3	4·0
53	2·6	3·0	3·1	1·9	2·5	2·1	1·6	2·1	1·7	1·8	1·5	2·7
54	3·5	2·2	2·5	2·3	1·5	1·3	1·5	1·4	2·0	2·8	3·1	2·4
55	3·2	4·8	2·8	2·1	2·0	2·2	2·0	1·5	2·0	1·9	3·0	4·4
56	3·4	3·7	3·6	2·2	1·9	2·2	1·3	2·1	1·6	2·5	2·9	4·0
57	3·6	3·4	2·3	2·3	3·2	2·2	1·5	1·7	2·1	2·5	2·9	3·2
58	4·8	(4·3)	2·3	1·9	2·4	2·5	1·5	1·6	2·2	2·8	3·1	2·6
59	4·4	2·6	2·8	1·6	2·0	2·0	1·9	2·2	1·9	2·5	2·8	2·9
60	3·5	3·7	2·2	1·7	2·6	1·9	1·4	2·2	2·1	1·6	2·2	3·7
Mittel	3·72	3·52	2·59	1·89	2·27	2·01	1·61	1·75	1·79	2·31	2·79	3·26

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
Häufigkeit.												
2—4	8·8	7·5	7·5	7·9	8·8	8·7	8·4	8·9	7·4	9·0	8·7	7·2
4—6	5·3	5·0	3·5	2·7	3·6	2·5	1·8	1·4	2·6	3·7	3·6	4·3
6—8	3·5	2·8	2·1	0·7	1·2	0·8	0·2	0·4	0·5	1·5	1·0	2·9
8—10	1·1	1·7	0·5	0·2	0·3	0·4	—	0·2	0·3	0·3	1·4	1·9
10—12	1·0	0·5	0·4	—	—	—	—	0·1	0·1	0·1	0·6	0·3
12—14	0·4	0·1	—	—	—	—	—	—	—	0·1	0·2	0·4
14—16	—	0·2	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	0·1
16—18	—	—	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
18—20	0·2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Σ	20·3	17·8	14·2	11·5	13·9	12·4	10·4	11·0	10·9	14·7	15·5	17·1
28. Lugan.												
1847	4·8	2·5	3·8	2·9	2·0	2·0	1·6	1·6	1·7	2·1	2·1	2·8
48	2·8	2·7	1·9	2·1	2·9	2·7	2·5	2·8	2·2	2·0	2·9	5·1
49	4·5	2·7	3·4	1·9	2·8	2·7	1·9	1·7	1·6	2·8	2·5	2·9
50	4·9	4·7	2·2	1·5	1·4	1·3	2·1	1·6	1·9	3·0	2·8	3·4
51	3·3	3·9	4·0	1·9	2·9	2·2	2·2	1·9	1·7	1·9	1·8	2·1
52	4·6	4·2	2·7	2·2	2·1	2·0	2·2	1·9	1·3	3·5	3·3	3·5
53	1·9	2·0	2·4	2·6	2·1	2·7	1·5	2·1	2·2	1·7	1·6	3·9
54	4·2	3·1	2·5	1·6	1·7	1·7	1·6	1·3	1·6	1·9	3·1	2·1
55	4·0	5·6	3·0	2·0	1·3	1·7	1·5	1·9	1 9	1·7	2·0	4·7
56	2·4	3·0	3·1	2·5	1·5	1·9	1·5	2·4	1·9	2·5	3·5	3·4
Mittel	3·74	3·44	2·90	2·12	2·07	2·09	1·86	1·92	1·80	2·31	2·56	3·39
Häufigkeit.												
2—4	9·1	7·3	8·2	9·2	10·1	9·3	8·4	8·7	7·8	9·2	8·6	7·3
4—6	4·4	4·6	4·8	3·5	2·3	3·0	2·1	2·5	1·9	2·7	3·8	5·0
6—8	2·6	1·7	2·5	0·7	0·6	1·1	0·3	0·5	0·7	0·9	1·5	2·4
8—10	1·0	1·5	0·8	—	0·3	0·1	—	0·2	0·1	0·7	0·3	0·9
10—12	0·5	0·5	0·2	0·1	—	0·1	0·2	—	—	0·2	0·4	1·0
12—14	0·5	0·3	0·2	—	—	—	0·1	—	—	0·3	0·1	0·8
14—16	0·7	0·2	0·1	—	0·1	—	—	—	—	—	0·1	—
16—18	0·2	0·3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
18—20	0·1	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
20—22	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Σ	19·2	16·5	16·8	13·5	13·4	13·6	11·1	11·9	10·5	14·0	14·8	17·4
39. Karabagh.												
1862	2·1	2·1	1·4	1·5	1·8	1·4	1·2	1·2	1·4	2·2	1·5	1·4
63	1·2	2·0	1·0	1·3	1·3	1·8	1·5	1·6	0·9	1·0	1·5	2·1
64	—	—	—	—	1·7	1·4	1·1	1·2	1·3	1·6	2·4	1·6
65	1·3	1·7	1·3	0·9	1·1	1·0	1·8	1·5	1·6	1·1	0·9	1·9
66	1·2	1·7	1·6	1·9	1·8	1·2	0·8	1·2	1·3	1·8	2·3	2·7

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October.	Novemb.	Decemb.
1867/68	1·4	2·0	2·7	1·5	1·7	1·5	1·2	1·2	1·2	1·4[1]	1·7[1]	1·8[1]
69	1·7	1·3	1·2	1·7	1·6	1·3	1·3	1·2	1·2	1·0	2·1	—
70	—	—	—	—	—	1·7	1·5	1·3	1·4	1·7	—	—
71	—	—	—	—	1·4	1·4	1·2	1·3	1·6	1·1	—	—
Mittel	1·46	1·81	1·52	1·44	1·56	1·40	1·29	1·30	1·31	1·43	1·79	1·91
					Wahrscheinlichkeit.							
2—4	0·20	0·32	0·16	0·26	0·28	0·21	0·20	0·18	0·19	0·19	0·25	0·27
4—6	0·03	0·07	0·07	0·05	0·05	0·03	0·03	0·03	0·04	0·05	0·08	0·07
6—8	0·02	0·01	0·02	—	—	0·01	—	0·00	—	0·01	0·02	0·02
8—10	—	0·01	—	—	—	—	—	—	0·00	0·00	—	0·01
Σ	0·25	0·41	0·25	0·31	0·33	0·25	0·23	0·21	0·23	0·25	0·35	0·37

30. Orenburg.

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October.	Novemb.	Decemb.
1854	6·8	2·9	3·6	2·2	1·9	2·4	2·4	1·4	—	2·2	2·3	2·5
55	3·4	6·9	2·9	2·5	2·5	2·1	2·2	2·3	2·4	2·6	3·4	6·4
56	4·3	3·8	5·4	2·6	2·2	2·3	1·8	2·2	2·2	2·5	3·4	5·2
57	2·9	5·1	2·9	2·7	3·0	2·2	1·7	2·1	2·1	3·7	4·0	4·5
58	4·6	2·7	3·5	2·0	2·5	2·3	1·5	2·8	2·9	2·8	4·6	4·4
59	5·0	3·3	3·0	2·0	2·8	1·9	2·6	1·7	2·3	2·5	2·8	3·1
60	3·6	3·7	1·4	1·9	2·6	2·2	2·4	2·1	2·4	1·9	3·5	4·8
61	4·5	4·2	2·5	3·4	2·0	2·8	1·6	1·5	1·9	2·1	3·1	—
62	(3·1)	(4·1)	3·9	1·6	3·6	2·7	2·0	2·7	2·2	2·3	1·7	3·5
63	(5·4)	(3·9)	3·3	1·4	1·8	1·9	1·7	1·8	(2·6)	(2·9)	(4·0)	4·4
Mittel	4·36	4·06	3·24	[illegible]·23	2·49	2·28	1·99	2·06	2·33	2·55	3·28	4·31
					Häufigkeit.							
2—4	8·3	6·4	7·7	9·7	10·9	10·2	10·3	8·9	8·2	10·1	8·2	7·7
4—6	6·0	5·0	4·5	3·5	3·4	3·7	2·0	2·2	3·0	3·6	3·6	5·1
6—8	3·1	3·5	2·2	0·8	1·1	0·9	1·3	1·1	1·6	1·5	1·7	3·0
8—10	2·7	1·1	1·2	0·3	0·9	0·4	0·2	0·3	0·5	0·7	1·0	3·7
10—12	1·2	0·9	1·0	—	0·2	—	—	0·2	0·1	0·1	0·6	0·9
12—14	0·6	0·5	0·5	0·1	—	—	—	—	0·1	0·2	0·7	0·9
14—16	0·2	0·4	—	—	—	—	—	—	—	—	0·2	0·5
16—18	0·1	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	0·2	0·2
18—20	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·1
20—22	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Σ	22·4	17·9	17·1	14·4	16·5	15·2	13·8	12·7	13·5	16·2	16·2	22·1

[1] 1868.

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
						31. Bogoslovsk.						
1850	5·2	4·0	3·4	3·1	3·3	3·7	2·4	2·1	1·9	2·9	4·2	4·9
51	6·1	3·5	3·3	3·1	3·6	2·9	1·9	2·2	2·6	3·0	3·4	5·8
52	5·4	5·0	3·4	2·8	2·1	3·2	1·9	1·8	2·2	2·6	4·1	5·1
53	6·5	4·2	3·5	2·5	3·4	2·9	2·0	1·7	1·8	2·9	4·4	4·5
54	5·5	3·6	3·6	2·9	3·9	2·9	2·0	1·3	1·4	2·0	5·3	4·5
55	4·1	3·5	3·9	2·2	2·8	2·7	2·6	2·3	1·7	2·8	3·4	5·8
56	6·4	5·0	3·6	3·1	2·8	2·5	2·1	2·0	1·5	3·2	4·1	6·0
57	4·9	6·8	4·0	3·0	2·3	2·4	2·0	2·4	2·5	5·0	6·1	5·0
58	5·7	4·1	2·8	1·6	3·1	1·9	1·5	1·4	1·7	3·6	3·0	7·6
59	4·5	2·8	3·3	2·4	2·2	3·0	2·0	1·8	1·8	2·6	3·3	4 3
Mittel	5·43	4·25	3·48	2·67	2·95	2·81	2·05	1·90	1·91	3·06	4·13	5·35
						Häufigkeit.						
2—4	6·6	9·4	9·2	7·2	7·8	9·8	9·8	7·2	8·3	8·5	7·4	6·7
4—6	4·5	2·8	5·8	4·1	5·4	4·9	3·0	2·3	2·4	4·8	4·1	5·4
6—8	3·6	3·1	2·5	1·8	2·4	1·7	0·5	1·4	1·0	2·7	2·3	4·3
8—10	2·5	1·7	1·2	1·2	1·2	0·4	0·2	0·1	0·2	0·9	2·2	2·5
10—12	1·7	1·8	0·5	—	0·2	0·4	—	—	—	0·5	1·2	1·7
12—14	1·9	0·5	0·2	0·1	0·1	0·2	—	—	—	0·1	0·7	1·1
14—16	0·5	0·2	0·2	0·1	—	—	—	—	—	—	0·6	1·1
16—18	0·4	0·3	0·3	—	—	—	—	—	—	—	0·2	0·4
18—20	—	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	0·2	0·2
20—22	0·4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	-	0·1
22—24	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·1
24—26	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Σ	22·3	19·9	19·9	14·5	17·1	17·4	13·5	11·0	11·9	17·5	18·9	23·6
						32. Nijne—Taguilsk.						
M6	4·3	3·7	3·2	3·0	3·1	2·8	2·3	2·1	2·4	2·9	4·0	3·9
						Häufigkeit.						
2—4	8·2	6·0	8·8	9·0	10·3	8·3	7·7	9·2	8·0	7·7	6·8	6·0
4—6	5·5	4·5	4·2	5·8	5·0	4·0	2·8	2·5	3·5	6·2	5·0	5·8
6—8	3·7	3·2	2·0	1·7	1·7	3·2	2·5	0·5	1·3	1·6	3·2	3·3
8—10	1·7	1·8	2·1	0·8	1·0	0·3	0·2	0·3	0·5	1·0	1·7	1·3
10—12	1·6	0·5	0·7	—	0·8	0·3	—	0·2	0·3	0·5	0·8	2·0
12—14	0·5	0·7	0·2	—	—	—	—	—	—	—	1·2	0·3
14—16	0·2	0·2	0·3	0·3	—	—	—	—	—	—	0·2	0·2
16—18	—	—	—	—	0·2	—	—	—	—	—	—	—
18—20	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·2
20—22	—	-	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
22—24	0·2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0.2	—
Σ	21·6	16·9	18·3	17·6	19·0	16·1	13·2	12·7	13·6	17·0	19·1	19·1

33. Tobolsk.

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
1853	5·5	3·6	3·6	2·9	3·1	2·2	1·6	1·3	2·2	1·3	3·6	4·9
54	2·7	4·2	2·9	1·4	3·8	2·8	2·6	1·7	1·4	2·1	4·6	3·5
55	2·7	3·6	3·8	2·3	3·2	2·6	2·5	1·8	1·6	1·5	3·4	6·2
56	5·0	2·8	3·6	1·7	3·1	2·0	1·8	1·6	1·6	2·4	3·5	5·8
57	4·0	5·3	4·0	3·3	3·1	2·3	1·9	2·3	2·5	5·4	5·8	5·3
Mittel	3·98	3·90	3·58	2·32	3·26	2·38	2·08	1·74	1·86	2·64	4·18	5·14

Häufigkeit.

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
2—4	8·4	8·8	9·0	8·2	8·0	8·6	8·4	7·8	7·6	8·4	7·6	6·6
4—6	5·2	5·0	3·2	3·4	7·2	3·0	3·8	2·6	2·8	3·0	5·6	6·0
6—8	3·4	2·4	3·0	1·0	3·8	1·6	0·8	0·2	0·4	1·6	2·4	4·4
8—10	2·2	1·6	1·8	0·6	0·8	0·2	0·2	—	0·2	1·2	2·0	2·0
10—12	1·0	0·2	0·6	0·2	0·2	0·4	—	—	—	0·4	1·2	1·4
12—14	1·0	0·4	0·6	0·2	—	—	—	—	—	0·6	1·0	1·6
14—16	0·2	0·2	0·4	—	—	—	—	—	—	—	0·4	0·6
16—18	0·4	0·2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·6
Σ	21·8	18·8	18·6	13·6	20·0	13·8	13·2	10·6	11·0	15·2	20·2	23·2

34. Barnaul.

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
1852	5·5	6·2	3·4	2·4	3·4	3·5	1·8	2·3	2·7	3·0	6·3	4·7
53	6·7	3·5	6·0	2·4	2·4	2·2	1·5	1·8	2·6	3·9	5·2	4·5
54	6·6	5·0	2·6	2·0	3·5	2·5	2·0	1·2	2·1	2·6	5·6	4·6
55	3·7	5·4	5·2	2·1	4·4	1·6	2·3	1·5	2·6	2·8	5·6	8·3
56	4·5	4·0	6·0	3·0	2·7	3·0	1·5	1·8	2·1	2·1	3·3	5·5
57	4·9	5·2	4·3	3·2	2·8	1·8	1·7	2·2	2·8	5·3	5·7	4·5
58	2·7	3·9	3·1	3·0	3·0	2·9	2·3	2·1	3·1	3·3	3·6	7·3
59	4·8	3·7	3·0	2·3	2·6	2·5	1·2	2·0	2·2	2·8	3·6	3·5
60	4·6	5·0	3·0	2·6	2·8	2·1	2·3	1·6	2·6	2·2	5·0	7·1
61	4·8	5·4	3·1	2·8	3·2	2·3	2·0	1·6	2·2	3·1	6·0	6·2
Mittel	4·88	4·73	3·97	2·58	3·08	2·44	1·86	1·81	2·50	3·11	4·99	5·63

Häufigkeit.

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
2—4	6·8	6·9	8·7	8·6	8·7	9·4	8·7	9·1	9·5	10·0	6·6	6·9
4—6	5·1	4·0	5·3	4·2	5·9	4·0	2·6	2·0	3·6	5·5	4·9	5·2
6—8	4·0	2·8	3·0	1·7	2·7	1·2	0·5	1·0	1·8	1·9	3·8	3·3
8—10	2·5	3·7	1·2	0·6	0·9	0·3	—	0·1	0·3	0·9	1·5	2·5
10—12	1·7	1·4	1·2	0·1	0·3	0·3	—	0·1	0·2	0·5	2·5	2·1
12—14	1·1	0·9	0·6	—	0·1	—	—	—	—	0·2	0·5	1·8
14—16	0·4	0·4	0·6	0·1	—	—	—	—	—	0·1	0·7	0·6
16—18	0·5	0·2	—	—	—	—	—	—	—	0·1	0·6	0·5
18—20	0·2	0·1	0·1	—	—	—	—	—	—	—	0·1	0·5
20—22	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·2	(0·2)
Σ	22·3	20·4	20·7	15·3	18·6	15·2	11·8	12·3	15·4	19·2	21·4	23·6

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
						35. Semipalatinsk.						
1855	3·4	4·6	4·6	2·9	3·5	1·9	2·1	2·1	2·3	2·7	4·5	5·8
56	3·4	5·0	3·8	3·5	2·7	2·7	2·2	2·2	2·7	1·4	3·8	4·3
57	4·0	4·5	3·7	2·7	3·4	2·3	2·7	1·9	2·9	4·0	4·4	2·8
58	2·9	3·2	3·9	2·8	2·8	2·1	2·1	2·0	2·7	3·1	2·8	5·9
59	3·8	4·3	2·7	2·3	2·4	3·1	2·1	2·5	1·9	3·0	2·6	3·5
60	4·2	4·3	2·1	2·5	2·9	2·8	2·2	1·9	1·5	2·0	4·5	5·7
61	5·0	4·4	3·2	3·1	3·1	2·3	2·3	1·4	1·9	3·1	3·4	3·6
Mittel	3·81	4·13	3·43	2·73	2·97	2·46	2·24	2·00	2·27	2·76	3·71	4·51
						Häufigkeit.						
2—4	7·9	6·6	7·9	10·9	10·9	8·9	10·3	8·6	7·9	9·7	7·4	6·6
4—6	5·9	4·0	4·6	5·0	4·6	2·7	2·4	3·1	3·3	4·7	4·1	5·7
6—8	3·7	3·4	3·9	1·0	2·0	0·6	1·0	0·9	1·6	1·6	2·3	2·7
8—10	1·7	2·4	1·3	1·0	0·7	0·8	0·6	—	0·4	0·7	1·6	2·0
10—12	1·0	0·6	0·4	0·3	0·7	0·3	—	—	0·2	0·2	0·9	1·4
12—14	0·3	0·7	0·3	—	—	0·3	—	—	0·1	0·1	0·8	0·7
14—16	0·1	0·6	0·3	—	—	—	—	—	—	0·1	0·6	0·5
16—18	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·4
18—20	0·1	0·3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·3
20—22	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·1
Σ	20·7	18·6	18·7	18·2	18·9	13·6	14·3	12·6	13·5	17·1	17·7	20·4
						36. Am Sir Daria.						
1851	3·3	3·6	2·8	2·4	2·1	1·8	2·0	1·7	1·6	2·1	2·2	2·9
52	3·0	3·4	2·2	2·6	2·0	2·4	2·5	2·3	1·3	2·3	3·2	2·2
53	4·0	2·2	2·1	2·5	2·2	2·3	2·0	1·7	2·0	1·7	1·8	2·8
54	3·4	3·2	3·0	1·5	2·5	1·8	1·7	2·2	1·6	1·6	2·0	—
56	3·3	3·3	2·7	1·5	2·2	1·7	1·5	1·2	1·9	2·4	2·5	2·0
57	2·5	4·5	2·6	1·7	2·3	2·6	1·4	1·8	2·1	3·9	3·3	—
65	2·8	3·6	2·4	1·8	3·1	1·9	1·5	1·3	1·5	2·9	2·0	3·6
66	2·9	3·8	2·4	2·8	2·6	1·9	2·4	1·5	1·9	3·6	2·7	3·0
Mittel	3·15	3·45	2·53	2·10	2·37	2·05	1·88	1·71	1·74	2·56	2·46	2·75
						Häufigkeit.						
2—4	9·5	7·5	8·5	9·5	10·4	9·2	9·0	6·7	8·0	7·6	9·9	9·0
4—6	3·5	5·0	3·9	2·3	4·0	2·3	2·6	2·0	1·4	2·9	3·1	3·4
6—8	1·7	3·0	1·7	1·0	0·8	0·9	0·6	0·3	0·6	2·1	1·2	2·8
8—10	1·4	0·9	0·3	0·2	0·3	0·2	0·1	0·6	0·3	1·1	0·6	0·8
10—12	0·9	0·7	0·2	0·1	0·2	—	—	—	—	0·4	0·1	0·8
12—14	0·3	0·4	0·1	—	—	—	—	—	—	0·1	0·1	0·4
14—16	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
16—18	0·2	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Σ	17·5	17·6	14·7	13·1	15·7	12·6	12·3	9·6	10·3	14·2	15·0	17·2

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
					37. Irkutsk.							
1830	3·0	3·0	2·9	2·7	3·2	4·0	2·0	2·6	2·1	2·5	2·7	4·9
31	3·1	2·8	2·9	2·5	2·4	2·0	2·4	2·4	2·5	2·3	4·3	2·6
32	3·2	2·2	2·1	3·1	2·6	2·7	2·1	1·3	2·2	2·5	2·8	3·5
33	2·1	3·3	1·9	3·0	1·9	2·4	2·3	1·7	2·2	2.9	3·1	2·9
34	2·6	2·9	2·8	1·3	3·3	2·6	2·9	2·6	2·4	2·4	3·6	3·9
35	3·9	2·6	2·2	2·3	3·0	2·3	1·7	1·5	1·7	1·9	3·9	3·6
36	2·8	2·4	2·6	2·1	2·2	2·6	1·3	2·5	1·6	2·4	4·2	3·5
37	2·6	2·4	3·0	1·7	2·4	2·3	1·5	1·1	2·4	1·9	3·3	3·9
38	2·2	3·5	2·2	1·4	1·9	2·7	1·5	1·9	2·1	2·3	4·8	3·9
39	2·7	2·6	2·8	2·0	2·3	2·2	2·0	1·7	2·3	2·4	4·1	3·8
Mittel	2·82	2·77	2·54	2·21	2·52	2·53	1·97	1·93	2·15	2·35	3·68	3·66
					Häufigkeit.							
2—4	8·8	9·0	9·8	8·0	9·8	9·0	7·5	7·8	9·5	9·0	7·4	9·4
4—6	4·7	4·2	4·6	3·1	3·1	4·7	3·2	2·1	2·9	4·0	5·9	5·2
6—8	2·1	1·4	1·1	1·2	1·3	1·6	0·8	0·8	0·9	0·9	2·6	2·9
8—10	0·9	1·1	0·9	0·4	0·5	0·3	0·2	0·4	0·4	0·9	1·9	2·0
10—12	0·3	0·1	0·1	0·2	0·1	0·1	—	0·1	—	0·1	0·7	1·0
12—14	0·1	—	—	0·1	0·2	0·2	—	0·1	—	—	0·2	0·1
14—16	—	—	—	—	0·2	0·1	—	—	—	—	0·3	0·1
Σ	16·9	15·8	16·5	13·0	15·2	16·0	11·7	11·3	13·7	14·9	19·0	20·7
					38. Jakutsk.							
M6	3·6	2·9	3·1	2·6	2·4	2·5	2·2	1·7	2·0	2·5	3·5	3·6
					Häufigkeit.							
2—4	8·7	8·2	10·7	8·8	9·3	11·3	9·0	8·5	8·5	6·8	7·8	7·5
4—6	4·0	4·3	3·3	3·2	2·3	2·8	4·7	2·2	3·2	4·3	5·3	6·2
6—8	3·7	2·5	2·7	1·7	1·7	1·3	0·5	0·5	0·5	1·3	2·7	3·3
8—10	0·7	1·2	0·8	1·0	0·7	0·2	0·3	—	0·2	0·2	1·8	1·2
10—12	0·8	—	0·7	0·2	0·2	0·3	—	—	—	0·3	0·9	0·8
12—14	0·3	—	0·3	—	—	—	—	—	—	0·5	0·3	0·3
14—16	0·5	0·2	—	0·2	0·2	—	—	—	—	—	—	—
16—18	0·2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Σ	18·9	16·4	18·5	15·1	14·4	15·9	14·5	11·2	12·4	13·4	18·8	19·3
					39. Nertschinsk.							
1852	1·8	3·0	2·7	2·0	1·5	1·8	1·2	1·6	1·7	3·0	4·3	3·6
53	3·3	2·9	3·8	2·5	2·3	2·0	1·4	1·4	2·0	2·8	3·1	3·0
54	3·3	2·6	2·3	2·3	2·7	1·7	1·2	1·2	1·5	2·3	3·6	3·9
55	2·7	3·1	3·3	2·2	3·3	2·0	1·3	1·7	2·2	2·7	2·7	3·4
56	2·6	2·6	3·1	2·9	3·0	2·8	1·4	1·8	1·9	2·6	3·8	2·6
Mittel	2·74	2·84	3·04	2·38	2·56	2·06	1·30	1·54	1·86	2·68	3·50	3·30

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
						Häufigkeit.						
2—4	11·4	9·0	9·0	10·4	11·2	8·4	6·6	8·6	9·4	11·0	9·8	9·4
4—6	3·6	4·6	6·2	2·8	4·6	3·8	1·0	2·0	1·4	3·0	5·4	5·0
6—8	1·8	2·4	2·8	2·0	1·4	0·4	0·2	—	0·6	2·4	3·0	3·0
8—10	1·0	0·8	0·8	0·2	0·4	0·2	—	—	—	0·8	1·4	0·8
10—12	0·2	—	—	—	0·2	—	—	—	—	—	0·4	1·0
12—14	—	—	—	—	—	—	—	—	0·2	—	0·2	0·2
Σ	18·0	16·8	18·8	15·4	17·8	12·8	7·8	10·6	11·6	17·2	20·2	19·4

40. Ajan.

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
1847	—	—	—	—	—	—	—	—	1·2	3·1	3·7	3·5
48	3·5	3·5	2·2	1·4	1·1	2·7	2·2	1·0	1·1	2·3	2·7	3·6
49	2·9	2·5	2·0	1·9	1·5	2·1	2·1	1·3	—	—	—	—
Mittel	3·2	3·0	2·1	1·7	1·3	2·4	2·1	1·2	1·2	2·7	3·2	3·5
						Häufigkeit.						
2—4	8·0	10·5	8·5	8·0	4·0	6·0	9·0	3·5	5·5	14·0	5·5	5·5
4—6	4·5	3·0	3·5	2·0	2·0	5·0	6·0	1·5	0·5	5·5	6·0	8·0
6—8	2·0	2·5	1·5	0·5	—	1·0	—	—	—	—	2·0	3·5
8—10	1·0	1·5	—	—	—	0·5	—	—	—	0·5	1·5	2·0
10—12	0·5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1·0	0·5
12—14	1·0	—	—	—	—	0·5	—	—	—	0·5	—	—
14—16	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Σ	17·0	17·5	13·5	10·5	6·0	13·0	15·0	5·0	6·0	20·5	16·0	19·5

41. Nicolajewsk a. Amur.

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
1866	2·8	3·1	2·4	2·3	1·3	1·7	1·6	1·2	1·2	2·0	2·4	2·6
67	3·2	3·2	2·4	1·8	1·2	2·1	2·3	1·3	1·5	2·1	3·4	4·1
68	2·4	2·9	2·0	1·5	2·1	2·5	1·3	1·3	1·3	1·9	4·1	2·9
Mittel	2·8	3·1	2·3	1·9	1·5	2·1	1·7	1·3	1·3	2·0	3·3	3·2
						Häufigkeit.						
2—4	11·0	7·7	9·7	8·0	9·0	8·0	10·0	4·3	6·7	7·7	7·7	7·7
4—6	3·7	6·0	4·3	2·3	1·0	3·7	1·7	1·0	1·7	4·0	5·3	7·3
6—8	2·0	1·3	1·0	0·3	0·3	0·7	0·3	—	—	—	2·7	2·7
8—10	1·0	0·7	—	0·7	—	0·3	—	—	—	0·3	1·0	0·7
10—12	0·3	0·7	—	—	—	—	—	—	—	0·3	1·3	0·3
12—14	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·3
Σ	18·0	16·4	15·0	11·3	10·3	12·7	12·0	5·3	8·4	12·3	18·0	19·0

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
42. Peking.												
1868	—	—	—	1·7	2·5	1·5	1·9	1·2	1·3	1·3	2·1	2·4
69	1·6	2·0	2·0	1·7	2·3	2·3	2·0	1·3	1·2	1·3	1·9	1·5
70	2·3	2·6	2·9	2·2	2·3	2·4	1·7	1·4	1·7	1·9	1·8	2·9
71	1·8	1·9	1·6	1·6	2·7	2·2	1·7	1·3	1·4	1·7	2·0	1·8
72	1·5	1·7	2·3	2·0	2·1	1·8	1·7	1·7	1·4	1·7	2·1	2·3
Mittel	1·8	2·0	2·2	1·8	2·4	2·0	1·8	1·4	1·4	1·6	2·0	2·2
Häufigkeit.												
2—4	9·8	9·0	12·7	10·6	11·8	9·0	9·6	7·0	5·0	7·4	9·8	11·4
4—6	1·5	2·5	3·7	2·4	4·2	3·2	2·0	0·8	0·6	2·0	2·0	2·8
6—8	0·5	0·3	0·5	0·2	1·0	0·8	0·8	—	0·4	0·2	1·0	0·6
8—10	—	0·2	—	—	0·2	—	—	—	—	—	—	0·4
Σ	11·8	12·0	16·9	13·2	17·2	13·0	12·4	7·8	6·0	9·6	12·8	15·2
43. Hakodadi.												
1859	2·6	1·6	1·5	1·9	1·5	1·3	1·0	1·0	1·3	2·2	2·0	2·2
60	2·2	2·5	1·5	1·6	1·2	1·8	1·0	1·0	0·9	2·0	2·7	3·6
61	2·6	2·5	1·5	1·7	1·6	1·1	1·9	0·9	1·8	1·7	2·7	2·5
62	1·9	2·4	1·8	1·3	1·9	1·5	1·2	1·4	1·4	1·6	2·0	2·7
Mittel	2·32	2·25	1·56	1·62	1·55	1·42	1·27	1·07	1·35	1·87	2·35	2·75
Häufigkeit.												
2—4	9·2	8·0	6·8	9·5	8·2	7·0	5·5	6·0	6·8	7·2	8·2	10·2
4—6	4·2	4·5	0·8	1·0	0·5	1·2	0·5	—	0·7	3·8	5·8	4·5
6—8	1·5	0·5	—	—	0·7	—	0·2	—	0·5	0·2	—	2·2
8—10	0·3	0·2	0·7	—	—	—	—	—	—	—	0·5	0·3
10—12	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·2
12—14	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·2
Σ	15·2	13·2	8·3	10·5	9·4	8·2	6·2	6·0	8·0	11·2	14·5	17·6
44. Sitka.												
1865	2·0	1·9	1·8	0·7	0·9	0·8	1·0	0·8	1·0	1·5	2·0	1·7
66	2·3	1·8	1·6	1·0	1·0	0·9	0·8	0·6	1·0	1·6	1·1	1·7
67	2·1	2·5	1·2	1·0	0·9	1·0	0·6	0·6	1·4	1·3	—	—
Mittel	2·1	2·0	1·5	0·9	0·9	0·9	0·8	0·7	1·1	1·5	1·6	1·7
Häufigkeit.												
2—4	10·0	7·0	4·7	3·0	4·7	3·0	2·0	0·7	4·7	7·7	7·0	8·5
4—6	2·0	3·3	2·3	0·3	—	—	—	—	—	0·7	0·5	2·0
6—8	1·0	0·7	1·0	—	—	—	—	—	—	—	0·5	0·5
8—10	0·3	0·3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Σ	13·3	11·3	8·0	3·3	4·7	3·0	2·0	0·7	4·7	8·4	8·0	11·0

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
						Häufigkeit.						
2—4	7·2	7·3	8·0	6·7	9·9	9·5	9·7	6·6	7·1	6·2	8·4	8·0
4—6	5·6	3·3	4·7	3·6	4·4	3·3	3·5	3·6	2·5	2·8	4·0	6·3
6—8	3·5	2·5	0·9	1·4	1·3	1·7	1·0	1·0	0·7	1·1	1·8	2·1
8—10	1·4	1·0	1·1	0·3	0·3	0·2	0·3	—	0·2	0·1	0·6	1·8
10—12	0·9	0·3	0·5	0·3	0·1	0·2	0·1	—	0·2	0·2	0·3	0·7
12—14	0·3	0·1	0·2	0·1	—	0·2	0·1	—	—	—	0·1	0·3
14—16	0·1	0·4	0·2	—	—	—	—	—	—	—	—	0·2
16—18	—	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·1
18—20	0·1	—		—	—	—	—	—	—	—	0·1	0·4
Σ	19·1	15·0	15·6	12·4	16·0	15·1	14·7	11·2	10·7	10·4	15·3	19·9

24. **Petersburg.**

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
1847	3·3	4·0	3·2	2·2	2·4	1·6	1·3	1·3	1·3	1·6	1·9	2·4
48	2·9	2·5	1·4	2·0	2·4	2·0	1·4	1·0	1·6	1·8	2·0	3·4
49	5·0	3·6	3·1	1·4	1·8	1·2	1·7	1·2	1·7	1·8	2·5	2·6
50	3·9	4·7	3·2	1·9	2·7	1·9	1·5	1·4	1·5	1·6	2·2	3·2
51	2·7	2·8	2·5	1·4	1·9	1·8	2·0	1·4	1·5	2·0	1·5	2·2
52	3·3	3·4	2·1	1·9	1·9	1·6	1·4	1·4	1·6	1·7	4·1	3·7
53	2·4	2·5	3·1	1·6	1·6	1·9	0·8	0·9	1·6	1·4	1·5	2·4
54	2·4	2·3	3·0	1·7	2·2	1·4	0·8	1·0	1·7	1·4	2·1	2·0
55	3·2	3·2	3·3	1·5	2·5	1·7	1·8	1·3	1·8	2·2	2·2	3·9
56	3·6	3·7	3·5	1·9	2·2	1·9	1·8	1·1	2·5	2·6	2·8	4·0
Mittel	3·27	3·27	2·84	1·75	2·16	1·70	1·45	1·20	1·68	1·81	2·28	2·98
						Häufigkeit.						
2—4	8·3	9·0	7·3	7·8	9·0	8·7	7·3	5·9	6·9	9·7	8·7	8·1
4—6	5·1	4·2	4·0	1·8	4·2	2·0	1·4	0·7	2·1	2·1	2·7	4·3
6—8	2·7	2·1	2·5	0·2	1·1	0·1	0·1	—	—	0·4	1·8	2·3
8—10	1·4	1·0	1·0	0·1	—	—	—	—	0·1	—	—	0·8
10—12	0·6	0·4	0·6	0·1	0·1	—	—	—	—	—	0·2	0·8
12—14	0·1	0·2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·2
14—16	0·1	0·3	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	0·1
Σ	18·3	17·2	15·5	10·0	14·4	10·8	8·8	6·6	9·1	12·2	13·4	16·6

25. **Helsingfors.**

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
1847	2·5	4·5	2·3	1·7	1·8	1·3	1·3	1·1	0·7	1·6	1·8	1·5
48	2·4	2·6	1·3	1·4	2·0	1·6	1·0	1·0	1·6	1·8	2·3	2·9
49	4·7	3·6	2·5	1·3	1·5	1·1	0·9	1·2	1·6	1·6	2·2	2·4
50	3·0	4·5	2·7	1·6	2·0	1·1	1·3	1·2	1·3	1·6	2·6	2·4
51	2·8	2·5	2·3	1·3	1·1	1·3	1·2	1·1	1·6	1·8	1·4	2·0
Mittel	3·08	3·54	2·22	1·46	1·68	1·28	1·14	1·12	1·36	1·68	2·06	2·24

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
						Häufigkeit.						
2—4	7·6	7·4	5·4	6·2	8·0	4·8	3·8	3·4	5·8	7·8	8·0	8·6
4—6	6·0	3·4	3·8	1·4	1·6	0·8	0·4	0·8	1·0	2·4	2·2	2·6
6—8	2·8	3·0	1·4	0·2	—	—	0·2	—	0·2	0·2	1·8	0·8
8—10	1·2	1·4	0·4	—	0·2	—	—	—	—	—	0·2	0·6
10—12	0·4	1·0	0·4	—	—	—	—	—	—	—	—	0·4
12—14	—	(0·2)	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·2
Σ	18·0	16·4	11·4	7·8	9·8	5·6	4·4	4·2	7·0	10·4	12·2	13·2
						26. Upsala.						
1865	—	—	—	—	—	1·9	1·7	1·3	2·3	2·4	1·4	2·6
66	2·4	2·4	2·7	2·1	1·1	1·6	1·4	1·1	1·3	1·6	2·8	3·0
67	3·0	3·3	2·5	1·6	1·9	2·3	1·4	1·1	2·1	1·5	3·0	3·4
68	3·2	2·8	2·3	1·7	1·5	1·7	2·1	0·9	1·9	1·9	2·7	2·7
69	2·1	2·7	2·2	2·1	2·1	1·8	1·7	1·5	1·7	2·2	2·6	2·1
70	1·5	3·1	1·9	1·5	1·4	1·7	1·1	1·1	1·4	1·6	1·7	3·4
71	3·0	3.8	1·7	1·2	1·7	1·7	1·1	1·4	1·5	1·5	2·3	3·3
72	0·9	1·5	1·8	1·5	2·1	1·8	1·5	1·4	1·5	1·7	2·2	2·5
73	2·0	2·5	1·6	2·0	1·7	—	—	—	—	—	—	—
Mittel	2·26	2·76	2·09	1·71	1·69	1·81	1·50	1·22	1·71	1·80	2·34	2·87
						Häufigkeit.						
2—4	8·0	9·1	8·0	7·9	6·8	8·1	8·8	6·2	8·1	7·4	7·6	8·4
4—6	2·5	4·5	3·5	1·2	2·9	2·0	0·4	0·4	1·0	2·4	3·8	4·5
6—8	1·5	1·4	1·2	0·4	0·4	0·4	0·1	—	0·2	0·3	0·9	2·4
8—10	0·8	0·8	0·1	0·1	—	0·1	0·1	—	0·1	0·2	0·5	0·6
10—12	0·1	0·1	—	0·1	—	—	—	—	—	—	—	0·4
12—14	0·1	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·2
Σ	13·0	16·0	12·8	9·7	10·1	10·6	9·4	6·6	9·4	10·3	12·8	16·5
						27. Kaluga.						
1851	4·4	4·6	2·5	1·1	2·5	1·9	1·5	1·1	0·7	2·4	2·1	2·7
52	3·8	2·9	1·8	1·8	2·1	1·8	1·9	1·6	1·6	2·3	4·3	4·0
53	2·6	3·0	3·1	1·9	2·5	2·1	1·6	2·1	1·7	1·8	1·5	2·7
54	3·5	2·2	2·5	2·3	1·5	1·3	1·5	1·4	2·0	2·8	3·1	2·4
55	3·2	4·8	2·8	2·1	2·0	2·2	2·0	1·5	2·0	1·9	3·0	4·4
56	3·4	3·7	3·6	2·2	1·9	2·2	1·3	2·1	1·6	2·5	2·9	4·0
57	3·6	3·4	2·3	2·3	3·2	2·2	1·5	1·7	2·1	2·5	2·9	3·2
58	4·8	(4·3)	2·3	1·9	2·4	2·5	1·5	1·6	2·2	2·8	3·1	2·6
59	4·4	2·6	2·8	1·6	2·0	2·0	1·9	2·2	1·9	2·5	2·8	2·9
60	3·5	3·7	2·2	1·7	2·6	1·9	1·4	2·2	2·1	1·6	2·2	3·7
Mittel	3·72	3·52	2·59	1·89	2·27	2·01	1·61	1·75	1·79	2·31	2·79	3·26

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
						Häufigkeit.						
2—4	8·8	7·5	7·5	7·9	8·8	8·7	8·4	8·9	7·4	9·0	8·7	7·2
4—6	5·3	5·0	3·5	2·7	3·6	2·5	1·8	1·4	2·6	3·7	3·6	4·3
6—8	3·5	2·8	2·1	0·7	1·2	0·8	0·2	0·4	0·5	1·5	1·0	2·9
8—10	1·1	1·7	0·5	0·2	0·3	0·4	—	0·2	0·3	0·3	1·4	1·9
10—12	1·0	0·5	0·4	—	—	—	—	0·1	0·1	0·1	0·6	0·3
12—14	0·4	0·1	—	—	—	—	—	—	—	0·1	0·2	0·4
14—16	—	0·2	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	0·1
16—18	—	—	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
18—20	0·2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Σ	20·3	17·8	14·2	11·5	13·9	12·4	10·4	11·0	10·9	14·7	15·5	17·1

28. Lugan.

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
1847	4·8	2·5	3·8	2·9	2·0	2·0	1·6	1·6	1·7	2·1	2·1	2·8
48	2·8	2·7	1·9	2·1	2·9	2·7	2·5	2·8	2·2	2·0	2·9	5·1
49	4·5	2·7	3·4	1·9	2·8	2·7	1·9	1·7	1·6	2·8	2·5	2·9
50	4·9	4·7	2·2	1·5	1·4	1·3	2·1	1·6	1·9	3·0	2·8	3·4
51	3·3	3·9	4·0	1·9	2·9	2·2	2·2	1·9	1·7	1·9	1·8	2·1
52	4·6	4·2	2·7	2·2	2·1	2·0	2·2	1·9	1·3	3·5	3·3	3·5
53	1·9	2·0	2·4	2·6	2·1	2·7	1·5	2·1	2·2	1·7	1·6	3·9
54	4·2	3·1	2·5	1·6	1·7	1·7	1·6	1·3	1·6	1·9	3·1	2·1
55	4·0	5·6	3·0	2·0	1·3	1·7	1·5	1·9	1 9	1·7	2·0	4·7
56	2·4	3·0	3·1	2·5	1·5	1·9	1·5	2·4	1·9	2·5	3·5	3·4
Mittel	3·74	3·44	2·90	2·12	2·07	2·09	1·86	1·92	1·80	2·31	2·56	3·39
						Häufigkeit.						
2—4	9·1	7·3	8·2	9·2	10·1	9·3	8·4	8·7	7·8	9·2	8·6	7·3
4—6	4·4	4·6	4·8	3·5	2·3	3·0	2·1	2·5	1·9	2·7	3·8	5·0
6—8	2·6	1·7	2·5	0·7	0·6	1·1	0·3	0·5	0·7	0·9	1·5	2·4
8—10	1·0	1·5	0·8	—	0·3	0·1	—	0·2	0·1	0·7	0·3	0·9
10—12	0·5	0·5	0·2	0·1	—	0·1	0·2	—	—	0·2	0·4	1·0
12—14	0·5	0·3	0·2	—	—	—	0·1	—	—	0·3	0·1	0·8
14—16	0·7	0·2	0·1	—	0·1	—	—	—	—	—	0·1	—
16—18	0·2	0·3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
18—20	0·1	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
20—22	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Σ	19·2	16·5	16·8	13·5	13·4	13·6	11·1	11·9	10·5	14·0	14·8	17·4

39. Karabagh.

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
1862	2·1	2·1	1·4	1·5	1·8	1·4	1·2	1·2	1·4	2·2	1·5	1·4
63	1·2	2·0	1·0	1·3	1·3	1·8	1·5	1·6	0·9	1·0	1·5	2·1
64	—	—	—	—	1·7	1·4	1·1	1·2	1·3	1·6	2·4	1·6
65	1·3	1·7	1·3	0·9	1·1	1·0	1·8	1·5	1·6	1·1	0·9	1·9
66	1·2	1·7	1·6	1·9	1·8	1·2	0·8	1·2	1·3	1·8	2·3	2·7

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October.	Novemb.	Decemb.
1867/68	1·4	2·0	2·7	1·5	1·7	1·5	1·2	1·2	1·2	1·4[1]	1·7[1]	1·8[1]
69	1·7	1·3	1·2	1·7	1·6	1·3	1·3	1·2	1·2	1·0	2·1	—
70	—	—	—	—	—	1·7	1·5	1·3	1·4	1·7	—	—
71	—	—	—	—	1·4	1·4	1·2	1·3	1·6	1·1	—	—
Mittel	1·46	1·81	1·52	1·44	1·56	1·40	1·29	1·30	1·31	1·43	1·79	1·91

Wahrscheinlichkeit.

2—4	0·20	0·32	0·16	0·26	0·28	0·21	0·20	0·18	0·19	0·19	0·25	0·27
4—6	0·03	0·07	0·07	0·05	0·05	0·03	0·03	0·03	0·04	0·05	0·08	0·07
6—8	0·02	0·01	0·02	—	—	0·01	—	0·00	—	0·01	0·02	0·02
8—10	—	0·01	—	—	—	—	—	—	0·00	0·00	—	0·01
Σ	0·25	0·41	0·25	0·31	0·33	0·25	0·23	0·21	0·23	0·25	0·35	0·37

30. Orenburg.

1854	6·8	2·9	3·6	2·2	1·9	2·4	2·4	1·4	—	2·2	2·3	2·5
55	3·4	6·9	2·9	2·5	2·5	2·1	2·2	2·3	2·4	2·6	3·4	6·4
56	4·3	3·8	5·4	2·6	2·2	2·3	1·8	2·2	2·2	2·5	3·4	5·2
57	2·9	5·1	2·9	2·7	3·0	2·2	1·7	2·1	2·1	3·7	4·0	4·5
58	4·6	2·7	3·5	2·0	2·5	2·3	1·5	2·8	2·9	2·8	4·6	4·4
59	5·0	3·3	3·0	2·0	2·8	1·9	2·6	1·7	2·3	2·5	2·8	3·1
60	3·6	3·7	1·4	1·9	2·6	2·2	2·4	2·1	2·4	1·9	3·5	4·8
61	4·5	4·2	2·5	3·4	2·0	2·8	1·6	1·5	1·9	2·1	3·1	—
62	(3·1)	(4·1)	3·9	1·6	3·6	2·7	2·0	2·7	2·2	2·3	1·7	3·5
63	(5·4)	(3·9)	3·3	1·4	1·8	1·9	1·7	1·8	(2·6)	(2·9)	(4·0)	4·4
Mittel	4·36	4·06	3·24	[illegible]·23	2·49	2·28	1·99	2·06	2·33	2·55	3·28	4·31

Häufigkeit.

2—4	8·3	6·4	7·7	9·7	10·9	10·2	10·3	8·9	8·2	10·1	8·2	7·7
4—6	6·0	5·0	4·5	3·5	3·4	3·7	2·0	2·2	3·0	3·6	3·6	5·1
6—8	3·1	3·5	2·2	0·8	1·1	0·9	1·3	1·1	1·6	1·5	1·7	3·0
8—10	2·7	1·1	1·2	0·3	0·9	0·4	0·2	0·3	0·5	0·7	1·0	3·7
10—12	1·2	0·9	1·0	—	0·2	—	—	0·2	0·1	0·1	0·6	0·9
12—14	0·6	0·5	0·5	0·1	—	—	—	—	0·1	0·2	0·7	0·9
14—16	0·2	0·4	—	—	—	—	—	—	—	—	0·2	0·5
16—18	0·1	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	0·2	0·2
18—20	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·1
20—22	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Σ	22·4	17·9	17·1	14·4	16·5	15·2	13·8	12·7	13·5	16·2	16·2	22·1

[1] 1868.

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
						31. Bogoslovsk.						
1850	5·2	4·0	3·4	3·1	3·3	3·7	2·4	2·1	1·9	2·9	4·2	4·9
51	6·1	3·5	3·3	3·1	3·6	2·9	1·9	2·2	2·6	3·0	3·4	5·8
52	5·4	5·0	3·4	2·8	2·1	3·2	1·9	1·8	2·2	2·6	4·1	5·1
53	6·5	4·2	3·5	2·5	3·4	2·9	2·0	1·7	1·8	2·9	4·4	4·5
54	5·5	3·6	3·6	2·9	3·9	2·9	2·0	1·3	1·4	2·0	5·3	4·5
55	4·1	3·5	3·9	2·2	2·8	2·7	2·6	2·3	1·7	2·8	3·4	5·8
56	6·4	5·0	3·6	3·1	2·8	2·5	2·1	2·0	1·5	3·2	4·1	6·0
57	4·9	6·8	4·0	3·0	2·3	2·4	2·0	2·4	2·5	5·0	6·1	5·0
58	5·7	4·1	2·8	1·6	3·1	1·9	1·5	1·4	1·7	3·6	3·0	7·6
59	4·5	2·8	3·3	2·4	2·2	3·0	2·0	1·8	1·8	2·6	3·3	4 3
Mittel	5·43	4·25	3·48	2·67	2·95	2·81	2·05	1·90	1·91	3·06	4·13	5·35
						Häufigkeit.						
2—4	6·6	9·4	9·2	7·2	7·8	9·8	9·8	7·2	8·3	8·5	7·4	6·7
4—6	4·5	2·8	5·8	4·1	5·4	4·9	3·0	2·3	2·4	4·8	4·1	5·4
6—8	3·6	3·1	2·5	1·8	2·4	1·7	0·5	1·4	1·0	2·7	2·3	4·3
8—10	2·5	1·7	1·2	1·2	1·2	0·4	0·2	0·1	0·2	0·9	2·2	2·5
10—12	1·7	1·8	0·5	—	0·2	0·4	—	—	—	0·5	1·2	1·7
12—14	1·9	0·5	0·2	0·1	0·1	0·2	—	—	—	0·1	0·7	1·1
14—16	0·5	0·2	0·2	0·1	—	—	—	—	—	—	0·6	1·1
16—18	0·4	0·3	0·3	—	—	—	—	—	—	—	0·2	0·4
18—20	—	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	0·2	0·2
20—22	0·4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	-	0·1
22—24	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·1
24—26	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Σ	22·3	19·9	19·9	14·5	17·1	17·4	13·5	11·0	11·9	17·5	18·9	23·6
						32. Nijne—Taguilsk.						
M6	4·3	3·7	3·2	3·0	3·1	2·8	2·3	2·1	2·4	2·9	4·0	3·9
						Häufigkeit.						
2—4	8·2	6·0	8·8	9·0	10·3	8·3	7·7	9·2	8·0	7·7	6·8	6·0
4—6	5·5	4·5	4·2	5·8	5·0	4·0	2·8	2·5	3·5	6·2	5·0	5·8
6—8	3·7	3·2	2·0	1·7	1·7	3·2	2·5	0·5	1·3	1·6	3·2	3·3
8—10	1·7	1·8	2·1	0·8	1·0	0·3	0·2	0·3	0·5	1·0	1·7	1·3
10—12	1·6	0·5	0·7	—	0·8	0·3	—	0·2	0·3	0·5	0·8	2·0
12—14	0·5	0·7	0·2	—	—	—	—	—	—	—	1·2	0·3
14—16	0·2	0·2	0·3	0·3	—	—	—	—	—	—	0·2	0·2
16—18	—	—	—	—	0·2	—	—	—	—	—	—	—
18—20	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·2
20—22	—	-	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
22—24	0·2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0.2	—
Σ	21·6	16·9	18·3	17·6	19·0	16·1	13·2	12·7	13·6	17·0	19·1	19·1

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
					33. Tobolsk.							
1853	5·5	3·6	3·6	2·9	3·1	2·2	1·6	1·3	2·2	1·3	3·6	4·9
54	2·7	4·2	2·9	1·4	3·8	2·8	2·6	1·7	1·4	2·1	4·6	3·5
55	2·7	3·6	3·8	2·3	3·2	2·6	2·5	1·8	1·6	1·5	3·4	6·2
56	5·0	2·8	3·6	1·7	3·1	2·0	1·8	1·6	1·6	2·4	3·5	5·8
57	4·0	5·3	4·0	3·3	3·1	2·3	1·9	2·3	2·5	5·4	5·8	5·3
Mittel	3·98	3·90	3·58	2·32	3·26	2·38	2·08	1·74	1·86	2·64	4·18	5·14
					Häufigkeit.							
2—4	8·4	8·8	9·0	8·2	8·0	8·6	8·4	7·8	7·6	8·4	7·6	6·6
4—6	5·2	5·0	3·2	3·4	7·2	3·0	3·8	2·6	2·8	3·0	5·6	6·0
6—8	3·4	2·4	3·0	1·0	3·8	1·6	0·8	0·2	0·4	1·6	2·4	4·4
8—10	2·2	1·6	1·8	0·6	0·8	0·2	0·2	—	0·2	1·2	2·0	2·0
10—12	1·0	0·2	0·6	0·2	0·2	0·4	—	—	—	0·4	1·2	1·4
12—14	1·0	0·4	0·6	0·2	—	—	—	—	—	0·6	1·0	1·6
14—16	0·2	0·2	0·4	—	—	—	—	—	—	—	0·4	0·6
16—18	0·4	0·2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·6
Σ	21·8	18·8	18·6	13·6	20·0	13·8	13·2	10·6	11·0	15·2	20·2	23·2
					34. Barnaul.							
1852	5·5	6·2	3·4	2·4	3·4	3·5	1·8	2·3	2·7	3·0	6·3	4·7
53	6·7	3·5	6·0	2·4	2·4	2·2	1·5	1·8	2·6	3·9	5·2	4·5
54	6·6	5·0	2·6	2·0	3·5	2·5	2·0	1·2	2·1	2·6	5·6	4·6
55	3·7	5·4	5·2	2·1	4·4	1·6	2·3	1·5	2·6	2·8	5·6	8·3
56	4·5	4·0	6·0	3·0	2·7	3·0	1·5	1·8	2·1	2·1	3·3	5·5
57	4·9	5·2	4·3	3·2	2·8	1·8	1·7	2·2	2·8	5·3	5·7	4·5
58	2·7	3·9	3·1	3·0	3·0	2·9	2·3	2·1	3·1	3·3	3·6	7·3
59	4·8	3·7	3·0	2·3	2·6	2·5	1·2	2·0	2·2	2·8	3·6	3·5
60	4·6	5·0	3·0	2·6	2·8	2·1	2·3	1·6	2·6	2·2	5·0	7·1
61	4·8	5·4	3·1	2·8	3·2	2·3	2·0	1·6	2·2	3·1	6·0	6·2
Mittel	4·88	4·73	3·97	2·58	3·08	2·44	1·86	1·81	2·50	3·11	4·99	5·63
					Häufigkeit.							
2—4	6·8	6·9	8·7	8·6	8·7	9·4	8·7	9·1	9·5	10·0	6·6	6·9
4—6	5·1	4·0	5·3	4·2	5·9	4·0	2·6	2·0	3·6	5·5	4·9	5·2
6—8	4·0	2·8	3·0	1·7	2·7	1·2	0·5	1·0	1·8	1·9	3·8	3·3
8—10	2·5	3·7	1·2	0·6	0·9	0·3	—	0·1	0·3	0·9	1·5	2·5
10—12	1·7	1·4	1·2	0·1	0·3	0·3	—	0·1	0·2	0·5	2·5	2·1
12—14	1·1	0·9	0·6	—	0·1	—	—	—	—	0·2	0·5	1·8
14—16	0·4	0·4	0·6	0·1	—	—	—	—	—	0·1	0·7	0·6
16—18	0·5	0·2	—	—	—	—	—	—	—	0·1	0·6	0·5
18—20	0·2	0·1	0·1	—	—	—	—	—	—	—	0·1	0·5
20—22	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·2	(0·2)
Σ	22·3	20·4	20·7	15·3	18·6	15·2	11·8	12·3	15·4	19·2	21·4	23·6

35. Semipalatinsk.

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
1855	3·4	4·6	4·6	2·9	3·5	1·9	2·1	2·1	2·3	2·7	4·5	5·8
56	3·4	5·0	3·8	3·5	2·7	2·7	2·2	2·2	2·7	1·4	3·8	4·3
57	4·0	4·5	3·7	2·7	3·4	2·3	2·7	1·9	2·9	4·0	4·4	2·8
58	2·9	3·2	3·9	2·8	2·8	2·1	2·1	2·0	2·7	3·1	2·8	5·9
59	3·8	4·3	2·7	2·3	2·4	3·1	2·1	2·5	1·9	3·0	2·6	3·5
60	4·2	4·3	2·1	2·5	2·9	2·8	2·2	1·9	1·5	2·0	4·5	5·7
61	5·0	4·4	3·2	3·1	3·1	2·3	2·3	1·4	1·9	3·1	3·4	3·6
Mittel	3·81	4·13	3·43	2·73	2·97	2·46	2·24	2·00	2·27	2·76	3·71	4·51

Häufigkeit.

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
2—4	7·9	6·6	7·9	10·9	10·9	8·9	10·3	8·6	7·9	9·7	7·4	6·6
4—6	5·9	4·0	4·6	5·0	4·6	2·7	2·4	3·1	3·3	4·7	4·1	5·7
6—8	3·7	3·4	3·9	1·0	2·0	0·6	1·0	0·9	1·6	1·6	2·3	2·7
8—10	1·7	2·4	1·3	1·0	0·7	0·8	0·6	—	0·4	0·7	1·6	2·0
10—12	1·0	0·6	0·4	0·3	0·7	0·3	—	—	0·2	0·2	0·9	1·4
12—14	0·3	0·7	0·3	—	—	0·3	—	—	0·1	0·1	0·8	0·7
14—16	0·1	0·6	0·3	—	—	—	—	—	—	0·1	0·6	0·5
16—18	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·4
18—20	0·1	0·3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·3
20—22	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·1
Σ	20·7	18·6	18·7	18·2	18·9	13·6	14·3	12·6	13·5	17·1	17·7	20·4

36. Am Sir Daria.

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
1851	3·3	3·6	2·8	2·4	2·1	1·8	2·0	1·7	1·6	2·1	2·2	2·9
52	3·0	3·4	2·2	2·6	2·0	2·4	2·5	2·3	1·3	2·3	3·2	2·2
53	4·0	2·2	2·1	2·5	2·2	2·3	2·0	1·7	2·0	1·7	1·8	2·8
54	3·4	3·2	3·0	1·5	2·5	1·8	1·7	2·2	1·6	1·6	2·0	—
56	3·3	3·3	2·7	1·5	2·2	1·7	1·5	1·2	1·9	2·4	2·5	2·0
57	2·5	4·5	2·6	1·7	2·3	2·6	1·4	1·8	2·1	3·9	3·3	—
65	2·8	3·6	2·4	1·8	3·1	1·9	1·5	1·3	1·5	2·9	2·0	3·6
66	2·9	3·8	2·4	2·8	2·6	1·9	2·4	1·5	1·9	3·6	2·7	3·0
Mittel	3·15	3·45	2·53	2·10	2·37	2·05	1·88	1·71	1·74	2·56	2·46	2·75

Häufigkeit.

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
2—4	9·5	7·5	8·5	9·5	10·4	9·2	9·0	6·7	8·0	7·6	9·9	9·0
4—6	3·5	5·0	3·9	2·3	4·0	2·3	2·6	2·0	1·4	2·9	3·1	3·4
6—8	1·7	3·0	1·7	1·0	0·8	0·9	0·6	0·3	0·6	2·1	1·2	2·8
8—10	1·4	0·9	0·3	0·2	0·3	0·2	0·1	0·6	0·3	1·1	0·6	0·8
10—12	0·9	0·7	0·2	0·1	0·2	—	—	—	—	0·4	0·1	0·8
12—14	0·3	0·4	0·1	—	—	—	—	—	—	0·1	0·1	0·4
14—16	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
16—18	0·2	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Σ	17·5	17·6	14·7	13·1	15·7	12·6	12·3	9·6	10·3	14·2	15·0	17·2

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
						37. Irkutsk.						
1830	3·0	3·0	2·9	2·7	3·2	4·0	2·0	2·6	2·1	2·5	2·7	4·9
31	3·1	2·8	2·9	2·5	2·4	2·0	2·4	2·4	2·5	2·3	4·3	2·6
32	3·2	2·2	2·1	3·1	2·6	2·7	2·1	1·3	2·2	2·5	2·8	3·5
33	2·1	3·3	1·9	3·0	1·9	2·4	2·3	1·7	2·2	2.9	3·1	2·9
34	2·6	2·9	2·8	1·3	3·3	2·6	2·9	2·6	2·4	2·4	3·6	3·9
35	3·9	2·6	2·2	2·3	3·0	2·3	1·7	1·5	1·7	1·9	3·9	3·6
36	2·8	2·4	2·6	2·1	2·2	2·6	1·3	2·5	1·6	2·4	4·2	3·5
37	2·6	2·4	3·0	1·7	2·4	2·3	1·5	1·1	2·4	1·9	3·3	3·9
38	2·2	3·5	2·2	1·4	1·9	2·7	1·5	1·9	2·1	2·3	4·8	3·9
39	2·7	2·6	2·8	2·0	2·3	2·2	2·0	1·7	2·3	2·4	4·1	3·8
Mittel	2·82	2·77	2·54	2·21	2·52	2·53	1·97	1·93	2·15	2·35	3·68	3·66
						Häufigkeit.						
2—4	8·8	9·0	9·8	8·0	9·8	9·0	7·5	7·8	9·5	9·0	7·4	9·4
4—6	4·7	4·2	4·6	3·1	3·1	4·7	3·2	2·1	2·9	4·0	5·9	5·2
6—8	2·1	1·4	1·1	1·2	1·3	1·6	0·8	0·8	0·9	0·9	2·6	2·9
8—10	0·9	1·1	0·9	0·4	0·5	0·3	0·2	0·4	0·4	0·9	1·9	2·0
10—12	0·3	0·1	0·1	0·2	0·1	0·1	—	0·1	—	0·1	0·7	1·0
12—14	0·1	—	—	0·1	0·2	0·2	—	0·1	—	—	0·2	0·1
14—16	—	—	—	—	0·2	0·1	—	—	—	—	0·3	0·1
Σ	16·9	15·8	16·5	13·0	15·2	16·0	11·7	11·3	13·7	14·9	19·0	20·7
						38. Jakutsk.						
M6	3·6	2·9	3·1	2·6	2·4	2·5	2·2	1·7	2·0	2·5	3·5	3·6
						Häufigkeit.						
2—4	8·7	8·2	10·7	8·8	9·3	11·3	9·0	8·5	8·5	6·8	7·8	7·5
4—6	4·0	4·3	3·3	3·2	2·3	2·8	4·7	2·2	3·2	4·3	5·3	6·2
6—8	3·7	2·5	2·7	1·7	1·7	1·3	0·5	0·5	0·5	1·3	2·7	3·3
8—10	0·7	1·2	0·8	1·0	0·7	0·2	0·3	—	0·2	0·2	1·8	1·2
10—12	0·8	—	0·7	0·2	0·2	0·3	—	—	—	0·3	0·9	0·8
12—14	0·3	—	0·3	—	—	—	—	—	—	0·5	0·3	0·3
14—16	0·5	0·2	—	0·2	0·2	—	—	—	—	—	—	—
16—18	0·2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Σ	18·9	16·4	18·5	15·1	14·4	15·9	14·5	11·2	12·4	13·4	18·8	19·3
						39. Nertschinsk.						
1852	1·8	3·0	2·7	2·0	1·5	1·8	1·2	1·6	1·7	3·0	4·3	3·6
53	3·3	2·9	3·8	2·5	2·3	2·0	1·4	1·4	2·0	2·8	3·1	3·0
54	3·3	2·6	2·3	2·3	2·7	1·7	1·2	1·2	1·5	2·3	3·6	3·9
55	2·7	3·1	3·3	2·2	3·3	2·0	1·3	1·7	2·2	2·7	2·7	3·4
56	2·6	2·6	3·1	2·9	3·0	2·8	1·4	1·8	1·9	2·6	3·8	2·6
Mittel	2·74	2·84	3·04	2·38	2·56	2·06	1·30	1·54	1·86	2·68	3·50	3·30

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
						Häufigkeit.						
2—4	11·4	9·0	9·0	10·4	11·2	8·4	6·6	8·6	9·4	11·0	9·8	9·4
4—6	3·6	4·6	6·2	2·8	4·6	3·8	1·0	2·0	1·4	3·0	5·4	5·0
6—8	1·8	2·4	2·8	2·0	1·4	0·4	0·2	—	0·6	2·4	3·0	3·0
8—10	1·0	0·8	0·8	0·2	0·4	0·2	—	—	—	0·8	1·4	0 8
10—12	0·2	—	—	—	0·2	—	—	—	—	—	0·4	1·0
12—14	—	—	—	—	—	—	—	—	0·2	—	0·2	0·2
Σ	18·0	16·8	18·8	15·4	17·8	12·8	7·8	10·6	11·6	17·2	20·2	19·4

40. Ajan.

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
1847	—	—	—	—	—	—	—	—	1·2	3·1	3·7	3·5
48	3·5	3·5	2·2	1·4	1·1	2·7	2·2	1·0	1·1	2·3	2·7	3·6
49	2·9	2·5	2·0	1 9	1·5	2·1	2·1	1·3	—	—	—	—
Mittel	3·2	3 0	2·1	1·7	1·3	2·4	2·1	1·2	1·2	2·7	3·2	3·5
						Häufigkeit.						
2—4	8·0	10·5	8·5	8·0	4·0	6·0	9 0	3·5	5·5	14·0	5·5	5·5
4—6	4·5	3·0	3·5	2·0	2·0	5·0	6·0	1·5	0·5	5 5	6·0	8·0
6—8	2·0	2·5	1·5	0·5	—	1·0	—	—	—	—	2·0	3·5
8—10	1·0	1·5	—	—	—	0·5	—	—	—	0·5	1·5	2·0
10—12	0·5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1·0	0·5
12—14	1·0	—	—	—	—	0·5	—	—	—	0 5	—	—
14—16	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Σ	17·0	17·5	13·5	10·5	6·0	13·0	15·0	5·0	6·0	20·5	16·0	19·5

41. Nicolajewsk a. Amur.

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
1866	2·8	3·1	2·4	2·3	1·3	1·7	1·6	1·2	1·2	2·0	2·4	2·6
67	3·2	3·2	2·4	1·8	1·2	2·1	2·3	1·3	1·5	2·1	3·4	4·1
68	2·4	2·9	2·0	1·5	2·1	2·5	1·3	1·3	1·3	1·9	4·1	2·9
Mittel	2·8	3·1	2·3	1·9	1·5	2·1	1·7	1·3	1·3	2·0	3·3	3·2
						Häufigkeit.						
2—4	11·0	7·7	9·7	8·0	9·0	8·0	10·0	4·3	6·7	7·7	7·7	7·7
4—6	3·7	6·0	4·3	2·3	1·0	3·7	1·7	1·0	1·7	4·0	5·3	7·3
6—8	2·0	1·3	1·0	0·3	0·3	0·7	0·3	—	—	—	2·7	2·7
8—10	1·0	0·7	—	0·7	—	0·3	—	—	—	0·3	1·0	0·7
10—12	0·3	0·7	—	—	—	—	—	—	—	0·3	1·3	0·3
12—14	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·3
Σ	18·0	16·4	15·0	11·3	10·3	12·7	12·0	5·3	8·4	12·3	18·0	19·0

42. Peking.

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
1868	—	—	—	1·7	2·5	1·5	1·9	1·2	1·3	1·3	2·1	2·4
69	1·6	2·0	2·0	1·7	2·3	2·3	2·0	1·3	1·2	1·3	1·9	1·5
70	2·3	2·6	2·9	2·2	2·3	2·4	1·7	1·4	1·7	1·9	1·8	2·9
71	1·8	1·9	1·6	1·6	2·7	2·2	1·7	1·3	1·4	1·7	2·0	1·8
72	1·5	1·7	2·3	2·0	2·1	1·8	1·7	1·7	1·4	1·7	2·1	2·3
Mittel	1·8	2·0	2·2	1·8	2·4	2·0	1·8	1·4	1·4	1·6	2·0	2·2

Häufigkeit.

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
2—4	9·8	9·0	12·7	10·6	11·8	9·0	9·6	7·0	5·0	7·4	9·8	11·4
4—6	1·5	2·5	3·7	2·4	4·2	3·2	2·0	0·8	0·6	2·0	2·0	2·8
6—8	0·5	0·3	0·5	0·2	1·0	0·8	0·8	—	0·4	0·2	1·0	0·6
8—10	—	0·2	—	—	0·2	—	—	—	—	—	—	0·1
Σ	11·8	12·0	16·9	13·2	17·2	13·0	12·4	7·8	6·0	9·6	12·8	15·2

43. Hakodadi.

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
1859	2·6	1·6	1·5	1·9	1·5	1·3	1·0	1·0	1·3	2·2	2·0	2·2
60	2·2	2·5	1·5	1·6	1·2	1·8	1·0	1·0	0·9	2·0	2·7	3·6
61	2·6	2·5	1·5	1·7	1·6	1·1	1·9	0·9	1·8	1·7	2·7	2·5
62	1·9	2·4	1·8	1·3	1·9	1·5	1·2	1·4	1·4	1·6	2·0	2·7
Mittel	2·32	2·25	1·56	1·62	1·55	1·42	1·27	1·07	1·35	1·87	2·35	2·75

Häufigkeit.

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
2—4	9·2	8·0	6·8	9·5	8·2	7·0	5·5	6·0	6·8	7·2	8·2	10·2
4—6	4·2	4·5	0·8	1·0	0·5	1·2	0·5	—	0·7	3·8	5·8	4·5
6—8	1·5	0·5	—	—	0·7	—	0·2	—	0·5	0·2	—	2·2
8—10	0·3	0·2	0·7	—	—	—	—	—	—	—	0·5	0·3
10—12	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·2
12—14	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·2
Σ	15·2	13·2	8·3	10·5	9·4	8·2	6·2	6·0	8·0	11·2	14·5	17·6

44. Sitka.

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
1865	2·0	1·9	1·8	0·7	0·9	0·8	1·0	0·8	1·0	1·5	2·0	1·7
66	2·3	1·8	1·6	1·0	1·0	0·9	0·8	0·6	1·0	1·6	1·1	1·7
67	2·1	2·5	1·2	1·0	0·9	1·0	0·6	0·6	1·4	1·3	—	—
Mittel	2·1	2·0	1·5	0·9	0·9	0·9	0·8	0·7	1·1	1·5	1·6	1·7

Häufigkeit.

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
2—4	10·0	7·0	4·7	3·0	4·7	3·0	2·0	0·7	4·7	7·7	7·0	8·5
4—6	2·0	3·3	2·3	0·3	—	—	—	—	—	0·7	0·5	2·0
6—8	1·0	0·7	1·0	—	—	—	—	—	—	—	0·5	0·5
8—10	0·3	0·3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Σ	13·3	11·3	8·0	3·3	4·7	3·0	2·0	0·7	4·7	8·4	8·0	11·0

45. Point Barrow.

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
1852	—	—	—	—	—	—	—	—	1·6	2·6	3·7	5·8
53	3·5	2·5	3·8	3·5	2·2	1·0	1.0	1·3	1·6	1·9	4·8	2·8
54	6·3	3·2	3·1	1·9	1·5	1·2	1·2	—	—	—	—	—
Mittel	4·9	2·9	3·4	2·7	1·9	1·1	1·1	1·3	1·6	2·2	4·2	4·3

Häufigkeit.

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
2—4	5·0	6·0	9·0	8·5	8·5	3·5	4·2	(fehlt)	7·0	9·5	6·0	8·0
4—6	5·0	3·0	5·5	2·5	2·0	0·5	—		3·5	3·0	8·0	4·5
6—8	4·0	3·0	2·0	3·0	0·5	—	—		—	1·5	2·5	1·0
8—10	2·5	1·0	1·0	0·5	0·5		—		—	—	2·5	3·5
10—12	0·0	0·5	0·5	0·5	—	—	—		—	0·5	1·5	1·5
12—14	1·5	—	0·5	—	—	—	—		—	—	0·5	1·5
14—16	0·5	—	—	—	—	—	—		—	—	—	—
16—18	1·0	—	—	—	—	—	—		—	—	—	—
18—20	0·5	—	0·5	—	—	—	—		—	—	—	—
Σ	20·0	13·5	19·0	15·0	11·5	4·0	4·2	—	10·5	14·5	21·0	20·0

46. Arctischer Archipel.

Boothia Felix.

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
1829 u. 32	3·1	1·9	1·5	—	—	—	—	—	—	2·1	3·2	2·3
30	2·7	2·6	2·0	2·8	1·5	1·3	2·2	0·9	1·6	2·4	3·5	3·1
31	2·7	2·7	1·6	2·3	1·1	1·3	0·9	1·3	2·2	3·0	4·2	3·6

Port Kennedy.

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
1858—59	2·3	2·4	2·9	3·8	1·7	1·1	1·1	—	—	3·9	3·7	2·4

Foulkehafen.

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
1860—61	2·6	2·4	2·4	1·5	1·6	0·7	1·7	—	1·6	2·1	2·3	3·4

Rensselaerhafen.

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
1853—54	3·7*	3·1	2·8	3·0	1·6	0·9	1·2	0·7	1·5*	3·3*	3·0*	3·7*

Northumberlandsund.

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
1852	3·6	2·9	3·9	3·1	1·9	0·8	1·2	0·8	2·4	3·6	3·1	2·6
1853	3·4	2·5	2·6	2·9	2·1	1·2	0·7	0·8	1·8	1·9	2·3	3·5
Allg. Mittel	3·1	2·6	2·5	2·6	1·6	1·0	1·3	0·9	1·8	2·8	3·1	3·1

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
						Häufigkeit.						
2—4	9·3	8·0	6·8	7·6	8·3	3·6	5·7	3·3	7·7	8·7	8·7	8·7
4—6	5·5	3·5	5·2	5·1	1·3	0·1	0·9	0·3	2·4	4·0	4·1	4·8
6—8	1·9	1·6	1·1	2·3	—	0·3	0·3	—	0·9	2·4	1·9	2·8
8—10	0·7	0·5	0·9	0·7	0·4	—	—	—	—	1·1	1·2	0·7
10-12	0·4	0·2	—	—	—	—	—	—	—	0·2	0·6	1·1
12—14	0·3	0·1	0·2	0·1	0·1	—	—	—	—	0·1	—	0·1
14—16	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·1	0·1
16—18	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·1	—
Σ	18·1	13·9	14·2	15·8	10·1	4·0	6·9	3·6	11·0	16·5	16·7	18·3
						47. Jakobshafen.						
1846	2·5	3·4	3·2	2·6	1·4	0·9	0·9	1·3	2·2	1·8	3·1	3·2
47	4·3	3·0	2·7	1·6	2·0	2·5	1·6	1·7	1·8	2·1	3·8	2·2
48	4·7	3·2	3·7	2·6	1·6	1·9	1·0	1·6	1·7	2·4	2·3	2·7
49	2·2	3·1	3·4	3·0	1·4	2·1	1·7	1·2	2·1	2·1	2·5	4·3
50	3·4	3·0	3·2	2·3	2·0	2·1	2·2	1·7	1·7	3·2	2·2	3·8
Mittel	3·42	3·14	3·24	2·42	1·68	1·90	1·48	1·50	1·90	2·32	2·78	3·24
						Häufigkeit.						
2—4	7·6	7·4	8·6	6·8	7·8	5·4	6·4	7·2	7·2	11·0	10·2	7·0
4—6	4·8	3·6	4·2	2·8	0·8	3·8	1·0	1·2	2·0	3·6	4·8	4·4
6—8	2·4	1·4	2·4	2·2	0·6	1·4	0·6	0·2	0·6	1·0	1·4	2·4
8—10	0·4	2·2	1·4	0·8	0·4	—	0·2	—	0·6	—	1·0	1·8
10—12	0·6	—	0·6	0·2	—	—	—	—	—	0·2	0·2	—
12—14	0·2	0·6	0·2	—	—	—	—	—	—	0·2	—	0·2
14—16	0·4	0·2	0·4	—	—	—	—	—	—	—	—	0·2
16—18	0·4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Σ	16·8	15·4	17·8	12·8	9·6	10·6	8·2	8·6	10·4	16·0	17·6	16·0
						48. Brunswick (Maine).						
1835	3·3	4·8	3·1	2·4	2·3	2·4	2·2	1·8	2·1	2·4	4·3	5·1
36	4·2	4·2	4·1	2·9	3·9	2·3	1·8	1·9	3·5	3·9	2·4	6·2
37	4·2	4·0	3·1	2·0	3·2	3·4	1·6	2·3	1·8	2·8	2·1	3·0
38	3·6	3·0	2·6	2·4	2·4	2·7	2·3	1·7	2·4	2·1	3·8	6·3
39	5·6	3·4	3·2	3·3	2·4	2·6	1·2	1·6	2·1	2·7	3·1	2·2
40	3·3	3·7	2·3	2·4	2·5	2·3	1·6	1·7	1·6	3·5	2·3	3·8
41	3·6	4·8	3·1	2·8	2·1	2·6	1·5	1·8	1·9	1·5	1·7	3·6
42	6·5	5·4	2·6	3·1	2·3	3·2	2·4	1·7	1·7	2·4	2·4	4·3
43	3·8	4·2	1·6	1·8	2·2	2·3	2·2	1·7	3·4	2·3	2·6	3·2
44	4·6	4·5	3·5	3·3	2·7	2·2	2·5	1·9	2·5	3·1	2·6	4·7
Mittel	4·27	4·20	2·92	2·64	2·60	2·60	1·93	1·81	2·30	2·67	2·73	4·24

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
						Häufigkeit.						
2—4	7·8	9·0	8·4	9·1	10·4	10·0	8·2	9·0	7·7	10·3	8·4	7·5
4—6	5·8	4·1	4·2	3·9	4·5	4·6	2·9	2·6	3·7	4·3	2·9	4·7
6—8	2·7	3·5	2·7	1·4	1·1	0·9	0·8	0·2	1·3	1·8	1·7	3·4
8—10	2·2	1·2	0·9	1·0	0·7	0·5	0·1	—	0·2	0·3	1·5	1·4
10—12	1·0	1·0	0·3	0·1	0·2	0·3	—	—	0·2	0·2	0·4	1·2
12—14	0·8	0·7	0·1	—	—	0·1	—	—	—	0·1	—	0·9
14—16	0·4	0·3	—	—	0·1	—	—	—	—	—	—	0·7
16—18	0·3	0·2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·1
18—20	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Σ	21·1	20·0	16·6	15·5	17·0	16·4	12·0	11·8	13·1	17·0	14·9	19·9

49. Providence.

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
1835	3·4	3·9	2·9	2·7	2·5	2·2	2·0	1·8	1·6	2·6	3·9	4·0
36	3·7	3·7	3·2	2·8	2·9	2·5	1·9	2·1	3·1	3·2	2·4	5·0
37	3·4	4·1	2·2	2·1	3·0	1·9	1·7	2·4	2·3	3·8	3·9	3·0
38	3·4	2·7	2·3	3·3	2·2	1·6	2·0	2·1	2·6	2·4	4·4	4·4
39	3·9	2·3	3·0	3·1	2·2	2·7	1·5	2·0	2·1	3·5	2·9	2·3
40	3·6	3·8	2·9	2·5	2·9	1·9	1·6	1·4	2·7	3·5	1·8	3·7
Mittel	3·57	3·42	2·75	2·75	2·62	2·13	1·78	1·97	2·40	3·17	3·21	3·73
						Häufigkeit.						
2—4	7·5	9·0	7·3	7·8	8·8	8·7	9·8	10·8	9·6	9·2	8·3	7·8
4—6	6·8	5·3	4·7	5·6	5·7	3·2	1·7	1·5	4·3	5·7	5·5	6·5
6—8	3·3	2·3	2·0	1·4	0·7	1·0	0·2	1·2	1·1	3·0	1·7	3·2
8—10	1·5	2·2	1·0	0·8	0·5	—	—	0·2	0·3	0·8	1·8	1 3
10—12	0·5	0·7	0·2	0·2	0·5	0·2	—	—	—	—	0·3	0·7
12—14	0·2	0·3	0·2	0·2	—	—	—	—	—	0·3	0·2	0·3
14—16	0·2	—	—	—	—	—	—	—	—	0·2	0·2	0·2
16—18	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·2
Σ	20·0	19·8	15·4	16·0	16·2	13·1	11·7	13·7	15·3	19·2	18·0	20·2

50. Toronto.

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
M6	3·8	3·8	2·7	2·2	2·1	2·1	2·0	1·8	2·5	2·3	2·5	3·7
						Häufigkeit.						
2—4	8·5	7·7	9·0	9·7	10·0	9·8	9·7	6·7	9·2	9·3	9·7	9·8
4—6	4·7	5·3	4·5	2·6	2·7	2·7	2·8	1·7	5·0	3·7	5·0	6·2
6—8	4·0	3·2	1·8	0·8	1·0	0·3	0·5	0·6	1·3	1·5	1·0	2·2
8—10	1·5	1·1	0·7	0·5	—	0·3	0·2	0·3	0·3	0·3	—	0·7
10—12	1·0	0·5	—	—	—	—	—	—	0·2	—	0·3	0·6
12—14	0·2	0·3	0·2	—	—	—	—	—	—	—	—	0.5
14—16	0·5	0·2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·3
16—18	—	0·3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Σ	20·4	18·6	16·2	13·6	13·7	13·1	13·2	9·3	16·0	14·8	16·0	20·3

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
					51. Marietta (Ohio).							
1835	2·8	3·9	3·2	2·9	2·0	1·8	1·8	1·4	2·1	1·7	3·1	4·3
36	3·4	3·0	3·4	4·3	2·2	1·3	1·4	2·2	1·7	2·9	2·7	4·6
37	2·7	4·3	3·9	3·4	3·7	1·7	1·7	2·3	2·4	2·8	3·0	2·9
38	3·9	3·2	2·9	3·9	2·5	1·6	1·7	2·0	1·8	2·3	4·1	3·9
39	4·1	3·2	4·6	2·3	2·8	2·2	1·6	1·4	2·1	2·0	3·3	2·0
40	3·5	3·7	3·6	3·3	2·1	2·2	1·5	1·6	2·3	3·1	2·7	3·6
41	3·8	3·0	2·2	3·2	1·9	1·6	1·9	1·4	1·9	2·3	3·0	3·3
42	3·8	5·1	4·4	3·1	2·9	2·2	1·6	1·5	2·4	2·0	3·1	3·1
43	3·7	4·4	2·7	2·5	2·7	2·3	2·1	1·4	1·5	3·2	3·6	3·0
44	3·4	3·1	3·8	2·0	3·2	2·1	1·7	1·7	1·5	2·7	3·0	3·6
Mittel	3·51	3·69	3·47	3·09	2·60	1·90	1·70	1·69	1·97	2·50	3·16	3·43
					Häufigkeit.							
2—4	8·2	8·4	9·6	8·6	10·2	9·1	9·5	7·7	8·6	10·6	7·4	8·5
4—6	5·7	4·7	5·0	5·3	4·0	2·1	1·0	1·2	2·6	4·0	4·4	5·5
6—8	2·4	3·7	2·8	2·9	1·4	0·6	0·5	0·4	0·7	1·1	3·0	2·8
8—10	2·0	1·1	1·7	0·6	0·5	0·2	0·1	—	0·3	0·4	1·2	1·4
10—12	0·8	0·9	0·6	0·2	—	—	—	0·1	—	0·4	0·2	0·4
12—14	0·2	0·2	0·4	0·2	—	—	—	—	—	—	0·3	0·3
14—16	—	—	—	—	0·2	—	—	—	—	—	0·1	0·1
16—18	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·1
Σ	19·4	19·0	20·1	17·8	16·3	12·0	11·1	9·4	12·2	16·5	16·6	19·1
					52. Washington (Arkansas).							
1840	3·1	3·5	3·0	3·2	1·7	1·4	1·6	1·5	2·0	2·4	3·7	3·9
41	3·3	2·5	3·9	3·1	2·0	1·3	0·9	1·1	2·1	2·6	3·8	3·6
42	2·9	4·5	3·0	2·8	2·2	1·4	1·3	1·0	1·4	2·0	3·5	3·3
43	3·5	5·2	3·6	2·8	2·3	2·3	1·3	1·6	1·6	3·0	3·8	2·6
44	3·8	2·4	2·7	1·8	1·7	1·1	0·9	1·3	1·4	3·1	3·2	3·4
45	3·3	4·0	3·9	2·7	2·0	1·0	0·9	0·7	1·2	2·8	3·4	3·5
46	2·6	3·6	3·1	2·2	1·9	1·6	0·9	1·3	1·1	2·3	3·5	3·8
47	5·4	4·5	2·6	2·6	2·4	1·6	1·0	1·4	1·8	2·5	3·8	3·4
48	4·6	3·1	4·1	3·2	1·9	1·2	1·2	0·9	1·3	2·4	3·5	4·3
49	4·2	3·6	2·8	2·2	1·7	1·1	1·0	0·9	1·9	2·6	3·0	4·6
Mittel	3·67	3·69	3·27	2·66	1·98	1·40	1·10	1·17	1·58	2·57	3·52	3·64
					Häufigkeit.							
2—4	7·8	6·8	8·9	9·7	9·5	5·6	3·3	4·8	7·4	9·2	11·0	8·4
4—6	4·2	4·8	5·3	3·9	2·5	0·9	0·6	0·7	1·7	3·9	3·8	3·2
6—8	3·4	3·2	3·2	1·7	0·8	0·2	0·1	0·2	0·2	1·8	3·2	3·6
8—10	1·1	1·1	1·0	0·8	0·1	—	—	—	0·1	0·8	0·7	1·4
10—12	0·9	0·8	0·5	0·1	—	—	—	—	—	0·1	0·7	1·1
12—14	0·4	0·5	0·1	0·1	—	—	—	—	—	—	0·7	0·8

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
14—16	0·2	0·2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
16—18	0·2	—	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	0·1
18—20	—	0·1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
20—22	0·2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Σ	18·4	17·5	19·1	16·3	12·9	6·7	4·0	5·7	9·4	15·8	20·1	18·6

53. **Georgetown.**

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
M6	0·5	0·5	0·4	0·6	0·8	0·7	0·8	0·7	0·4	0·5	0·7	0·7
Häufigkeit.												
2—4	1·2	1·0	0·5	1·2	1·7	1·5	1·7	2·0	0·5	0·6	1·5	1·2

54. **Mendoza** 2 J (7^h, 2^h).

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
Mittel	1·8	1·9	1·9	1·6	1·3	1·5	2·1	1·9	2·2	2·2	2·0	2·2
Häufigkeit.												
2—4	8·8	7·0	7·5	5·0	4·0	4·0	9·0	9·5	8·0	9·5	9·3	9·3
4—6	2·4	2·5	2·0	1·0	1·0	1·0	2·5	1·5	3·0	3·0	2·3	2·7
6—8	—	—	0·5	0·5	0·5	0·5	1·5	1·0	1·0	0·5	0·7	0·7
8—10	0·4	0·5	1·0	—	—	—	—	—	—	—	—	0·6
Σ	11·6	10·0	11·0	6·5	5·5	5·5	13·0	12·0	12·0	13·0	12·3	13·3

55. **Buenos Aires** (7^h, 2^h).

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
1868	—	—	—	—	—	—	1·8	1·9	1·2	1·6	1·7	1·9
69	2·0	1·4	1·6	1·4	1·3	1·3	2·0	2·3	2·5	2·6	2·4	—
Mittel	2·0	1·4	1·6	1·4	1·3	1·3	1·9	2·1	1·9	2·1	2·0	1·9
Häufigkeit.												
2—4	12·0	4·0	6.0	7·0	5·0	6·0	7·0	9·0	7·5	11·5	8·0	14·0
4—6	2·0	2·0	1·0	—	1·0	—	4·7	2·0	3·5	2·5	4·5	1·0
6—8	—	—	1·0	—	—	—	—	1·0	—	1·0	—	—
Σ	14·0	6·0	8·0	7·0	6·0	6·0	11·7	12·0	11·0	15·0	12·5	15·0

56. **Capstadt** (4½ Jahre, 1841—46).

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
Mittel	1·2	1·3	1·3	1·4	1·2	1·5	1·4	1·4	1·1	1·3	1·1	1·2
Häufigkeit.												
2—4	4·3	5·8	5·5	6·5	6·3	7·0	5·1	6·5	4·4	5·0	4·3	4·9
4—6	0·7	0·5	0·2	1·1	0·2	1·4	0·6	0·5	—	0·5	0·2	—
6—8	—	—	0·2	—	—	—	—	0·2	—	—	—	—
Σ	5·0	6·3	5·9	7·6	6·5	8·4	5·7	7·2	4·4	5·5	4·5	4·9

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
						57. Maritzburg.						
1858	3·2	2·8	2·7	1·7	1·5	2·1	1·6	2·4	2·9	3·0	2·9	2·4
59	1·7	2·3	1·4	1·4	1·0	1·7	1·5	2·2	2·1	2·9	2·0	2·6
Mittel	2·5	2·5	2·1	1·6	1·3	1·9	1·6	2·3	2·5	2·9	2·5	2·5
						Häufigkeit,						
2—4	8·5	7·5	8·0	9·0	6·0	9·5	9·0	11·5	10·0	6·0	10·0	9·0
4—6	4·5	7·0	2·5	0·5	0·5	3·0	2·0	2·0	4·0	8·0	5·5	4·0
6—8	1·0	—	1·5	0·5	—	—	—	2·0	1·5	2·5	0·5	1·5
8—10	0·5	0·5	—	—	—	—	—	—	0·5	1·0	0·5	—
10—12	0·5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·5
Σ	15·0	15·0	12·0	10·0	6·5	12·5	11·0	15·5	16·0	17·5	16·5	15·0
						58. Sydney.						
1867	1·3	1·7	1·2	1·0	0·6	0·7	1·4	1·0	1·6	3·0	2·4	1·4
68	1·7	2·1	1·4	1·9	1·8	1·7	1·9	1·6	1·8	2·7	2·0	2·8
69	1·9	1·3	1·4	1·8	1·3	1·6	1·8	1·6	1·9	1·8	2·3	2·2
70	2·0	1·9	1·3	1·1	1·2	1·2	1·5	1·7	1·4	2·5	1·9	2·2
71	1·4	1·8	1·5	1·2	1·2	1·3	2·8	2·1	1·5	2·5	2·1	1·8
72	2·2	1·8	0·9	1·1	1·5	1·5	1·4	1·6	1·7	2·3	1·3	1·8
Mittel	1·8	1·8	1·3	1·4	1·3	1·3	1·8	1·6	1·6	2·5	2·0	2·0
						Häufigkeit.						
2—4	7·5	7·9	5·4	7·0	7·2	6·8	9·3	6·6	7·7	7·3	7·5	7·5
4—6	2·1	1·7	1·1	0·9	0·7	0·4	2·1	3·7	1·4	4·0	2·8	3·4
6—8	0·9	0·6	0·2	—	—	0·2	0·2	—	0·2	1·6	1·2	1·1
8—10	—	—	—	—	—	—	0·5	—	0·5	0·7	—	0·2
10—12	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·1
Σ	10·5	10·2	6·7	7·9	7·9	7·4	12.1	10·3	9·8	13·6	11·5	12·3
						59. Melbourne.						
1859	2·3	2·4	1·6	1·7	1·5	1·4	1·5	1·4	1·9	2·3	2·4	3·6
60	2·9	1·5	2·5	1·8	1·1	1·3	1·4	1·0	1·6	1·8	2·1	2·1
61	2·7	1·4	2·1	1·6	1·4	1·3	1·2	1·5	1·5	2·2	2·9	2·1
62	3·5	1·8	2·3	1·7	1·4	1·1	1·2	1·4	2·1	2·1	3·1	1·4
72	3·1	2·0	1·7	1·3	1·4	1·2	1·3	1·3	2·3	2·2	2·4	2·0
73	2·4	2·1	2·0	1·7	1·6	1·3	1·1	1·6	2·4	2·6	(2·5)	(2·3)
Mittel	2·82	1·87	2·03	1·63	1·40	1·27	1·28	1·37	1·97	2·20	2·57	2·25

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
						Häufigkeit.						
2—4	9·7	6·5	9·0	7·9	6·2	5·7	7·2	5·3	8·5	7·5	6·8	8·0
4—6	2·8	2·2	3·0	1·8	1·3	0·5	0·2	1·8	3·2	3·7	5·2	2·7
6—8	2·7	0·8	1·2	0·3	0·2	—	—	—	0·5	0·8	1·8	1·8
8—10	0·7	0·5	—	—	—	—	—	—	0·2	0·4	0·5	0·2
10—12	0·5	—	—	—	—	—	—	—	—	0·3	0·2	0·3
12—14	0·3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Σ	16·7	10·0	13·2	10·0	7·7	6·2	7·4	7·1	12·4	12·7	14·5	13·0

60. **Winnipeg.**

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
M3	5·6	4·6	4·2	3·2	3·1	2·7	2·7	2·2	2·6	2·9	3·4	4·3
						Häufigkeit.						
2—4	6·3	7·0	9·8	8·8	8·2	8·0	10·8	9·7	11·3	11·0	7·3	10·3
4—6	4·3	4·0	4·0	3·0	5·5	5·0	4·2	4·0	3·3	4·0	5·3	4·3
6—8	4·7	4·3	3·5	2·0	3·8	2·0	1·5	0·3	2·3	3·0	4·7	3·3
8—10	1·7	2·3	1·5	2·0	0·3	0·5	0·5	—	—	0·2	1·0	2·0
10—12	3·3	1·3	2·2	1·0	0·5	0·2	0·2	—	—	0·5	1·7	1·0
12—14	1·7	1·0	0·8	—	—	—	—	—	—	—	0·3	1·0
14—16	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·3	0·3
16—18	0·3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
18—20	0·3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·3	—
20—22	0·3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Σ	22·9	19·9	21·8	16·8	18·3	15·7	17·2	14·0	16·9	18·7	20·9	22·2

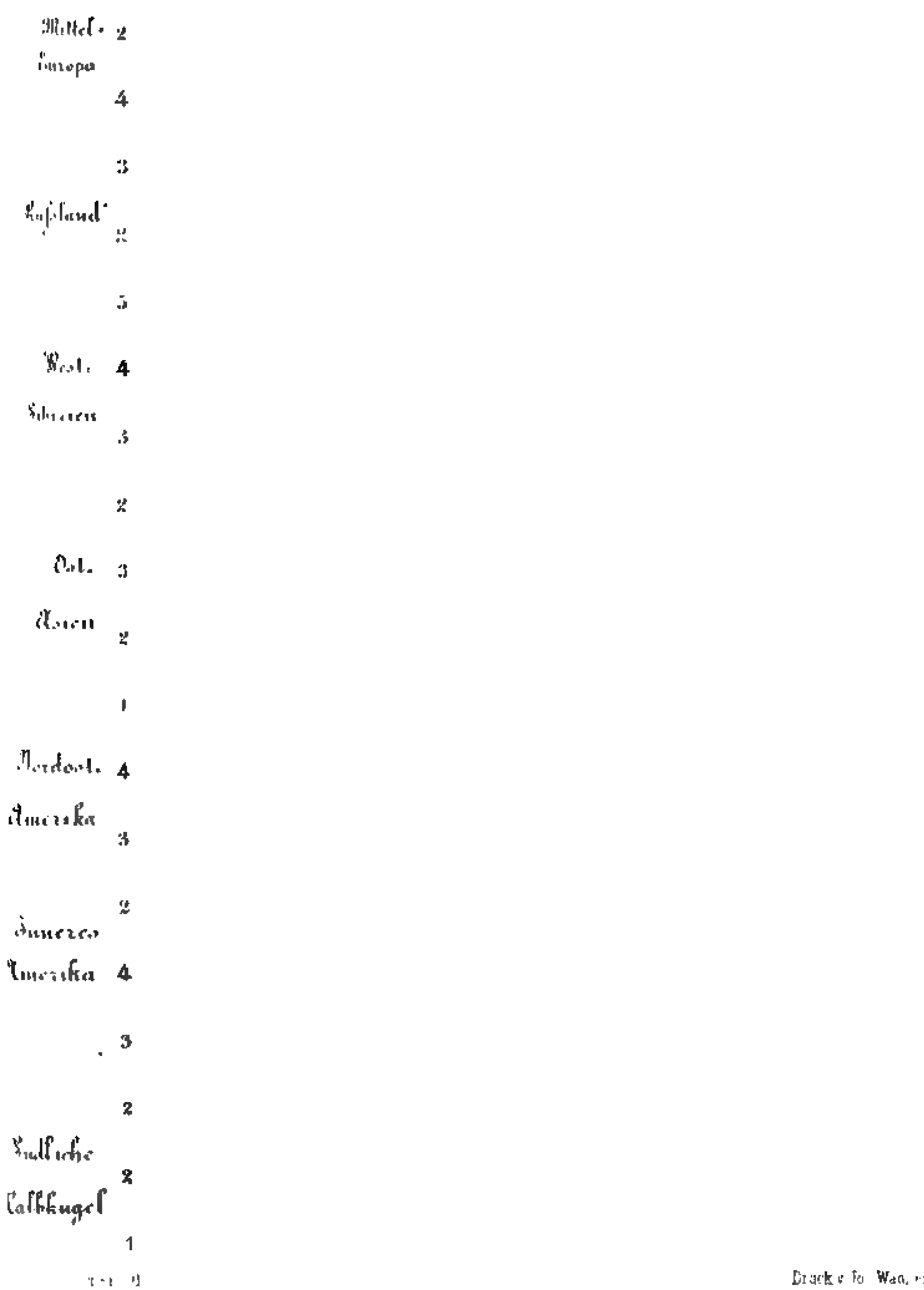
a) **Fr. Laramie** (9h Abends).

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
M5	5·1	4·8	4·4	3·9	3·1	3·0	2·9	3·4	3·6	4·1	4·6	5·5
						Häufigkeit.						
2—4	8·2	6·0	7·0	7·6	8·2	8·8	8·8	10·4	7·2	7·8	6·2	7·0
4—6	4·0	5·6	4·6	4·8	5·6	3·2	4·4	4·4	4·6	3·2	4·6	3·8
6—8	3·6	2·2	4·8	5·4	3·2	2·6	2·8	2·8	4·2	2·6	3·4	3·6
8—10	2·4	2·0	1·4	1·8	—	1·2	1·0	1·2	1·6	1·2	1·8	2·0
10—12	1·6	1·6	1·2	0·6	0·2	0·4	0·2	0·6	0·4	1·2	2·0	0·6
12—14	0·8	0·2	0·2	0·4	—	0·2	—	—	0·4	1·0	1·0	1·8
14—16	—	0·4	0·6	—	—	—	—	—	—	0·4	0·4	0·2
16—18	0·4	0·2	0·6	—	0·4	—	—	—	—	—	0·2	0·2
18—20	0·6	0·4	—	—	—	—	—	—	—	—	0·2	0·8
20—22	0·2	0·2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·6
22—24	0·6	(0·2)	—	—	—	—	—	—	—	—	—	(0·2
Σ	22·4	19·0	20·4	20·6	17·6	16·4	17·2	19·4	18·4	17·4	19·8	20·8

b) **Leavenworth** (9h Abends).

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
M9	4·8	5·5	4·7	4·0	3·0	2·2	2·2	2·8	3·2	4·1	3·9	4·3

Jährliche Periode der Veränderlichkeit der Temperatur.



	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
						Häufigkeit.						
2—4	7·8	6·1	5·1	9.0	12·4	8·0	7·1	9·6	10·2	9·8	9·2	7·0
4—6	3·8	4·1	5·2	4·3	2·8	2·8	3·8	4·0	4·4	3·6	3·4	3·4
6—8	3·5	4·0	5·4	4·0	2·6	1·9	1·5	3·0	2·1	2·8	4·7	4·3
8—10	2·4	2·3	2·1	1·3	0·4	—	0·4	0·6	1·2	2·5	1·1	1·9
10—12	2·0	2·1	1·8	1·3	0·6	0·2	0·1	—	0·4	0·7	1·0	1·1
12—14	1·0	0·3	0·4	0·7	0·4	—	—	—	0·1	0·9	0·3	0·6
14—16	0·6	0·6	0·6	0·1	—	—	—	—	—	0·1	0·2	0·4
16—18	0·3	1·1	0·2	—	—	—	—	—	0·1	0·4	0·1	0·3
18—20	0·2	—	0·1	0·1	—	—	—	—	—	—	—	0·1
20—22	0·1	0·4	—	—	—	—	—	—	—	(0·1)	—	0·1
Σ	21·7	21·0	20·9	20·8	19·2	12·9	12·9	17·2	18·5	20·9	20·0	19·2

c) F. Snelling (9[h] Abends.)

	Jänner	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Septemb.	October	Novemb.	Decemb.
M6	4·9	4·6	3·4	3·3	3·2	2·3	1·9	2·2	2·9	3·1	3·3	4·4
						Häufigkeit.						
2—4	7·2	7·8	7·4	6·8	8·8	9·3	10·0	9·8	7·3	8·8	8·2	7·2
4—6	4·4	2·8	5·8	5·8	4·2	3·7	2·3	2·3	3·3	4·0	3·7	4·7
6—8	4·4	4·8	3·2	2·5	3·3	1·7	0·8	0·7	2·5	1·7	4·2	3·2
8—10	1·8	1·6	1·0	1·0	1·7	0·2	—	0·5	0·5	1·0	1·5	1·2
10—12	1·8	1·6	0·4	1·0	0·3	0·2	—	0·2	0·7	1·2	0·2	2·2
12—14	1·0	1·2	0.2	0·3	—	—	—	—	0·3	—	—	0·5
14—16	0·8	—	0·2	—	—	—	—	—	—	0·2	0·3	0·3
16—18	0·4	—	0·2	—	—	—	—	—	—	—	—	0·5
18—20	(0·2)	0·2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
20—22	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0·2
Σ	22·0	20·0	18·4	17·4	18·3	15·1	13·1	13·5	14·6	16·9	18·1	20·0

XI. SITZUNG VOM 22. APRIL 1875.

Über Ersuchen des Präsidenten und mit Genehmigung der Classe übernimmt Herr Prof. v. Lang, als das jüngste Mitglied, die Function des Secretärs.

Derselbe theilt ein von dem Professoren-Collegium der technischen Hochschule in Graz, aus Anlass des Ablebens des Generalsecretärs v. Schrötter-Kristelli, an die Akademie gerichtetes Beileids-Telegramm mit, und legt hierauf folgende zwei eingesendeten Abhandlungen vor:

1. „Untersuchungen über das Magenepithel", von dem med. stud. Herrn W. Biedermann in Prag.
2. Die Nerven der glatten Muskulatur", von dem med. stud. M. Löwit in Prag.

Herr Prof. Dr. L. Schmarda überreicht die II. Abtheilung der Abhandlung: „Untersuchungen über die Tunicaten des Adriatischen Meeres", von Herrn Prof. Camil Heller in Innsbruck.

Herr Director Dr. G. Tschermak legt eine Abhandlung vor, betitelt: „Die Bildung der Meteoriten und der Vulcanismus."

Herr Prof. Dr. F. Simony übergibt eine Abhandlung: „Über die Grenzen des Temperaturwechsels in den tiefsten Schichten des Gmundner Sees und Attersees".

Herr Prof. Dr. S. L. Schenk legt eine Abhandlung des Herrn Dr. L. Fellner aus Franzensbad vor, betilelt: „Beitrag zur Lehre von der Entwickelung der Cloake".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Academia de Ciencias medicas, fisicas y naturales de la Habana: Anales. Entrega CXXVIII. Tomo XI. Marzo 15, 1875. Habana; 8°.

Akademie der Wissenschaften, Königl. Preuss., zu Berlin: Register für die Monatsberichte vom Jahre 1859 bis 1873. Berlin; 8⁰.

— — und Künste, Südslavische: Rad. Knjiga XXX. U Zagrebu, 1875; 8⁰.

Album, Internationales, aller Kurplätze für Handlung und Gewerbe. Führer in fünf Abtheilungen und fünf Sprachen. 13. Jahr. 1875. Paris & London; Folio.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift (nebst Anzeigen-Blatt). 13. Jahrgang, Nr. 12. Wien, 1875; 8⁰.

Archiv der Mathematik und Physik. Gegründet von J. A. Grunert, fortgesetzt von R. Hoppe. LVII. Theil, 3. Heft. Leipzig, 1875; 8⁰.

Beobachtungen, Meteorologische, angestellt in Dorpat im Jahre 1872 & 1873. VII. & VIII. Jahrgang. II. Band, Heft 2 & 3. Dorpat, 1874; 8⁰.

Bibliothèque Universelle et Revue Suisse: Archives des Sciences physiques et naturelles. N. P. Tome LII', Nr. 207. Genève, Lausanne, Paris, 1875; 8⁰.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXXX, Nr. 13. Paris, 1875; 4⁰.

Gasthuis, Nederlandsch, voor ooglijders: Vijetiende jaarlijksch Verslag. Utrecht, 1874; 8⁰.

Gesellschaft, Deutsche Chemische, zu Berlin: Berichte. VIII. Jahrgang, Nr. 6. Berlin, 1875; 8⁰.

— österr., für Meteorologie: Zeitschrift. X. Band, Nr. 8. Wien, 1875; 4⁰.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXXVI. Jahrgang, Nr. 16. Wien, 1875; 4⁰.

Journal für praktische Chemie, von H. Kolbe. N. F. Band XI, 3., 4. & 5. Heft. Leipzig, 1875; 8⁰.

Landbote, Der steirische. 8. Jahrgang, Nr. 8. Graz, 1875; 4⁰.

Mittheilungen des k. k. techn. & administr. Militär-Comité. Jahrgang 1875, 3. Heft. Wien; 8⁰.

Nature. Nr. 285, Vol. XI. London, 1875; 4⁰.

Reichsanstalt, k. k. geologische: Verhandlungen. Jahrgang 1875, Nr. 1. Wien; 4⁰.

„Revue politique et littéraire" et „Revue scientifique de la France et de l'étranger." IVe Année, 2me Série, Nr. 42. Paris, 1875; 4°.

Società degli Spettroscopisti Italiani: Memorie. Anno 1875, Disp. 2^{a}. Palermo; 4°.

— Adriatica di Scienze naturali in Trieste: Bollettino. Nr. 2. Febbraio 1875. Trieste; 8°.

Society, The Royal Geographical, of London. Proceedings. Vol. XIX, Nr. 3. London, 1875; 8°.

Wiener Medizin. Wochenschrift. XXV. Jahrgang. Nr. 16. Wien, 1875; 4°.

Die Bildung der Meteoriten und der Vulcanismus.

Von dem c. M. **G. Tschermak.**

Als durch Howard, Klaproth, Vauquelin, Berzelius die chemische Elementarzusammensetzung vieler Meteoriten ermittelt worden war, ergab sich, dass die Grundstoffe der Meteoriten durchwegs solche seien, welche auch in der Erdrinde in grösserer Menge vorkommen. Schon früher war durch Chladni die planetare Natur dieser merkwürdigen Massen erkannt worden.

Die Verbindung beider Ergebnisse liess vermuthen, dass auch die übrigen Himmelskörper aus denselben Grundstoffen aufgebaut seien wie unsere Erde. Durch die von Kirchhoff und Bunsen angebahnte spectrale Untersuchung des Lichtes der Sonne wurde diese Vermuthung hinsichtlich unseres Centralkörpers zur Gewissheit erhoben und durch die von Secchi, Huggins und Miller ausgeführten Beobachtungen der Spectra der Fixsterne die Wahrscheinlichkeit begründet, dass das Universum aus den gleichen Grundstoffen bestehe.

Wie die Analyse der Meteoriten die Erkenntniss der stofflichen Natur der Himmelskörper begründete, so verspricht die Betrachtung der Form dieser Körper uns den Einblick in die Vorgänge auf den Gestirnen und in die Veränderungen, denen sie unterliegen, zu eröffnen.

Die Form der Meteoriten ist merkwürdig. Man hat dieselbe früher wenig beachtet, doch ist die Thatsache, dass die Meteoriten in Trümmergestalt erscheinen, höchst sonderbar. Es ist bekannt, dass Jeder, der blos von der planetaren Natur der Meteoriten gehört hat und zum erstenmale eine Meteoritensammlung sieht, sehr erstaunt ist zu finden, dass diese Körper nicht rund sind wie die Planeten, sondern eckig, oft scharfkantig

und dass auch im Innern keine concentrische Anordnung bemerkbar.

Haidinger untersuchte die Oberfläche der Meteoriten mit grosser Sorgfalt und kam zu der Überzeugung, dass die dunkle Rinde und die Abrundungen der Kanten nichts Ursprüngliches seien, sondern dass der Meteorit erst beim Durchschneiden der Luft sich mit einer dünnen Rinde überzog und dabei seine scharfen Kanten einbüsste. Jeder Meteorit hat also, bevor er in die irdische Atmosphäre eintrat, eine kantige Form besessen, die Mehrzahl war geradezu scharfkantig. Die Flächen dieser kantigen Stücke waren aber Bruchflächen, jeder Meteorit bildet ein Bruchstück, jeder ist also durch Zerbrechen, durch Zertrümmern einer grösseren Masse zu dieser Gestalt gekommen.

Alle Sammlungen, welche vollständige Meteoriten enthalten, liefern Beispiele, welche dies unwiderleglich darthun. In der Wiener Sammlung sind hierin das Meteoreisen von Agram, jenes von Ilimaë, die Steine von Knyahinya, Seres, Lancé, Chantonnay, Orvinio, Tabor, Pultusk, Stannern etc. ausgezeichnet. Die äussere Form dieser und der anderen Meteoriten steht in keinem Zusammenhange mit der Beschaffenheit des Innern, sie ist ganz zufällig.

Man könnte nun glauben, die Zertrümmerung sei in der Luft geschehen, und in der That kommen, wenn auch selten, Fälle vor, in welchen schon der Anblick der Rinde des Meteoriten lehrt, dass derselbe während des Fluges durch die Atmosphäre geborsten sei, doch ändert dies nichts an der Thatsache, dass die Meteoriten bereits als Trümmer die Atmosphäre erreichen. Bei dem Meteoritenfall unweit Butsura in Ostindien (12. Mai 1861) wurden fünf Stücke in Entfernungen bis zu 6 englischen Meilen von einander entfernt aufgefunden. Als Maskelyne in London diese Stücke zusammenpasste, konnte er die ursprüngliche Gestalt des Meteoriten, bevor derselbe in der Atmosphäre barst, reconstruiren. Es zeigte sich, dass er die Gestalt einer verhältnissmässig dünnen gekrümmten Scholle gehabt habe. Die ungleiche Erhitzung in der Luft musste einen solchen Körper zum Bersten bringen. Dieses Beispiel erspart

die Anführung aller Thatsachen, welche beweisen, dass die Meteoriten nicht als runde, den Planeten ähnliche Körper in die Atmosphäre eintreten.

Die Meteoriten kommen also immer nur als Bruchstücke, als Schollen, als Partikel zu uns, die von einer oder von mehreren grösseren planetarischen Massen abstammen. Ob es nun eine einzige Masse war, welche diese Trümmer lieferte, oder ob es mehrere waren, der Umfang einer solchen Masse muss ein ziemlich bedeutender gewesen sein.

Man findet nämlich bei den meisten Eisenmeteoriten ein Gefüge, welches zeigt, dass jeder ein Theil eines grossen Krystallindividuums ist. Die Bildung so grosser Individuen setzt aber, wie schon Haidinger bemerkte, lange Zeiträume ruhiger Krystallisation bei gleich bleibender Temperatur voraus, und dies kommt nur einem grösseren Weltkörper zu. An vielen Meteorsteinen bemerkt man Rutschflächen (z. B. Chateau Renard, Pultusk, Alessandria), welche genau den in den Felsmassen der Erde auftretenden Rutschflächen gleichen und die Absonderung und Verschiebung grösserer Massen beweisen. Manche zeigen eine Zusammenfügung aus eckigen Bruchstücken, wie das Meteoreisen von Copiapo, das von Tula, die Steine von Chantonnay, Orvinio, Weston, welche den Breccienbildungen der irdischen Felsmassen entsprechen.

Viele Steine bestehen aus sehr kleinen Bruchstücken, aus winzigen Splittern und sind den vulcanischen Tuffen ähnlich. Diese Erscheinungen deuten wiederum auf die Herkunft von grösseren Himmelskörpern, auf welchen mechanische Veränderungen stattfanden.

Wir gelangen also zu der Vorstellung, dass eine oder mehrere grössere Massen, die schon einen längeren Bildungsprocess durchgemacht hatten, das Material zu den Meteoriten geliefert haben.

Zu diesem Resultate sind schon viele Forscher gelangt, welche sich mit dem Studium der Meteoriten beschäftigen. Daubrée versuchte es, die nächstliegende Frage zu beantworten, wie man sich den Vorgang der Zertrümmerung zu denken habe und blieb bei der Alternative stehen, dass die Zertrümmerung

entweder durch Zusammenstoss oder durch Explosion erfolgt sein müsse[1].

Der Gedanke, dass kleinere Planeten durch Zusammenprallen und Zertrümmern grösserer Himmelskörper gebildet werden könnten, ist schon von Olbers bezüglich der Asteroiden ausgesprochen worden[2]. Später haben D'Arrest und C. v. Littrow durch sorgfältige Berechnung die Möglichkeit einer Begegnung der Asteroiden geprüft.

Bei einem Zusammenstoss zweier fester Himmelskörper, die sich mit Planetengeschwindigkeit gegen einander bewegen, würde an der Berührungsstelle eine Schmelzung oder gar eine Verdampfung eintreten[3], im übrigen würde eine Zertrümmerung erfolgen, die Trümmer würden stark zerstreut werden und würden Geschwindigkeiten in verschiedenen Richtungen erhalten. So liesse sich die Bildung der Meteoriten wohl erklären, doch ist zu bedenken, dass bei einer solchen Zertrümmerung nicht blos kleine, sondern auch grosse Bruchstücke entstehen müssten. Die Meteoriten sind aber durchwegs klein. Die schwersten unter den bekannten sind der Meteorstein von Knyahinya im Wiener Mineraliencabinete mit 294 Kilogramm und das Meteoreisen von Cranbourne im British Museum mit 3700 Kilogramm. Die meisten Meteoriten sind aber weit unter dieser

---

[1] Daubrée im Journal des savants 1870 am Schlusse der Abhandlung. Meunier glaubte diesem Dilemma auszuweichen (Geologie comparée p. 296), indem er an ein freiwilliges Zerbröckeln eines Planeten denkt, der etwa so wie eine trocknende Thonplatte zersprang. Auch wenn eine solche Möglichkeit zugestanden werden könnte, würde sich weiters ergeben, dass die entstandenen Trümmer sich alle in derselben Bahn weiterbewegen, was bekanntlich bei den Meteoriten nicht der Fall ist.

[2] Zach, Monatl. Correspondenz. Bd. VI. p. 88.

[3] Eine Masse, welche bei einer Geschwindigkeit von 3 geogr. Meilen mit einem anderen Körper zusammentrifft und dabei vollständig zur Ruhe kommt, würde in dem Falle, als alle lebendige Kraft in Wärme verwandelt wird und keine Wärme an die Umgebung verloren geht, für jede Gewichtseinheit 59630 Wärmeeinheiten entwickeln. Denkt man sich die Hälfte der Wärme durch Strahlung und Leitung verloren und nimmt man die spec. Wärme einer Meteorsteinmasse fünfmal grösser, nämlich = 1 an, um der Zunahme der spec. Wärme mit der Temperatur und um der Schmelzwärme Rechnung zu tragen, so ergibt sich noch immer eine Temperaturerhöhung von 29800° C.

Grösse, so dass ein Stein von 5 Kilo schon zu den grossen gehört.

Alle diese Stücke, auch die grössten, sind nur winzige Splitter, sind nur feiner Staub gegenüber einem sehr kleinen Planeten, wenn dieser auch nur eine Meile im Durchmesser hätte. Wenn dieser auch in eine Million gleicher Theile zersprengt würde, so wäre doch noch jeder Theil 250.000mal grösser als der grosse Stein von Knyahinya, und 10.000mal grösser als das Cranbourne-Eisen.

Es ist demnach sehr unwahrscheinlich, dass die Meteoriten ihre Gestalt einer Zertrümmerung von Planeten durch Stoss verdanken, viel wahrscheinlicher ist es, dass durch eine Wirkung von innen nach aussen, durch eine Explosion jene Zertrümmerung bis zu winzigen Stücken, die man ein Zerstäuben nennen muss, bewirkt worden.

Der Vorgang einer Explosion ist gewaltsam, er scheint der allmäligen kosmischen Entwickelung zu widersprechen, und doch ist er nicht gewaltsamer als die Bewegungen auf der Oberfläche der Sonne und der Cometen, die theils beobachtet, theils erschlossen wurden. Die explosionsartigen Erhebungen, wie sie auf der Sonne von Zöllner, Young, Respighi beobachtet worden, die Drehstürme, welche Lockyer berechnet, erfolgen mit Geschwindigkeiten, welche alles übertreffen, was wir bei Explosionen auf der Erde wahrnehmen.

Das plötzliche Aufleuchten einzelner Sterne verräth nicht minder einen gewaltsamen Vorgang, welchen J. R. Mayer nur durch einen Zusammenstoss von Fixsternen, durch eine Vereinigung derselben unter Zusammenschmelzen erklären zu können glaubt. Die Ausströmungen der Cometen erfolgen nach J. Schmidt's Beobachtungen mit einer Lebhaftigkeit, welche auf intensive Bewegungen schliessen lässt. Allen diesen Erscheinungen gegenüber ist die Vorstellung von einer Explosion, von einem Zerstäuben eines Himmelskörpers keine unnatürliche zu nennen.

Ob wir nun den Himmelskörper oder die vielen Himmelskörper, welche die Meteoriten lieferten, unter die Fixsterne, unter die Planeten oder unter die Cometen einreihen wollen, die Folgerung, dass derlei Körper durch eine Explosion zerstäubt worden seien, ist eine ganz unbedenkliche.

Trotzdem unterliegt sie demselben Einwande wie die Vorstellung von einer Zertrümmerung durch Stoss. Auch bei einer Explosion, welche einen ganzen Himmelskörper von erheblichem Umfange zertheilt, mag dieser Körper nun durchaus starr oder mag er theilweise flüssig sein, würden ausser unzähligen kleinen Trümmern auch grosse Stücke übrig bleiben, welche nun als Meteoriten ihre Wanderung antreten müssten. Man darf aber die Thatsache, dass alle Meteoriten verhältnissmässig sehr klein sind, nicht aus dem Auge verlieren und wird daher auch die Annahme einer totalen Zerstörung durch einmalige Explosion nicht billigen können.

Das Zersplittern eines solchen Himmelskörpers kann aber auch allmälig vor sich gehen. Statt einer einzigen Explosion können deren auch sehr viele gedacht werden, welche Stücke von der Oberfläche eines solchen Körpers in den Weltraum schleuderten. Dieser Vorgang könnte auf jedem Himmelskörper stattfinden, auf dem vulcanische Explosionen stattfinden, dessen Masse aber so gering ist, dass seine Schwerkraft nicht genügt, alle emporgeschleuderten Stücke wiederum an die Oberfläche zurückzuführen.

Diese Betrachtung erinnert an die schon vor längerer Zeit von Olbers, Arago, Laplace, Berzelius u. A. besprochene und neuerdings von L. Smith festgehaltene Ansicht, nach welcher der Mond, dessen Schwerkraft 6mal geringer ist als die der Erde, Stücke so weit fortschleudern konnte, dass sie nicht mehr zu ihm zurückkehrten. Die Möglichkeit eines solchen Vorganges auf dem Monde ist nicht zu leugnen; die mit vielen Kraterwällen bedeckte Mondoberfläche zeigt uns aber, dass doch das Meiste von den emporgeschleuderten Steinmassen wieder herabgefallen sei und Steinwälle um die Auswurfsöffnungen gebildet habe, dass also auch im günstigen Falle nur wenige Stücke in dem Weltraum verstreut wurden.

Der Menge von Meteoriten gegenüber, welche jährlich mit der Erde zusammentreffen, ist diese Quelle eine zu unbedeutende. Die Meteoriten kommen in so verschiedenen Richtungen gegen die Erde und sind so häufig, dass wir eine allgemeine Ursache annehmen müssen, die nicht im Monde allein, überhaupt nicht in einem einzigen Himmelskörper liegt.

Man darf sich also viele Himmelskörper, die zwar einen erheblichen Umfang hatten, die aber doch so klein waren, dass sie Trümmer, welche durch Explosionen emporgeschleudert worden, nicht mehr zurückzuführen vermochten, als die Werkstätten der Meteoriten denken. Dass derlei kleine Sterne in einem bestimmten Alter eine heftige explosive Thätigkeit entwickeln, ist nach der Analogie des Mondes, welcher ein viel heftigeres vulcanisches Entwicklungsstadium durchlief als die Erde, sehr wahrscheinlich. Jene kleinen Sterne verloren aber durch das beständige Fortschleudern der Trümmer fortwährend an Masse, bis sie endlich ganz in kleine Theile aufgelöst waren, die nun in den verschiedensten Bahnen den Weltraum durchziehen.

Man könnte sich versucht fühlen, in den Cometen die Überreste solcher kleiner Gestirne zu sehen und in ihren Ausströmungen die letzte Phase der zuvor geschilderten Thätigkeit zu erblicken. Es ist jedoch nicht meine Sache, in dieser Richtung weiter zu gehen, da es jenen Forschern, die mit der Natur der Cometen vertraut sind, überlassen bleiben muss, zu entscheiden, ob die bisherigen Beobachtungen geeignet sind, einen solchen Zusammenhang nachzuweisen [1].

Es genügt mir, gezeigt zu haben, dass die Form der Meteoriten uns nöthigt anzunehmen, dass dieselben durch heftige Bewegungen, welche von dem Innern eines Gestirnes gegen dessen Oberfläche wirkten, gebildet wurden. Diese Bewegungen dürfen wir mit jenen vergleichen, welche noch gegenwärtig auf der Erde und der Sonne im selben Sinne stattfinden und welche ehedem die Krater auf der Mondoberfläche aufbauten. Sie können auf verschiedenen Gestirnen verschiedene Ursachen haben, doch ist es gestattet, so lange ihre Ursache hier wie

[1] Viele Forscher wollen gegenwärtig einen Zusammenhang zwischen Meteoriten und Sternschnuppen erkennen, da die Erscheinung in der Atmosphäre in beiden Fällen fast dieselbe ist. Da durch Schiaparelli der Zusammenhang der Cometen mit den Sternschnuppen aufgefunden und erklärt wurde, ergäbe sich sodann eine Beziehung zwischen Cometen und Meteoriten von selbst. Eine Schwierigkeit bietet noch die Erfahrung, dass die Maxima der Häufigkeit der Sternschnuppen keineswegs von zahlreichen Meteoritenfällen begleitet sind.

dort unbekannt ist, alle diese Bewegungen als vulcanische zu bezeichnen.

Ob nun dieselben blos explosiv wirkten, indem sie starres Gestein von der Oberfläche emporschleuderten oder ob sie zugleich eruptiv wirkten wie auf der Erde, wo sie Stoffe aus dem Inneren des Planeten hervorbringen, in beiden Fällen musste ein Unterschied zwischen der Schale und dem Kern des Gesteines bestehen. Da nun die Meteoriten in Gestalt scharfer Trümmer zu uns gelangen, so folgt daraus, dass die Gestirne, von denen sie abgetrennt wurden, eine starre Rinde besassen, und wir sind genöthigt weiter zu schliessen, dass deren Inneres entweder nicht starr oder doch ganz anders zusammengesetzt gewesen sei.

Die Gestalt der Meteoriten lässt uns deren Herkunft von kleinen Gestirnen erkennen, die ähnlich gebaut waren wie unsere Erde, die aber durch eine vulcanische Thätigkeit allmälig zerstäubt wurden. Das Gefüge der Meteoriten, ihre innere Form führt um einen Schritt weiter, da sie uns einen Blick in die Geschichte jener Gestirne vor ihrer Zertrümmerung eröffnet.

Manche Meteoriten sind, wie bereits gesagt worden, von solcher Beschaffenheit, welche zeigt, dass sie durch einen allmäligen ruhigen Krystallisationsprocess gebildet wurden, andere hingegen verrathen dadurch, dass sie aus Bruchstücken zusammengefügt sind, die Wirkungen zertrümmernder Kräfte. Die meisten bestehen aus feinen Steinsplittern und runden Körnchen.

Haidinger war der erste, der den Muth hatte, die lockeren, nur aus Gesteinstaub zusammengefügten Massen mit den Zerreibungs- und Zerstäubungsproducten der irdischen Vulcane zu vergleichen und sie geradezu meteoritische Tuffe zu nennen. Das bedeutende Vorwiegen dieser Bildungen unter den Meteoriten lehrt, dass auf jenen Gestirnen, von denen sie kommen, die Ruhe viel seltener gewesen sei als die vulcanische Bewegung.

Es zeigt sich aber bei den tuffähnlichen Meteoriten eine Erscheinung, welche der Erklärung grössere Schwierigkeiten bereitete, eine Erscheinung, welche in diesem Massstabe in den Tuffen unserer Vulcane nicht auftritt. Es ist das massenhafte

Vorkommen kleiner Kugeln und Kügelchen, die jedem Beobachter sogleich auffallen. Sie charakterisiren alle tuffartigen Meteorsteine, welche, wie gesagt, die grosse Mehrzahl bilden. G. Rose nannte desshalb die letzteren Chondrite (Chondros = Kügelchen, Klümpchen).

Jene Kügelchen haben folgende für die Erkennung ihrer Bildungsweise massgebenden Eigenschaften[1].

1. Sie liegen in einer aus feineren und gröberen Splittern bestehenden Grundmasse.
2. Sie sind immer grösser als die letzteren Splitter.
3. Sie treten immer einzeln auf, niemals zu mehreren zusammengefügt.
4. Sie sind vollkommen rund, wenn sie aus einem zähen Mineral bestehen, sonst auch blos rundlich.
5. Sie bestehen bald aus einem, bald aus mehreren Mineralen, immer aber aus genau denselben wie die Grundmasse.
6. Ihr inneres Gefüge steht in keinem Zusammenhange mit ihrer kugeligen Gestalt. Sie sind entweder Stücke eines Krystalls — oder sie sind faserig, wobei sich die Faserung gar nicht nach der Oberfläche richtet — oder sie sind wirr stängelig — oder sie sind körnig.

Die Kügelchen verhalten sich also durchaus nicht so, als ob sie durch Krystallisation zu der kugeligen Form gekommen wären, sie verhalten sich nicht so wie die Sphärolithe im Obsidian und Perlstein, die Kugeln im Kugeldiorit nicht so wie die runden Concretionen von Calcit, Aragonit, Markasit etc. Sie gleichen vielmehr jenen Kugeln, welche man öfters in den Tuffen unserer vulcanischen Bildungen sieht, z. B. die Trachytkugeln in dem Gleichenberger Trachyttuff, die Kugeln in dem Basalttuff am Venusberg bei Freudenthal, besonders aber die Olivinkugeln in dem Basalttuff von Kapfenstein und Feldbach in Steiermark.

Von diesen letzteren Kugeln[2] ist es sicher, dass sie Producte der vulcanischen Zerreibung (Trituration) sind und ihre

[1] Abbildungen dieser Körper in meinen Abhandlungen in diesen Sitzungsberichten Bd. LXV, Abth. I, p. 122 (Gopalpur) und LXX, Abth. I, Nov.-Heft (Orvinio), ferner in v. Drasche's Abh. Min. Mittheil. 1875. Heft I (Lancé).

[2] Sie dürfen nicht etwa mit den vulcanischen Bomben verwechselt werden, die aus Lava bestehen.

Form einer continuirlichen explosiven Thätigkeit eines vulcanischen Schlotes verdanken, durch welche ältere Gesteine zersplittert und deren zähere Theile durch beständiges Zusammenstossen abgerundet wurden.

Die Eigenschaften der Kügelchen in den Meteoriten sprechen durchwegs für eine solche Bildung[1]. Man kann sich allenfalls vorstellen, dass die Steinmassen, welche der Zerreibung ausgesetzt waren, ziemlich weich gewesen seien und würde sich dadurch der Vorstellung Daubrées nähern[2], welcher an ein Gestein denkt, welches in einer Gasmasse wirbelnd erstarrte; doch ist es sicher, dass die Kügelchen das Resultat einer Zerreibung sind.

Die Kügelchen sind zuweilen von mikroskopischer Kleinheit, gewöhnlich aber von Hirsekorngrösse, solche von der Grösse einer Kirsche oder kleinen Haselnuss sind sehr selten. Die Tuffkugeln in den vulcanischen Ablagerungen unserer Erde haben Haselnussgrösse bis Kopfgrösse. Dürfte man aus dieser Verschiedenheit auf die verschiedenen Dimensionen der Werkstätten schliessen, so läge es nahe, für die meteoritischen Tuffe unzählige aber winzige vulcanische Spalten als Entstehungsorte anzunehmen.

Die letzteren Tuffe sind ganz besonders charakterisirt dadurch, dass sie nicht die Spur eines schlackigen oder glasigen Gesteines, ferner niemals ausgebildete Krystalle in der Grundmasse enthalten, überhaupt gar nichts erkennen lassen, was ihre Entstehung aus Lava wahrscheinlich machte. Man sieht in ihnen nichts als Zerreibungsproducte eines krystallinischen Gesteins.

Unter den tuffähnlichen Meteoriten gibt es einige, die Merkmale einer späteren Veränderung durch Hitze an sich tragen, wie z. B. die Meteoriten von Tadjera und Belgorod[3]. Andere zeigen Erscheinungen, welche sich nur durch eine nach

---

[1] Reichenbach dachte sich die Kügelchen als kleine Meteoriten. Es ist aber doch nur die Idee von einer Planetengestalt der Meteoriten, die sich hierin wiederspiegelt.

[2] l. c. p. 38.

[3] Vgl. diese Sitzber. Bd. LXX, Abth. I, Nov.-Heft (Orvinio) und Meunier's Abh. in den Comptes rend. Bd. 72, pag. 339.

der Ablagerung erfolgte chemische Veränderung erklären lassen. So z. B. sieht man in den Steinen von Mezö-Madaras und von Knyahinya öfters rings um die Kügelchen concentrische Anhäufungen von gediegenem Eisen, welche auf der Schnittfläche des Steines wie die Höfe um die Mondscheibe erscheinen; auch innerhalb der Kügelchen erkennt man öfters derlei Höfe. Alle tuffartigen Meteorsteine sind von vielen winzigen Eisenflittern durchschwärmt. Es scheint, dass diese Erscheinungen durch die reducirende Wirkung eines Gases hervorgerufen wurden, und zwar nimmt Daubrée an, dass es Wasserstoffgas gewesen sei, welches derlei Veränderungen hervorbrachte. Die Auffindung von Wasserstoffgas in dem Meteoreisen von Lenarto durch Graham, so wie die durch Kirchhoff erkannte Gegenwart von Wasserstoff auf der Sonne stützen diese Ansicht. Dass auch in diesem Falle eine Erhitzung stattgefunden habe, ist natürlich vorausgesetzt.

Deutliche Merkmale der Erhitzung zeigen übrigens auch jene Meteoriten, welche aus Bruchstücken bestehen, die durch eine schwarze Masse von gleicher Zusammensetzung verbunden sind, wie die Steine von Orvinio und von Chantonnay[1]. Aber trotz allen diesen Beispielen von Hitzewirkungen ist doch kein Meteorit bekannt, welcher irgend eine Ähnlichkeit mit einer vulcanischen Schlacke oder mit einer Lava hätte. Wir müssen, obwohl die Meteoriten mit vulcanischen Tuffen und Breccien verglichen wurden, diesen Vergleich an einem bestimmten Punkte abbrechen.

Die vulcanische Thätigkeit, deren Zeuge die Meteoriten waren, bestand im Zertrümmern starren Gesteines, in der Erhitzung und Veränderung fester Massen. Ergüsse von Lava, das Auswerfen von Lavaglas und Krystallen, welche, wie Zirkel zeigte, die vulcanische Asche bilden, fand nicht statt.

Es war also lediglich eine explosive Thätigkeit, durch welche die Breccien und Tuffe, die wir in den Meteoriten erblicken, gebildet wurden. Dies erinnert lebhaft an eine wohlbekannte Erscheinung auf der Erde, an die Maare der Eifel, welche man wohl mit Recht als Explosionskrater auffasst. Sie

[1] Sitzungsberichte d. Wiener Akad. Bd. LXX, Abth. I, Nov.-Heft.

zeigen uns, dass auf der Erde auch der Fall eintreten kann, dass vulcanische Explosionen ohne Lavaergüsse stattfinden.

Nun bleibt noch die Frage, welche die Ursache der explosiven Thätigkeit war, durch welche auf jenen Gestirnen zuerst die Gesteine der Oberfläche einer Zertrümmerung und Zerreibung unterworfen und durch welche ganze Himmelskörper allmälig in Trümmer zerstäubt wurden.

Die Frage zielt nicht blos hierher, sie trifft den kosmischen Vulcanismus überhaupt. Auf der Sonne und auf der Erde sind Gase und Dämpfe die Träger der vulcanischen Bewegung. Auf dem Monde fehlt jedoch eine Atmosphäre, welche sich wahrscheinlich gebildet hätte, wenn die Mondkrater durch Gasexplosionen aufgebaut worden wären. Desshalb ist in einem jüngst erschienenen Werke[1] die Ansicht aufgenommen, dass die vulcanische Thätigkeit des Mondes nur durch die Volumvermehrung beim Erstarren hervorgebracht wurde. Wenn dies richtig wäre, dann müsste wohl auch beim Gefrieren des Wassers, das eine Volumvermehrung beim Erstarren zeigt, mindestens zuweilen eine eruptive Erscheinung mit Kraterbildung stattfinden, was bekanntlich niemals beobachtet wird. Es scheint mir aber die Schwierigkeit, welche durch eine solche Hypothese beseitigt werden soll, gar nicht zu bestehen. Es müssen nicht permanente Gase gewesen sein, welche die vulcanischen Erscheinungen auf dem Monde beförderten, und wenn es Dämpfe waren, so dürften dieselben durch die Gesteine der Mondoberfläche absorbirt worden sein. Dabei hat man aber noch nicht nöthig, auf die Hypothese von Sämann zurückzugreifen[2], der sich den Mond in einer früheren Epoche mit Wasser bedeckt denkt, welches später absorbirt wurde. Ich komme in einem späteren Vortrage hierauf zurück.

Nach allen unseren Erfahrungen ist eine vulcanische Thätigkeit, welche in einem Zertrümmern und Emporschleudern von Gestein besteht, gar nicht denkbar ohne die Mitwirkung von Gasen oder Dämpfen, oder von beiden zugleich. Daher ist die Annahme gerechtfertigt, dass auch die explosive Thätigkeit,

---

[1] Nasmyth und Carpenter, The Moon. London 1874. pag. 98.
[2] Sämann in dem Bull. de la soc. geol. Ser. 2, Bd. 18, p. 322.

auf welche die Meteoriten hinweisen, durch eine plötzliche Ausdehnung von Dämpfen oder Gasen bewirkt wurde, unter welchen das Wasserstoffgas eine bedeutende Rolle gespielt haben dürfte.

Die Schlüsse, zu welchen die aufmerksame Beobachtung und Vergleichung der Meteoriten führt, sind im Einklange mit den Erfahrungen, durch welche die Geologie und die Astrophysik in den letzten Jahren bereichert wurden. Die vulcanische Thätigkeit, deren Zeugen jene geheimnissvollen Stein- und Eisenmassen gewesen, lässt sich vergleichen mit den heftigen Bewegungen in den äusseren Schichten der Sonne, mit den schwächlichen vulcanischen Regungen auf der Erde, mit den grossartigen eruptiven Erscheinungen, von denen uns die Mondkrater erzählen.

Bei dieser Zusammenstellung drängt sich aber jedem, der Kant's Theorie der gleichartigen Entwickelung der Gestirne im Sinne hat, die Vermuthung auf, dass nicht blos die hier aufgezählten Himmelskörper jenen Veränderungen ausgesetzt seien, dass vielmehr der Vulcanismus eine kosmische Erscheinung sei in dem Sinne, dass alle Gestirne in ihrer Entwickelung eine vulcanische Phase durchmachen. Von den Gestirnen aber die sehr geringe Dimensionen hatten, dürften viele während dieses Zeitraumes zum Theile oder ganz zerstäubt und in kleine Trümmer aufgelöst worden sein.

XII. SITZUNG VOM 29. APRIL 1875.

Der Secretär-Stellvertreter, Herr Professor v. Lang, liest eine Zuschrift des k. & k. Ministeriums des Äussern vom 25. April, womit dem von der Akademie unter dem 29. März gestellten Ansuchen gemäss, der von der k. & k. Botschaft in Constantinopel erwirkte Grossherrliche Reise-Ferman für Herrn Prof. Dr. Franz Toula und dessen Assistenten Jos. Szombathy zur Verfügung gestellt wird.

Die Directionen der Landes-Oberrealschule zu Iglau und des Ober-Realgymnasiums zu Pilsen erstatten ihren Dank für die diesen Lehranstalten bewilligten akademischen Publicationen.

Der Secretär-Stellvertreter legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

1. „Neue Crustaceen und Pycnogoniden, gesammelt während der k. k. österr.-ungar. Nordpol-Expedition" (vorläufige Mittheilung), von Herrn Prof. Dr. Camil Heller in Innsbruck.
2. „Die tympanalen Sinnesapparate der Orthopteren", von Herrn Prof. Vitus Graber in Graz, eingesendet von Herrn Prof. Dr. Oscar Schmidt in Strassburg.
3. „Ichthyologische Beiträge" (II.), von Herrn Dr. Fr. Steindachner.

Herr Regrth. Dr. C. v. Littrow überreicht eine Abhandhandlung des Herrn Dr. Ludwig Graber, Assistenten der k. k. Gradmessung, betitelt: „Bahnbestimmung des Planeten (138) Tolosa, nebst Ephemeriden für die Opposition 1875".

Herr Prof. Dr. Jos. Boehm legt eine Abhandlung: „Über die Gährungsgase von Sumpf- und Wasserpflanzen" vor.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Accademia Pontificia de' nuovi Lincei: Atti. Anno XXVIII, Sess. 2da. Roma, 1875; 4°.

Akademie der Wissenschaften, Königl. Preuss., zu Berlin: Monatsbericht. Januar 1875. Berlin; 8°.

Annali delle Università Toscane. Tomo XI—XIII. Pisa, 1869—1873; 4°.

Arbeiten des kais. botanischen Gartens zu St. Petersburg. Band III, 1. Lieferung. St. Petersburg, 1874; 8°.

Christiania, Universität: Akademische Schriften aus den Jahren 1865, 1869—1874. 8°, 4° & Folio.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXXX, Nr. 14. Paris, 1875; 4°.

Gesellschaft, Deutsche geologische: Zeitschrift. XXVI. Bd., 4. Heft. Berlin, 1874; 8°.

— k. k. mähr.-schles., zur Beförderung des Ackerbaues, der Natur- und Landeskunde: Mittheilungen. 1874. LIV. Jahrgang. Brünn; 4°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXXVI. Jahrgang, Nr. 17. Wien, 1875; 4°.

Nature. Nr. 286, Vol. XI. London, 1875; 4°.

„Revue politique et littéraire" et „Revue scientifique de la France et de l'étranger. IVe Année, 2e Série, Nr. 43. Paris, 1875; 4°.

Société Geologique de France: Bulletin. 3e Série. Tome IIIe. 1875. Nr. 3. Paris; 8°.

— des Ingénieurs civils: Mémoires & Compte rendu des travaux. 3e Série, 27e Année, 4e Cahier. Paris, 1874; 8°.

Society, The Royal, of New South Wales: Transactions for the Year 1873. Sydney, 1874; 8°.

Verein für siebenbürgische Landeskunde: Archiv. N. F. XI. Band, 3. Heft; XII. Band, 1. Heft. Hermannstadt, 1874; 8°. — Jahresbericht für das Vereinsjahr 1873/74. Hermannstadt; 8°. — Beiträge zur Kenntniss Sächsisch-Reens. Festgabe. Hermannstadt, 1870; kl. 4°. — Geschichte der *terra Siculorum terrae Sebus* des Andreanischen

Freibrief's oder des adeligen Gutes Giesshübel bei Mühlbach, von Ferd. Baumann. Hermannstadt, 1874; 4°. — Der siebenbürgisch - sächsische Bauer. Hermannstadt, 1873; 8°.

Verein, physikalischer, zu Frankfurt a. M.: Jahres-Bericht für das Rechnungsjahr 1873—1874. Frankfurt a/M., 1875; 8°.

Wiener Medizin. Wochenschrift. XXV. Jahrgang, Nr. 17. Wien, 1875; 4°.

Über einen Schulapparat zur Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalentes.

Von **J. Puluj,**

Assistenten an der k. k. Marine-Akademie in Fiume.

(Mit 1 Tafel.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 15. April 1875.)

In vorliegender Abhandlung wird die Beschreibung und Theorie eines Apparates von sehr einfacher Construction mitgetheilt, der mir zu Demonstrationen in Vorlesungen diente.

Die Bestandtheile des Apparates sind: Eine Schwungmaschine mit verticaler Spule, ein Calorimeter *c* (Fig. 1) zur Messung der Wärme, welche in demselben durch Reibung erzeugt wird, und eine Hebelvorrichtung *hhrs* zur Messung der in die Wärme umgesetzten Arbeit.

Die Spule *a* (Fig. 2) trägt ein conisches Metallstück *b*, welches innen mit Holz ausgefüttert ist, und mittelst dreier Stellschrauben in der Spule coaxial festgeklemmt werden kann. Das Calorimeter besteht aus zwei abgestutzten Hohlkegeln aus Gusseisen, welche fein polirt sind und in einander vollkommen passen, so dass der innere Kegel aus dem äusseren etwas herausschaut und nicht ganz an den Boden desselben reicht. Die Kegel hatten folgende Dimensionen. — Äusserer Kegel: Durchmesser der Basis 1·8 Ctm.; äusserer Durchmesser der Oeffnung 2·96 Ctm; innerer Durchmesser derselben 2·85 Ctm.; Dicke der Mantelfläche 0·11 Ctm. — Innerer Kegel. Durchmesser der Basis 1·68 Ctm.; äusserer Durchmesser der Oeffnung 2·88 Ctm.; innerer Durchmesser derselben 2·75 Ctm; Dicke der Mantelfläche 0·13 Ctm. Beide Kegel waren von 4·7 Ctm. Höhe.

Mittelst dreier Stellschrauben in dem Metallstücke *b* lässt sich auch das Calorimeter coaxial feststellen. Die Spitzen der Stellschrauben werden vom Calorimeter durch dicke Papier-

streifen isolirt. Der innere Kegel trägt einen dünnen Holzdeckel, an welchem ein leichter Balken aus Holz angeschraubt ist. Durch die Mitte des Balkens und Holzdeckels geht eine Bohrung von 1·3 Ctm. Durchmesser und dient zur Aufnahme des Thermometers. Der innere Kegel wird ganz mit Quecksilber gefüllt. Der eine Arm des horizontalen Balkens ist an seinem Ende mit einem Häkchen versehen, an welchem der über die fixe Rolle r geschlungene Faden einer Wagschale befestigt ist. Der zweite Arm des Balkens dient als Gegengewicht.

Wird nun die Schwungmaschine in Bewegung gesetzt, so sucht der äussere Kegel den inneren und den mit ihm fest verbundenen Balken mitzunehmen und die Schale sammt Belastung zu heben. Durch wiederholte Versuche lässt sich diejenige Belastung finden, bei welcher der Balken mit dem horizontalen Theile des Fadens einen rechten Winkel einschliesst. Das Gewicht der Schale sammt Belastung repräsentirt nun diejenige Kraft, welche die Reibung der Mantelflächen beider Kegel überwindet, und deren Arbeitsleistung in Wärme umgesetzt wird. Diese Kraft bedarf noch einer Correction, denn dieselbe hat nicht blos die Reibung beider Kegel, sondern auch die Reibung an der Axe der Rolle zu überwinden. Das Correctionsgewichtchen wird auf folgende Weise bestimmt: Ist P das Gewicht, welches bei senkrechter Stellung des Balkens gegen den Faden die Reibung der Kegelmantelflächen überwindet, so wird die Axe der Rolle gegen die Lager mit $R = \sqrt{2}P$ gedrückt. Es wird daher die Schlinge h des Fadens ausgehängt, ein Gewicht $\frac{\sqrt{2}P}{2}$ angebunden und durch ein entsprechendes Gewicht in der Schale äquilibrirt. Jenes Zulegegewichtchen, welches nothwendig ist, um das Gleichgewicht zu stören, überwindet die Reibung an der Axe der Rolle und ist die gesuchte Correction; dieselbe ist von P abzuziehen. Für meinen Apparat ergab sich aus mehreren Versuchen eine Correction von 0·7 Gramm.

Die Arbeitsleistung der Kraft P lässt sich durch folgende Ueberlegung mit Leichtigkeit bestimmen. Ist die Schwungmaschine in Bewegung, so dreht sich der äussere Kegel, und der innere wird durch die Kraft P fix erhalten. Es wird an der Sache

nichts geändert, wenn man sich den Fall umgekehrt denkt, nämlich der äussere Kegel sei unbeweglich und der innere werde von der Kraft P so gedreht, dass ihre Richtung zum Balken stets senkrecht bleibt. In diesem Falle ist die nach einmaliger Umdrehung des Kegels geleistete Arbeit

$$a = 2l\pi P,$$

wenn l den Hebelarm der Kraft P bedeutet. Nach n-maliger Umdrehung ist die in Wärme umgesetzte Arbeit

$$A = 2nl\pi P.$$

Bedeutet ferner c den Wasserwerth des Calorimeters, α die Zimmertemperatur, $\theta - \alpha$ die Temperaturzunahme im Calorimeter nach n-maliger Umdrehung, so ist die in Calorien ausgedrückte Wärmemenge

$$W = c(\theta - \alpha).$$

Es ergibt sich somit für das mechanische Wärmeäquivalent die Formel

$$J = \frac{2nl\pi P}{c(\theta - \alpha)}.$$

Macht der äussere Kegel jene n-Umdrehungen in einer Secunde, so ist bei gleichförmiger Drehung der Rotationsmaschine nt die Anzahl der Umdrehungen in t Secunden, und daher, wenn $\theta - \alpha$ die der Zeit t entsprechende Temperaturzunahme bedeutet,

$$J = \frac{2n\pi lP}{c(\theta - \alpha)}t, \qquad 1)$$

und

$$\theta - \alpha = \frac{2n\pi lP}{Jc}t. \qquad 2)$$

Diese Formeln sind unter der Voraussetzung aufgestellt, dass das Calorimeter keine Wärme ausstrahlt, und können daher zur numerischen Berechnung von Versuchen verwendet werden,

bei denen in kurzer Zeit viele Umdrehungen gemacht werden, also auch viel Wärme erzeugt wird, gegen welche die ausgestrahlte Wärme vernachlässigt werden kann.

Während der Zeit, als Arbeit in Wärme umgesetzt wird, gibt das Calorimeter einen Theil seiner Wärme fortwährend an die Umgebung ab. Die ausgestrahlte Wärmemenge lässt sich in der Rechnung sehr leicht berücksichtigen. Es sei nun zu irgend einer Zeit t die Temperatur im Calorimeter θ. Wächst die Zeit, so wird auch die Temperatur zunehmen; zur Zeit $t + dt$ wird die Temperatur $\theta + d\theta$ sein. Wird die Wärme ausgestrahlt, so ist die Temperaturzunahme nicht mehr der Zeit t proportional; die Formel 2 bleibt aber noch immer richtig für ein sehr kleines Zeitelement dt. In der Zeit dt wird die Arbeit $2nl\pi P dt$ in Wärme umgesetzt und in Folge dessen muss das Thermometer um

$$\frac{2nl\pi P}{Jc} dt$$

steigen. Gleichzeitig wird aber das Calorimeter während des Zeitelementes dt auch eine gewisse Wärmemenge ausstrahlen, daher das Thermometer um

$$R(\theta - \alpha) dt$$

fallen, wenn R die Geschwindigkeit der Abkühlung des Calorimeters in einer Secunde und bei 1 Grad C. Temperaturdifferenz zwischen dem Calorimeter und der Luft bedeutet. Der Unterschied beider letzten Ausdrücke ist die wirkliche Temperaturzunahme $d\theta$ des Calorimeters. Es ergibt sich somit für die Temperaturzunahme des calorimetrischen Apparates in der Zeit dt eine lineare Differentialgleichung erster Ordnung

$$d\theta = \frac{2n\pi l P}{Jc} dt - R(\theta - \alpha) dt,$$

oder

$$\frac{d\theta}{d\theta} + R(\theta - \alpha) - \frac{2n\pi l P}{Jc} = o$$

und ihr Integral

$$\theta - \alpha = e^{-Rt}\left(C + \frac{2n\pi lP}{Jc} \cdot \frac{e^{-Rt}}{R}\right).$$

Die Constante C erhält ihre Bedeutung aus dem Anfangwerthe der Temperatur θ. Ist für $t = o$, $\theta = \theta_0$, so ergibt sich aus der letzten Formel

$$C = -\frac{2n\pi lP}{JcR} + \theta_0 - \alpha,$$

und durch Wiedereinsetzung dieses Werthes erhält man schliesslich nach einigen Reductionen

$$\theta - \theta_0 = \left(\frac{2n\pi lP}{JcR} - \theta_0 + \alpha\right)(1 - e^{-Rt}). \qquad 3)$$

In dieser allgemeinen Formel muss auch die Formel 2 als spezieller Fall enthalten sein. Wird nämlich die Geschwindigkeit der Abkühlung $R = o$ gesetzt, so resultirt aus 3

$$\theta - \theta_0 = \frac{0}{0},$$

ein Ausdruck von unbestimmter Form, welcher durch Derivation des Zählers und Nenners nach R und nachherige Substitution von $R = o$ in die schon erwähnte Formel

$$\theta - \theta_0 = \frac{2n\pi lP}{Jc} t$$

übergeht.

Ist θ_0 von der Zimmertemperatur α wenig verschieden, so kann in der Rechnung die Differenz $\theta_0 - \alpha$ gegen die grosse Zahl $\frac{2n\pi lP}{JcR}$ vernachlässigt werden, und die Formel 3 übergeht in

$$\theta - \theta_0 = \frac{2n\pi lP}{JcR}(1 - e^{-Rt}).$$

Ist auch die Dauer des Versuches kurz, so kann ferner wegen Kleinheit von R die Exponentialgrösse e^{-Rt} in eine Reihe entwickelt werden:

$$\theta-\theta_0=\frac{2n\pi lP}{JcR}\left(1-1+\frac{Rt}{1!}-\frac{R^2t^2}{2!}+\frac{R^3t^3}{3!}-\ldots\right).$$

Mit Beibehaltung der drei ersten Glieder der Reihe erhält man die angenäherte Formel:

$$\theta-\theta_0=\frac{2n\pi lP}{JcR}\left(1-\frac{Rt}{2}\right)t, \tag{4}$$

und

$$J=\frac{2n\pi lP}{c(\theta-\theta_0)}\left(1-\frac{Rt}{2}\right)t. \tag{5}$$

Für ein unendlich grosses t nähert sich die Formel 3 der Grenze

$$\theta-\theta_0=\frac{2n\pi lP}{JcR}t,$$

welchen Ausdruck man auch erhält ausgehend von dem Gedanken, dass der Grenzwerth von $\theta-\theta_0$ dann erreicht sein wird, wenn die in einer Secunde durch Reibung erzeugte Wärme der in derselben Zeit vom Calorimeter ausgestrahlten Wärmenmenge gleich ist.

Unter Voraussetzung, dass die Anzahl der Umdrehungen $n = o$ ist, dass somit keine Wärme erzeugt wird, erhält man aus der oben aufgestellten Differentialgleichung

$$d\theta = -R(\theta-\alpha)dt,$$

und das Integral

$$lognat(\theta-\alpha) = -Rt + a,$$

welches mit Berücksichtigung der Grenzbedingungen $t = o$, $\theta = \theta_0$ das bekannte Newton'sche Abkühlungsgesetz

$$\theta-\alpha = (\theta_0-\alpha)e^{-Rt}$$

liefert, welches auch aus der Formel 3 sich ergibt, wenn darin $n = o$ gesetzt wird. Aus den zusammengehörigen Werthen von θ und t und der anfänglichen Temperaturdifferenz $\theta_0-\alpha$ lässt sich auch die Abkühlungsgeschwindigkeit R berechnen. Bei

einer anfänglichen Temperaturdifferenz von 4°,5C. ergab sich aus vielen Versuchszahlen der Werth dieser Constanten

$$R = 0{\cdot}000963$$

für eine Secunde und eine Temperaturdifferenz 1°C. Die Abkühlungsgeschwindigkeit ist aber keineswegs eine constante, sondern eine mit der Temperaturdifferenz $\vartheta - \alpha$ veränderliche Grösse. Um daher auch für Versuche, bei denen grössere Temperaturdifferenzen vorkommen, eine Differentialgleichung aufzustellen, müsste man von der Dulong-Petit'schen Formel

$$\vartheta - \alpha = (\vartheta_0 - \sigma) e^{at + bt^2}$$

ausgehen, und hätte eine etwas allgemeinere Differentialgleichung

$$\frac{d\vartheta}{dt} - (a + 2bt)(\vartheta - \alpha) - \frac{2n\pi l P}{Jc} = o$$

zu integriren.

Die von mir angestellten Versuche dauerten nicht länger als 50 Secunden, und die dabei vorkommenden Temperaturdifferenzen waren immer kleiner als 4°5 C. Ich verwendete daher zur numerischen Berechnung des mechanischen Wärmeäquivalentes die obige Formel 5.

Versuche.

Ich habe mit dem beschriebenen Apparate auch eine Reihe von Versuchen angestellt, deren numerische Berechnung ich weiter folgen lasse. Die Methode des Experimentirens ist sehr einfach. Vor Allem wird ermittelt, welches Gewicht nothwendig ist, um die Reibung der Kegelmantelflächen zu überwinden und den Balken senkrecht gegen den horizontalen Theil des Fadens zu erhalten. Hat der calorimetrische Apparat nahezu die Zimmertemperatur angenommen, so beginnt der eigentliche Versuch. Es wird eine etwas tiefere Temperatur notirt, der Balken gegen den Faden senkrecht gestellt, und in dem Augenblicke, als das Calorimeter die notirte Temperatur angenommen hat, das Schwungrad der Rotationsmaschine mit dem Schlage eines Secundenpendels in Bewegung gesetzt, dann der Balken losgelassen und die Anzahl von Umdrehungen gezählt. Bei meinen Versuchen machte das Schwungrad nur eine und die Spule 7·2

Umdrehungen in einer Secunde. Nach dem Versuche wurde in der Regel 10 Secunden lang gewartet, und in dem Augenblicke, als das Thermometer zu steigen aufhörte, die Temperatur des Calorimeters notirt. Die so abgelesene Temperatur ist etwas kleiner als jene, welche das Calorimeter genau am Ende des Versuches hat, weil von demselben fortwährend Wärme ausgestrahlt wird. Die Temperaturablösung bedarf daher noch einer Correction

$$\Delta = 0{\cdot}00963(\theta - \alpha),$$

worin θ die abgelesene Temperatur des Calorimeters und α die Zimmertemperatur bedeutet. Die Correction wird jedesmal zu der Temperaturzunahme $\theta - \theta_0$ hinzugeben.

Bei der numerischen Berechnung der Versuche wurde für die specifische Wärme nach Regnault gesetzt:

Für Eisen 0·11379,
„ Quecksilber 0·03332,
„ Glas 0·19768.

Ferner war das Gewicht
des äusseren Kegels 22·174 Gramm,
des inneren Kegels 40·250 „
des Quecksilbers
im Calorimeter 187,770 „
im Thermometer 13,573 „

Das Gewicht des Quecksilbers in der Thermometerkugel ist aus den Dimensionen derselben berechnet worden. Das Gewicht der Glaskugel sammt dem eingetauchten Stücke der Thermometerröhre schätzte ich auf 0·49 Gramm.

Aus diesen Zahlen berechnete ich den Wasserwerth des Calorimeters

$$c = 0{,}0139987 \text{ Kilogramm.}$$

Es war ferner die Länge des Hebelarmes, an welchem der Faden befestigt war, $l = 30{\cdot}34$ Ct. Zur Ueberwindung der Reibung an der Axe der Rolle war ein Gewichtchen von 0·7 Gramm nöthig. Die Temperaturen wurden bis auf 0·02 eines Grades der Reaumur'schen Scala genau abgelesen. Vor jeder Versuchsreihe

wurde das Calorimeter mit feinem Fliesspapier sorgfältig gereinigt.

In der nachfolgenden Tabelle bedeutet:

1. t die Dauer des Versuches in Secunden;
2. α die Zimmertemperatur in Celsius'schen Graden;
3. θ_0 und θ die Temperaturen des Calorimeters am Anfang und am Ende des Versuches;
4. $\theta-\theta_0$ die Temperaturzunahme des Calorimeters;
5. P das Gewicht der Schale sammt Belastung in Grammen;
6. J das mechanische Wärmeäquivalent in Kilogrammometern.

Die Temperaturen des Calorimeters sind in Reaumur'schen Graden beobachtet worden. In der Tabelle ist θ und θ_0 in C Graden ausgedrückt.

Resultate der Beobachtungen:

Nr.	t	α	θ_0	θ	$\theta-\theta_0$	P	J
1.	20	11°30	11°375	12°250	0°875	20·6	440·2
	50	11·32	12·400	14·525	2 125	19·8	427·2
	30	11·31	12·125	13·450	1·325	20·6	431·8
	30	11·30	12·163	13·513	1·350	21·1	434·5
2.	50	9°50	9°600	11°7500	2°1500	19·7	421·8
	40	9·50	10·000	11·6875	1·6875	19·7	430·9
	50	10·00	10·125	12·4375	2·3125	21·3	425·3
	50	10·00	10·625	12·9625	2·3375	21·7	427·9
3.	40	13°70	13°8750	15°6250	1°7500	20·3	429·3
	20	13·71	15·0000	15·8750	0·8750	20·3	427·9
	40	13·50	15·2750	17·0000	1·7250	20·3	431·9
	50	13·00	13·2375	15·4375	2·2000	20·3	425·2
	30	13·00	13·8125	15·1625	1 3500	20·3	417·5
4.	20	10°30	10°5000	11°3750	0°8750	20 3	433·1
	40	10·29	117·500	13·5000	1·7500	20·3	426·5
	30	10·30	11·0000	12·3125	1·3125	20·3	429·9
	20	10·30	12·9000	13·8000	0·9000	20·3	410·7
	30	10·90	11·0000	12·3750	1·3750	20·3	412 0
	50	13·00	13·2500	15·4375	2·1875	20·3	427·6
	30	13 00	13·6250	15·0000	1·3750	20·3	410·6
	30	13·00	14·6250	16·0000	1·3750	20·6	414·0
	30	12·97	15·375	16·7250	1·3500	20·6	419·5
	30	12·50	13·3125	14·6500	1·3375	20·5	426·0

Nr.	t	α	θ	θ_0	$\theta-\theta_0$	P	J
5.	30	12·50	12°7125	14°0000	1°2875	19·5	422·1
	40	13·00	13·1875	14·8750	1·6875	19·5	427·1
6.	40	10°00	10°0875	11°8750	1°7875	20·6	427·1
	40	10·00	10·7875	12·6250	1·8375	20·6	423·7
	20	10·00	10·9250	11·8125	0·8875	20·3	423·8
						Mittel	425·2 ± 5·4

Das Mittel aus allen Werthen des mechanischen Wärmeäquivalentes 425·2 mit dem mittleren Fehler ± 5·4 ist in bester Übereinstimmung mit der Zahl 424·9, welche Joule als Mittel aus einer grossen Reihe sehr gut übereinstimmender Werthe gefunden hat. Dieses Resultat kann zugleich als Mass der Genauigkeit gelten, mit der die Versuche mit Hilfe dieses einfachen Apparates sich ausführen lassen.

Von Vortheil ist beim Experimentiren noch folgende Vorrichtung. Auf einem dünnen rechtwinkligen Holzdreieck Fig. 3 ist von *c* aus durch die rechtwinklige Ecke *a* mit dem Halbmesser von der Länge eines Balkenarmes ein Bogen *am* beschrieben und in Grade getheilt. Senkrecht zur Kathete *ac* sind parallel zur Kante *ab* Linien gezogen. Das Holzdreieck ruht horizontal auf einem Gestell und wird unter dem Balken so aufgestellt, dass die Axe des letzteren mit der einen und der Faden mit der anderen Kathete desselben zusammenfallen. Bei einer Belastung, die etwas grösser gewählt ist als jene, welche nöthig ist, um den Querbalken in der normalen Stellung gegen den Faden zu erhalten, wird der Balken mit der Kathete *ac* einen Winkel φ einschliessen. Der Schlitten *ee* (Fig. 2), auf dem die Rolle ruht, wird noch etwas auf der Tischplatte verschoben, bis der Faden mit den Linien auf dem Holzdreieck parallel läuft.

Der aus einer etwas zu grossen Belastung nach der Formel 5 berechnete Werth des mechanischen Wärmeäquivalentes ist, wie leicht einzusehen, noch mit $\cos\varphi$ zu multipliciren.

$$J = J_\varphi \cos\varphi.$$

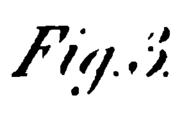
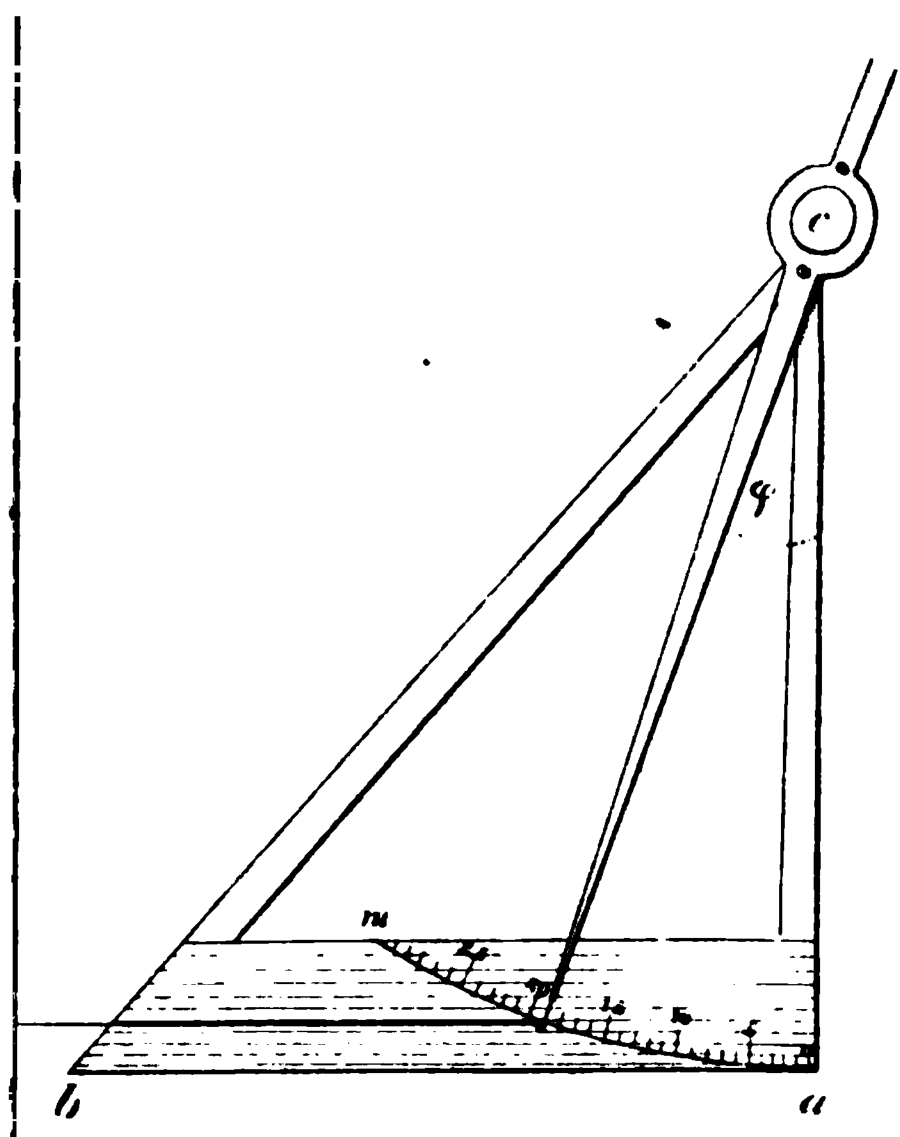


Fig. 3.



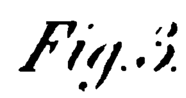
Nr.	t	α	θ	θ_0	$\theta-\theta_0$	P	J
5.	30	12·50	12°7125	14°0000	1°2875	19·5	422·1
	40	13·00	13·1875	14·8750	1·6875	19·5	427·1
6.	40	10°00	10°0875	11°8750	1°7875	20·6	427·1
	40	10·00	10·7875	12·6250	1·8375	20·6	423·7
	20	10·00	10·9250	11·8125	0·8875	20·3	423·8
						Mittel	425·2 ± 5·4

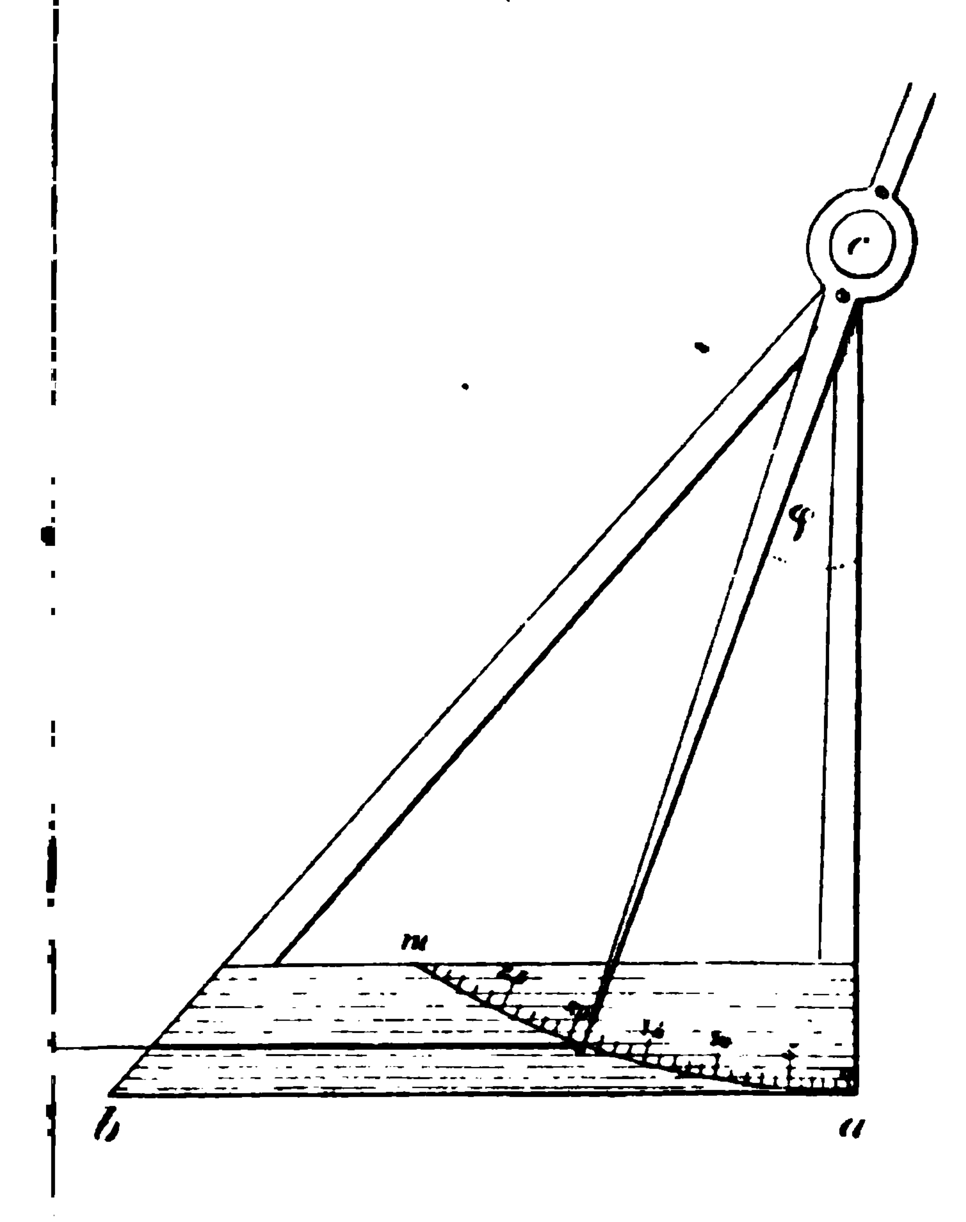
Das Mittel aus allen Werthen des mechanischen Wärmeäquivalentes 425·2 mit dem mittleren Fehler ± 5·4 ist in bester Übereinstimmung mit der Zahl 424·9, welche Joule als Mittel aus einer grossen Reihe sehr gut übereinstimmender Werthe gefunden hat. Dieses Resultat kann zugleich als Mass der Genauigkeit gelten, mit der die Versuche mit Hilfe dieses einfachen Apparates sich ausführen lassen.

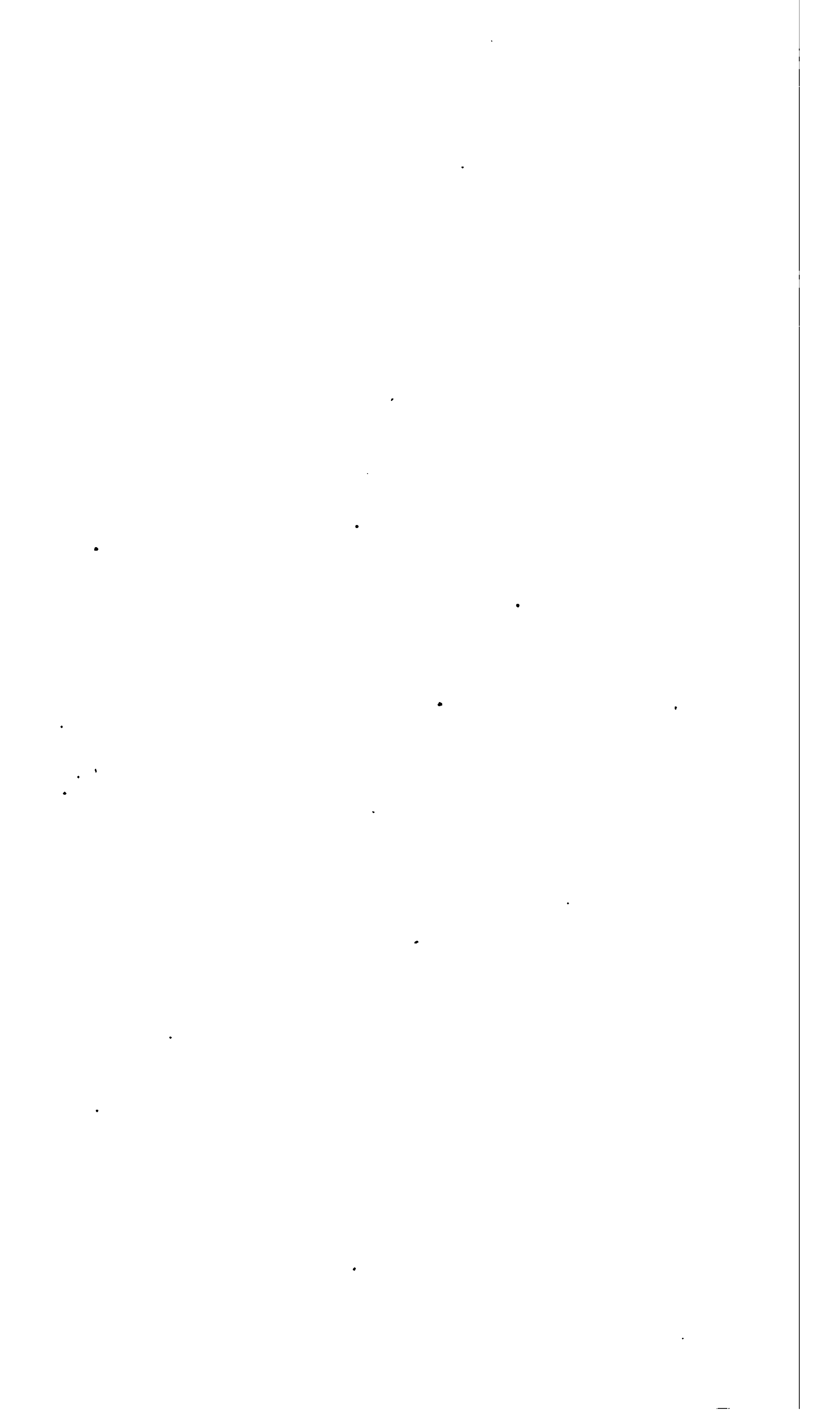
Von Vortheil ist beim Experimentiren noch folgende Vorrichtung. Auf einem dünnen rechtwinkligen Holzdreieck Fig. 3 ist von c aus durch die rechtwinklige Ecke a mit dem Halbmesser von der Länge eines Balkenarmes ein Bogen am beschrieben und in Grade getheilt. Senkrecht zur Kathete ac sind parallel zur Kante ab Linien gezogen. Das Holzdreieck ruht horizontal auf einem Gestell und wird unter dem Balken so aufgestellt, dass die Axe des letzteren mit der einen und der Faden mit der anderen Kathete desselben zusammenfallen. Bei einer Belastung, die etwas grösser gewählt ist als jene, welche nöthig ist, um den Querbalken in der normalen Stellung gegen den Faden zu erhalten, wird der Balken mit der Kathete ac einen Winkel φ einschliessen. Der Schlitten ee (Fig. 2), auf dem die Rolle ruht, wird noch etwas auf der Tischplatte verschoben, bis der Faden mit den Linien auf dem Holzdreieck parallel läuft.

Der aus einer etwas zu grossen Belastung nach der Formel 5 berechnete Werth des mechanischen Wärmeäquivalentes ist, wie leicht einzusehen, noch mit $\cos\varphi$ zu multipliciren.

$$J = J_\varphi \cos\varphi.$$


Fig.3.


c
q
m
b
a



Um den raschen Fortschritten der medicinischen Wissenschaften und dem grossen ärztlichen Lese-Publicum Rechnung zu tragen, hat die mathem.-naturwissenschaftliche Classe der kais. Akademie der Wissenschaften beschlossen, vom Jahrgange 1872 an die in ihren Sitzungsberichten veröffentlichten Abhandlungen aus dem Gebiete der Physiologie, Anatomie und theoretischen Medicin in eine besondere Abtheilung zu vereinigen und von dieser eine erhöhte Auflage in den Buchhandel zu bringen.

Die Sitzungsberichte der math.-naturw. Classe werden daher vom Jahre 1862 (Band LXV) an in folgenden **drei** gesonderten **Abtheilungen** erscheinen, welche auch einzeln bezogen werden können:

I. Abtheilung: Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mineralogie, Botanik, Zoologie, Geologie und Paläontologie.

II. Abtheilung: Die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Mechanik, Meteorologie und Astronomie.

III. Abtheilung: Die Abhandlungen aus dem Gebiete der Physiologie, Anatomie und theoretischen Medicin.

Von der I. und II. Abtheilung werden jährlich 5—7 und von der III. 3—4 Hefte erscheinen.

Dem Berichte über jede Sitzung geht eine Übersicht aller in derselben vorgelegten Abhandlungen und das Verzeichniss der eingelangten Druckschriften voran.

Der Preis des ganzen Jahrganges sämmtlicher drei Abtheilungen beträgt 24 fl.

Von allen in den Sitzungsberichten erscheinenden Abhandlungen kommen Separatabdrücke in den Buchhandel und können durch die akademische Buchhandlung Karl Gerold's Sohn (Wien, Postgasse 6) bezogen werden.

Der akademische Anzeiger, welcher nur Original-Auszüge oder, wo diese fehlen, die Titel der vorgelegten Abhandlung enthält, wird wie bisher, 8 Tage nach jeder Sitzung ausgegeben. Der Preis des Jahrganges ist 1 fl. 50 kr.

Sci. 4

SITZUNGSBERICHTE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LXXI. BAND. V. HEFT.

Jahrgang 1875. — Mai.

(Mit 2 Tafeln und 2 Holzschnitten.)

ZWEITE ABTHEILUNG.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Mechanik, Meteorologie und Astronomie.

WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI KARL GEROLD'S SOHN,
BUCHHÄNDLER DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1875.

INHALT

des 5. Heftes (Mai 1875) des 71. Bandes, II. Abth. der Sitzungsberichte der mathem.-naturw. Classe.

Preis des ganzen Heftes: 1 fl. 20 kr. = 2 RMK. 40 Pfg.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

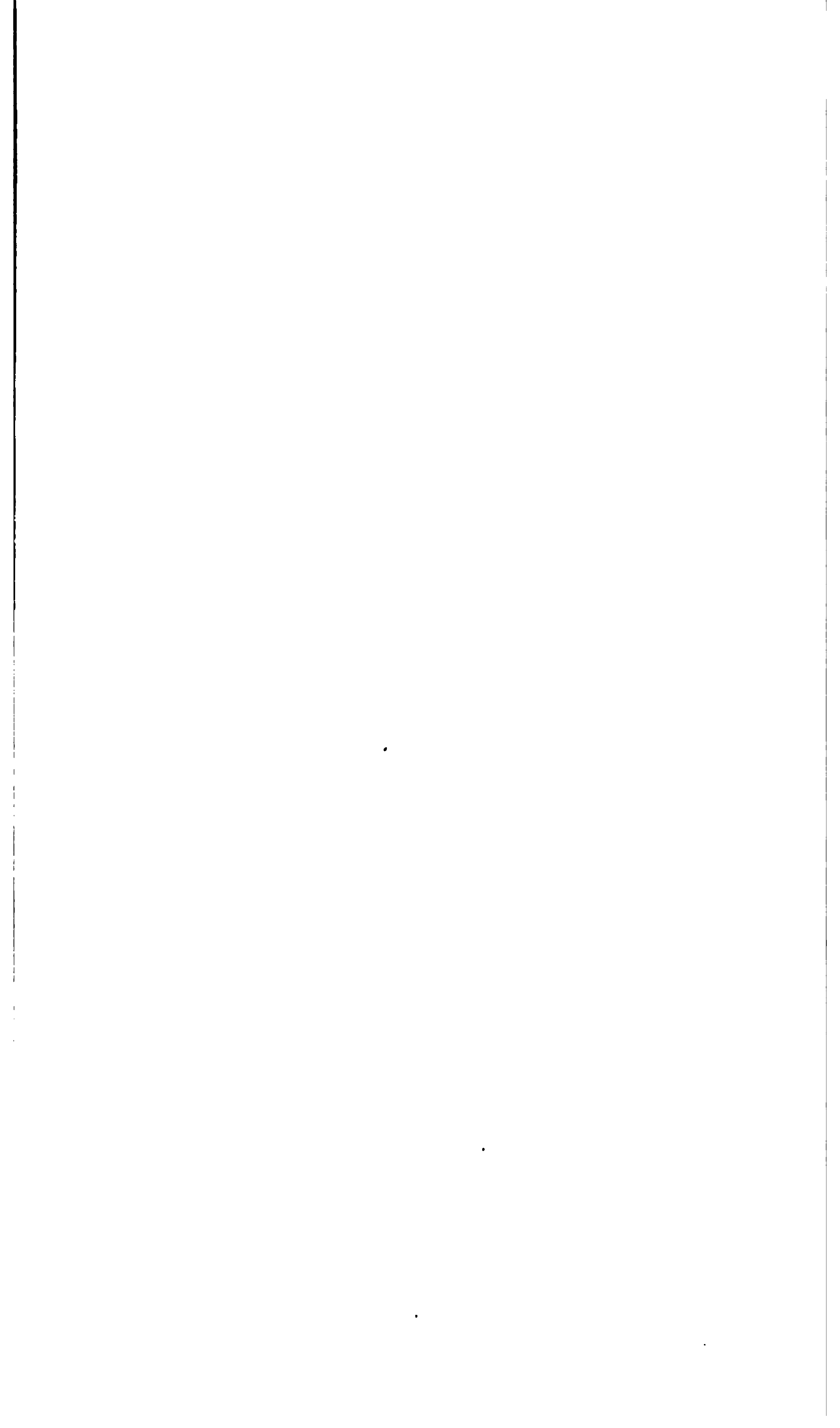
MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LXXI. Band.

ZWEITE ABTHEILUNG.

5.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Mechanik, Meteorologie und Astronomie.



XIII. SITZUNG VOM 13. MAI 1875.

Se. Excellenz der Herr Curator-Stellvertreter gibt mit h. Erlass vom 12. Mai bekannt, dass Seine kaiserliche Hoheit der Durchlauchtigste Herr Erzherzog-Curator die feierliche Sitzung am 29. Mai mit einer Ansprache zu eröffnen geruhen werde.

Das k. & k. Ministerium des Äussern theilt mit Indorsat vom 27. April einen Bericht des österr. Gesandten in Athen mit, wodurch die Circular-Weisung bekannt gegeben wird, welche die kgl. griechische Regierung an die griechischen Behörden erlassen hat, damit den Herren Th. Fuchs und Al. Bittner bei ihren geologischen Studien der möglichste Vorschub geleistet werde.

Das k. k. Ministerium des Innern übermittelt mit Zuschrift vom 10. Mai die graphischen Darstellungen über die Eisbildung an der Donau in Ober-Österreich während der Wintermonate 1874/5.

Dasselbe Ministerium theilt mit Zuschrift vom 7. Mai das ihm, im Wege des Landespräsidiums der Bukowina zugegangene, von dem Magistratsrathe und Landtagsabgeordneten Ant. Schönbach befürwortete Anliegen eines vorläufig Ungenannten mit, welcher das Problem der Lenkbarkeit des Luftschiffes gelöst zu haben glaubt, eine wissenschaftliche Prüfung seiner Erfindung erbittet und dieselbe eventuell der Regierung zum Kaufe anbietet. Das Ministerium ersucht um Mittheilung, ob, und unter welchen Bedingungen und Modalitäten die Classe geneigt wäre, sich in eine Prüfung der behaupteten Erfindung einzulassen.

Das k. & k. General-Consulat zu Paris übersendet die ihm, von Herrn Dumas, beständigem Secretär der Academie des Sciences zu Paris, für die kais. Akademie der Wissenschaften übergebene vollständige Sammlung der Memoiren, welche die von Dumas präsidirte Special-Commission über die gegen die

Phylloxera in Vorschlag gebrachten Vertilgungsmittel publicirt hat, und theilt mit, dass Herr Dumas 50 Kilogramm schwefelkohlensaurer Pottasche, deren Anwendung in Frankreich zu günstigen Resultaten geführt hat, direct nach Wien abgeschickt habe.

Die Directionen des Mariahilfer Communal-Real- und Obergymnasiums in Wien, der Landes-Realschule zu Sternberg und der II. deutschen Staats-Oberrealschule zu Prag erstatten ihren Dank für bewilligte akademische Publicationen.

Das c. M., Herr Prof. Dr. Constantin Freiherr v. Ettingshausen in Graz, übersendet eine Abhandlung: „Über die genetische Gliederung der Cap-Flora".

Herr M. J. Dietl übersendet eine Abhandlung, betitelt: „Experimentelle Studien über die Ausscheidung des Eisens".

Herr Oberbergrath v. Zepharovich in Prag übersendet als Nachtrag zu seinen am 1. April l. J. vorgelegten Mineralogischen Mittheilungen VI. Beobachtungen, die sich auf die Krystallformen des Cronstedtit von Přibram, aus Cornwall und Brasilien beziehen.

Herr Hofrath Dr. F. R. v. Hochstetter legt eine Abhandlung vor, betitelt: „Lichenen Spitzbergen's und Nowaja-Semlja's", auf der Graf Wilczek'schen Expedition 1872 gesammelt von Professor Höfer in Klagenfurt, untersucht und beschrieben von Prof. Dr. Körber in Breslau.

Das w. M. Herr Director v. Littrow überreicht eine Abhandlung des Herrn Dr. J. Holetschek: „Bahnbestimmung des Planeten (118) Peitho".

Das w. M. Herr Prof. Dr. V. v. Lang übergibt eine Abhandlung des Herrn Dr. F. Exner: „Über die galvanische Ausdehnung der Metalldrähte."

Herr Prof. Jos. Boehm überreicht zwei Abhandlungen: „Über die Respiration von Wasserpflanzen" und „Über eine mit Wasserstoffabsorption verbundene Gährung".

Herr Bergrath Dr. Edm. v. Mojsisovics überreicht eine für die Sitzungsberichte bestimmte Abhandlung: „Über die Ausdehnung und Structur der südost-tirolischen Dolomitstöcke".

Herr Dr. M. Neumayr legt eine Abhandlung: „Über Kreideammonitiden" vor.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Academy, The Royal Irish: Transactions. Vol. XXIV. Antiquities. Part IX; Vol. XXIV. Science. Parts XVI—XVIII; Vol. XXV. Science. Parts I—IX. Dublin, 1870—1874; 4⁰. — Proceedings. Vol. X. Part IV; Vol. I. Ser. II. Nrs. 1—9. Dublin, 1870—1874; 8⁰.

American Academy of Arts and Sciences: Proceedings. New Series. Vol. I. (Whole Series. Vol. IX.) Boston, 1874; 8⁰.

American Association for the Advancement of Science: Proceedings. XXII[d] Meeting. Salem, 1874; 8⁰.

— Chemist. Vol. V, Nr. 9. New York, 1875; 4⁰.

Annalen (Justus Liebig's) der Chemie. Band 176, Heft 2. Leipzig & Heidelberg, 1875; 8⁰.

Annales des mines. VII[e] Série. Tome VI. 6[me] Livraison de 1874. Paris; 8⁰.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift (nebst Anzeigen-Blatt). 13. Jahrgang, Nr. 13—14. Wien, 1875; 8⁰.

Buffalo, Society of Natural Sciences: Bulletin. Vol. II. Nrs. 1—3. Buffalo, 1874; 8⁰.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXXX, Nr. 15. Paris, 1875; 4⁰.

Gesellschaft, österr., für Meteorologie: Zeitschrift. X. Band, Nr. 9. Wien, 1875; 4⁰.

— Deutsche Chemische, zu Berlin: Berichte. VIII. Jahrgang. Nr. 7. Berlin, 1875; 8⁰.

— der Wissenschaften, kgl., zu Göttingen: Abhandlungen. XIX. Band. Vom Jahre 1874. Göttingen; 4⁰. — Gelehrte Anzeigen. 1874. Band I & II. — Nachrichten aus dem Jahre 1874. Göttingen; 8⁰.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXXVI. Jahrgang Nr. 18—19. Wien, 1875; 4⁰.

Institut de France. Académie des Sciences: Commission du Phylloxera. Séance du 3 Décembre 1874. Paris, 1875; 4⁰. — Études sur la nouvelle maladie de la vigne dans le Sud-Est de la France, par M. Duclaux. Paris, 1874; 4⁰. — Études sur la nouvelle maladie de la vigne, par M. Maxime Cornu. 1874; 4⁰. — Mémoire sur les moyens de combattre l'invasion du Phylloxera, par M. Dumas. 1874; 4⁰. — Mé-

moire sur la réproduction du Phylloxera du chêne, par M. Balbiani. 1874; 4°. — Mémoire sur la maladie de la vigne et sur son traitement par le procédé de la submersion, par M. Louis Faucon. 1874; 4°. — Rapport sur les études relatives au Phylloxera, présentées à l'Académie par MM. Duclaux, Max Cornu et L. Faucon. 1873; 4°. — Rapport sur les mesures administratives à prendre pour préserver les territoires menacés par le Phylloxera. 1874; 4°. — Communication relative à la destruction du Phylloxera, par M. Dumas. Nouvelles expériences effectuées avec les sulfocarbonates alcalins, pour la destruction du Phylloxera; manière de les employer, par M. Mouillefert. Recherches sur l'action du coaltar dans le traitement des vignes phylloxérées, par M. Balbiani. Paris, 1874; 4°.

Landbote, Der steirische. 8. Jahrgang, Nr. 9. Graz, 1875; 4°.

Landwirthschafts-Gesellschaft, k. k., in Wien: Verhandlungen und Mittheilungen. Jahrgang 1875. April-Heft. Wien; 8°.

Lese- und Redehalle der deutschen Studenten in Prag: Jahres-Bericht. 1874—75. Prag, 1875; 8°.

Löwen, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus dem Jahre 1873—1874. 8°.

Mittheilungen aus J. Perthes' geographischer Anstalt. 21. Band, 1875, Heft IV, nebst Ergänzungsheft. Nr. 41. Gotha; 4°.

Moniteur scientifique du D^teur^ Quesneville. 401^e^ Livraison. Paris, 1875; 4°.

Museum of Comparative Zoölogy at Harvard College, Cambridge, Mass.: Bulletin. Vol. III, Nrs. 9—10. Cambridge; 8°. — Annual Report. For 1872 & 1873. Boston, 1873 & 1874; 8°.

Nature. Nr. 287, Vol. XI; Nr. 288, Vol. XII. London, 1875; 4°.

Nuovo Cimento. Serie 2ª. Tomo XIII. Gennaio e Febbraio 1875. Pisa; 8°.

Pollichia, naturwiss. Verein der Rheinpfalz: XXII.—XXVII. und XXX. — XXXII. Jahresbericht. Dürckheim a. d. H., 1866, 1868 & 1874; 8°.

Reichsanstalt, k. k. geologische: Abhandlungen. Band VIII, Heft 1. Wien, 1875; Folio; — Jahrbuch. Jahrgang 1875. XXV. Band, Nr. 1. Wien; 4°. — Verhandlungen. Jahrgang 1875, Nr. 6. Wien; 4°.

Reichsforstverein, österr.: Österr. Monatsschrift für Forstwesen. XXV. Band, Jahrg. 1875, Mai-Heft. Wien; 8°.

„Revue politique et littéraire", et „Revue scientifique de la France et de l'étranger". IV° année, 2° Série, Nrs. 44—45. Paris, 1875; 4°.

Società Adriatica di Scienze naturali in Trieste: Bollettino. 1875. Nr. 3. Trieste; 8°.

Société Royale des Sciences de Liège: Mémoires. II° Série. Tome V. Bruxelles, Paris, Londres, Berlin, 1873; 8°.

— des Sciences de Finlande: Öfversigt af Finska Vetenskaps-Societetens Förhandlingar. Vol. XIV, XV & XVI. 1871—1874. Helsingfors, 1872—1874; 8°. — Bidrag till kännedom af Finlands natur och folk. Vol. XVIII, XIX, XXI—XXIII. Helsingfors, 1871—1873; 8°. — Observations faites à l'Observatoire magnétique et météorologique de Helsingfors. Vol. V. Helsingfors, 1873; 4°.

Society, The Chemical, of London: Journal. Ser. 2. Vol. XII. May—December, 1874; Vol. XIII, January, 1875. London; 8°.

Strassburg, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus dem Jahre 1874. 4° & 8°.

Verein, naturwiss., zu Bremen: Abhandlungen. IV. Band, 2. & 3. Heft, nebst Beilage Nr. 4. Bremen, 1874 & 1875; 8° & 4°.

Wiener Medizin. Wochenschrift. XXV. Jahrgang, Nr. 18—19. Wien, 1875; 4°.

Zeitschrift des österr. Ingenieur- & Architekten-Vereins. XXVII. Jahrgang, 6. & 7. Heft. Wien, 1875; 4°.

Über das thermoelektrische Verhalten einiger Metalle beim Schmelzen und Erstarren.

Von A. v. Fitz-Gerald Minarelli.

(Mit 1 Tafel.)

Ausgeführt im physikalischen Kabinete der k. k. techn. Militär-Akademie.

(Vorgelegt in der Sitzung am 18. März 1875.)

Das Verhalten von Thermoelementen, beim Schmelzen des leichter flüssigen Bestandtheiles ist für einige Metall-Combinationen vom Herrn Hauptmann A. v. Obermayer[1] untersucht worden. Es hat sich hiebei ergeben, dass bei den, dem Versuche unterworfenen Elementen, die elektromotorische Kraft während des Schmelzens und Erstarrens dieselbe blieb.

Die Unregelmässigkeiten, welche jedoch das Wismutheisen-Element zeigte, liessen es wünschenswerth erscheinen, die Combinationen von Wismuth mit einigen andern Metallen einer erneuerten Untersuchung zu unterziehen, und gleichzeitig noch das Verhalten einiger anderer Metall-Combinationen zu prüfen.

Es wurden mir zu diesem Zwecke vom Herrn Hauptmann A. v. Obermayer, die zu seinen Versuchen benützten Thermoelemente zur Verfügung gestellt. Die Thontrichter wurden, statt mit Weingeistlampen, mit 6 Bunsen Brennern erhitzt, die auf zwei halbkreisförmig gebogenen Bleiröhren aufsassen, welche mittelst eines Charniers gegeneinander verstellbar waren.

Als eingeschmolzene Metalle verwendete ich Blei, Wismuth und Zinn. Die eintauchenden Metalle waren: Ein 4 Mm. dicker Zinkdraht, 3 Mm. starker Kupfer- und ebenso dicker Eisendraht, ein 1·5 Mm. starker Platindraht und ein Antimonstäbchen.

---

[1] Sitzb. d. Wr. Akad. Bd. LXVI.

Letzteres liess ich zuerst in starken Dimensionen giessen (16 Mm. Durchmesser), um ein allzuleichtes Brechen des spröden Metallstabes hintanzuhalten; dies hatte jedoch den Nachtheil, dass die damit angestellten Versuche ungenaue Zahlen lieferten, da der grosse Metallquerschnitt sehr rasch die Wärme von der heisseren Löthstelle abführte. Ich goss mir daher selbst dünnere, 6 Mm. dicke gerade Stäbchen aus Antimon, die ich dann durch Löthung rechtwinkelig miteinander verband. Das Giessen geschah in dünnwandigen Glasröhren, die in erwärmtem Sande standen. Die am gegossenen Stäbchen anhaftende Glasform wurde durch leichte Hammerschläge entfernt.

Das eine Ende der eintauchenden Metallstäbe war in ausgebohrte Eisendrahtstücke hineingelöthet. Am zweiten im Quecksilber befindlichen Ende war dann ein Kupferstäbchen angelöthet, und die Löthstelle gut mit Eisenlack überzogen.

Die eigentlichen Messungen zerfielen in 2 Theile:

1. In die Bestimmung der elektromotorischen Kraft beim Schmelzen, resp. Erstarren; und
2. in die Ermittlung der Änderung der elektromotorischen Kraft vor, während und nach dem Schmelzen und Erstarren.

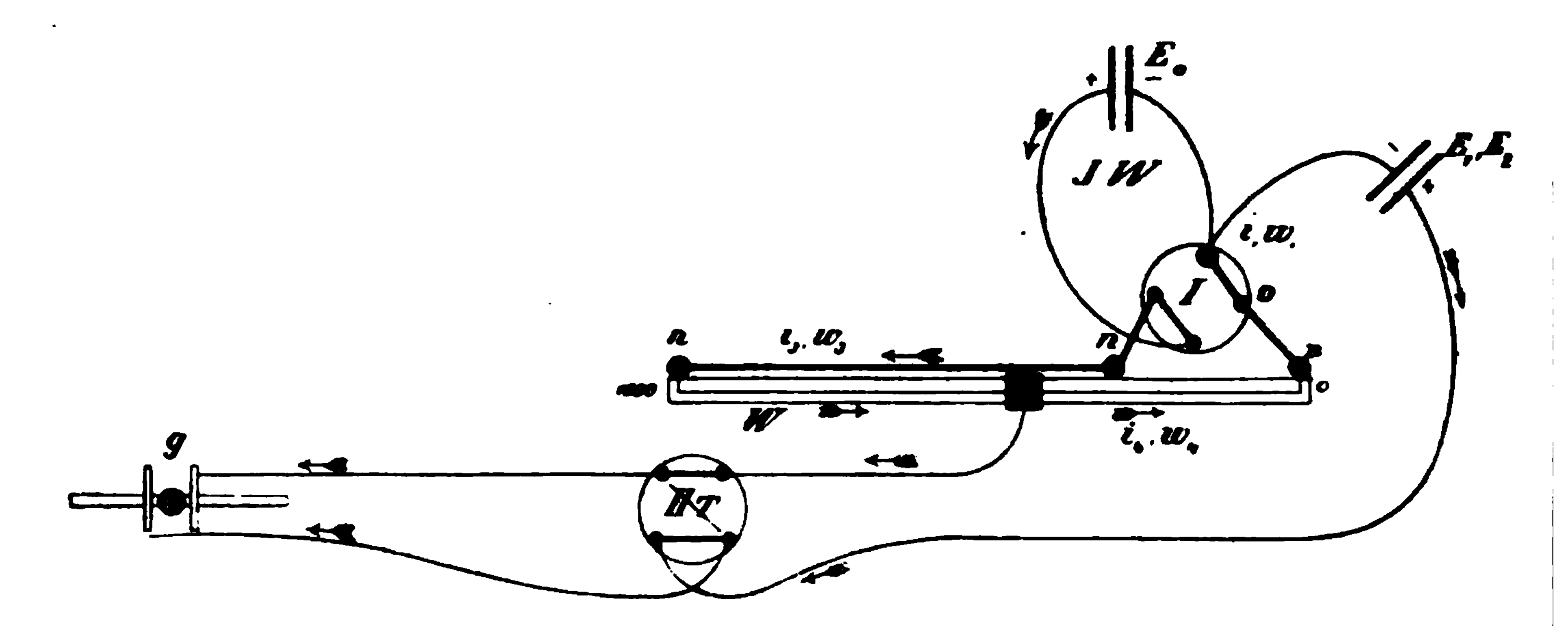
Durch Vorversuche war ferner constatirt worden, dass auch bei den von mir untersuchten Thermoelementen die elektromotorische Kraft weder im Schmelzen noch im Erstarren eine sprungweise Änderung erleide.

I. Bestimmung der elektromotorischen Kraft im Schmelzen und Erstarren.

Die Messungen der elektromotorischen Kräfte geschahen nach der Methode von Paalzow und es ist die schematische Anordnung aus nachstehender Figur ersichtlich.

In E_0 befand sich eine Hilfs-Thermosäule von mehr oder weniger Eisen-Neusilber-Elementen. Die anfänglich an dieser Stelle, als Hilfselemente angewendeten Noë-Elemente waren 3 an der Zahl und so eingerichtet, dass man jedes einzelne für sich benützen konnte. Obgleich die ganze Säule mit einem Papiermantel umgeben war, hatte der geringste Luftzug einen so stören-

den Einfluss, dass diese Versuche äusserst ungenaue Resultate lieferten und daher verworfen werden mussten.



Das zweite in den Stromkreis eingeschaltete Element war entweder das zu untersuchende Element (E_1) oder ein Vergleichselement (E_2), welches wieder aus mehreren Eisen-Neusilberelementen bestand.

Die Enden der zu den Eisen-Neusilber-Elementen verwendeten Drähte waren rechtwinkelig nach abwärts gebogen und entsprechend aneinander gelöthet. Die einen Löthstellen tauchten in geschmolzenes Paraffin, welches durch ein Wasserbad auf eine Temperatur von 95—100° C. gebracht wurde; die anderen Löthstellen wurden durch schmelzenden Schnee auf 0° C. erhalten. Die Eisen-Neusilber-Elemente waren in zusammenhängende Ketten von 16, 4 und 2 Elementen angeordnet.

W ist eine Wheatstone'sche Brücke, in der ein Neusilberdraht eingezogen war; der vor derselben als Umschalter angebrachte Stromwechsler I ermöglichte den Strom bei jeder Messung einmal in dem einen, das andere Mal im entgegengesetzten Sinne durch die Brücke zu schicken. Die Summe der so erhaltenen Brückenablesungen gab zwar nicht immer dieselbe Länge des Messdrahtes, doch war diese Summe bald grösser, bald kleiner, wesshalb ich mich begnügte, aus den Brückenablesungen das arithmetische Mittel zu nehmen.

Der Stromwechsler II diente zur leichteren Auffindung eines durch das Galvanometer gehenden Stromes, und bot ferner die Gelegenheit, eine leicht ausschaltbare Stromtheilung

anzubringen, wodurch ein anfängliches, beiläufiges Einstellen des Schlittens S erleichtert wurde.

Bei g war ein Edelmann'sches Spiegelgalvanometer eingeschaltet; der dabei befindliche Astasirungsmagnet war jedoch bei den Versuchen weggelassen. Der Widerstand der einen Rolle des Galvanometers war gleich 0·9160 S. E., der der zweiten Rolle 0·8768 S. E., und dadurch, dass die beiden Rollen nebeneinander eingeschaltet waren, ergaben dieselben bei der gewöhnlichen Zimmertemperatur von 15° C. einen Widerstand gleich 0·4479 S. E.

Die einzelnen Drahtenden waren gut amalgamirt und tauchten in Quecksilbernäpfchen n, resp. in die mit Quecksilber gefüllten Ausnehmungen o der Stromwechsler.

Wird nun in den Stromkreis zuerst das Hilfselement E_0, mit seinem gleichnamigen Pole gegen das zu untersuchende Element E_1 eingeschaltet, und wird sodann der Schlitten der Brücke so lange verschoben, bis durch das Galvanometer g kein Strom mehr hindurch geht, so ergeben die beiden Kirchhoff'schen Sätze für diese Stromverzweigungen die Formeln:

$$E_1 = i_4 \cdot w_4 \qquad E_0 - E_1 = i_3 \cdot w_3 + J \cdot W.$$
$$J = i_3.$$

Wird sodann das Element E_1 durch das Vergleichselement E_2 ersetzt, so ergiebt sich analog:

$$E_0 - E_2 = i'_3 \cdot w'_3 + J . W \qquad J = i_3 = i'_3$$

und somit

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{w'_4}{w_4} = \frac{a}{b}$$

wenn a und b die den betreffenden Elementen entsprechenden Brückenablesungen bedeuten.

Da die wärmere Löthstelle der Vergleichselemente nicht immer auf 100° C. gebracht werden konnte, wurde das nach obigem erhaltene Resultat, nachdem es auf ein Eisen-Neusilberelement bezogen war, noch mit dem Factor $\frac{t}{100^\circ}$ multiplicirt, worin t die beobachtete Temperatur des Paraffinbades bedeutet.

Um nun die von mir als Vergleichselemente verwendeten Eisen-Neusilberelemente auf jene Kupfer-Neusilber umrechnen zu können, die Herr Hauptmann A. v. Obermayer zu seinen mehrerwähnten Versuchen verwendete, untersuchte ich zwei der Elemente „Eisen-Blei und Eisen-Zinn“ in demselben Zustande, wie sie vom Herrn Hauptmann A. v. Obermayer angewendet waren, nach der von mir angewandten Methode und erhielt folgende Werthe:

1 Eisen-Zinn = 0·8999 Eisen-Neusilber bei 100° Temp. Diff. der Löthstellen.

1 Eisen-Blei = 0·9936 Eisen-Neusilber bei 100° Temp. Diff. der Löthstellen.

Vergleicht man dies mit den von Herrn Hauptmann A. v. Obermayer gefundenen Zahlen:

1 Eisen-Zinn = 1·689 Kupfer-Neusilber
1 Eisen-Blei = 1·895 „

so ergibt sich als Reductionsfactor eines Eisen-Neusilbers auf ein Kupfer-Neusilber:

$$1 \text{ Eisen-Neusilber} = \frac{1\cdot877}{1\cdot908} \text{ Kupfer-Neusilber.}$$

Um endlich auch einen Aufschluss zu erhalten über die Genauigkeit meiner Messungen, bestimmte ich bei den ersten zwei von mir untersuchten Elementen den mittleren Fehler nach folgender Methode:

Sei nämlich im Resultate $E = \frac{a}{b}$ der Zähler mit dem mittleren Fehler m_1, der Nenner mit dem mittleren Fehler m_2 behaftet, so ergibt sich durch Anwendung des Taylor'schen Satzes ür den mittleren Fehler des Resultates E:

$$m = \frac{1}{b}\sqrt{m_1^2 + \frac{a^2}{b^2}.m_2^2}.$$

Beim Zinn-Zink erhielt ich auf diese Art bei der ersten Messung einen mittleren Fehler:

$m = \pm 0 \cdot 0011 = 0 \cdot 27\,\%$ und bei der zweiten:
$m' = \pm 0 \cdot 0014 = 0 \cdot 36\,\%$.

Das Bleizink ergab bei der ersten Messung:

$m = \pm 0 \cdot 0021 = 0 \cdot 29\,\%$ und bei der zweiten:
$m' = \pm 0 \cdot 0070 = 0 \cdot 93\,\%$

also sehr geringe Fehler, die jedenfalls zu Gunsten der angewandten Methode sprechen.

In der nun folgenden Tabelle sind die Resultate dieser Beobachtungen wie folgt zusammengestellt:

e bedeutet darin, die durch directe Messung gefundenen Werthe für das Verhältniss der elektromotorischen Kraft des Thermoelementes zu der eines Eisen-Neusilber-Elementes von 100° Temperatur Differenz der Löthstellen.

E den mittleren, respective beim Blei-Zink und Zinn-Zink den wahrscheinlichsten Werth für obiges Verhältniss.

n die Anzahl der Versuche.

E_0 die Anzahl Eisen-Neusilber, die als Hilfselemente, und

E_2 die Anzahl Eisen-Neusilber, die als Vergleichselemente verwendet waren.

In der letzten Rubrik ist der, mit dem (+) Eisenpole der Eisen-Neusilber-Elemente gleichnamige Pol des Thermoelementes ersichtlich gemacht:

	e	E	n	E_0	E_2	
Blei-Antimon	4·403	4·403	10	6	4	Antimon
Blei-Zink	0·721 0·752	0·723	4 4	4	2	Zink
Wismuth-Eisen.....	4·262 4·286	4·274	5 5	16	10	Eisen
Wismuth-Kupfer....	3·467 3·375	3·421	6 5	16	10	Kupfer
Wismuth-Platin	2·720	2·720	12	4	2	Platin
Wismuth-Antimon ..	5·161 5·198	5·179	9 7	16	8	Antimon
Zinn-Zink	0·3995 0·3965	0·398	3 3	2	1	Zink
Zinn-Antimon	2·664 2·690	2·677	9 7	6	4	Antimon

Die Verhältnisszahlen c und E sind selbstverständlich für den Schmelzpunkt des leichter flüssigen Metalles gegeben; sie resultiren aus Versuchen, die sowohl beim Schmelzen als beim Erstarren angestellt waren, und die im Allgemeinen stets dasselbe Resultat ergaben. Im Schmelzen stellte sich die elektromotorische Kraft wohl etwas grösser als im Erstarren heraus, wie sich dies aus den Versuchen mit dem Zinn-Antimon-Element ersehen lässt, wo die ersten neun Versuche blos beim Erstarren, die anderen sieben blos beim Schmelzen angestellt sind; doch sind diese Unterschiede sehr klein, und können einer nicht zu vermeidenden Überhitzung zugeschrieben werden.

Wie man sieht, hatte ich auch das Wismuth-Eisen-Element in den Kreis meiner Untersuchungen gezogen, und zwar aus der Ursache, weil es bei den Versuchen des Herrn Hauptmann A. v. Obermayer sehr grosse Unregelmässigkeiten aufwies.

Die von mir gefundene Verhältnisszahl stimmt nach der Umrechnung auf 1 Kupfer-Neusilber, mit der von Herrn Hauptmann A. v. Obermayer bestimmten wohl schlecht, doch mag dies vielleicht in der von Gaugain[1] gefundenen Thatsache seine Erklärung finden, dass unter mehr als 100 von ihm untersuchten Wismuth-Kupferelementen, nicht zwei dieselbe elektromotorische Kraft besassen, sondern stets, schon bei geringerern Temperaturs-Differenzen der Löthstellen, grössere oder kleinere Unterschiede aufwiesen, welchen Umstand Gaugain den Ungleichmässigkeiten im Wismuth zuschreibt. Überdies war das von mir verwendete Wismuth nicht vollkommen rein, da es beim Erstarren Kugeln reiner Wismuths ausschied.[2]

II. Die Änderung der elektromotorischen Kraft während des Schmelzens und Erstarrens.

Um genauen Aufschluss zu erhalten über die Vorgänge im Element unmittelbar vor und nach dem Schmelzen, respective

---

[1] „Mémoire sur les courants thermo électriques par J. M. Gaugain", Annales de chim. et de phisique 3ième série, tome LXV. 1862.

[2] R. Schneider. Pogg. Annal. der Chem. und Phys. Bd. XCVI S. 494.

Erstarren, verband ich mit der jeweiligen Messung der Stromintensität eine Temperaturbestimmung.

Hiezu wurde ein mit Gold gelöthetes Platin-Eisen-Element verwendet, das in einem Luftbade mit einem Quecksilber-Thermometer verglichen worden war. Hiebei und bei den eigentlichen Temperaturbestimmungen, war in den Stromkreis des *Pt-Fe* Elementes ein einfaches Galvanometer eingeschaltet, dessen Spiegelmagnet ein kleines Lichtbild auf eine, in Centimeter getheilte Scala entwarf. Diese Vergleichung ergab nun, dass die Stromstärke des *Pt-Fe* Elementes bis zu einer Temperatur von 360° annähernd sich proportional der Temperaturdifferenz der Löthstelle ändert. Auch über diese Temperatur hinaus dürfte die Proportionalität noch vorhanden sein. Von der Rothglühhitze angefangen, nähert sich aber die Stromstärke sehr rasch einem Maximum.

Zu der Temperaturbestimmung wurde das *Pt Fe* Element mit seiner Löthstelle in das geschmolzene Metall eingetaucht und der Ausschlag des kleinen Galvanometers im Moment des Schmelzens, respective Erstarrens, als der Schmelztemperatur des betreffenden Metalles entsprechend, angesehen. Die Schmelztemperatur und Erstarrungstemperatur wurden als zusammenfallend angenommen.

Die Stromstärken der untersuchten Thermoelemente, wurden am Edelmann'schen Galvanometer abgelesen und dazu ein entsprechender Widerstand in den Stromkreis derselben eingeschaltet. Gleichzeitig wurde dann immer der Ausschlag des zweiten, mit dem *Pt-Fe* Elemente verbundenen Galvanometers beobachtet.

Nur bei dem Wismuth-Platin-Elemente musste ich die Temperaturmessungen mit einem anderen Thermoelemente anstellen, da der Platindraht des *Pt-Fe* Elementes als Bestandtheil des Wismuth-Platin-Elementes verwendet war. Von mehreren untersuchten Elementen erwies sich ein hartgelöthetes Kupfer-Neusilber-Element als hiezu sehr geeignet, da seine Stromstärke sich ebenfalls nahezu proportional der Temperaturdifferenz der Löthstellen ändert.

Auf diese Art erhielt ich eigentlich die Änderung der Stromintensitäten, der von mir untersuchten Elemente mit der Temperatur, doch durfte die elektromotorische Kraft der Stromstärke proportional angenommen werden, da die Änderung des Wider-

standes im Thermoelemente, wegen des grossen Metallquerschnittes vernachlässigt werden kann.

In den folgenden Tabellen sind die so erhaltenen Resultate der Reihe nach zusammengestellt.

t bedeutet darin die Temperatur der heisseren Löthstelle des Thermoelementes, (die zweite Löthstelle war hiebei durch schmelzenden Schnee auf 0° Celsius erhalten) und

E die zugehörige elektromotorische Kraft, berechnet aus der beim Schmelzpunkt gemessenen.

Die bei Versuchen im Schmelzen erhaltenen Zahlen sind mit einem *, die im Erstarren erhaltenen mit einem ° bezeichnet; der Schmelzpunkt selbst ist durch fette Lettern ersichtlich gemacht:

I. Blei-Zink.

t	*E*	*t*	*E*	*t*	*E*
193	0·205*	272	0·444°	346	0·793°
206	0·241*	283	0·497*	347	0·833*
219	0.270*	284	0·490°	359	0·902°
232	0·314*	296	0·551*	360	0·942*
235	0·327°	297	0·537°	371	1·03°
244	0·358*	308	0·613*	372	1·04°
247	0·363°	309	0·591°		1·07*
257	0·402*	321	0·745*	384	1·11°
260	0·413°	322	0·661°	385	1·15*
270	0·446*	**334**	**0·723*°**	398	1·22*

II. Blei-Antimon.

t	*E*	*t*	*E*	*t*	*E*
169	1·00*	277	2·57*	324	3·75°
200	1·26*	284	2·83*	332	4·14*
214	1·52*	291	3·09*	**334**	**4·403*°**
236	1·78*	301	3·09°	344	4·67*
237	1·77°	305	3·35*	352	5·06°
248	2·04*	310	3·44*	353	4·98*
262	2.31*	312	3·62*	353	5·19*
277	2·43°	320	3·88*	358	5·45*

t	*E*	*t*	*E*	*t*	*E*
193	0·284*	222	0·363°	261	0·515°
196	0·284°	229	0·380*	265	0·504*
205	0·311*	**235**	**0·398*°**	277	0·547*
209	0·322°	248	0·444°	289	0·597*
217	0·355*	253	0·442*	301	0·660*

VIII. Zinn-Antimon.

t	*E*	*t*	*E*	*t*	*E*
167	1·42*	203	2·05*	237	2·79°
170	1·45*	205	1·81°	244	2·99*
172	1·19°	211	2·29*	248	3·08°
178	1·69*	215	2·53*	259	3·38°
181	1·63*	216	2·01°	270	3·65°
183	1·42°	222	2·54*	280	4·10°
189	1·91*	226	2·71*	291	4·63°
192	1·89*		2·24°	294	4·10*
194	1.63°	233	2·53*	305	4·73*
200	2·06*	**235**	**2·677*°**	316	5·34*

IX. Eisen-Zinn.

t	*E*	*t*	*E*	*t*	*E*
153	0·628°	218	0·879*	294	0·945°
159	0·667*	229	0·894*	299	0·958*
155	0·688°	**235**	**0·8999*°**	305	0·952°
171	0·705*	241	0·908*	311	0·952*
177	0·699°	247	0·906°	317	0·931°
182	0·773*	353	0·903*	323	0·903*
188	0·720°	258	0·931°	329	0·918°
194	0·806*	270	0·923°	334	0·898*
200	0·774°	276	0·952*	346	0·879*
206	0·835*	282	0·950°	—	—
212	0·834°	288	0·941*	—	—

V. Wismuth-Platin.

t	E	t	E	t	E
424	2·38*	328	2·56*	232	2·69*
420	2·37°	323	2.54°	227	2·54°
408	2·41*	307	2·59°	216	2·60*
403	2·39°	291	2·63°	211	2·39°
387	2·42°	280	2·67*	200	2·42*
376	2·46*	275	2·67°	195	2·19°
371	2·43°	**264**	**2·72*°**	168	1·99*
355	2·48°	259	2·74°	163	1·70°
344	2·53*	248	2·71*	152	1·57*
339	2·51°	243	2·69°	—	—

VI. Wismuth-Antimon.

t	E	t	E	t	E
169	2·35°	236	4·74*	298	6·01*
182	2·79°	250	4·92°	304	6·43*
	2·59°		4·68°	306	5·69°
	3·32*		5·01*	311	6·28*
195	3·23°	257	4·97*	320	5·99°
208	3·67°	**264**	**5·179*°**	325	6·66*
	3·37°	271	5·36°	333	6·34°
209	4·20*	277	5·52*	338	6·94*
222	4·11°	278	5·22°	352	7·56*
	3·83°	282	5·51°	362	7·49°
	4·53*	284	5·66*	—	—
236	4·55°	290	6·09*	—	—
	4·26°	292	5·44°	—	—

VII. Zinn-Zink.

t	E	t	E	t	E
131	0·171°	157	0·174*	170	0·234°
144	0·187°	157	0·214°	181	0·230*
145	0·143*	169	0·199*	183	0·268°

t	E	t	E	t	E
193	0·284*	222	0·363°	261	0·515°
196	0·284°	229	0·380*	265	0·504*
205	0·311*	**235**	**0·398*°**	277	0·547*
209	0·322°	248	0·444°	289	0·597*
217	0·355*	253	0·442*	301	0·660*

VIII. Zinn-Antimon.

t	E	t	E	t	E
167	1·42*	203	2·05*	237	2·79°
170	1·45*	205	1·81°	244	2·99*
172	1·19°	211	2·29*	248	3·08°
178	1·69*	215	2·53*	259	3·38°
181	1·63*	216	2·01°	270	3·65°
183	1·42°	222	2·54*	280	4·10°
189	1·91*	226	2·71*	291	4·63°
192	1·89*	226	2·24°	294	4·10*
194	1.63°	233	2·53*	305	4·73*
200	2·06*	**235**	**2·677*°**	316	5·34*

IX. Eisen-Zinn.

t	E	t	E	t	E
153	0·628°	218	0·879*	294	0·945°
159	0·667*	229	0·894*	299	0·958*
155	0·688°	**235**	**0·8999*°**	305	0·952°
171	0·705*	241	0·908*	311	0·952*
177	0·699°	247	0·906°	317	0·931°
182	0·773*	353	0·903*	323	0·903*
188	0·720°	258	0·931°	329	0·918°
194	0·806*	270	0·923°	334	0·898*
200	0·774°	276	0·952*	346	0·879*
206	0·835*	282	0·950°	—	—
212	0·834°	288	0·941*	—	—

X. Blei-Eisen.

t	E	t	E	t	E
129	0·438°	239	0·734*	345	1·017°
150	0·526°	258	0·855°	358	1·024*
172	0·589°	263	0·825*	366	1·034°
191	0·581*	280	0·905°	382	1·040*
194	0·642°	286	0·929*	388	1·054°
215	{ 0·642*	302	0·954°	405	1·040*
	{ 0·724°	323	0·974°	429	1·040*
237	0·796°	334	0·994*°	—	—

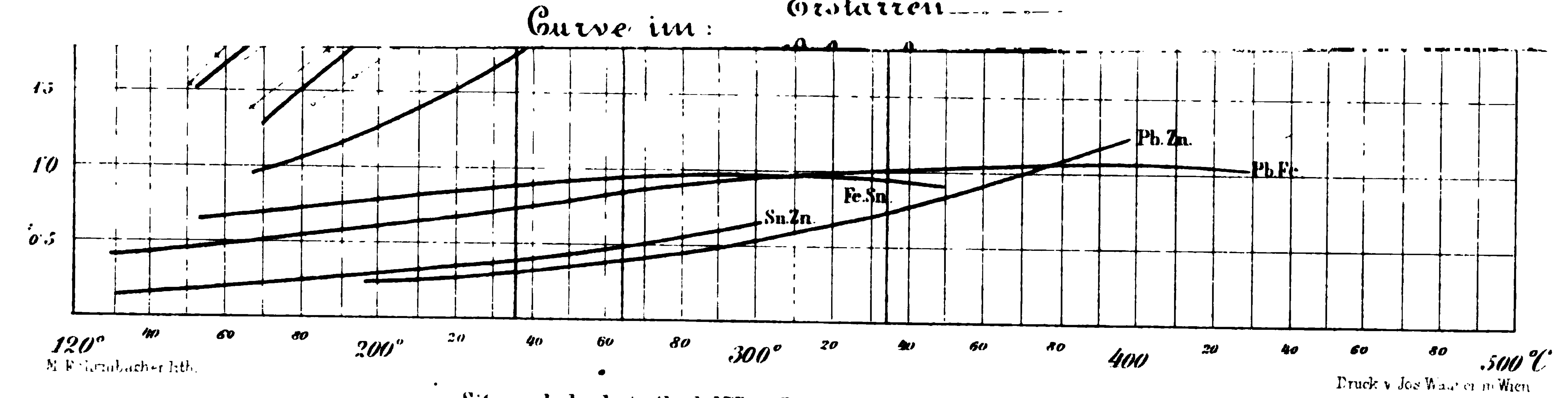
Die so erhaltenen Resultate habe ich in der beigefügten Tabelle grafisch dargestellt. Als Abscissen sind hier die Temperaturen im Massstabe 1 Mm. = 2° Cels., und als Ordinaten die elektromotorischen Kräfte der betreffenden Elemente bezogen auf 1 Eisen-Neusilber von 100° Temperaturs-Differenz der Löthstellen im Masse, 20 Mm. = der elektromotorischen Kraft eines Eisen-Neusilbers, aufgetragen. Die durch directe Beobachtung erhaltenen Curvenpunkte stimmen zumeist im Schmelzen und Erstarren überein. Eine beträchtlichere Abweichung hievon trat nur bei den Wismuth-Elementen und theilweise auch beim Zinn-Antimon-Elemente ein, welche Differenz zum Theile in einer während des Schmelzens eintretenden Ueberhitzung, oder auch darin ihren Grund haben könnte, dass vielleicht der Schmelzpunkt des unreinen Wismuths nicht mit seinem Erstarrungspunkt zusammenfällt, sondern um einige Grade höher liegt, was ja immerhin möglich sein kann, da die einzelnen Schmelzpunktsbestimmungen beim Wismuth von 256° bis 283° C. [1] variiren.

Wie man aus den construirten Curven ersieht, ändert sich die elektromotorische Kraft durch die Schmelztemperatur hindurch continuirlich mit der Temperatur.

---

[1] J. C. Person. Pogg. Annal. d. Chem. u. Phys. 70. Bd. S. 302.

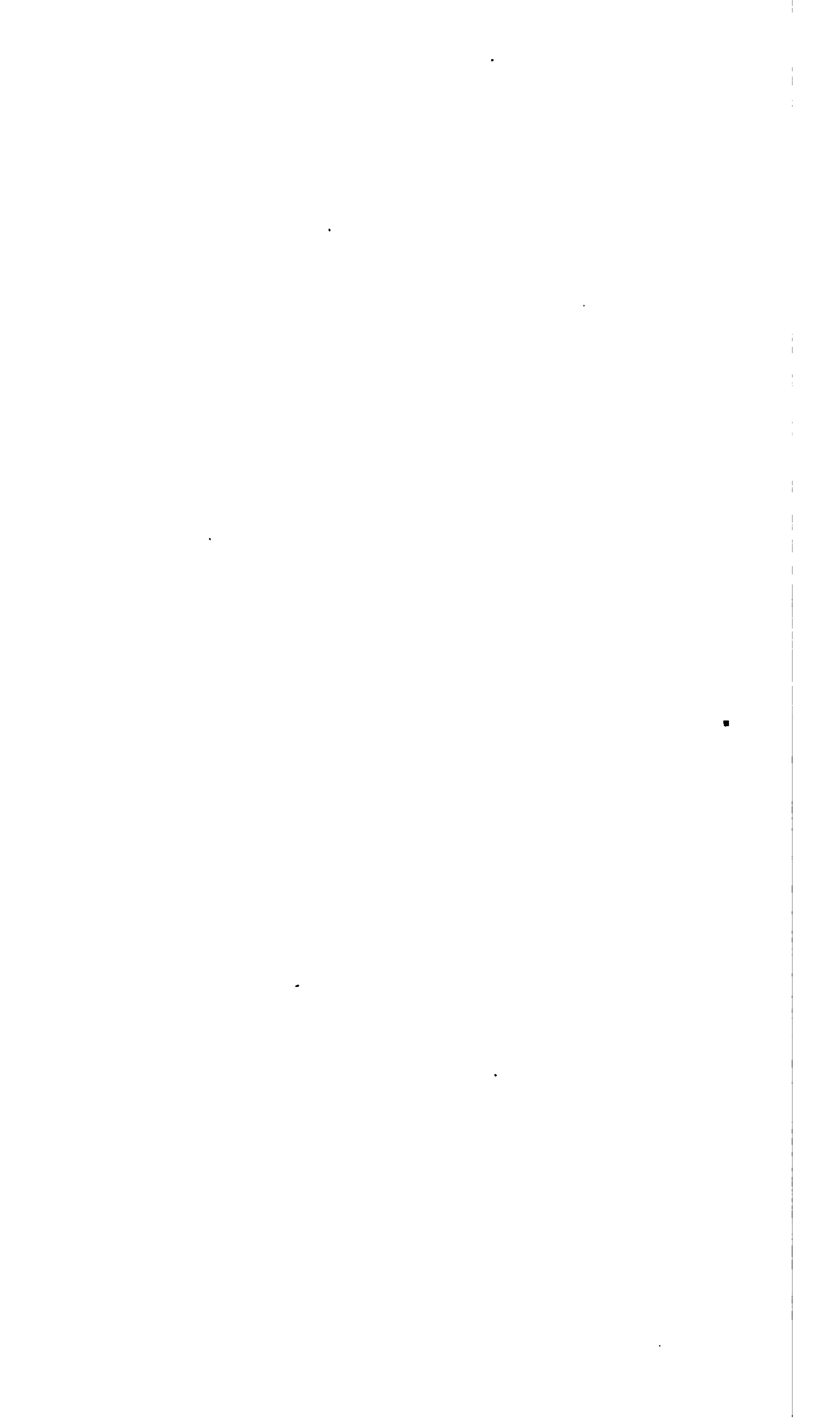
A. v Fitz Gerald-Minarelli, Über das thermoelectrische Verhalten einiger Metalle beim Schmelzen und Erstarren.



M. F...bacher lith.

Druck v. Jos. Wa... in Wien

Sitzungsb. der kais. Akad. d. W. math. naturw. Cl. LXXI. Bd. II. Abth. 1875.



Über die Abhängigkeit der Circularpolarisation des Quarzes von der Temperatur.

Von dem w. M. **Viktor v. Lang.**

(Vorgelegt in der Sitzung am 15. April 1875.)

I.

Es handelte sich bei den folgenden Beobachtungen um Bestimmung der Änderung des Drehungswinkels einer Quarzplatte, wenn dieselbe auf verschiedene Temperaturen gebracht wurde. Zu dem Zwecke befand sich die Quarzplatte, oder richtiger die Quarzsäule, da ihre Länge 36·78 Mm. betrug, in demselben Erhitzungsapparate, den ich schon zu den Messungen über die Abhängigkeit des Brechungsquotienten der Luft von der Temperatur benützt hatte [1]. Bei den gegenwärtigen Beobachtungen wurden jedoch nur zwei Temperaturen benützt: die Zimmertemperatur von beiläufig 20° C. und die durch Wasserdampf erzielte Temperatur von ungefähr 94° C.

Die Messung des Drehungswinkels geschah nach der bekannten Broch'schen Methode unter Zuhilfenahme eines Spectralapparates. Das Licht passirte also der Reihe nach das fixe Nicolprisma *A*, die Quarzsäule *B*, das drehbare Nicolprisma *C*, das Collimatorrohr *D*, das Prisma *E* und das Beobachtungsfernrohr *F* des Spectralapparates. Das Azimut des drehbaren Nicolprisma konnte an einem Theilkreise, allerdings nur bis auf Zehntelgrade abgelesen werden. Die Zahlen dieses Kreises nehmen ab, wenn der Drehungswinkel wächst.

Da die Beobachtungen bei künstlicher Beleuchtung ausgeführt wurden, so musste man zuerst das Fadenkreuz des Fernrohrs *F* auf eine bestimmte Stelle des Spectrum einstellen, für welche dann der Drehungswinkel durch Drehen des Nicolprisma

[1] Sitzungsberichte Bd. 69, II. Abth. (1874.)

C bestimmt werden konnte. Zu dem Zwecke wurde vor das erste Nicolprisma ein Bunsenbrenner gestellt und in dessen Flamme entweder ein Lithium oder Natrium oder Thalliumsalz gebracht, so dass sich die nachfolgenden Beobachtungen auf die Farben der rothen Lithium, der gelben Natrium und der grünen Thalliumlinie beziehen. Der Bunsenbrenner wurde dann entfernt und ein Argandbrenner an seine Stelle gesetzt, um ein continuirliches Spectrum zu erhalten, was ja zur Anwendung der Broch'schen Methode unumgänglich nothwendig ist. Für die Natrium- und Thalliumlinie reichte dies auch ganz gut aus, nur bei der Lithiumlinie erwies sich das Spectrum gegen das rothe Ende zu kurz für das Broch'sche Verfahren. Es musste daher zu einer stärkeren Beleuchtung, zu dem Drummondlichte gegriffen werden, aus welchem Grunde der zweite Theil der folgenden Beobachtungen erst ein Jahr später ausgeführt wurde.

Noch ist über den Apparat zu bemerken, dass im Fernrohre *F* statt des Fadenkreuzes zwei Parallelfäden angewandt wurden, die etwas weiter von einander entfernt waren als die durch die Nicolprismen hervorgerufenen schwarzen Streifen im Spectrum. Die Einstellung schien auf diese Weise am genauesten ausgeführt werden zu können.

Da zur Erhöhung der Genauigkeit bei beiden Reihen der nachfolgenden Messungen die Quarzsäule jedesmal ungeändert an ihrem Platze blieb, so konnten die absoluten Werthe der Drehungswinkel nicht ermittelt werden. Eine einzelne Beobachtung nach Vollendung der ganzen Reihe und Entfernung der Quarzsäule hätte kaum grosses Vertrauen verdient. Dagegen dürfen die Differenzen der folgenden Winkelwerthe auch desshalb einen grossen Grad von Genauigkeit beanspruchen, da sie nahezu an ein und derselben Stelle des Theilkreises ausgeführt werden konnten. Bei der zuvor angegebenen Quarzdicke unterscheiden sich nämlich die Drehungswinkel der obigen drei Linien beiläufig um 191 und 182°. Man hat daher das Nicolprisma beim Übergang von der Lithiumlinie um beiläufig 11° zu drehen, wenn man wieder die Stelle sucht, wo der schwarze Streifen im Spectrum zwischen den Parallelfäden steht. Beim Übergang von der Natriumlinie zur Thalliumlinie hat man gar nur um beiläufig 2° zu drehen.

II.

In der nachfolgenden Aufzählung der Beobachtungen enthält die erste Spalte die Zeit der Beobachtung, die zweite Spalte die Linie, für welche sie gilt, die dritte die Temperatur im Innern des Erhitzungsapparates, die vierte das betreffende Azimut des drehbaren Nicolprisma, die letzte Spalte endlich die Ordnungszahl der Gruppe, in welche die Beobachtung eingereiht wurde. Ein Sternchen in der zweiten Spalte bedeutet, dass das Fernrohr *F* auf die betreffende Linie neu eingestellt wurde.

Die Zahlen der vierten Gruppe sind schon Mittelwerthe aus 15—20 einzelnen Ablesungen; die aus solchen Ablesungen berechneten wahrscheinlichen Fehler übersteigen nicht die Grösse von 0°26.

1873 Dec. 17	3h N	*Na	17°8 C	72°23	1
	6	Na	93·6	63·46	2
	7	*Th	94·0	58·33	4
18	2	Th	20·0	69·28	3
	3	*Na	20·1	71·53	1
19	2	*Th	20·1	70·20	3
	6	*Na	20·0	70·29	1
	7	Na	93·7	62·71	2
	8	*Th	94·0	57·22	4
20	10 V	Th	19·7	68·12	3
	11	*Na	20·4	72·14	1
	1 N	Na	94·1	63·42	2
	2	*Th	94·1	57·41	4
	5½	Th	20·0	68·73	3
	6	*Na	20·1	71·90	1
	7	Na	94·0	62·92	2
	7½	*Th	94·1	58·62	4
21	10 V	Th	20·5	69·62	3
	11	*Na	21·0	71·11	1
	12 N	Na	94·0	62·53	2
	12½	*Th	94·1	58·81	4
22	12	Th	20·6	68·82	3
	12½	*Na	21·7	71·20	1
1874 Dec. 19	1 N	*Li	22·0	102·65	5
	2½	Li	93·7	96·63	6
20	12	*Li	20·5	103·15	5
	1½	Li	93·3	96·17	6

1874 Dec. 26	2h N	*Li	21°5 C	103°57	5
	3	Li	92·6	96·68	6
25	11½ V	*Li	18·3	103·71	5
	1 N	Li	93·7	96·60	6
26	11½ V	*Na	19·0	91·81	7
	12 N	*Li	19·6	104·03	5
	1½	Li	93·5	97·09	6
	7	*Na	17·0	93·53	7
27	11 V	*Na	19·4	93·37	7
	5 N	*Na	20·0	92·89	7
	5½	*Li	20·0	103·15	5
	7	Li	94·1	96·96	6
28	11½ V	*Na	19·5	93·33	7
	12 N	*Li	19·9	102·64	5
	12½	*Na	20·0	93·08	7

Die vorstehenden Beobachtungen zerfallen, wie angegeben, in 7 Gruppen. Nimmt man innerhalb jeder Gruppe die Mittel, da ein bestimmtes Gesetz sich nicht erkennen lässt, so erhält man folgende Zahlen, welche auch die wahrscheinlichen Fehler der Winkelablesungen enthalten:

Gruppe 1	Na	(7)	20°2 C	71°49 ±	0°25
2	Na	(5)	93·9	63·01	13
3	Th	(6)	20·2	69·19	20
4	Th	(5)	94·1	58·10	22
5	Li	(7)	20·3	103·27	20
6	Li	(6)	93·5	96·69	13
7	Na	(6)	19·1	93·00	25

Die eingeklammerten Zahlen bedeuten die Anzahl der in der betreffenden Gruppe enthaltenen Beobachtungen.

Von diesen sieben Gruppen sind die vier ersten und die drei letzten jedesmal bei ungeänderter Stellung des Nicolprisma *A* und der Quarzsäule *B* ausgeführt worden, und zwar die erstere bei Gasbeleuchtung, die letztere bei Drummondlicht. Um aber diese zwei Reihen von Beobachtungen auf einander beziehen zu können, wurde beidemal für die Natriumlinie bei gewöhnlicher Temperatur beobachtet: Gruppe 1 und 7. Wie die wahrscheinlichen Fehler dieser Gruppen lehren, besitzen diese zwei Gruppen zufällig trotz der verschiedenen Beleuchtung den gleichen Grad der Zuverlässigkeit.

Dem Gesagten zufolge geben also die letzten Zahlen nicht nur die Änderungen der Drehungswinkel der drei Linien, sondern lassen auch die absoluten Werthe dieser Winkel für die Lithium- und Thalliumlinie berechnen, falls der Drehungswinkel für die Natriumlinie als bekannt vorausgesetzt wird.

III.

Was das erste Problem betrifft, so geben die Gruppen 1—6 folgende zusammengehörige Änderungen für Temperatur und Azimut des drehbaren Nicolprisma

Li . . .	73°2 C	6°58	± 0°24
Na . . .	73·7	8·48	28
Th . . .	73·9	11·09	30

Nimmt man an, dass die Änderung der Drehungswinkel proportional der Temperatur erfolge, so gibt die letzte Zahlenreihe für 1° C. die Änderungen

Li	0°0899	± 0°0033	I.
Na	0·1131	38	
Th	0·1501	41	

Diese Grössen wären natürlich noch durch die Länge der benützten Quarzsäule zu dividiren, wollte man die betreffenden Änderungen für 1° C. und 1 Mm. Quarzdicke erhalten. Bevor wir dies thun, wollen wir aber mit Hilfe der letzten Zahlen die Gruppen 1, 3, 5, 7 auf die gemeinsame Temperatur von 20° C. reduciren. Dann wird

Gruppe 1	Na . . .	71°72	± 0°25
3	Th . . .	69·49	20
5	Li . . .	103·54	25
7	Na . . .	91·97	20

Aus diesen Zahlen erhält man für die Differenz der Drehungswinkel der aufeinander folgenden Linien:

Li—Na . . .	11°57	± 0°32
Na—Th . . .	2·23	0·32,

zu welchen Winkeln noch 180° zu addiren ist, um nach den früher angegebenen beiläufigen Werthen die richtige Grösse der Differenzen zu erhalten. Es wird so

Li—Na . . .	191°57	± 0°32	II.
Na—Th . . .	182·23	0·32	

Setzt man nun den Drehungswinkel des Quarzes bei 20° C. und 1 Mm. Dicke gleich 21°66, so muss die benützte Quarzplatte zufolge der angegebenen Länge (36·78 Mm.) einen Drehungswinkel von 796°65 haben; dies gibt für die absoluten Werthe der Drehungswinkel:

Li	605°08 ±	0°32	III.
Na	796.65		
Th	978·88	0·32	

Reducirt man diese Zahlen mit Hilfe der früher für die Änderungen durch die Temperatur gefundenen Werthe (I) auf 0° so wird:

Li	603°28 ±	0°32	IV.
Na	794·35		
Th	795·88	0·32	

Wir können nun auch die relativen Änderungen der Drehungswinkel berechnen. Dividiren wir zu diesem Zwecke die Zahlenwerthe (I) durch die zuletzt gefundenen Grössen, so erhalten wir:

Li	0°000149 ±	0°00005	V.
Na	144	5	
Th	153	4	

Diese Zahlen, welche nunmehr für eine beliebige Quarzplatte die Änderung der Einheit des Drehungswinkels repräsentiren, zeigen keinen Zusammenhang mehr mit der Wellenlänge; sie fallen auch innerhalb der Fehlergrenzen schon zusammen. Wir können somit sagen:

„Die relative Änderung der Drehungswinkel des Quarzes durch die Temperatur ist für alle Farben dieselbe."

Die Grösse dieser Änderung finden wir, wenn wir aus den letzten Zahlen das Mittel nehmen, da wir sie zufolge der angegebenen wahrscheinlichen Fehler als gleichwerthig betrachten, können. Dies führt auf die Formel:

$$\delta = \delta_0 \, [1 + (0 \cdot 000149 \pm 0 \cdot 000003) \, t] \qquad \text{VI.}$$

in welcher δ_0 den Drehungswinkel irgend einer Farbe bei 0°, δ den Winkel für dieselbe Farbe bei t° C. bedeutet. Hiebei ist,

wie bisher immer, vorausgesetzt, dass δ und δ^0 für dieselbe Quarzplatte gelten, die also bei den verschiedenen Temperaturen verschiedene Dicke haben wird.

Will man den Drehungswinkel immer mit Bezug auf dieselbe Dicke kennen, so ist der rechte Theil der letzten Formel noch durch $1 + 0{\cdot}000008\, t$ zu dividiren, da dies die Änderung der Längeneinheit des Quarzes längs seiner Axe für t^0 C ist [1]. Hiedurch wird die letzte Formel:

$$\delta = \delta_0\,[1 + (0{\cdot}000141 \pm 0{\cdot}000003)\, t] \qquad \text{VII.}$$

Der Unterschied beider Formeln dürfte aber wohl in den meisten Fällen zu vernachlässigen sein.

IV.

Dividirt man die Zahlenreihe (IV) durch die Länge der benützten Quarzsäule, so erhält man für die absoluten Drehungswinkel bei 0° C. für 1 Mm. Quarzdicke

Li	16°402	± 0°009	VIII.
Na	21·597		
Th	26·533	0·009	

Diese Zahlen können dazu benützt werden, um die Wellenlängen der Lithium und Thalliumlinie zu finden. Zu dem Zwecke suchen wir zuerst nach Formel VI die Drehungswinkel für 13°3 C. und erhalten:

Li	16°433	± 0·009	IX.
Na	12·640		
Th	26·586	0·009	

Die Temperatur von 13°3 C. wurde nämlich gewählt, weil dann der Drehungswinkel für die Natriumlinie genau gleich

---

[1] Ich benütze diese Gelegenheit, um zwei Versehen in der Abhandlung von mir: „Über die Lichtgeschwindigkeit im Quarze", Sitzungsb. Bd. 60, Abth. II, zu corrigiren. Auf Seite 13 soll es nämlich statt 39° 56' 51"78 richtig heissen 34° 56' 51"78, wodurch das Verhältniss der linearen Ausdehnung des Quarzes parallel und senkrecht zur Axe gleich —0·0007283 wird und nicht wie angegeben — 0·0006839.

Auch ist durchgehends statt $\frac{A}{2} - r$ zu setzen $r - \frac{A}{2}$, was jedoch ebenfalls auf das Endresultat keinen Einfluss hat.

wird dem Werthe der sich mit der Wellenlänge (0·00058880 Mm.) dieser Linie aus der Formel:

$$\delta = -0{\cdot}3395 + \frac{7{\cdot}24678}{10^6\,\lambda^2} + \frac{0{\cdot}12943}{10^{12}\,\lambda^4}$$

ergibt. Diese Formel wurde für die Drehungswinkel des Quarzes von Boltzmann[1] nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet. Boltzmann verwirft zwar diese Formel gegen eine einfachere, hier wurde sie aber als blosse Interpolationsformel beibehalten, da sie die grösste Anzahl von Constanten enthält. Diese Formel gibt nun zufolge der Werthe IX in Millimeter

Li . . . . $\lambda = 0{\cdot}00067034 \pm 0{\cdot}00000018$
Th 53461 08

E. Ketteler[2] gibt für diese Wellenlängen bei 15° C. mit Benützung desselben Werthes für die Wellenlänge der Natriumlinie

Li . . . . $\lambda = 0{\cdot}00067062$
Th. 53451

[1] Pogg. Ann. Jubelband S. 134.
[2] Beobachtungen über die Farbenzerstreuung der Gase. Bonn 1865.

Synthese von Alkoholen mittelst gechlorten Äthers.

Von dem c. M. **Adolf Lieben.**

III. Abhandlung.

(Vorgelegt in der Sitzung am 15. April 1875.)

Die vorhergehenden Abhandlungen[1] haben ein doppeltes Ziel verfolgt, nämlich einerseits die Constitution des Bichloräthers als des Ausgangspunktes der Untersuchung möglichst aufzuklären, anderseits durch Einwirkung von Zinkäthyl auf Bichloräther, Äthylchloräther und daraus äthylirten Äthylalkohol darzustellen, der dann als secundärer Butylalkohol erkannt wurde.

Die vorliegende Fortsetzung dieser Untersuchung soll das zweite Product der Einwirkung von Zinkäthyl auf Bichloräther, nämlich den zweifach äthylirten Äther, ferner den zweifach äthylirten Äthylalkohol, d. i. einen secundären Hexylalkohol kennen lehren.

Ein Theil der Experimente, die hier mitgetheilt werden, ist schon vor langer Zeit (vor etwa zehn Jahren) ausgeführt worden, doch kam ich nach vielfachen Unterbrechungen erst im letzten Jahre dazu die Arbeit zu Ende zu führen.

Das Material der Untersuchung der Biäthyläther ist so schwer in grösserer Menge rein zu beschaffen, dass ich auf ein genaueres Studium des Hexylalkoholes verzichten musste.

Ich glaubte das um so eher thun zu dürfen, als wir mittlerweile viele Methoden zur Synthese von Alkoholen kennen gelernt haben, so dass in einem Falle, wo die Darstellung

---

[1]) Sitzungsberichte der k. Akademie der Wissenschaften, Bd. LIV, S. 225, Bd. LVI, S. 611, Bd. LIX, S. 63.

schwierig ist, das Hauptinteresse nur mehr darin liegt, die chemische Natur des synthetisch erzeugten Alkoholes festzustellen, und dem Gange des chemischen Processes zu folgen, der zur Synthese geführt hat. Das Resultat, das sich im vorliegenden Falle schliesslich ergeben hat, ist unerwartet und liefert uns vielleicht den Schlüssel zur Erklärung einer grossen Zahl von bisher unerklärten sogenannten molekülaren Umlagerungen.

Darstellung des Biäthyläthers.

Die Schwierigkeit der Bereitung liegt lediglich in dem Umstande, dass es nicht leicht gelingt eine vollständige Umsetzung zwischen Zinkäthyl und Äthylchloräther (dem 1. Product der Einwirkung von Bichloräther auf Zinkäthyl) herbeizuführen. Man erhält auch bei Überschuss von Zinkäthyl ein Product, das oft noch erhebliche Mengen von unverändertem Äthylchloräther enthält, und das sich nicht durch Destillation reinigen lässt, weil, wie sich später herausstellte, die Siedepunkte von Biäthyläther und Äthylchloräther nahe aneinander liegen.

Lässt man die Reaction zwischen Aethylchloräther und Zinkäthyl in zugeschmolzenen Röhren vor sich gehen, wie ich in der Absicht eine möglichst vollständige Wirkung zu erzielen in meinen ersten Versuchen that, so machen nur zu oft Explosionen der Arbeit ein Ende. Ich habe schliesslich folgendes Verfahren angewendet.

Äthylchloräther (96 Grm.) und Zinkäthyl (40 Grm. statt der theoretischen Menge 43·3 Grm.) wurden in ein kugelförmiges Gefäss aus Kupfer gebracht, das mit einem angelötheten kupfernen Rohr von 65 Ctm. Länge versehen war. Das vertical aufwärts gerichtete Rohr, das mit der Kugel ein Stück ausmachte, war von einem Liebig'schen Kühler umfangen, und konnte also durch einen Strom Wasser immer kalt erhalten werden. Die obere Mündung war durch einen Kork geschlossen, in den eine zweimal rechtwinklig gebogene Glasröhre eingepasst war, die zu einem dickwandigen Glaskölbchen führte. Dieses war durch einen zweifach gebohrten Kork verschlossen, durch dessen zweite Bohrung wieder eine zweimal im rechten Winkel gebogene Glasröhre hindurchging, die mit ihrem langen abwärtsgehenden

Schenkel tief in ein mit Quecksilber gefülltes Glasrohr eintauchte. Während des Versuches stand das Quecksilberniveau 75 Ctm. hoch über dem Ende der Entbindungsröhre, so, dass die Reaction, in der sich reichlich Gase entwickeln, unter dem doppelten Atmosphärendruck vor sich ging, und daher die Temperatur der aufeinander wirkenden Flüssigkeiten höher gesteigert werden konnte als es in offenen Gefässen möglich gewesen wäre. Das eingeschaltete dickwandige Glaskölbchen diente als Sicherheitsgefäss, um ein eventuelles Zurücksteigen des Quecksilbers unschädlich zu machen. Dass der kupferne Apparat sich auch entbehren lässt, braucht kaum gesagt zu werden, doch ist seine Anwendung nicht nur in diesem sondern in vielen Fällen, wo man eine Reaction bei höherem als dem Atmosphärendruck vornehmen will, sehr bequem.

Da gar kein Kautschukrohr und nur zwei Korke in dem beschriebenen Apparat in Verwendung stehen, so ist nichts leichter als einen hermetischen Verschluss zu erzielen.

Vor dem Einbringen des Zinkäthyls und Äthylchloräthers wurde der ganze Apparat mit trockener Kohlensäure gefüllt. Im Augenblicke der Mischung war eine rasch vorübergehende Einwirkung und Erwärmung (wohl von etwas Feuchtigkeit herrührend) zu bemerken, doch fand bei gewöhnlicher Temperatur keine weitere Einwirkung statt. Als die Kupferkugel nun im Oelbade erhitzt wurde, trat im Augenblicke, da die Öltemperatur 115° erreichte, eine stürmische Gasentwicklung durch das abschliessende Quecksilber hindurch ein, die alsbald wieder aufhörte, als man die Öltemperatur auf 100° sinken liess. Ich erhielt nun die Temperatur des Öles durch sieben Stunden möglichst constant auf 106°, wobei eine regelmässige ruhige Gasentwicklung stattfand. Als sie sich verlangsamte, erhitzte ich stärker und liess im Verlaufe weiteren sechsstündigen Erhitzens die Temperatur des Ölbades allmälig auf 160° steigen. Als auch bei dieser Temperatur die Gasentwicklung aufhörte, liess ich erkalten und behandelte nach einiger Zeit den Inhalt der Kupferkugel mit Wasser, wodurch keine Gasentwicklung hervorgerufen wurde. Es war also die ganze Menge des angewandten Zinkäthyls in der Reaction verbraucht worden. Man hatte nun nach Entleerung des kupfernen Gefässes und Ausspülen des-

selben mit Wasser zwei Schichten, eine wässerige und eine darauf schwimmende schwarze ätherische Schicht, zwischen denen ein festes graues Magma schwebte, das offenbar aus Chlorzink und Zinkhydroxyd bestand, jedoch so sehr von der Substanz der oberen Schichte durchtränkt war, dass es selbst auf Zusatz von Salzsäure sich nur langsam und unvollständig löste. Die beiden Schichten wurden getrennt und jede für sich untersucht.

Untersuchung der wässerigen Schicht. Es zeigte sich, dass die wässerige Lösung, welche die untere Schicht gebildet hatte, ausser Chlorzink Alkohol und ferner (wohl durch Vermittlung des Alkohols) eine kleine Menge der oberen Schicht in Lösung hielt. Beide genannten Producte konnten durch eine Reihe successiver Destillationen ziemlich vollständig ausgezogen und gewonnen werden, indem einerseits die dabei sich ausscheidenden öligen Tropfen der oberen Schicht, anderseits durch Zusatz von Pottasche zu den ersten Destillatsfractionen der Alkohol abgeschieden und dann der Rest immer wieder destillirt wurde. Der Alkohol durch geschmolzene Pottasche getrocknet, zeigte den Siedepunkt 78° und alle sonstigen Eigenschaften des Äthylalkohols, gab mit Essigsäure und Schwefelsäure Essigäther, mit Jod und Kali Jodoform, mit Jod und amorphem Phosphor wohl charakterisirtes bei 72° siedendes Jodäthyl.

Seine Menge betrug etwa 12—15 Grm., ist also keineswegs unerheblich, und da der Alkohol erst durch die Reaction entsteht, so ist die Beobachtung seiner Bildung für das Verständniss derselben wichtig.

Die von der wässerigen Chlorzinklösung getrennte obere, schwarzgefärbte Schicht ging bei der Destillation zwischen 70 und 150° grossentheils über, doch erhob sich der Siedepunkt zuletzt bis über 300°. Das wasserhelle Destillat wurde wiederholt mit Wasser gewaschen, mittelst Chlorcalcium getrocknet und dann einer sorgfältigen fractionirten Destillation unterworfen. Die Hauptmenge destillirte bei 125—135°; auch bei 135—150° ging noch ziemlich viel über. Die Untersuchung zeigte, dass diese Fractionen lediglich aus einem Gemenge von Biäthyläther mit unverändert gebliebenen Äthylchloräther bestanden.

Ausserdem konnte das Vorhandensein, jedoch in viel kleineren Mengen, einer bei 65—69°, einer gegen 200° und einer über 300° siedenden Substanz bei der fractionirten Destillation erkannt werden. Betrachten wir zunächst diese Nebenproducte.

Untersuchung der niedriger als das Hauptproduct siedenden Fractionen. Wie erwähnt, wurde hier nur eine Substanz gefunden, deren Siedepunkt sich nach wiederholten Destillationen auf 66—68° stellte. Spuren eines noch flüchtigeren Körpers schienen allerdings vorhanden zu sein, doch war eine Untersuchung desselben nicht möglich; vielleicht auch wurde der erniederte Siedepunkt nur durch etwas aufgelöstes Gas herbeigeführt. Der bei 66—68° siedende Körper war eine wasserhelle Flüssigkeit, die leicht als ein Kohlenwasserstoff C_nH_{2n} erkannt werden konnte, doch war er mit etwas Alkohol verunreinigt, und es gelang trotz Destillation über Natrium nicht, eine genaustimmende Analyse zu erhalten. Um über seine Natur vollkommen ins Klare zu kommen, behandelte ich ihn mit Brom, während durch Eis gekühlt wurde. Die Einwirkung verlief ganz wie die des Broms auf Amylen. Als sie aufhörte und die Flüssigkeit sich von freiem Brom färbte, wurde das erhaltene Bromür erst mit alkalischem, dann dreimal mit reinem Wasser gewaschen und mit Chlorcalcium getrocknet. Die davon abgegossene Flüssigkeit wurde destillirt, und zwar um eine eventuelle theilweise Zersetzung, die bei dem voraussichtlich hohen Siedepunkt zu erwarten war, hintanzuhalten, wurde dabei der Destillationsapparat mit einer Pulsirpumpe in Verbindung gesetzt, so dass das Sieden bei einem um 42 Ctm. (Quecksilber) verringerten Atmosphärendruck stattfand. Unter 165° ging unter diesen Umständen nur sehr wenig über; fast Alles destillirte bei 165—170° und dieser Siedepunkt blieb auch bei wiederholten Destillationen immer derselbe. Das Product war eine gelbliche Flüssigkeit, die trotz der beim Destilliren angewandten Vorsichtsmassregel Bromwasserstoffsäure enthielt. Sie wurde daher neuerdings mit alkalischem, dann reinem Wasser gewaschen, mit Chlorcalcium getrocknet und endlich die wasserhelle kaum gelblich gefärbte Flüssigkeit analysirt.

0·6864 Grm. Substanz gaben bei der Verbrennung 0·7393 CO_2 und 0·3064 H_2O.

0·5181 Grm. Substanz gaben bei der durch Glühen mit Kalk ausgeführten Brombestimmung 0·7913 Grm. AgBr und 0·0023 Ag.

	gefunden	berechnet
Kohlenstoff	29·37	29·51
Wasserstoff . . .	4·96	4·92
Brom	65·32	65·57
	99·65	100·00

Wie die Vergleichung der gefundenen mit der für die Formel $C_6H_{12}Br_2$ berechneten Zusammensetzung zeigt, ist die unter einem um 42 Ctm. verringerten Atmosphärendruck gegen 170° siedende Bromverbindung Hexylen-Bromür und ist daher der bei 66—68° siedende Kohlenwasserstoff, aus dem die analysirte Substanz durch Addition von Brom dargestellt wurde, unzweifelhaft Hexylen, wie schon nach dem Siedepunkt zu erwarten war.

Für die Entstehung des Hexylens und zugleich des oben nachgewiesenen Alkohols bieten sich zwei Erklärungen dar.

1. Man kann annehmen, dass der Äthylchloräther sein OC_2H_5 gegen C_2H_5 des Zinkäthyls ausgetauscht und dass zugleich HCl sich abgespalten hat, wie das oft bei doppelten Umsetzungen von Chloriden beobachtet wird. Folgende Gleichungen geben einen Ausdruck für diese Reaction:

$$2C_2H_3\left\{\begin{matrix} Cl \\ C_2H_5 \\ OC_2H_5 \end{matrix}\right. + Zn\left\{\begin{matrix} C_2H_5 \\ \\ C_2H_5 \end{matrix}\right. = 2C_2H_3\left\{\begin{matrix} Cl \\ C_2H_5 \\ C_2H_5 \end{matrix}\right. + Zn\left\{\begin{matrix} OC_2H_5 \\ \\ OC_2H_5 \end{matrix}\right.$$

$$2C_2H_3\left\{\begin{matrix} Cl \\ C_2H_5 \\ C_2H_5 \end{matrix}\right. = 2C_6H_{12} + 2HCl$$

$$2HCl + Zn\left\{\begin{matrix} C_2H_5 \\ C_2H_5 \end{matrix}\right. = ZnCl_2 + 2C_2H_6.$$

Danach entstehen neben Hexylen[1] in dieser Reaction Äthangas und Zinkäthylat, was mit der Erfahrung vollkommen stimmt. Natürlich liefert das Zinkäthylat später bei der Behandlung mit Wasser Zinkhydroxyd und Alkohol, der oben nachgewiesen wurde.

Nur muss bemerkt werden, dass die Menge des erhaltenen Alkohols grösser war als im Sinne obiger Gleichungen, der factisch gewonnenen Hexylenmenge entsprechen würde. Man kann daraus schliessen, dass noch andere neben der obigen verlaufende Reactionen sich an der Bildung von Zinkäthylat betheiligen, was durch die weiterfolgenden Resultate auch bestätigt wird.

2. Man kann sich auch vorstellen, dass Cl im Äthylchloräther gegen C_2H_5 des Zinkäthyls umgetauscht wird und zugleich die Elemente des Alkohols sich abspalten. Diese Voraussetzung führt zu denselben Consequenzen, wie die obige:

$$2C_2H_3\left\{\begin{matrix} Cl \\ C_2H_5 \\ OC_2H_5 \end{matrix}\right. + Zn\left\{\begin{matrix} C_2H_5 \\ C_2H_5 \end{matrix}\right. = 2C_2H_3\left\{\begin{matrix} C_2H_5 \\ C_2H_5 \\ OC_2H_5 \end{matrix}\right. + ZnCl_2$$

$$2C_2H_3\left\{\begin{matrix} C_2H_5 \\ C_2H_5 \\ OC_2H_5 \end{matrix}\right. = 2C_6H_{12} + 2C_2H_5OH$$

$$2C_2H_5OH + Zn\left\{\begin{matrix} C_2H_5 \\ C_2H_5 \end{matrix}\right. = Zn\left\{\begin{matrix} OC_2H_5 \\ OC_2H_5 \end{matrix}\right. + 2C_2H_6$$

---

[1]) Dies Hexylen ist entweder $\begin{matrix} CH_2 \\ \| \\ C(C_2H_5)_2 \end{matrix}$, wenn nämlich der Äthylchloräther $\begin{matrix} CH_2Cl \\ CH.C_2H_5.OC_2H_5 \end{matrix}$ ist, oder es kommt ihm, falls der Äthylchloräther $\left\{\begin{matrix} CH_2.C_2H_5 \\ CHCl.OC_2H_5 \end{matrix}\right.$ ist, eine der beiden Formeln $\begin{matrix} CH.C_2H_5 \\ \| \\ CH\cdot C_2H_5 \end{matrix}$ oder $\begin{matrix} CH.CH_2.C_2H_5 \\ \| \\ CH\,CH_3 \end{matrix}$ zu. Andere Äthylchlorätherformeln werden später in Betracht gezogen werden.

Nur könnte das dabei entstehende Hexylen möglicher Weise eine andere Constitution besitzen, als sich bei der ersten Voraussetzung dafür ergibt[1].

Untersuchung der höher als das Hauptproduct siedenden Fractionen. Trotz sehr oft wiederholter fractionirter Destillation konnten keine Substanzen von constantem Siedepunkt abgeschieden werden.

Ziemlich sicher ergab sich nur, dass eine bei circa 200 und eine über 300° siedende Substanz zugegen waren, doch können neben diesen möglicher Weise noch andere Körper in dem Gemenge enthalten sein. Die über 200° destillirenden Partien waren gelbe Flüssigkeiten und die Fractionen über 300° sehr dicklich. In Kältemischung getaucht, wurden sie noch dickflüssiger, erstarrten aber nicht. Beim Aufbewahren färbten sie sich allmälig dunkler. Nach den Analysen kann es kaum einem Zweifel unterliegen, dass es sich hier um Condensationsproducte handelt, die gelegentlich der Einwirkung des Zinkäthyls aus zwei und mehr Molekülen Äthylchloräther unter Abspaltung von HCl und HOC_2H_5, vielleicht von H_2O entstehen. Selbstverständlich wirken Chlorwasserstoff und Alkohol gleich weiter auf Zinkäthyl ein und liefern Chlorzink, Äthangas und Zinkäthylat, das später mit Wasser Alkohol gibt. In dieser Weise und mit Rücksicht auf die oben gegebene Interpretation der Hexylenbildung, wo auch Äthan und Zinkäthylat als Nebenproducte auftreten, erklärt sich die Gasentwicklung während der Reaction des Zinkäthyls auf Äthylchloräther, und das ziemlich reichliche Auftreten von Alkohol bei der Behandlung des Endproductes mit Wasser.

Die Analyse der bei circa 200° siedenden Substanz gab Resultate, die annähernd der Formel $C_{12}H_{24}O_2$ entsprechen,

0·3726 Grm. gaben 0·9919 CO_2 und 0·4108 H_2O.

---

[1]) Dem Hexylen kommt in diesem Falle jedenfalls eine der beiden Formeln $\begin{array}{l} CH.C_2H_5 \\ \parallel \\ CH.C_2H_5 \end{array}$ oder $\begin{array}{l} CH.CH_2.C_2H_5 \\ \parallel \\ CH.CH_3 \end{array}$ zu, mag übrigens die Constitution des Äthylchloräthers durch: $\begin{array}{l} CH_2.Cl \\ CH.C_2H_5.OC_2H_5 \end{array}$ oder durch $\begin{array}{l} CH_2.C_2H_5 \\ CH.Cl.OC_2H_5 \end{array}$ ausgedrückt werden.

	gefunden	berechnet
Kohlenstoff	72·60	72·00
Wasserstoff . . .	12·25	12·00
Sauerstoff	——	16·00
		100·00.

Die Entstehung dieses Körpers durch Condensation aus 2 Mol. Äthylchloräther unter Austritt von HCl kann in folgender Weise gedeutet werden:

$$\left.\begin{array}{c} C_2H_3.Cl.C_2H_5.OC_2H_5 \\ \times \\ C_2H_3.Cl.C_2H_5.OC_2H_5 \end{array}\right\} - 2HCl = \begin{array}{l} C_2H_2.C_2H_5.OC_2H_5 \\ \| \\ C_2H_2.C_2H_5.OC_2H_5 \end{array}$$

Die Analyse der höchstsiedenden Fraction, die selbst bei einem mit Hülfe der Pulsirpumpe um 50 Ctm. (Quecksilber) verringerten Atmosphärendruck noch einen über 300° liegenden Siedepunkt hatte, stimmte recht gut mit der Formel $C_{22}H_{36}O$ überein.

I. 0·2686 Grm. gaben 0·8198 CO_2 und 0·2775 H_2O

II. 0·3609 Grm. gaben 1·0998 CO_2 und 0·3755 H_2O.

	gefunden I.	gefunden II.	berechnet
Kohlenstoff	83·24	83·11	83·54
Wasserstoff	11·48	11·56	11·39
Sauerstoff	——	——	5·07
			100·00.

Man kann sich vorstellen, dass die Bildung dieses Körpers durch Condensation von 5 Mol. Äthylchloräther unter Austritt von HCl und HOC_2H_5 vor sich geht.

$$\left.\begin{array}{c} C_2H_3.Cl.OC_2H_5.C_2H_5 \\ \times \\ C_2H_3.Cl.OC_2H_5.C_2H_5 \\ \times \\ C_2H_3.Cl.OC_2H_5.C_2H_5 \\ \times \\ C_2H_3.Cl.OC_2H_5.C_2H_5 \\ \times \\ C_2H_3.Cl.OC_2H_5.C_2H_5 \end{array}\right\} -5HCl-4C_2H_5OH = \left\{\begin{array}{l} C_2H_2.C_2H_5 \\ \| \\ C_2H.C_2H_5 \\ \| \\ C_2H.C_2H_5 \\ \| \\ C_2H.C_2H_5 \\ | \\ C_2H.C_2H_5.OC_2H_5. \end{array}\right.$$

Es lassen sich auch in der Voraussetzung, dass die Condensation von mehreren Molekülen Äthylchloräther unter Abspaltung von HCl und H_2O (statt C_2H_6O) erfolgt, Formeln berechnen, die annähernd mit den Analysen stimmen, doch scheint mir die erste Vermuthung besonders mit Rücksicht auf den factisch nachgewiesenen Alkohol den Vorzug zu verdienen.

Die obigen Formeln sollen übrigens nur als wahrscheinlich, nicht als bewiesen gelten.

Untersuchung des Hauptproductes. Die lediglich zwischen 125—150° übergehenden Hauptfractionen im Gesammtgewicht von 30 Grm. enthielten, wie eine mit dem Gemenge derselben vorgenommene Chlorbestimmung zeigte, 6·11% Chlor. Nimmt man an, dass der Chlorgehalt von Äthylchloräther herrühre, was kaum zweifelhaft ist, so ergibt sich ein Gehalt von 23·5% unverändert gebliebenem Äthylchloräther, der noch beigemischt ist. Um diesen zu beseitigen und zugleich nutzbar zu machen, erhitzte ich das Product im Ölbade mit etwa 6 Grm. Zinkäthyl in einem langhalsigen Kolben, der mit einem Rückflusskühler in Verbindung stand; eine von dem oberen Theile desselben abwärts führende Röhre tauchte 26 Ctm. tief unter Quecksilber. Die Luft des Apparates war vorher durch trockene Kohlensäure verdrängt worden.

Beim Erhitzen auf etwa 70° trat eine mässige Gasentwicklung ein, die bei allmälig steigender Temperatur fortdauerte. Nach etwa $1^1/_2$ Stunden, als die Temperatur des Ölbades 140° erreicht hatte, und die Flüssigkeit regelmässig kochte, hörte die Gasentwicklung auf; sie war im Ganzen nicht bedeutend gewesen. Ich setzte das Kochen noch durch weitere $1^1/_2$ Stunden fort und liess in trockener Kohlensäure erkalten. Die Flüssigkeit war roth und etwas trübe geworden, doch war kein Niederschlag darin ausgeschieden. Sie enthielt noch reichlich überschüssiges Zinkäthyl, wie sich bei Zusatz von Wasser deutlich zeigte. Es wurde ausser Wasser noch Salzsäure zugesetzt, tüchtig durchgeschüttelt, die beiden Schichten getrennt und die ätherische obere Schicht wiederholt gewaschen, zuletzt mit Chlorcalcium getrocknet.

Die untere wässerige Schicht und die Waschwässer wurden vereinigt der Destillation unterworfen, und es gelang daraus in

ähnlicher Weise wie oben eine kleine Menge Alkohol abzuscheiden, der wohl durch die Reaction entstanden ist.

Die obere Schicht enthielt noch immer Chlor. Da eine Reinigung des Biäthyläthers durch fractionirte Destillation nicht zu erreichen ist und das Zinkäthyl sich wenig wirksam erwiesen hat, so versuchte ich den noch in dem Product vorhandenen Äthylchloräther statt durch eine nochmalige Behandlung mit Zinkäthyl durch Erhitzen mit Natrium und Jodäthyl in Biaethyläther zu verwandeln. Zu diesem Zwecke wurden den 29 Grm. Substanz 7 Grm. trockenes Jodäthyl und $2^1/_2$ Grm. in Scheiben geschnittenes Natrium zugesetzt und wurde dann genau wie in dem vorhergehenden Versuche am durch Quecksilber abgesperrten Rückflusskühler im Ölbade erhitzt. Es trat schon bei circa 80° eine ziemlich lebhafte Reaction und Gasentwicklung ein, die bei länger fortgesetztem Erhitzen allmälig nachliess, endlich ganz aufhörte, so dass selbst bei stundenlangem Erhitzen auf 140° und zuletzt 170° (Öltemperatur) sich kein Gas mehr entwickelte. Das metallische Natrium war fast vollständig verschwunden und in eine sehr voluminöse feste Substanz verwandelt, die ganz wie Natriumäthylat aussah und den Kolben zur Hälfte erfüllte. Die Flüssigkeit wurde abdestillirt; ihre Menge betrug nur mehr 22 Grm. Doch muss bemerkt werden, dass die erhebliche Gewichtsabnahme bei dieser Operation nicht allein auf Rechnung der Gasentwicklung und Bildung der erwähnten festen Substanz kommt, sondern dass auch ein zufälliger Verlust stattfand. Der Destillationsrückstand wurde mit Wasser übergossen und gab eine alkalische Lösung, die reichlich Jodnatrium und Chlornatrium, ausserdem aber auch Alkohol enthielt, der durch eine Reihe von Destillationen und Behandlung der ersten Destillations-Fractionen mit Pottasche ausgeschieden werden konnte.

Es ist damit bewiesen, dass sich in dieser Operation auf Kosten des Äthylchloräthers Chlornatrium und Natriumäthylat gebildet hat. Ob auch durch die gleichzeitige Einwirkung von Jodäthyl auf Natrium der beabsichtigte Zweck das Chlor des Äthylchloräthers durch Äthyl zu ersetzen erreicht worden ist, muss ich dahingestellt sein lassen.

Die 22 Grm. abdestillirten Productes stellten eine farblose wasserhelle Flüssigkeit dar, die noch immer etwas Chlor enthielt

und die zwischen 120 und 148° destillirte. Ich versuchte nun durch Digestion mit Natrium in der Wärme und darauf folgende Destillation eine weitere und vollständige Reinigung des Biäthyläthers zu erreichen. Allein selbst nach fünfmaliger Wiederholung dieser Operation enthielt das Product noch Chlor. Die jedesmal dabei zurückbleibenden Destillations-Rückstände bestanden aus überschüssigem Natrium und bräunlichweissen Krusten, deren wässerige Lösung die Chlor- und die Jodoformreaction zeigte, die also Chlornatrium und Natriumäthylat enthielten. Die successive Behandlung des mit Äthylchloräther verunreinigten Biäthyläthers mit Zinkäthyl, dann mit Natrium und Jodäthyl, dann fünfmalige Digestion und Destillation über Natrium hatten also noch nicht ausgereicht ein von Äthylchloräther freies Präparat zu liefern.

Ich schmolz nun das Product mit einem Überschuss von in lange Streifen zerschnittenem Natrium in eine Glasröhre ein und erhitzte durch 20 Stunden auf 120—140°. Dabei blieb die Flüssigkeit vollkommen farblos, es bildete sich kein Gas und das Natrium verwandelte sich theilweise in eine voluminöse schwach gelbliche Substanz, während ein Theil metallisch zurückblieb. Die herausgegossene Flüssigkeit enthielt keine Spur von Chlor mehr. Durch fractionirte Destillation gelang es nun leicht, vollkommen reinen Biäthyläther $C_6H_{13}OC_2H_5$ zu erhalten, wie die folgende Analyse zeigt:

0·2687 Grm. gaben 0·7275 CO_2 und 0·3364 H_2O.

	gefunden	berechnet
Kohlenstoff	73·84	73·85
Wasserstoff	13·91	13·85
Sauerstoff	——	12·30
		100·00.

Der Siedepunkt des Biäthyläthers liegt bei 131·1° unter dem auf 0° red. Druck 749·6 Mm. (die berücksichtigte Correction für den herausragenden Quecksilberfaden betrug dabei 1·7°). Für das specifische Gewicht bezogen auf Wasser von gleichen Temperaturen wurde gefunden:

Temperatur	0·°	20°	40°
Specif. Gewicht	0·7865	0·7702	0·7574.

Auch die bei der Destillation erhaltenen angränzenden Fractionen waren, wie die Analyse zeigte, noch fast reiner Biäthyläther.

Die voluminöse gelbliche Substanz, die unter dem Einflusse des Natriums entstanden war, löste sich in Wasser auf, indem sich zugleich eine bräunliche Oelschicht oben abschied. Die Menge dieser letzteren Substanz war zu gering, um sie untersuchen zu können, und es bleibt unentschieden, ob sie ein neuer Körper ist, der durch zerlegende Wirkung des Wassers auf die Natriumverbindung entsteht oder ob sie Biäthyläther ist, der nur mechanisch in der übrigens ganz trocken aussehenden Masse aufgesaugt war.

Die wässerige alkalische Lösung enthielt Chlornatrium und etwas Alkohol, der offenbar durch Zerlegung von Natriumäthylat entstanden ist, ferner das Natriumsalz einer, wenn nicht mehrerer, organischer Säuren. Dieselbe reducirt ammoniakalische Silberlösung (vielleicht Glykol- oder Ameisensäure?).

Mit Rücksicht auf die hier niedergelegten Erfahrungen und auf solche, die ich bei wiederholten Versuchen, den Äthylchloräther auf Zinkäthyl in zugeschmolzenen Röhren einwirken zu lassen, machte, dürfte für die Bereitung des Biäthyläthers das folgende Verfahren zu empfehlen sein. Man lässt erst in der früher beschriebenen Weise Äthylchloräther auf etwas mehr als die berechnete Menge Zinkäthyl einwirken, stellt dann wie oben den rohen (noch Äthylchloräther enthaltenden) Biäthyläther dar, und lässt auf die nach wiederholter fractionirter Destillation zwischen 120 und 150° übergehenden Fractionen neuerdings Zinkäthyl, erst am Rückflusskühler, dann ziemlich lange in zugeschmolzenen Röhren, bei 140° einwirken, wobei keine Gefahr der Explosion mehr vorhanden ist. Sollte der so gereinigte Biäthyläther noch Chlor enthalten, so erhitzt man ihn mit Natrium in zugeschmolzenen Röhren durch etwa 10 Stunden auf 140°. Das Product ist dann durch fractionirte Destillation leicht rein zu erhalten.

Ich habe mich durch Versuche überzeugt, dass man durch zwanzig- bis dreissigstündiges Erhitzen des noch unreinen Biäthyläthers mit Zinkäthyl in zugeschmolzenen Röhren die Reaction zu Ende führen und ein reines Präparat erhalten kann. Die folgenden Analysen liefern dafür den Beleg. Sie wurden mit drei aufeinander folgenden Destillatsfractionen eines bei circa 130° siedenden Productes vorgenommen, das durch Erhitzen von Äthylchloräther mit Zinkäthyl in zugeschmolzenen Röhren bereitet, dann durch lange fortgesetztes Erhitzen des Rohproductes mit Zinkäthyl in zugeschmolzenen Röhren gereinigt, und nur zuletzt einmal über einem Stückchen Kalium destillirt worden war.

I. 0·2919 Grm. Subst. gaben 0·7928 CO_2; die Wasserbestimmung ging verloren.

II. 0·3276 Grm. Subst. gaben 0·8854 CO_2 und 0·4132 H_2O.

III. 0·4536 „ „ „ 1·223 CO_2 und 0·5658 H_2O.

	gefunden			berechnet
	I.	II.	III.	
Kohlenstoff	74·07	73·71	73·53	73·85
Wasserstoff . . .	——	14·01	13·86	13·85
Sauerstoff	——	——	——	12·30
				100·00

Die Zusammenstellung zeigt, dass hier ganz reiner Biäthyläther erhalten worden ist.

Ehe ich den Biäthyläther verlasse, will ich noch ein Verfahren mittheilen, das ich vor etwa 10 Jahren doch nur im kleinem Massstabe angewendet habe, und das mir ohne Anwendung von Zinkäthyl vollkommen reinen Biäthyläther geliefert hat.

Ich brachte nämlich Äthylchloräther (8 Grm.) Jodäthyl (9·6 Grm.) und im Vacuum getrocknete Zinkdrehspäne (13 Grm.), auf die ich ein bischen gepulverte Zinknatriumlegirung streute, in ein mit trockener Kohlensäure gefülltes Kölbchen, das ich an einen gleichfalls mit Kohlensäure gefüllten und mittelst Quecksilber abgesperrten Rückflusskühler ansetzte. Ich erhitzte nun im Oelbade langsam ansteigend erst bei 100° dann 130° zuletzt bis 190°, im Ganzen durch 16 Stunden, wobei Gase durch das

absperrende Quecksilber entwichen. Dann wurde der Inhalt des Kölbchens abdestillirt. Das Destillat war eine kleine Menge einer wasserhellen Flüssigkeit von angenehmen Geruch, die kein Chlor enthielt und bei der fractionirten Destillation zwischen 70 und 131° überging. Die höchste Fraction war reiner Biäthyläther $C_6H_{13}.OC_2H_5$ wie folgende Analyse zeigt

0·2658 Grm. gaben 0·719 CO_2 und 0·3346 H_2O

	gefunden	berechnet
Kohlenstoff	73·77	73·85
Wasserstoff	13·98	13·85
Sauerstoff	——	12·30
		100·00.

Der flüchtigste Theil, der hier nicht weiter untersucht wurde, war nach den oben erhaltenen Resultaten zu schliessen unzweifelhaft Hexylen.

In das Kölbchen, in dem die Reaction durchgeführt worden war, wurde Wasser gegossen, tüchtig durchgeschüttelt, und dann theilweise wieder abdestillirt. Auf dem abdestillirten Wasser schwamm eine leichtere Schicht, die kein Chlor enthielt und nach dem Trocknen mittelst Chlorcalcium zwischen 130 und 200° destillirte. Offenbar besteht diese Partie aus den höher siedenden Condensationsproducten, die oben näher untersucht worden sind.

Endlich konnte aus dem wässerigen Destillat, nach Entfernung der Oelschicht, durch Pottasche eine neue Schicht abgeschieden werden, die leicht als Alkohol erkannt wurde. Der wässerige Destillationsrückstand enthielt ausser metallischem Zink und Zinkoxyd gelöstes Chlornatrium, Chlorzink und Jodzink.

Die Reaction scheint also trotz der veränderten Umstände, wobei Zinkäthyl gewissermassen im nascirenden Zustande angewendet wurde, ganz in derselben Weise vor sich gegangen zu sein und ganz dieselben Producte geliefert zu haben, wie es bei der Einwirkung von Zinkäthyl auf Äthylchloräther der Fall ist. Offenbar ist das letztbeschriebene Verfahren in der Ausführung viel bequemer und führt auch rascher zum Ziele, als das früher

besprochene. Ob es rücksichtlich der Ausbeute besser oder schlechter ist, kann ich jedoch nicht mit Sicherheit angeben. Ich hatte zuerst die Darstellung des Biäthyläthers durch Einwirkung von Zinkäthyl in zugeschmolzenen Röhren versucht und dabei durch Explosionen viel Verlust erlitten, dann machte ich den hier beschriebenen Versuch ohne fertiges Zinkäthyl und, da mich die Ausbeute wenig befriedigte, kehrte ich wieder zur Anwendung von Zinkäthyl zurück, indem ich die Benützung zugeschmolzener Röhren dabei vermied. Auch bei diesem Verfahren, das oben ausführlich beschrieben wurde, ist jedoch die Ausbeute an reinem Biäthyläther verhältnissmässig gering.

Vielleicht liesse sich noch die Methode, die oben zum Behufe der Reinigung angewandt wurde, nämlich Einwirkung von Natrium auf ein Gemenge von Jodäthyl und Äthylchloräther für die Bereitung des Biäthyläthers in Anwendung bringen, doch habe ich darüber keine Erfahrung.

Darstellung von Hexylverbindungen aus Biäthyläther.

Hexyljodür. Vorläufige Versuche, die ich bereits 1866[1] kurz erwähnt habe, haben mir gezeigt, dass conc. Jodwasserstoffsäure den Biäthyläther in der Weise zerlegt, dass einerseits Jodäthyl, anderseits zweifach äthylirtes Jodäthyl, d. h. Jodhexyl erhalten wird. Ich hatte damals Jodwasserstoffsäure *a* 1·7 Sp.G. angewendet. Nach den Erfahrungen, die ich über die Einwirkung derselben Säure von verschiedener Concentration auf Äthylchloräther, Biäthoxyläther etc. gemacht habe, schien es mir zweckmässiger eine möglichst concentrirte Säure zu verwenden. Ich schloss daher den Biäthyläther mit seinem fünffachen Gewichte (d. i. erheblich mehr als die theoretische Menge) Jodwasserstoffsäure von 1·95 spec. Gewicht in Glasröhren ein, wobei sich anfangs drei Schichten bildeten, und erhitzte durch 20—30 Stunden auf 120—140°. Beim Öffnen der Röhren entwich kein Gas. Man fand zwei Schichten vor, deren eine aus wässeriger Jodwasserstoffsäure, die andere aus in der Reaction entstandenen Jodüren bestand und die beide freies Jod gelöst hielten. Die ölige Schicht wurde mit Wasser,

[1] Sitzungsb. der k. Akad. d. Wissenschaften 54. (Juli 1866).

dann alkalischem Wasser zuletzt wieder mit reinem Wasser gewaschen und mit Chlorcalcium getrocknet.

Die durch das Alkali entfärbte Flüssigkeit nahm sehr schnell wieder eine dunkle Färbung an, scheint also sehr leicht zersetzbar zu sein. Sie wurde nun wiederholt der fractionirten Destillation unterworfen, und dabei jedesmal, wenn das in die Dämpfe tauchende Thermometer 110° erreichte, der Destillirapparat mit der Luftpumpe in Verbindung gesetzt, und die Destillation bei einem Druck von 70 Mm. zu Ende geführt. Auf diese Weise wurde die ölige Flüssigkeit ohne Schwierigkeit in zwei Substanzen gespalten, deren eine unter gewöhnlichem Atmosphärendruck bei 72° kochte, und alle charakteristischen Eigenschaften des Jodäthyls besass, während die andere unter einem Druck von 70 Mm. bei 100° siedete und aus Jodhexyl bestand.

Bei der Analyse der für Jodäthyl gehaltenen Substanz ergab sich allerdings ein um circa 3% zu hoher Kohlenstoffgehalt, der zwar keinen Zweifel begründen kann, dass der Körper wesentlich Jodäthyl ist, aber auf Verunreinigung mit einer kohlenstoffreicheren Substanz schliessen lässt. Dass es gelingen würde die letztere zu isoliren war wenig wahrscheinlich. Ich vermuthe, dass sie vielleicht Alkohol, vielleicht Hexylen, möglicher Weise Hexan ist, deren Siedepunkte sämmtlich nicht weit von dem des Jodäthyls abweichen. Das unter 70 Mm. Druck bei 100° siedende Jodür war roth gefärbt; es wurde durch Schütteln mit alkalischem Wasser gewaschen, mit Chlorcalcium getrocknet und die so erhaltene klare farblose Flüssigkeit analysirt.

0·3554 Grm. gaben 0·45 CO_2 und 0·2005 H_2O.

	gefunden	berechnet
Kohlenstoff	34·53	33·96
Wasserstoff	6·27	6·13
Jod.	——	59·91
		100·00.

Diese Zahlen lassen keinen Zweifel, dass die untersuchte Substanz Jodhexyl $C_6H_{13}J$ ist.

Die nach dem Erhitzen in den zugeschmolzenen Röhren von dem Gemenge der beiden Jodüre getrennte wässerige Schicht

(Jodwasserstoffsäurelösung) wurde, um zu untersuchen ob sie möglicher Weise noch eine organische Substanz in Lösung hält, zunächst mit den ersten Waschwässern der Jodüre vereint, durch Schütteln mit Quecksilber von gelöstem Jod befreit, mit Kali übersättigt und dann destillirt. Das Destillat war wasserhell, doch konnten aus der ersten Fraction desselben durch Zusatz von Potasche Spuren eines leichteren Oeles abgeschieden werden. Eine Untersuchung desselben war, da es sich um blosse Spuren handelte, nicht möglich.

Hexylacetat. Zur Darstellung des Acetates wurde das Hexyljodür mit getrocknetem essigsaurem Silber und Eisessig in bekannter Weise behandelt. Die Reaction begann schon bei der Berührung, obgleich anfangs durch Kältemischung gekühlt wurde. Um sie zu Ende zu führen, wurde das Kölbchen mit dem Gemenge durch zwei Stunden am Rückflusskühler im Wasserbade erhitzt, wobei lebhaftes Kochen im Kölbchen stattfand. Dann wurde aus dem Oelbade abdestillirt, wobei ich die Temperatur des Oeles zuletzt bis 220° steigen liess. Es blieb fast nur Jodsilber und dem Anscheine nach etwas metallisches Silber zurück. In dem farblosen Destillat unterschied man zwei Schichten. Die untere bestand aus Essigsäure, Wasser und etwas durch Vermittlung der Essigsäure gelöster oberer Schicht; die obere war das eigentliche Product der Reaction, enthielt jedoch noch etwas Essigsäure in Lösung. Durch Neutralisiren der unteren Schicht erst mit Kali, zuletzt mit Kaliumcarbonat und durch Destillation konnte die darin gelöste Substanz der oberen Schichte leicht gewonnen werden. Die obere Schicht wurde mittelst concentrirter Potaschenlösung von Essigsäure befreit, dann noch mit Wasser gewaschen. Das so erhaltene Product enthielt noch etwas Jod. Es wurde daher mit einer kleinen Menge trockenen Silberacetats neuerdings am Rückflusskühler einige Stunden gekocht, dann wurde durch Erhitzen im Wasserbade der flüchtigste Theil des Productes abdestillirt und der Rückstand durch weitere sechs Stunden mit Hülfe eines Oelbades in gelindem Sieden am Rückflusskühler erhalten. Hierauf wurde bis zur Trockene abdestillirt, auf den Rückstand Wasser aufgegossen und wieder destillirt, wodurch noch etwas ätherartige Substanz als obere Schicht gewonnen werden konnte. Das gesammte Product wurde nun

getrocknet der fractionirten Destillation unterworfen und dadurch in zwei Körper zerlegt, deren einer (es ist das lediglich der Theil, der schon durch Erhitzen im Wasserbade abdestillirt worden war) bei 67—68° kochte und offenbar aus Hexylen bestand, der andere, eine wasserhelle mit Wasser nicht mischbare Flüssigkeit von angenehmem Fruchtgeruch, einen bei 154—157° liegenden Siedepunkt besass, und Hexylacetat $C_6H_{13}.C_2H_3O_2$ war, wie die folgende Analyse zeigt:

0·4263 Grm. gaben 1·0324 CO_2 und 0·4331 . H_2O.

	gefunden	berechnet
Kohlenstoff	66·05	66·67
Wasserstoff	11·29	11·11
Sauerstoff	——	22·22
		100·00.

Das zugleich mit dem Acetat gewonnene Hexylen wurde durch Behandlung mit concentrirter Jodwasserstoffsäure a 1·95 sp. G. in Jodür übergeführt, aus dem später mittelst feuchten Silberoxyds einerseits ein Hexylenhydrat, und andererseits neuerdings Hexylen erhalten wurde. Bei Betrachtung der Oxydation des Hexylalkohols kommen wir auf diese Producte zurück.

Hexylalkohol. Aus dem Acetat wurde durch Verseifung der Alkohol dargestellt, indem der Äther mit concentrirter wässeriger Kalilauge durch 25 Stunden in zugeschmolzener Röhre auf 115° erhitzt wurde. Der rohe Hexylalkohol wurde, um ihn von Wasser zu befreien, mit Stücken gebrannten Kalkes durch 8 Stunden am Rückflusskühler in gelindem Sieden erhalten, abdestillirt, mit Natrium in der Wärme digerirt, abdestillirt, neuerdings mit Natrium in der Wärme digerirt, endlich abdestillirt und fractionirt. Das Product bestand fast ganz aus reinem Hexylalkohol. Derselbe stellt eine wasserhelle, mit Wasser nicht mischbare und darauf schwimmende Flüssigkeit dar, die einen angenehmen alkoholischen und zugleich schwach aromatischen Geruch besitzt und die bei 138° siedet. Die Zusammensetzung wurde durch folgende Analyse festgestellt, die genau mit der Formel $C_6H_{14}O$ übereinstimmt.

0·2719 Grm. gaben 0·7031 . CO_2 und 0·3376 H_2O.

	gefunden	berechnet
Kohlenstoff	70·52	70·59
Wasserstoff	13·79	13·72
Sauerstoff	----	15·69
		100·00.

Aus den obigen Kalk- und Natrium-Destillationsrückständen wurde durch Destillation mit Wasser wieder Hexylalkohol gewonnen.

Oxydation des Hexylalkohols. Ich bin diesmal von dem Verfahren, das ich sonst immer bei der Oxydation der Alkohole angewandt habe und das sich gut bewährt hat, [1] insoferne abgewichen, als ich statt einer 8%igen Lösung von Kaliumbichromat mit der entsprechenden Menge Schwefelsäure, diesmal ein viel geringeres Verhältniss von Wasser angewandt habe (auf 1 Theil Kaliumbichromat 1·5 Th. Schwefelsäure und 4 Th. Wasser), und dass ich ferner die oxydirende Mischung bei circa 100° statt wie früher bei 85° einwirken liess. Ich glaube jedoch, dass das frühere Verfahren zweckmässiger ist. Kaum war die oxydirende Mischung, und zwar in dem nöthigen Verhältnisse um den Alkohol vollständig zu Säure zu oxydiren in die Glasröhre eingetragen worden, so sah man den Alkohol sich wenigstens dem Anscheine nach in eine schwarzbraune weiche Substanz verwandeln. Nach achtstündigem Erhitzen der zugeschmolzenen Glasröhre war die Chromsäurelösung grün geworden, und auf derselben schwamm eine wasserhelle Schicht, die dem Volum nach etwa die Hälfte des ursprünglich angewandten Alkohols betragen mochte. Weiteres dreissigstündiges Erhitzen hatte nur eine geringe Abnahme der aufschwimmenden Schicht zur Folge. Ich konnte daraus schliessen, dass dieselbe nicht mehr aus Hexylalkohol, sondern aus einer daraus entstandenen, schwer zu oxydirenden Substanz bestehe. Beim Oeffnen der Röhre war ein schwacher Druck (vielleicht von etwas Kohlensäure) wahrnehmbar.

---

[1] Seine Beschreibung findet sich Sitzungsberichte der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften. 59. pag. 87 u. f.

Die obere wasserhelle Schicht wurde abgehoben, mit Wasser gewaschen, destillirt und, da sie dem Geruche nach eine Ätherart zu sein schien, in der Absicht sie zu verseifen mit concentrirter Kalilauge in eine Glasröhre eingeschlossen. Schon in der Kälte nahm nach dem Umschütteln das Volumen der alkalischen Schicht auf Kosten der ätherischen zu. Nach zehnstündigem Erhitzen auf 94° war das Aussehen ziemlich unverändert; nach weiterem zwölfstündigem Erhitzen fand ich die Glasröhre mit vielfachen Sprüngen versehen (es ist dies eine Wirkung, welche Kali zuweilen auf Glas äussert, und die ich schon mehrmals beobachtet habe), die obere Schichte vollständig verdunstet und die untere alkalische Schichte etwa zur Hälfte verschwunden. Wenn die bei der Oxydation entstandene hier untersuchte Substanz wirklich eine Ätherart gewesen war, wie ich voraussetzte, so musste in der alkalischen Flüssigkeit das Salz der ihr entsprechenden Säure enthalten sein. Es wurde daher der in der gesprungenen Glasröhre noch zurückgebliebene Rest der alkalischen Flüssigkeit mit Schwefelsäure destillirt. Das Destillat reagirte sauer, muss also eine in Wasser lösliche Säure enthalten. Es wurde durch Digestion mit kohlensaurem Silber in Silbersalz verwandelt, dieses heiss abfiltrirt, und krystallisiren lassen. Nach Ausführung der Analyse I wurde das Silbersalz noch einmal umkrystallisirt und Analyse II vorgenommen.

I. 0·1063 Grm. im Vacuum getrocknet hinterliessen beim Glühen 0·0586 Grm., enthalten also 55·12% Silber.

II. 0·159 Grm. im Vacuum getrocknet, gaben 0·0884 Grm. entsprechend 55·6% Silber.

Diese Resultate zeigen, dass das analysirte Salz buttersaures Silber $AgC_4H_7O_2$ war, welches 55·38% Silber verlangt. Daraus ergibt sich, dass bei der Oxydation des Hexylalkohols wirklich eine Ätherart und zwar ein Buttersäureäther entstanden ist. Ob es buttersaures Hexyl gewesen, was man vorläufig für das wahrscheinlichste halten muss, oder ein anderes Butyrat, lässt sich nicht entscheiden, nachdem wie erwähnt der bei der Verseifung abgeschiedene Alkohol vollständig verloren ging.

Die dunkelgrüne wässerige Lösung, von der die eben untersuchte Ätherart abgehoben worden war, musste die sonstigen in Wasser löslichen Oxydationsproducte des Hexylalkohols enthalten. Sie wurde mit ihrem Volumen Wasser verdünnt und der Destillation unterworfen. Das sauer reagirende aber schwefelsäurefreie Destillat wurde mit kohlensaurem Silber gesättigt, und nach der Filtration das Silbersalz auskrystallisiren lassen. Die Fraction III. stellt die im Vacuum eingedunstete Mutterlauge dar.

Fract. I. 0·313 Grm. im Vacuum getrocknetes Silbersalz hinterliessen beim Glühen 0·1909 Grm., d. i. 60·99% Silber.

0·3157 Grm. desselben Salzes gaben 0·192 Grm., d. i. 60·81% Silber.

Fract. II. 0·5094 Grm. gaben 0·3145 Grm., d. i. 61·74% Silber.

0·2385 Grm. desselben Salzes gaben 0·1472 Grm., d. i. 61·72% Silber.

Fract. III. 0·5653 gaben 0·3465 Grm., d. i. 61·29% Silber.

Da die durch Analysen der drei Fractionen erhaltenen Resultate einander sehr nahe stehen, so versuchte ich, ob eine schärfere Trennung durch Wiederauflösen der Fractionen I. und II. und neues successives Krystallisiren sich erzielen lasse.

Neue Fraction I. 0·3202 Grm. des im Vacuum getrockneten Silbersalzes gaben beim Glühen 0·1875 Grm. entsprechend 58·56% Silber.

Neue Mutterlauge. 0·5144 Grm. lieferten 0·3208 Grm., d. i. 62·36% Silber.

Man kann aus diesen Analysen schliessen, dass die Oxydationsproducte des Hexylalkohols zweierlei fette Säuren sind, und zwar Buttersäure, deren Silbersalz 55·38%, und Essigsäure, deren Silbersalz 64·67% Silber enthält. Die Gegenwart der Propionsäure neben den beiden genannten ist allerdings nicht ausgeschlossen, aber noch weniger bewiesen. Höhere fette Säuren als Buttersäure sind schon aus dem Grunde nicht anzunehmen, weil keine im Wasser unlöslichen Säuren beobachtet

worden sind, und weil keine Analyse auf die Gegenwart einer solchen hindeutet.

Oxydation des Hexylens und Hexylenhydrates. Es wurde oben bei der Einwirkung des Hexyljodürs auf essigsaures Silber erwähnt, dass in dieser Reaction sich Hexylen abspaltet und dass dies Product vom Hexylacetat getrennt und mit Jodwasserstoffsäure a. 1·95 sp. G. behandelt wurde. (Siehe S. 19). Das in dieser Weise aus dem Hexylen regenerirte Jodür konnte möglicher Weise identisch oder nur isomer mit dem direct aus Biäthyläther erhaltenen Hexyljodür sein. Es wurde durch Behandlung mit feuchtem Silberoxyd in ein Gemenge von Hexylen und unreinem Hexylenhydrat (identisch oder isomer mit dem obigen Alkohol) übergeführt, und da ein genaues Studium der Eigenschaften dieser Körper wegen ihrer kleinen Menge nicht möglich war, so begnügte ich mich damit ihre Oxydationsproducte zu untersuchen. In dieser Beziehung konnten die Verunreinigungen z. B. etwa Hexyläther beim Hexylenhydrat nicht von störendem Einflusse sein.

Das durch fractionirte Destillation annähernd getrennte rohe Hexylen wurde mit der nöthigen Menge Schwefelsäure und Kaliumbichromat in etwa 10%iger wässeriger Lösung in eine Glasröhre eingeschmolzen. Schon beim Hineingiessen der oxydirenden Mischung trat, gerade wie es vorher beim Hexylalkohol beobachtet worden war, Bräunung und scheinbare Verharzung des Hexylens ein. Doch verschwand Beides über Nacht beim blossen Aufbewahren bei gewöhnlicher Temperatur, und nur eine wasserhelle Flüssigkeit blieb als obere Schicht in der Röhre zurück. Nun wurde solange bei 94° erhitzt, bis die obere Schicht vollständig verschwunden war, wozu 67 Stunden erforderlich waren. Beim Oeffnen der Röhre zeigte sich ein sehr schwacher Druck im Innern. Die wässerige Lösung wurde darauf abdestillirt, das saure doch schwefelsäurefreie Destillat durch lange Digestion mit kohlensaurem Silber gesättigt, kochend heiss abfiltrirt und die von den beim Erkalten herausgefallenen Krystallen abgegossene Mutterlauge im Vacuum verdunstet.

Fract. I. 0·3458 Grm. des im Vacuum getrockneten Silbersalzes gaben beim Glühen 0·2023 Grm., d. i. 58·5% Silber.

Fract. Mutterlauge 0·3067 Grm. gaben 0·1902 Grm. d. i. 62·01% Silber.

Zur besseren Bestätigung dieser Analysen und eventuell um eine schärfere Trennung zu erzielen, löste ich die beiden Fractionen noch einmal vereint in siedendem Wasser auf und liess nun in drei Fractionen krystallisiren.

Neue Fract. I. 0·0959 Grm. des im Vacuum getrockneten Silbersalzes gaben 0·0566 Grm. d. i. 59·02% Silber.

Neue Fract. II. 0·1848 Grm. gaben 0·1128 Grm., somit 61·04% Silber.

Neue Fract. Mutterlauge 0·1531 Grm. gaben 0·0959 Grm., d. i. 62·64% Silber.

Das, wie oben erwähnt, durch Einwirkung von feuchtem Silberoxyd erhaltene und vom Hexylen getrennte rohe Hexylenhydrat (möglicherweise verschieden vom oben beschriebenen Hexylalkohol) wurde mit der nöthigen Menge Schwefelsäure und Kaliumbichromat, diesmal in 7%iger wässeriger Lösung, in eine Glasröhre eingeschmolzen. Bei der ersten Einwirkung trat wieder Bräunung und scheinbare Verharzung der Substanz ein, doch fand man am nächsten Morgen, noch bevor das Erhitzen begonnen hatte, schon wieder eine wasserhelle Flüssigkeit als obere Schicht. Die Röhre wurde nun durch 126 Stunden bei circa 94° erhitzt; selbst nach so langem Erhitzen war die obere Schicht noch immer nicht vollständig verschwunden. Beim Öffnen der Röhre war kein innerer Druck wahrzunehmen. Der Inhalt wurde bis zur Trockne abdestillirt, das wässerige Destillat nach Entfernung der kleinen mitdestillirten obern Schicht, die nur einen schwachen Geruch besass (vielleicht Hexyläther?), mit kohlensaurem Silber in der Hitze gesättigt, die Lösung eingedampft und heiss filtrirt. Beim Abkühlen schossen Krystalle Fract. I an; durch Concentriren und heiss Filtriren der Mutterlauge wurden Krystalle Fract. II, endlich durch Abdunsten der letzten Mutterlauge im Vacuum die Fract. III gewonnen.

Fract. I. 0·2891 Grm. des im Vacuum getrockneten Silbersalzes gaben beim Glühen 0·1677 Grm., d. i. 58·01% Silber.

Fract. II. 0·2666 Grm. lieferten 0·166 Grm., d. i. 62·26% Silber.

Fract. III. 0·167 Grm. lieferten 0·1058 Grm., d. i. 63·35% Silber.

Die bei Oxydation des Hexylens und des hier vorläufig Hexylenhydrat genannten Alkohols gewonnenen Resultate sind identisch unter einander, und wieder mit denen die früher bei Oxydation des Hexylalkohols erhalten wurden, und lassen keinen Zweifel daran, dass in allen Fällen gleicherweise Buttersäure und Essigsäure die Oxydationsproducte sind. Von der Propionsäure gilt was schon oben gesagt wurde. Vom rein experimentellen Standpunkte ist ihre Anwesenheit neben den zwei genannten Säuren durch nichts bewiesen, aber auch durch nichts ausgeschlossen.

Man übersieht die sämmtlichen bei der Oxydation erhaltenen Resultate, wie sie sich aus den mitgetheilten Analysen von 17 Silbersalzen ergeben haben, am besten in folgender Zusammenstellung, die zugleich stammbaumartig auf den Ursprung der untersuchten Präparate hinweist. Die in der Tabelle angeführten Zahlen drücken die gefundenen Procente Silber in den Silbersalzen aus, die mit den durch Oxydation erhaltenen Säuren bereitet worden sind.

Biäthyläther.

Hexyljodür.

Hexylacetat — Hexylalkohol oxydirt		Hexylen — Hexylenjodhydrat	
Von der Verseifung der dabei gewonnenen Ätherart	Direct erhaltene Säuren	Hexylen oxydirt	Hexylenhydrat oxydirt
		Direct erhaltene Säuren	Direct erhaltene Säuren
	I. II. III.	I. II.	I. II. III.
55·12,	60·99 61·74 61·29	58·5 62·01	58·01 62·26 63·35
	60·81 61·72		
umkrystallisirt	umkrystallisirt aus den Fract. I und II.	umkrystallisirt	
	1. 2.	I. II. III.	
55·6.	58·56 62·36	59·02 61·04 62·64	
$AgC_4H_7O_2$ 55·38% Ag.		$AgC_3H_5O_2$ 59·67% Ag.	$AgC_2H_3O_2$ 64·67% Ag.

Die Schlüsse, die sich hieraus für die Constitution des untersuchten Hexylalkoholes und weiter zurückgehend etwa für die des Biäthyläthers ergeben, stehen in directem Widerspruche mit dem was sich erwarten liess. Um dies klar zu machen und zugleich die Ursache dieses auffallenden Widerspruches womöglich zu ergründen, ist es nothwendig etwas weiter auszuholen und an früher angestellte Betrachtungen über die Constitution des Bichloräthers anzuknüpfen.

Ich habe früher mit Benützung mehrerer von einander ganz unabhängiger Methoden und mit so grosser Strenge als überhaupt in derartigen Problemen erreichbar ist, den Beweis geführt, dass dem Bichloräther die Formel $C_2H_3Cl_2OC_2H_5$ zukommt, habe jedoch nicht mit Sicherheit entschieden, welche Stellung die beiden in eine Äthylgruppe eingetretenen Chloratome in derselben einnehmen, wobei drei verschiedene Fälle möglich sind. — Am Schlusse meiner letzten darauf bezüglichen Abhandlung (diese Berichte 59, pag. 99) schien mir aus Gründen, die dort ausführlich entwickelt sind, die Formel $CH_3.C\,Cl.Ae.O\,C_2H_5$ für den Äthylchloräther, somit $CH_3.C\,Cl_2.O\,C_2H_5$ für den Bichloräther die vorläufig wahrscheinlichste, doch fügte ich sogleich hinzu, dass die Strenge dieser einzig aus der Betrachtung der Einwirkung von Jodwasserstoffsäure auf Äthylchloräther abgeleiteten Folgerungen durch den Umstand beeinträchtigt wird, dass eben jene Reaction sehr complicirt ist und daher jede theoretische Interpretation derselben hypothetisch ist.[1]

---

[1] Abeljanz (Liebig's Annalen 164, 202) und in neuester Zeit Kessel (daselbst 175, 45) in demselben Laboratorium haben, in der Absicht mich dann zu widerlegen, mir in den Mund gelegt, ich hätte aus der vermeintlichen Bildung von Essigsäure bei Einwirkung von Alkalien auf Bichloräther auf die oben angeführte Formel des Bichloräthers geschlossen. Dies ist nicht richtig, und die genannten Herren werden in meinen sämmtlichen Abhandlungen vergebens einen solchen Schluss, ja nur die leiseste Andeutung eines solchen Schlusses suchen. Der Grund ist einfach der, dass ich nur ein einziges Mal und bei einem in kleinem Massstabe ausgeführten Versuche Essigsäure unter den Producten der Einwirkung von Kali auf Bichloräther gefunden hatte und zwar hatte ich mich damals (es war dies 1858, wo ich diese Reaction natürlicher Weise ganz anders als heute auffasste) mit dem blos qualitativen Nachweise begnügt. Ich hatte keinen besonderen Grund in der Zusammenstellung meiner Resultate (diese

Seitdem haben Abeljanz (Liebigs Annalen 164, pag. 197) und Jacobsen (Berichte der deutsch. Ch. Ges. 1871 p. 215) gezeigt, dass von den drei Formeln, welche nach meiner Arbeit für den Bichloräther noch als möglich übrig blieben, die Formel

$$\begin{matrix} CH_2Cl \\ CHCl.OC_2H_5 \end{matrix}$$

als die richtige zu betrachten ist, und ich stimme diesem Schlusse umsomehr bei, als meine nicht publicirten und jetzt überholten Untersuchungen über die Einwirkung von Wasser auf Bichloräther mir dasselbe Resultat schon wahrscheinlich gemacht hatten.

Berichte 56) diese Beobachtung wegzulassen, besonders da ich die Untersuchung über Einwirkung von Wasser auf Bichloräther ausdrücklich als unvollständig und noch nicht abgeschlossen hinstellte (daselbst p. 652); aber ich hielt es nicht für zulässig in einer Arbeit, der ich gerade den Charakter möglichster Sicherheit und Strenge wahren wollte, aus einer vereinzelten Beobachtung, ehe ich sie sorgfältig überprüft und überhaupt die Einwirkung von Wasser und Alkalien aufgeklärt hatte, einen so weittragenden Schluss wie den auf die definitive Formel des Bichloräthers zu ziehen. Hätte Abeljanz, als er die von mir noch nicht beendete Untersuchung über Einwirkung von Wasser und von Alkalien auf Bichloräther in die Hand nahm, sich an mich gewendet, so hätte er viel Zeit und Mühe sparen können. Ich hatte schon damals (1867) und zwar durch Einwirkung von Wasser auf Bichloräther bei gewöhnlicher Temperatur das gegen 165° siedende Condensationsproduct

$$\begin{matrix} C_2H_3.Cl.O.C_2H_5 \\ > O \\ C_2H_3\,Cl.O\,C_2H_5 \end{matrix}$$

entdeckt, das bei meinen Versuchen den Hauptbestandtheil des in Wasser unlöslichen Öles ausmachte, war aber über den stechend aldehydartig riechenden chlorhältigen Körper, der sich anfangs in der wässerigen Lösung befindet und später sich als unlöslich erweist und der mir neben Alkohol und HCl ein Hauptproduct der Reaction zu sein schien, noch nicht ganz ins Reine gekommen und begnügte mich daher in meiner Abhandlung vorläufig nur vom Alkohol zu sprechen, dessen Entstehung unter diesen Umständen mir für den dort erbrachten Beweis, dass der Bichloräther eine intacte Äthylgruppe enthält, von Wichtigkeit schien.

Seitdem hat Jacobsen 1871 in seiner interessanten, leider nur als Notiz vorliegenden, Arbeit über die gechlorten Äther das oben erwähnte Condensationsproduct selbständig wieder entdeckt, und ich bin, da ich meine unvollendet gebliebene Arbeit über Einwirkung von Wasser auf Bichloräther nicht publicirte, weit entfernt gegen ihn die Priorität zu reklamiren.

Nun besteht aber zwischen dieser Formel des Bichloräthers und den von mir bei der Einwirkung der Jodwasserstoffsäure auf Äthylchloräther erhaltenen Resultaten ein Widerspruch, den Abeljanz nicht bemerkt zu haben scheint.

Ich habe nämlich gefunden, dass wenn man keinen erheblichen Überschuss von Jodwasserstoffsäure und namentlich wenn man diese Säure nicht im concentrirtesten Zustande anwendet, sich neben Butyljodür auch Butylchlorür bildet. Macht man nun die a priori wahrscheinlichste Voraussetzung, dass im Butylchlorür das Cl an derselben Stelle stehe, die es vorher im Äthylchloräther eingenommen hat, so müsste, wenn man die obige Formel für Bichloräther und somit für Äthylchloräther[1] $\begin{matrix} CH_2Cl \\ CH.Ae.OC_2H_5 \end{matrix}$ annimmt normales Butylchlorür (neben secundärem Butyljodür) erhalten werden.

$$\begin{matrix} CH_2Cl \\ CH.OC_2H_5 \\ CH_2 \\ CH_3 \end{matrix} + 2HJ = \begin{matrix} CH_2Cl \\ CHJ \\ CH_2 \\ CH_3 \end{matrix} + C_2H_5J + H_2O.$$

Äthylchloräther

$$\begin{matrix} CH_2Cl \\ CHJ \\ CH_2 \\ CH_3 \end{matrix} + HJ = \begin{matrix} CH_2Cl \\ CH_2 \\ CH_2 \\ CH_3 \end{matrix} + J_2$$

Normal. Butylchlorür.

Factisch wird aber nur secundäres Butylchlorür neben secundärem Butyljodür erhalten, und darin allein lag auch der Grund, warum ich in der citirten Abhandlung eine andere Formel nämlich $\begin{matrix} CH_3 \\ C.Cl_2.O.C_2H_5 \end{matrix}$ als die wahrscheinlichste für den Bichloräther hinstellte.

---

[1] Wollte man dem Äthylchloräther die Formel $\begin{matrix} CH_2Ae \\ CH.Cl.OC_2H_5 \end{matrix}$ beilegen, so müsste Jodwasserstoffsäure sowohl normales Butyljodür als auch normales Butylchlorür liefern, was nicht der Fall ist. Der oben hervorgehobene Widerspruch tritt also dann noch stärker hervor.

Zu diesem ungelösten Widerspruche kommt nun durch die in der vorstehenden Abhandlung mitgetheilten Thatsachen ein neuer und noch viel stärkerer hinzu. Welches nämlich auch die Formel des Bichloräthers sei unter den dreien, die nach meinen früheren Arbeiten noch als möglich gelten konnten, so lässt doch keine derselben voraussehen, dass daraus dargestellter Biäthyläther einen Hexylalkohol liefern könne, der durch Oxydation Essigsäure und Buttersäure gibt. Man sieht dies aus der folgenden Zusammenstellung:

1.	2.	3.
$CHCl_2$ $CH_2.O.C_2H_5$	CH_2Cl $CH.Cl.O.C_2H_5$	CH_3 $CCl_2.OC_2H_5$
Bichloräther	Bichloräther	Bichloräther
$CH.(C_2H_5)_2$ $CH_2.OC_2H_5$	$CH_2.C_2H_5$ $CH.OC_2H_5$ C_2H_5	CH_3 $C_2H_5.C.OC_2H_5$ C_2H_5
Biäthyläther	Biäthyläther	Biäthyläther
$CH(C_2H_5)_2$ $CH_2.OH$	$CH_2.C_2H_5$ $CH.OH$ C_2H_5	CH_3 $C_2H_5.C.OH$ C_2H_5
primär. Hexylalkohol	secund. Hexylalkohol	tertiär. Hexylalkohol
$CH(C_2H_5)_2$ $CO.OH$	C_2H_5 $CO.OH$	CH_3 $COOH$
Capronsäure	Propionsäure	Essigsäure

Man ist daher schlechterdings gezwungen anzunehmen, dass entweder bei der Oxydation oder schon früher bei einer der Umwandlungen, die der Bichloräther durchgemacht hat um schliesslich Hexylalkohol zu werden, eine Umlagerung der Atome stattgefunden hat. Diese Atomverschiebung denke ich mir in der Weise zu Stande gekommen, dass in irgend einer Phase der Reaction sich Hexylen abgespalten, und eventuell dann wieder verbunden hat. Es bieten sich in dieser Beziehung die folgenden Möglichkeiten dar.

1. Die Hexylen-Abspaltung hat erst bei der Oxydation stattgefunden. Dann wäre der Hexylalkohol noch wirklich Äthylpropylcarbinol gewesen, wie man es aus der Formel des Bichlor-

äthers $\begin{matrix} CH_2.Cl \\ CH.Cl.OC_2H_5 \end{matrix}$ und der ihr entsprechenden Formel $\begin{matrix} CH_2.C_2H_5 \\ CH.C_2H_5.OC_2H_5 \end{matrix}$ des Biäthyläthers ableitet. Durch die zur Oxydation angewandten Agentien hätte der Alkohol sich in Wasser und Hexylen zerlegt und letzteres hätte durch seine Oxydation Essigsäure und Buttersäure geliefert.

$$
\begin{array}{lll}
 & CH_3 & CH_3 \\
 & CH_2 & CH_2 \\
 & CH_2 & CH_2 \\
(I.) & CH.OH \;=\; & CH + H_2O \\
 & & \| \\
 & CH_2 & CH \\
 & CH_3 & CH_3 \\
 & \text{Äthylpropyl-} & \text{Hexylen.} \\
 & \text{Carbinol} &
\end{array}
$$

Dass das dem Alkohol entsprechende Hexylen wirklich die genannten Oxydationsproducte liefert, ist oben experimentell nachgewiesen worden. Mag nun ein Theil des Alkohols auch dieser Spaltung entgangen sein, so hätte dies nur die Folge, dass sich den Oxydationsproducten des Hexylens (nämlich Essigsäure und Buttersäure) auch noch Propionsäure beigemischt hätte, was vom experimentellen Standpunkte als möglich bezeichnet worden ist. Diese Voraussetzung erklärt alles; sie wirft jedoch einen Grundsatz um, der bisher, so viel ich weiss, von allen Chemikern festgehalten wurde, obgleich er keineswegs streng bewiesen ist, nämlich den, dass die Oxydation das sicherste Mittel sei die Constitution eines Alkoholes zu erforschen, dass demnach Äthylpropylcarbinol bei der Oxydation nur Äthylpropylketon und weiter Propionsäure liefern müsse.

2. Die Hexylenabspaltung hätte bei der Verseifung stattgefunden, so dass aus Äthylpropylcarbinacetat statt des entsprechenden Alkohols dessen Spaltungsproducte nach Gleichung (I.) erhalten worden wären, und das Hexylen hätte sich mit dem nascirenden HOH nach Gleichung (II) in der Weise wieder vereint, dass Methylbutylcarbinol daraus hervorgegangen wäre.

(II.)

$$\begin{array}{l} CH_3 \\ CH_2 \\ CH_2 \\ CH \\ \Vert \\ CH \\ CH_3 \end{array} + HOH = \begin{array}{l} CH_3 \\ CH_2 \\ CH_2 \\ CH_2 \\ CH.OH \\ CH_3 \end{array}$$

Hexylen. Methylbutylcarbinol.

Das Methylbutylcarbinol würde dann bei normalem Verlaufe der Oxydation Essigsäure und Buttersäure liefern.

Diese Conjectur scheint mir durchaus unwahrscheinlich, da sowohl nach meinen eigenen vielfachen Erfahrungen über Verseifung zusammengesetzter Ätherarten, als nach allem was die Literatur darüber an die Hand gibt, gerade dieser Process stets vollkommen glatt verläuft und kein Beispiel von dabei statthabender Atomumlagerung bekannt geworden ist.

3. Die Hexylenabspaltung konnte bei der Behandlung des Hexyljodürs mit essigsaurem Silber und Eisessig erfolgen. Das nascirende Hexylen würde dann mit der gleichzeitig entstehenden Essigsäure sich zum Theil wieder vereinigen, und zwar in der Weise, dass Methylbutylcarbinacetat daraus hervorginge.

$$\begin{array}{l} CH_3 \\ CH_2 \\ CH_2 \\ CHJ \\ CH_2 \\ CH_3 \end{array} + Ag.O.C_2H_3O = \begin{array}{l} CH_3 \\ CH_2 \\ CH_2 \\ CH \\ \Vert \\ CH \\ CH_3 \end{array} + H.O.C_2H_3O + AgJ$$

Äthylpropylcarbinjodür. Hexylen.

$$\begin{array}{l} CH_3 \\ CH_2 \\ CH_2 \\ CH \\ \Vert \\ CH \\ CH_3 \end{array} + H.OC_2H_3O = \begin{array}{l} CH_3 \\ CH_2 \\ CH_2 \\ CH_2 \\ CH.OC_2H_3O \\ CH_3 \end{array}$$

Methylbutylcarbinacetat.

In dieser Weise würde sich erklären, wie man vom Bichloräther zum Methylbutylcarbinacetat, dann zum entsprechenden Alkohol und dessen Oxydationsproducten gelangt.

Dieser Erklärungsversuch hat einen ziemlich hohen Grad von Wahrscheinlichkeit. Es ist Thatsache, dass wirklich bei der Einwirkung des Hexyljodürs Hexylen abgespalten wird. Wenn auch noch der experimentelle Beweis erbracht wäre, dass Hexylen und Essigsäure, sei es auch nur wenn sie im nascirenden Zustande zusammentreffen, sich zu verbinden fähig sind, dass sie ferner in der oben angedeuteten Weise zusammentreten (was mir die wahrscheinlichste Art der Verbindung zu sein scheint), so könnte man geradezu als bewiesen betrachten, dass der chemische Process zwischen Hexyljodür und Silberacetat in der angegebenen Weise verläuft. Vorläufig kann die angeführte Erklärung dafür, wie es möglich ist, dass Äthylpropylcarbinjodür sich in Methylbutylcarbinacetat verwandle, freilich nur als plausible Hypothese gelten.

Eine weitere Stütze findet dieselbe übrigens in der durch Linnemann bekannten Thatsache, dass Gährungsbutyljodür mit essigsaurem Silber und Eisessig Trimethylcarbinacetat liefert. Die Deutung dieser Thatsache durch die Annahme, dass Butylen $(CH_3)_2C = CH_2$ sich aus dem Jodür abspaltet, und dann theilweise mit Essigsäure zu Trimethylcarbinacetat zusammentritt, scheint mir der Ansicht vorzuziehen zu sein, zu der Linnemann mit Vorliebe hinneigt, dass nämlich eine Verschiebung der Wasserstoffatome am Kohlenstoffskelett in der Weise statt hat, dass stets ein methylreicheres Derivat aus der Umlagerung hervorgeht.

4. Die Hexylenabspaltung könnte endlich bei der Behandlung des Biäthyläthers mit Jodwasserstoffsäure stattgehabt haben, wäre aber dadurch unmerklich geworden, dass sich das Hexylen wieder vollständig mit Jodwasserstoffsäure verbunden hätte, wie folgende Gleichung anzeigt:

$$\begin{array}{lllll}
CH_3 & & CH_3 & & CH_3 \\
CH_2 & & CH_2 & & CH_2 \\
CH_2 & & CH_2 & & CH_2 \\
CH.OC_2H_5 & +2HJ= & CH & +HJ+C_2H_5J+H_2O= & CH_2 \quad +C_2H_5J+H_2O \\
 & & \| & & \\
CH_2 & & CH & & CHJ \\
CH_3 & & CH_3 & & CH_3 \\
\text{Biäthyläther} & & \text{Hexylen} & & \text{Methylbutylcarbinjodür.}
\end{array}$$

Das so entstandene Methylbutylcarbinjodür würde dann weiter das entsprechende Acetat und Alkohol geben, der bei der Oxydation Buttersäure und Essigsäure liefern müsste.

Auf den ersten Blick hat diese Hypothese wenig bestechendes, sie gewinnt jedoch eine Stütze in dem Umstande, dass eine ähnliche Abspaltung bei der Einwirkung der Jodwasserstoffsäure auf Äthylchloräther wahrscheinlich angenommen werden muss, wie im folgenden gezeigt werden wird.

In den im Vorhergehenden betrachteten vier Möglichkeiten zur Erklärung der bei der Oxydation erhaltenen Resultate, wovon übrigens die sub 2. angeführte als gänzlich unwahrscheinlich entfällt, bin ich immer noch von der Voraussetzung ausgegangen, dass dem Biäthyläther die Formel

$$\begin{array}{l} CH_2Ae \\ CH.Ae.OC_2H_5 \end{array}$$

zukommt, die sich in der einfachsten Weise aus der des Bichloräthers

$$\begin{array}{l} CH_2Cl \\ CH.Cl.OC_2H_5 \end{array}$$

ableitet, indem man sich Cl durch Ae ersetzt denkt. Es ist jedoch keineswegs bewiesen, das die Einwirkung des Zinkäthyls auf Bichloräther und dann auf Äthylchloräther in so einfacher Weise verläuft. Im Gegentheile ist dieselbe eine ziemlich complicirte, bei der allerlei Nebenproducte auftreten, und die Frage ist daher gerechtfertigt, ob nicht schon bei dieser Gelegenheit Abspaltungen und dadurch bedingte Umlagerungen der Atome eintreten, durch die man für den Äthylchloräther wie für den Biäthyläther zu ganz anderen Structurformeln geführt werden könnte, als sich auf den ersten Blick ergeben.

Verfolgt man diesen Gedanken, so tritt einem die Möglichkeit entgegen, dass unter dem Einflusse des Zinkäthyls von dem Molekül des Bichloräthers

$$\begin{array}{l} CH_2Cl \\ CHCl.O.C_2H_5 \end{array}$$

sich das eine oder das andere Cl als HCl abspalten könnte, während zugleich OC_2H_5 gegen C_2H_5 ausgetauscht wird, — oder auch dass sich OC_2H_5 mit H als HOC_2H_5 abspaltet, während zugleich das eine oder das andere Cl durch C_2H_5 ersetzt wird. In dieser Weise würde zunächst als Zwischenproduct der Reaction gechlortes Butylen entstehen, das sich im nascirenden Zustande mit den Elementen des Alkohols zu Äthylchloräther vereinigen könnte.

Folgende Formeln drücken die Constitution der gechlorten Butylene aus, die in der angedeuteten Weise, je nach der Art, wie die Abspaltung erfolgt, entstehen könnten.

$$\begin{array}{lll} CH_2 & CHCl & CH_2Cl \\ \| & \| & \\ CCl & CH & CH \\ | & & \| \\ CH_2 & CH_2 & CH \\ CH_3 & CH_3 & CH_3 \end{array}$$

Aus diesen gehen durch Anlagerung von $H.OC_2H_5$ folgende Structurformeln für Äthylchloräther hervor:

$$\begin{array}{lllll} 1. & 2. & 3. & 4. & 5. \\ CH_3 & CH_3 & CH_2Cl & CH_3 & CH_2Cl \\ CCl.OC_2H_5 & CH_2 & CH.OC_2H_5 & CH_2 & CH_2 \\ CH_2 & CHCl & CH_2 & CH_2 & CH.OC_2H_5 \\ CH_3 & CH_2.OC_2H_5 & CH_3 & CHCl.OC_2H_5 & CH_3 \end{array}$$

Diese 5 Formeln stehen also mit der des Bichloräthers

$$\begin{array}{l} CH_2Cl \\ CHCl.OC_2H_5 \end{array}$$

nicht im Widerspruche, sind vielmehr daraus abgeleitet, unter der Voraussetzung, dass die Einwirkung des Zinkäthyls sich in zwei Phasen, mit vorübergehender Bildung von Chlorbutylen in

der ersten Phase vollzieht. Man wird bemerken, dass 4 von den 5 Formeln mit den früher von mir aufgestellten (diese Berichte 56. Bd., p. 653) zusammenfallen, welche damals in der Voraussetzung einer glatt verlaufenden Einwirkung des Zinkäthyls aus den 3 nach meiner damaligen Untersuchung noch möglichen Bichloräther-Formeln abgeleitet waren. Nr. 5 kommt hier neu hinzu. Nr. 3 oder 4 drückt die Constitution des Äthylchloräthers aus, wie sie sich aus der angenommenen Formel des Bichloräthers ergibt, wenn einfach Cl gegen C_2H_5 ausgetauscht wird.

Untersucht man nun, worin die Einwirkung des Zinkäthyls auf Äthylchloräther bestehen kann, indem man ihm successive die durch obige 5 Formeln ausgedrückte Constitution beilegt und nimmt an, dass auch hier wieder Cl sich als HCl abspaltet, während zugleich OC_2H_5 gegen C_2H_5 ausgetauscht wird, oder aber dass OC_2H_5 sich als HOC_2H_5 abspaltet, während Cl durch C_2H_5 ersetzt wird, so gelangt man zu Hexylen, als Zwischenproduct, aus dem durch Anlagerung von $H.OC_2H_5$ Biäthyläther hervorgehen würde.

Je nach der Constitution des Äthylchloräthers und je nach der Art wie die Abspaltung vor sich geht, ergeben sich folgende Formeln für das Hexylen und weiterhin für den Biäthyläther:

Hexylen.

1. CH_2 = C / \ C_2H_5 C_2H_5
2. CH_3 — CH = C / \ CH_3 C_2H_5
3. CH_3 — CH_2 — CH_2 — CH = CH — CH_3
4. CH_3 — CH_2 — CH = CH — CH_2 — CH_3
5. CH_2 = CH — CH / \ CH_3 C_2H_5
6. CH_3 — CH_2 — CH_2 — CH_2 — CH = CH_2

Biäthyläther.

I. CH_3 — COC_2H_5 / \ C_2H_5 C_2H_5

II. $CH_2.OC_2H_5$ — CH / \ C_2H_5 C_2H_5

III. CH_3 — $CH.OC_2H_5$ — CH / \ CH_3 C_2H_5

IV. CH_3 — CH_2 — CH_2 — CH_2 — $CH.OC_2H_5$ — CH_3

V. CH_3 — CH_2 — CH_2 — $CH.OC_2H_5$ — CH_2 — CH_3

VI. $CH_2.OC_2H_5$ — CH_2 — CH / \ CH_3 C_2H_5

VII. CH_3 — CH_2 — CH_2 — CH_2 — CH_2 — $CH_2.OC_2H_5$

Prüft man nun im Gedanken die Einwirkung, welche Jodwasserstoffsäure auf die sieben hier angeführten isomeren Hexyläthyläther ausüben würde und verfolgt weiter wie sich die so entstehenden Hexyljodüre gegen Silberacetat, die Acetate gegen Kali, endlich die Hexylalkohole bei der Oxydation verhalten würden — und nimmt ferner für jede einzelne der sieben Formeln auf die oben erörterten Möglichkeiten isomerer Umlagerung (durch Abspaltung von Hexylen während der Reaction) Rücksicht, die bei der Einwirkung von Jodwasserstoff, oder der Einwirkung des Jodürs auf das Silberacetat, oder bei der Oxydation Platz greifen können — so ergibt sich, dass von den sieben obigen Formeln für Biäthyläther fünf mit Sicherheit ausgeschlossen werden können, insoferne sie mit den bei der Oxydation des Hexylalkohols schliesslich erhaltenen Resultaten unvereinbar sind. Nur zwei Formeln, nämlich IV und V bleiben als möglich übrig, und es kann vorläufig nicht mit Sicherheit entschieden werden, welche von diesen beiden dem Biäthyläther wirklich zukommt.

Wenn die Constitution des Biäthyläthers durch IV ausgedrückt wird, so bedürfen die oben beschriebenen experimentellen Resultate keiner weiteren Erklärung, das Hexyljodür sowohl wie das Acetat und der Alkohol wären dann Methylbutylcarbin-Verbindungen, und der Alkohol müsste bei der Oxydation Essigsäure und Buttersäure liefern. In der That stimmen auch die Siedepunkte des Alkohols wie des Acetates mit denen überein, welche Erlenmeyer und Wanklyn für die als Methylbutylcarbin-Verbindungen beschriebenen Derivate des Mannits angeben.[1] Zugleich muss bemerkt werden, dass in diesem Falle, der aus Äther durch zweimal successive erfolgte

[1] Ich lege dieser Übereinstimmung für die Entscheidung der Frage nach der Constitution des hier beschriebenen Hexylalkohols keine grosse Bedeutung bei, weil einerseits für die Äthylpropylcarbin-Verbindungen sich gleichfalls den obigen sehr naheliegende Siedepunkte voraussehen lassen und weil anderseits, wenn man die Möglichkeit zugibt, dass zwischen dem als Ausgangspunkt dienenden Jodür und den schliesslich aus dem Alkohol erhaltenen Oxydationsproducten isomere Umlagerungen stattfinden können, diese Möglichkeit auch für das aus Mannit bereitete Hexyljodür vorhanden ist, dasselbe also vielleicht Äthylpropylcarbinjodür sein könnte statt Methylbutylcarbinjodür, wie man bisher geglaubt hat.

Einführung von Äthyl statt Wasserstoff dargestellte Hexyläthyläther trotz dieser Entstehungsweise eigentlich keinen Anspruch auf die Bezeichnung Biäthyläther besitzt, da er in Folge der bei den Reactionen eintretenden Atomumlagerungen die beiden eingeführten Äthylgruppen nicht mehr intact enthält.

Kommt hingegen dem Biäthyläther die Formel V zu, welche gerade die Constitution ausdrückt, die ich ursprünglich erwartet hatte und die sich auch aus der Formel des Bichloräthers ableiten lässt, wenn einfach Cl darin durch C_2H_5 ersetzt wird, so muss man die oben sub 1, 2, 3, 4 angestellten Betrachtungen zu Hülfe nehmen, um zu erklären, dass der aus ihm bereitete Hexylalkohol bei der Oxydation Buttersäure und Essigsäure liefert. Im Falle 1 wären Jodür, Acetat und Alkohol Äthylpropylcarbin-Verbindungen, im Falle 2 wären nur Jodür und Acetat, im Falle 3 blos das Jodür, Äthylpropylcarbin-Verbindungen; zugleich wäre bei 2, 3 und 4 der Alkohol Methylbutylcarbinol, bei 3 ausserdem noch das Acetat und bei 4 sowohl Acetat wie Jodür Methylbutylcarbin-Verbindungen.

Wenn es in dieser Weise für den Biäthyläther gelungen ist, trotz der weitgehendsten Voraussetzungen über die Möglichkeit von Atomumlagerungen, die im Laufe der Reactionen sich vollziehen können, die Zahl der für ihn annehmbaren Formeln auf zwei zu reduciren, so lässt sich vorläufig ein gleich günstiges Resultat für den Äthylchloräther nicht erzielen. Von den fünf oben abgeleiteten eventuell möglichen Formeln für diesen Körper kann nur eine, nämlich Nr. 1, als mit den Thatsachen unvereinbar ausgeschlossen werden.

Welche Vorstellung man sich auch von der Art der Einwirkung des Zinkäthyls machen mag, so lassen sich doch aus Nr. 1 für Äthylchloräther nur die Formeln I, II oder III für Biäthyläther ableiten und diese wurden bereits als unmöglich erkannt.

Nun trifft es sich aber, dass gerade Nr. 1 und 2 die einzigen Formeln des Äthylchloräthers sind, welche ohne Annahme einer Atomumlagerung von der Thatsache Rechenschaft zu geben gestatten, dass durch Einwirkung von Jodwasserstoff secundäres Butyljodür und zugleich (höchst wahrscheinlich) secundäres Butylchlorür gebildet wird. Bei den anderen drei Formeln des Äthylchloräthers müsste man entweder secundäres Butyljodür

neben normalem Butylchlorür oder nur normale Verbindungen erhalten. Da dies nun thatsächlich nicht der Fall ist,[1] und da anderseits Formel 1 ausgeschlossen ist, so wird man zu dem Schlusse geführt, dass entweder Formel 2 die Constitution des Äthylchloräthers ausdrückt, oder aber dass bei der Einwirkung von Jodwasserstoff eine Abspaltung von Cl als HCl, oder von OC_2H_5 als $H.O\ C_2H_5$, resp. von J als HJ statt hat. Dadurch würde zunächst ein Jod- oder Chlorbutylen entstehen, das durch weitere Einwirkung von Jodwasserstoff in Butylen und Butylenjodhydrat, d. i. secundäres Butyljodür verwandelt wird. Ein Theil des in der Fraction entstandenen Butylens würde dabei mit dem früher abgespaltenen HCl zu secundärem Butylchlorür zusammentreten, und zwar der Menge nach umsoweniger, je grösser der Überschuss von angewandter Jodwasserstoffsäure gewesen ist.

Durch die Voraussetzung, dass Butylen als Zwischenproduct auftritt, lässt sich jede der obigen Formeln für Äthylchloräther mit der beobachteten Thatsache der gleichzeitigen Bildung von secundärem Butyl-Jodür und Chlorür in Einklang bringen. Nun soll zwar nicht behauptet werden, dass jede der Formeln 2, 3, 4, 5 gleichen Grad von Wahrscheinlichkeit darbiete, aber eine sichere Entscheidung darüber, welche die richtige ist, lässt sich nur durch neue Experimente herbeiführen.

Ich glaube, dass die vorstehenden theoretischen Erörterungen, welche bei dem Spiel chemischer Reactionen den Ausblick auf ein weites Feld von möglichen Fällen eröffnen, die man bisher nicht oder doch nur in sehr untergeordneter Weise in Betracht gezogen hat, einige Beachtung verdienen, weil sie nicht nur im vorliegenden Beispiel, sondern vielleicht in vielen noch dunklen Reactionen, und besonders bei den in neuerer Zeit oft beobachteten Atomumlagerungen im Molekül, geeignet erscheinen ein richtiges Verständniss anzubahnen.

---

[1] S. darüber Sitzungsberichte der k. Akademie der Wissenschaften. 59. Bd. p. 77, 89, 97.

Bahnbestimmung des Planeten (138) Tolosa nebst Ephemeriden für die Opposition 1875.

Von Dr. **Ludwig Gruber,**
Assistent der k. k. Gradmessung.

(Vorgelegt in der Sitzung am 29. April 1875.)

Ich habe es unternommen, aus den allerdings sehr spärlichen Beobachtungen des am 19. Mai vorigen Jahres von Mr. Perrotin in Toulouse als Stern 11·5 Grösse entdeckten Planeten (138) Tolosa ein Elementensystem abzuleiten. Die brauchbaren Beobachtungen erstrecken sich vom 7. Juni bis 17. Juli, umfassen also einen heliocentrischen Bogen von 40 Tagen; und obgleich schwer zu begreifen, wie vom 19. Mai bis 7. Juni blos rohe Positions-Schätzungen auf volle Minuten mitgetheilt sind, war ich nicht im Stande in Erfahrung zu bringen, ob nicht doch genauere Beobachtungen angestellt wurden.

Das Elementensystem, zu welchem mich die Methode aus vier Orten geführt hat, ist folgendes:

Mittl. Aequin. 1874
Epoche 1874 Juni 29·0 mittl. Berl. Zeit.

$$
\begin{aligned}
L &= 269^\circ 51' 16''0 \\
M &= 319\ \ 16\ \ 31\cdot0 \\
\pi &= 310\ \ 34\ \ 45\cdot0 \\
\Omega &= 54\ \ 56\ \ 15\cdot0 \\
i &= 3\ \ 15\ \ 48\cdot3 \\
\varphi &= 8\ \ 29\ \ 29\cdot9 \\
\log a &= 0\cdot385548 \\
\mu &= 936''883
\end{aligned}
$$

Mittl. Oppos. Grösse = 12·1

Die Vergleichung der Beobachtungen mit den aus obigen Elementen gerechneten Ephemeriden-Orten lässt noch folgende Fehler übrig:

Beobtgs.-Ort	Datum		Beobachtung — Rechnung in AR.	Beobachtung — Rechnung in Decl.
Wien	1874 Juni	7	0·00	— 0·3
„	„	10	+ 0·32	+ 1·9
Paris	„	10	+ 0·39	+ 1·1
„	„	11	— 0·03	+ 1·3
„	„	12	+ 0·47	+ 0·4
„	„	15	(+ 0·98)[1]	+ 2·6
Wien	„	16	+ 0·35	+ 0·5
„	„	17	+ 0·29	+ 4·8
Marseille	„	20	+ 0·12	+ 5·3
„	„	21	— 0·02	+ 5·4
„	„	22	+ 0·11	+ 4·4
Paris	Juli	2	— 0·34	+ 2·6
„	„	3	— 0·01	+ 2·0
„	„	6	— 0·40	+ 2·2
„	„	17	— 0·03	— 0·1

Auf eine Verbesserung der Elemente bin ich vor der Hand nicht eingegangen, da hiezu das vorhandene Beobachtungs-Material doch zu gering schien, und die Beobachtungen auch nur an wenig Vergleichs-Sterne angeschlossen sind, so dass von dieser Seite her keine wesentliche Verbesserung zu erwarten wäre. Ich habe vielmehr, um die Wiederauffindung des Planeten zu sichern, hypothetische Ephemeriden gerechnet, welche sich als das wirksamste Mittel bei kurz beobachteten Planeten schon häufig erwiesen haben.

Der Planet bewegt sich zwischen der Hebe und der Beatrix, bleibt jedoch in Grösse zurück; der extremste Werth für die Oppositions-Grösse dürfte bei 12·9 sein.

Die oben auftretende Abweichung der Beobachtungen in Declination alterirt blos ein wenig die Bahnlage, dem scheinbaren Gang in Rectascension ist durch die hypothetischen Ephemeriden Rechnung getragen.

---

[1] Wahrscheinlich ein Fehler von 1 Secunde in der Beobachtung.

Oppositions-Ephemeride der Tolosa

1875.

12^h mittl. Berl. Zeit	AR. app.	Diff.	Decl. app.	Diff.	log ρ	Aberr.-Zeit
Nov. 1	$4^h\ 8^m41^s\cdot04$	$-53^s\cdot96$	$+20^\circ56'14''\cdot7$	$-0'59''\cdot6$	0·1842	12^m41^s
2	7 47·08	−55·24	55 15·1	−1 3·7	0·1832	12 39
3	6 51·84	−56·44	54 11·4	−1 7·8	0·1822	12 37
4	5 55·40	−57·56	53 3·6	−1 11·9	0·1814	12 36
5	4 57·84	−58·60	51 51·7	−1 16·0	0·1806	12 34
6	3 59·24	−59·58	50 35·7	−1 20.0	0·1798	12 33
7	2 59·66	−60·56	49 15·7	−1 23·9	0·1792	12 33
8	1 59·10	−61·50	47 51·8	−1 27·5	0·1786	12 32
9	4 0 57·60	−62·42	46 24·3	−1 31·1	0·1781	12 32
10	3 59 55·18	−63·31	44 53·2	−1 34·5	0·1777	12 30
11	58 51·87	−63·95	43 18·7	−1 38·0	0·1773	12 29
12	57 47·92	−64·51	41 40·7	−1 41·2	0·1770	12 28
13	56 43·41	−64·90	39 59·5	−1 44·4	0·1768	12 28
14	55 38·51	−65·26	38 15·1	−1 47·4	0·1767	12 28
15	54 33·25	−65·55	36 27·7	−1 50·2	0·1767	12 28
16	53 27·70	−65·82	34 37·5	−1 52·9	0·1768	12 28
17	52 21·88	−66·04	32 44·6	−1 55·3	0·1769	12 28
18	51 15·84	−66·14	30 49·3	−1 57·6	0·1771	12 28
19	50 9·70	−66·13	28 51·7	−1 59·6	0·1774	12 29
20	49 3·57	−66·04	26 52·1	−2 1·5	0·1778	12 30
☍ 21	47 57·53	−65·87	24 50·6	−2 3·1	0·1782	12 31
22	46 51·66	−65·59	22 47·5	−2 4·4	0·1788	12 32
23	45 46·07	−65·23	20 43·1	−2 5·5	0·1794	12 32
24	44 40·84	−64·80	18 37·6	−2 6·4	0·1801	12 34
25	43 36·04	−64·30	16 31·2	−2 6·9	0·1809	12 35
26	42 31·74	−63·72	14 24·3	−2 7·2	0·1818	12 37
27	41 28·02	−63·04	12 17·1	−2 7·2	0·1827	12 38
28	40 24·98	−62·28	10 9·9	−2 7·0	0·1837	12 40
29	39 22·70	−61·44	8 2·9	−2 6·5	0·1848	12 42
30	3 38 21·26	−60·53	+20 5 56·4	−2 5·6	0·1860	12 44

12^{h} mittl. Berl. Zeit	AR. app.	Diff.	Decl. app.	Diff.	log ρ	Aberr.-Zeit
Dec. 1	$3^{h}37^{m}20^{s}\cdot73$	$-59^{s}\cdot55$	+20° 3'50"8	−2' 4"5	0·1873	$12^{m}46^{s}$
2	36 21·18	−58·51	+20 1 46·3	−2 3·0	0·1886	12 49
3	35 22·67	−57·40	+19 59 43·3	−2 1·0	0·1900	12 51
4	34 25·27	−56·23	57 42·3	−1 58·9	0·1915	12 54
5	33 29·04	−54·99	55 43·4	−1 56·8	0·1931	12 57
6	32 34·05	−53·69	53 46·6	−1 54·9	0·1947	12 59
7	31 40·36	−52·32	51 51·7	−1 52·8	0·1964	13 3
8	30 48·04	−50·92	49 58·9	−1 50·3	0·1981	13 6
9	29 57·12	−49·47	48 8·6	−1 47·3	0·1999	13 9
10	29 7·65	−48·00	46 21·3	−1 44·0	0·2018	13 12
11	28 19·65	−46·48	44 37·3	−1 40·1	0·2037	13 16
12	27 33·17	−44·93	42 57·2	−1 36·4	0·2057	13 20
13	26 48·24	−43·34	41 20·8	−1 32·5	0·2078	13 23
14	26 4·90	−41·72	39 48·3	−1 28·5	0·2099	13 27
15	25 23·18	−40·06	38 19·8	−1 24·3	0·2120	13 31
16	24 43·12	−38·37	36 55·5	−1 19·6	0·2142	13 35
17	24 4·75	−36·66	35 35·9	−1 15·2	0·2165	13 40
18	23 28·09	−34·94	34 20·7	−1 10·4	0·2188	13 44
19	22 53 15	−33·19	33 10·3	−1 5·5	0·2211	13 48
20	22 19·96	−31·41	32 4·8	−1 0·4	0·2235	13 53
21	21 48·55	−29·62	31 4·4	−0 55·1	0·2260	13 58
22	21 18·93	−27·80	30 9·3	−0 49·8	0·2285	14 3
23	20 51·13	−25·97	29 19·5	−0 44·4	0·2310	14 7
24	20 25·16	−24·12	28 35·1	−0 38·9	0·2335	14 12
25	20 1·04	−22·27	27 56·2	−0 33·3	0·2361	14 17
26	19 38·77	−20·42	27 22·9	−0 27·7	0·2387	14 23
27	19 18·35	−18·57	26 55·2	−0 21·9	0.2413	14 28
28	18 59·78	−16·72	26 33·3	−0 16·0	0·2440	14 33
29	18 43·06	−14·88	26 17·3	−0 10·1	0·2467	14 39
30	18 28·18	−13·03	26 7·2	−0 4·1	0·2494	14 44
31	3 18 15·15		+19 26 3·1		0·2522	14 50

Opposition in AR. Nov. 21. 11^{h}. Lichtstärke = 0·85. Grösse = 12·2.
(am 31. Dec. Lichtst. = 0·58. Gr. = 12·6)

Die nun folgenden Ephemeriden sind mit 4tägiger Verschiebung der heliocentrischen Coordinaten des Planeten gebildet, und umfassen so jedesfalls den Spielraum, innerhalb welches der Planet aufgefunden werden kann.

	I.				II.			
12h m. Berl. Zt.	AR. app.	Diff.	Decl. app.	Diff.	AR. app.	Diff.	Decl. app.	Diff.
Nov. 1	4h 15m 5s	—52s	+21°18'3	—0'8	4h 2m 12s	—56s	+20°32'7	—1'1
2	14 13	—54	17·5	—0·9	1 16	—56	31·6	—1·2
3	13 19	—55	16·6	—0·9	4 0 20	—57	30·4	—1·3
4	12 24	—56	15·7	—1·0	3 59 23	—58	29·1	—1·4
5	11 28	—57	14·7	—1·1	58 25	—60	27·7	—1·5
6	10 31	—59	13·6	—1·1	57 25	—61	26·2	—1·5
7	9 32	—60	12·5	—1·2	56 24	—62	24·7	—1·6
8	8 32	—61	11·3	—1·2	55 22	—62	23·1	—1·7
9	7 31	—61	10·1	—1·3	54 20	—63	21·4	—1·7
10	6 30	—62	8·8	—1·4	53 17	—64	19·7	—1·8
11	5 28	—63	7·4	—1·5	52 13	—64	17·9	—1·8
12	4 25	—64	5·9	—1·5	51 9	—65	16·1	—1·9
13	3 21	—65	4·4	—1·6	50 4	—65	14·2	—1·9
14	2 16	—65	2·8	—1·6	48 59	—65	12·3	—1·9
15	1 11	—65	+21 1·2	—1·6	47 54	—66	10·4	—2·0
16	4 0 6	—66	+20 59·6	—1·7	46 48	—66	8·4	—2·0
17	3 59 0	—66	57·9	—1·7	45 42	—66	6·4	—2·0
18	57 54	—66	56·2	—1·8	44 36	—66	4·4	—2·1
19	56 48	—67	54·4	—1·8	43 30	—65	2·3	—2·1
20	55 41	—66	52·6	—1·9	42 25	—65	+20 0·2	—2·1
21	54 35	—66	50·7	—1·9	41 20	—65	+19 58·1	—2·2
22	53 29	—66	48·8	—1·9	40 15	—65	55·9	—2·2
23	52 23	—66	46·9	—2·0	39 10	—64	53·7	—2·2
24	51 17	—66	44·9	—2·0	38 6	—64	51·5	—2·2
25	50 11	—65	42·9	—2·0	37 2	—63	49·3	—2·2
26	49 6	—64	40·9	—2·0	35 59	—63	47·1	—2·2
27	48 2	—64	38·9	—2·1	34 56	—62	44·9	—2·2
28	46 58	—64	36·8	—2·1	33 54	—61	42·7	—2·2
29	45 54	—63	34·7	—2·1	32 53	—61	40·5	—2·2
30	3 44 51	—62	+20 32·6	—2·0	3 31 52	—59	+19 38·3	—2·1

12h m. Berl. Zt.	AR. app.	Diff.	Decl. app.	Diff.	AR. app.	Diff.	Decl. app.	Diff.
Dec. 1	3h 43m 49s	−61s	+20° 30' 6	−2' 0	3h 30m 53s	−58s	+19° 36' 2	−2' 1
2	42 48	−60	28·6	−2·0	29 55	−57	34·1	−2·1
3	41 48	−59	26·6	−2·0	28 58	−55	32·0	−2·1
4	40 49	−58	24·6	−2·0	28 3	−55	29·9	−2·0
5	39 51	−57	22·6	−1·9	27 8	−53	27·9	−2·0
6	38 54	−55	20·7	−1·9	26 15	−52	25·9	−1·9
7	37 59	−54	18·8	−1·9	25 23	−50	24·0	−1·8
8	37 5	−53	16·9	−1·8	24 33	−49	22·2	−1·8
9	36 12	−52	15·1	−1·8	23 44	−48	20·4	−1·8
10	35 20	−50	13·3	−1·8	22 56	−46	18·6	−1·7
11	34 30	−49	11·5	−1·7	22 10	−44	16·9	−1·6
12	33 41	−47	9·8	−1·6	21 26	−43	15·3	−1·6
13	32 54	−45	8·2	−1·6	20 43	−41	13·7	−1·5
14	32 9	−44	6·6	−1·5	20 2	−39	12·2	−1·4
15	31 25	−42	5·1	−1·5	19 23	−38	10·8	−1·3
16	30 43	−41	3·6	−1·4	18 45	−36	9·5	−1·3
17	30 2	−39	2·2	−1·3	18 9	−34	8·2	−1·2
18	29 23	−38	+20 0·9	−1·3	17 35	−32	7·0	−1·0
19	28 45	−36	+19 59·6	−1·2	17 3	−31	6·0	−1·0
20	28 9	−34	58·4	−1·1	16 32	−29	5·0	−0·9
21	27 35	−32	57·3	−1·0	16 3	−27	4·1	−0·8
22	27 3	−30	56·3	−0·9	15 36	−25	3·3	−0·7
23	26 33	−28	55·4	−0·8	15 11	−23	2·6	−0·6
24	26 5	−27	54·6	−0·8	14 48	−22	2·0	−0·5
25	25 38	−25	53·8	−0·7	14 26	−20	1·5	−0·4
26	25 13	−22	53·1	−0·7	14 6	−18	1·1	−0·3
27	24 51	−21	52·4	−0·5	13 48	−16	0·8	−0·2
28	24 30	−19	51·9	−0·4	13 32	−14	0·6	−0·1
29	24 11	−17	51·5	−0·3	13 18	−12	0·5	0·0
30	23 54	−15	51·2	−0·2	13 6	−10	0·5	0·0
31	3 23 39		+19 51·0		3 12 56		+19 0·5	

Über die galvanische Ausdehnung der Metalldrähte.

Von Dr. **F. Exner,**
Privatdocent der Physik in Wien.

(Mit 2 Holzschnitten.)

(Ausgeführt im physikalischen Cabinete der Wiener Universität.)

Es hat E. Edlund in zwei aufeinanderfolgenden Arbeiten[1] die Frage zu lösen gesucht, ob der galvanische Strom das Volumen der von ihm durchflossenen Leiter direct zu verändern im Stande sei oder nicht, d. h. ob auch unabhängig von der auftretenden Wärme sich in Leitungsdrähten Volumsänderungen nachweisen liessen. Es ist bei der fundamentalen Bedeutung, welche diese Frage für die Electricitätslehre hat, und bei der Schwierigkeit so kleine Volumsänderungen, wie die in Rede stehenden jedenfalls sind, gesondert von den Wirkungen der gleichzeitig auftretenden Wärme darzustellen, um so wünschenswerther nur solche Methoden in Anwendung zu bringen, welche die Berücksichtigung möglichst weniger Fehlerquellen von nöthen machen. Wenn auch die Versuche in den beiden citirten Abhandlungen von Edlund mit der grösstmöglichen Sorgfalt und Vorsicht ausgeführt sind, so scheinen mir doch die erhaltenen Resultate, die allerdings eine Verlängerung der Leitungsdrähte durch den galvanischen Strom auch unabhängig von der auftretenden Wärme ergeben, möglicherweise noch zweifelhaft, und zwar hauptsächlich wegen der Kleinheit des erhaltenen Effectes einerseits und der Schwierigkeit des Experimentirens andererseits, um bei der getroffenen Anordnung der Versuche so kleine Änderungen noch mit Sicherheit nachzuweisen.

---

[1] Pogg. Ann. CXXIX, CXXXI.

Es hat Edlund zwei Methoden in Anwendung gebracht; die erste bestand darin, dass der zu untersuchende Draht (Platin, Eisen und Messing) durch Gewichte horizontal gespannt wurde und sein galvanischer Widerstand bestimmt, dann liess man durch denselben einen Strom gehen und beobachtete mittelst Spiegelablesung die Totalverlängerung, welche der Draht dadurch erfuhr, indem gleichzeitig nochmals sein Widerstand bei der nun erhöhten Temperatur gemessen wurde, was allerdings einen ziemlich complicirten Nebenapparat erforderte. Die gemessene Totalverlängerung des Drahtes ist nun die Summe von der durch die Wärme bewirkten und von der galvanischen Ausdehnung. Erstere kann man gesondert berechnen, wenn man den Ausdehnungscoëfficienten des Metalles und die Temperatur des Drahtes im Momente der Ablesung kennt; um letztere zu bestimmen, diente eben die zweite Widerstandsmessung. Denn ist das Gesetz der Änderung des Widerstandes mit der Temperatur für den betreffenden Draht bekannt — und dieses wurde von Edlund jeweilig durch Separatversuche ermittelt — so ist dadurch die Temperatur gegeben. Die Versuche haben nun ergeben, dass die aus der so gefundenen Temperatur derselben berechnete Verlängerung des Drahtes stets etwas kleiner ist, als die wirklich beobachtete, also ein wenn auch sehr geringer Überschuss zu Gunsten einer galvanischen Ausdehnung resultirt.

Um von der Kenntniss der Function, welche der Widerstand von der Temperatur ist, bei den Versuchen unabhängig zu sein, hat Edlund noch eine zweite Methode angewendet. Es wurde der Draht in dem Hohlraume eines heizbaren Zinkkastens ausgespannt und die Temperatur in demselben auf die Siedetemperatur des Wassers gebracht; war dies erreicht, so wurde der Widerstand (w) des Drahtes und seine Verlängerung gemessen. Nachdem dann Zinkkasten und Draht wieder bis zur Zimmertemperatur abgekühlt waren, wurde ein Strom von solcher Intensität durch den Draht geschickt, dass dessen Widerstand abermals genau (w) wurde, der Draht also jedenfalls dieselbe Temperatur hatte als zuvor, und wiederum die Verlängerung gemessen. Die Versuche ergaben, dass diese zweite Verlängerung stets um etwas grösser war, als die erste. So ergab z. B. ein Versuch mit Platindraht:

Skalastrich im Fernrohr bei Zimmertemperatur . . = 694·0,
$w = 26 \cdot 42$[1]
" " " " Siedetemperatur . . . = 564·2,
$w = 32 \cdot 098$
" " " " Durchleiten des Stromes = 555·0,
$w = 32 \cdot 098$.

Die Verlängerung, ausgedrückt in Skalentheilen, welche durch die Erwärmung allein bewirkt wurde, betrug somit 129·8, die Verlängerung bei Erwärmung durch den Strom bis zu gleichem Widerstande also gleicher Temperatur betrug aber 139·0, also käme auf die Wirkung des Stromes eine Verlängerung von 9·2, welche durch die vielfachen Correctionen, die an der directen Ablesung anzubringen sind, auf 8·4 Skalentheile reducirt wird.

Es beläuft sich somit die gefundene ausdehnende Wirkung des galvanischen Stromes auf 6·5% der Wirkung der gleichzeitig auftretenden Wärme, und mit diesem Resultate stimmen auch die Ergebnisse der übrigen Versuche von Edlund meist überein, obwohl sich manchmal noch viel geringere Werthe — bei einem Eisendraht z. B. nur 2·8% — ergeben.

Ausser den Arbeiten von Edlund liegt noch eine weitere Untersuchung über diese Frage von Streintz[2] vor, deren Resultat ebenfalls eine Bestätigung der Edlund'schen Ansicht über das Ausdehnungsvermögen des galvanischen Stromes ist. Auffallend ist nur, dass Streintz — allerdings nach einer anderen Methode — bei weitem grössere Werthe für die galvanische Ausdehnung erhält als Edlund, Werthe, die sich z. B. beim Eisen, sogar bis auf 27% der Wirkung der gleichzeitig auftretenden Wärme belaufen. Die Methode, nach welcher Streintz beobachtete, war im Wesentlichen die folgende:

Der zu untersuchende Draht wurde, mit einem feinen Stearinüberzug versehen, vertical aufgehängt und zum Schutze vor Luftströmungen mit einer Glasröhre umgeben. Nachdem derselbe durch Gewichte gespannt war, wurde ein Strom durch ihn hindurch geleitet, dessen Intensität sich mittelst eines Rheostaten

[1] Die Widerstände sind in einer beliebigen Einheit angegeben.

[2] Wiener Akad. LXVII. Pogg. Ann. CL.

allmälig steigern liess, bis der Stearinüberzug zu schmelzen begann; in diesem Momente wurde die Verlängerung des Drahtes mittelst Spiegelvorrichtung und Fernrohr abgelesen und diese Verlängerung wäre dann die Summe von der Ausdehnung durch die Erwärmung bis zur Schmelztemperatur des Stearins und von der galvanischen Ausdehnung.

Es wurde dann derselbe Draht in ein Röhrensystem gehängt (die innerste hatte 2 Mm., die mittlere 40 Mm., die äusserste 60 Mm. lichten Durchmesser), bei welchem der Raum zwischen der innersten und mittleren Röhre mit Stearin, der Raum zwischen der mittleren und äusseren mit Wasser von 60—80° angefüllt wurde. Da das Stearin bei 55·5° schmolz, so ward bald die ganze Masse flüssig und dann wurde das Wasser abgelassen und die Verlängerung des in der mittelsten Röhre hängenden Drahtes in dem Momente wieder gemessen, als die ganze Stearinmasse zu erstarren begann. Die so gemessene Verlängerung sollte dann, nach Anbringung mehrerer Correctionen, die allein von der Wärme herrührende Ausdehnung sein, wenn der Draht bis zur Schmelztemperatur des Stearins erwärmt wird. Die Differenz der so gefundenen Verlängerung und der früher bei Erwärmung des Drahtes durch den Strom erhaltenen wird dann „galvanische Ausdehnung“ genannt.

Wenn nun auch nach dieser Methode von vorneherein keine verlässlichen Resultate zu erwarten sind, so muss es doch auffallen, dass Streintz für die galvanische Ausdehnung so ausserordentlich grosse Werthe gefunden, während Edlund bei seinen so exact durchgeführten Versuchen nur vielmal kleinere erhalten konnte. Es hat mir darum auch nicht überflüssig geschienen, an die bisher bekannten Versuche über die galvanische Ausdehnung der Drähte noch eine weitere Versuchsreihe anzufügen, welche hauptsächlich den Zweck hatte, die Frage zu beantworten, ob eine solche galvanische Ausdehnung, wenn sie überhaupt existirt, wirklich als in dem Masse auftretend nachweisbar ist, wie dies Streintz gefunden; bevor ich zur Mittheilung der Beobachtungen selbst übergehe, will ich noch die von Streintz gefundenen Resultate in der nachfolgenden Tabelle wiedergeben. Die erste Columne enthält die untersuchten Drähte (ihre Länge variirte von 530—538 Mm., ihre Dicke von 0·331—0·967 Mm.,

ihre Belastung war bei Platin 1 Kgr., bei allen anderen 2 Kgr.). Die Zahlen der zweiten Columne drücken die galvanische Ausdehnung in Procenten der durch die Erwärmung allein verursachten Verlängerung aus, also jene Grösse, welche sich bei den Versuchen von Edlund ungefähr zu 2·8—6·5% ergeben hatte.

Metall.	Galv. Ausdehnung.
Messing hart	14·5%
Kupfer „	15·4
„ „	19·2
„ weich	11·2
Platin hart	25·5
Eisen weich	27·3
„ „	17·8
„ hart	12·5
„ „	14·1
Stahl weich	21·5
„ hart	— 0·8
„ „	3·8
„ „	2·9

Man sieht, dass Streintz für alle untersuchten Metalle eine bedeutende galvanische Ausdehnung findet, nur mit Ausnahme des harten Stahls, auf welche Ausnahme später noch zurückzukommen Gelegenheit sein wird. Welche Genauigkeit den in der Tabelle aufgeführten Zahlen beizulegen ist, ist schwer zu bestimmen, da dieselben die einzelnen Resultate der sämmtlichen von Streintz mitgetheilten Beobachtungen sind und sich darunter nur sehr wenige Wiederholungen finden, bei denen sich jedoch keine Übereinstimmung erkennen lässt.

Da mir daher die Existenz so grosser Werthe der galvanischen Ausdehnung noch zweifelhaft schien, so habe ich versucht, auf folgende Weise diese Zweifel zu beheben. Es wurden zwei ungefähr gleich lange Stücke *a* und *b* desselben Drahtes vertical übereinander aufgehängt, wie dies schematisch in Fig. 1, pag. 770, dargestellt ist; das untere Stück *b* ging central durch eine Glasröhre *c*, welche oben ganz offen, unten aber mit einem Korke verschlossen war, der nur durch ein eingesetztes Stückchen einer etwa 2 Mm. weiten Glasröhre dem Drahte *b* Durchlass gewährte. An dem unteren Ende des Drahtes *b* hing mittelst einer Klemme der zur

Aufnahme der Belastungsgewichte bestimmte Teller *d*; dieser war an seiner Basis mit einer scharfen Eisenspitze versehen zu dem Zwecke, damit auf den einen Arm eines um *e* drehbaren Hebels zu wirken, dessen anderer Arm senkrecht gegen seine Axe, also in verticaler Ebene den Spiegel *f* trug. Beobachtete man in diesem Spiegel das Bild einer verticalen Skala mit dem Fernrohr, so konnte dadurch die geringste Längenänderung in dem Systeme *a*, *b* bemerkbar gemacht werden. Von der Verbindungsklemme zwischen *a* und *b* ging noch eine Drahtleitung zur Batterie *g*; der andere Pol der Batterie war mit dem Stromwechsel *h* in Verbindung, und konnte so der Strom entweder durch den Rheostaten *i* zum Aufhängepunkte des Drahtes *a* und durch denselben zurück zur Batterie geleitet werden oder nach der anderen Seite zum Quecksilbernapf *k*, in welchen das umgebogene Ende eines kurzen an den Teller *d* angelötheten Kupferdrahtes eintauchte und so die leitende Verbindung zwischen dem Wechsel *h* und dem Drahte *b* herstellte; durch letzteren ging dann der Strom zur Batterie zurück. Man konnte auf diese Weise leicht den Strom hintereinander durch jedes der beiden Drahtstücke *a* und *b* separat schicken und so die Verlängerung, welche jedes für sich erfuhr, beobachten. Da die beiden Stücke *a* und *b* nicht genau gleich lang waren, so waren auch ihre Verlängerungen nicht ganz gleich; um diese gleich zu machen war der Rheostat *i* eingeschaltet, mittelst dessen der Widerstand in der Schliessung *ghiag* ebenso regulirt wurde, dass bei unveränderter Batterie die nacheinander beobachteten Verlängerungen von *a* und *b* gleich wurden. Als Maass der Verlängerung diente direct die Ablesung an der verticalen Millimeterskala, die mit dem Fernrohr in einer Entfernung von circa 3 Metern vom Spiegel aufgestellt war. Es wurde auch darauf geachtet, dass das Fernrohr und der im Fernrohr erscheinende Theil der Skala möglichst nahe aneinander aufgestellt wurden, was übrigens bei den vorkommenden nur sehr kleinen Verlängerungen kaum nöthig wäre; der Hebelarm, mit welchem die Stahlspitze die Drehung des Spiegels bewirkte, hatte eine Länge von 30 Mm. und war aus einem horizontalen Glasstreifen, auf welchen die Stahlspitze drückte, gefertigt. Wenn durch den Rheostaten die Verlängerungen von *a* und *b* für eine bestimmte Intensität der Batterie

gleichgemacht wurden, dann bleibt diese Gleichheit auch noch bestehen, wenn sich die Batterie in ihrer Stärke ändert. So wurden z. B., nachdem der Rheostat eingestellt war, versuchsweise die folgenden Zahlen gefunden:

Nullpunkt	Verl. v. *a*	Verl. v. *b*
0	121	121
0	121	121
0	120	120
0	120	120

Es wurde hierauf die Itensität der Batterie geändert, und es ergab sich:

Np.	*a*	*b*
0	81	81
0	81	81
0	81	81
0	80 1/2	80 1/2

Nach einer nochmaligen Schwächung der Batterie ergaben sich die folgenden Verlängerungen:

Np.	*a*	*b*
0	50	50
0	49	49
0	48	48
0	48	48

wie man sieht immer bei *a* und *b* die gleichen Werthe. Der Draht *a* war bei diesen sowie bei allen folgenden Versuchen gleichfalls von einer Glasröhre (18 Mm. Durchmesser, unten und oben ganz offen) umgeben, was zur Abhaltung störender Luftströmungen unumgänglich nothwendig ist. Die Zahlen sind die im Fernrohre abgelesenen Theilstriche der Millimeterskala und wurden je drei zusammengehörige, in einer Horizontalreihe stehenden unmittelbar hintereinander beobachtet; zuerst der Nullpunkt, wenn gar kein Strom durchging, dann, wenn der Strom durch *a* und dann, wenn er durch *b* ging, hierauf zur Wiederholung nochmals der Nullpunkt etc.

Um nun Versuche über die fragliche galvanische Ausdehnung anzustellen, wurde die Glasröhre, welche den Draht *b* umgab, so eingerichtet, dass man aus einem grösseren im Zimmer

aufgestellten Reservoir beständig Wasser durch dieselbe hindurchfliessen lassen konnte, der Draht *b* also vollkommen von Wasser umspült war; es sollte dies bezwecken, dem Drahte *b* möglichst viel von der Wärme, welche durch Hindurchleiten eines Stromes in ihm erzeugt wird, zu benehmen, denn die Verlängerung, welche dann noch an demselben wahrzunehmen ist, ist jedenfalls eine obere Grenze für die galvanische Ausdehnung, vorausgesetzt natürlich, dass der ganze Strom wirklich durch den Draht und nicht etwa mittelst Verzweigung auch durch das Wasser geht.

Da es sich darum handelt, das Verhältniss der galvanischen Ausdehnung zu der gleichzeitig auftretenden Wärmeausdehnung zu bestimmen, so müsste man zuerst bei einer gewissen Intensität des Stromes die Verlängerung des Drahtes *b* in Luft bestimmen und hierauf bei gleichbleibender Intensität die Verlängerung von *b*, wenn derselbe mit Wasser umgeben ist. Um die Beobachtungen rascher hintereinander machen zu können und zugleich unabhängig zu sein von allenfalls auftretenden Schwankungen in der Intensität des Stromes, dazu diente eben der Draht *a*; denn da derselbe, wenn der Rheostat *i* einmal eingestellt ist, immer dieselbe Verlängerung erfährt wie der Draht *b* — wenn sich letzterer gleichfalls in Luft befindet — so ist man in jedem Momente durch eine Umschaltung bei *h* im Stande, die Verlängerung zu bestimmen, welche *b* erfahren würde, wenn es eben nicht in Wasser, sondern in Luft hinge.

Die Versuche wurden demnach folgendermassen angestellt. Nachdem das System *a*, *b* durch Gewichte gespannt war, wurden zunächst bei beliebiger Intensität des Stromes die Ausschläge von *a* und *b* allein durch den Rheostaten gleich gemacht; dann wurde *b* mit fliessendem Wasser umgeben und nun abwechselnd unmittelbar hintereinander durch Umschaltung bei *h* wieder die Ausschläge von *a* und *b* allein beobachtet. Da die Drähte sich sehr rasch wieder abkühlen und auf die ursprüngliche Länge zusammenziehen, so ist es leicht, im Laufe nur weniger Minuten eine Reihe solcher zusammengehöriger Werthe von *a* und *b* zu beobachten, in welchen Wiederholungen man eben eine Controlle für die Leistungsfähigkeit der Methode hat. Man ist auf diese Weise vollkommen unabhängig 1. von der Intensität des Stromes, 2. von dem absoluten Werthe der Spiegel-

ablesung und den Dimensionen des Apparates und 3. von der Temperatur der Drähte selbst; ausserdem kann man bei allen möglichen Stromintensitäten und somit auch bei den verschiedensten Temperaturen der Drähte operiren.

Ich will hier nur einen kurzen Vorversuch anführen, um zu zeigen, in welcher Weise die Resultate gewonnen wurden. Die Drähte *a* und *b* waren Stücke desselben Kupferdrahtes ungefähr 420 Mm. lang, 0·139 Mm. dick und mit 100 Grm. belastet. Es wurden zunächst die einzelnen Verlängerungen, wenn beide in Luft hingen, gleich gemacht, so dass sich ergab:

Nullpunkt	Verl. v. *a*	Verl. v. *b*
0	101	101
0	101	101
0	100	99½

Dann wurde *b* mit Wasser umgeben und die Beobachtung wiederholt; es ergab sich jetzt bei viermaliger Wiederholung:

Np.	*a*	*b*
0	102	2
0	103	2
0	102	2
0	102	2

Zur Controle wurde darauf abermals *a* und *b* in Luft beobachtet und gefunden:

Np.	*a*	*b*
0	102	102
0	101	102
0	101	101

also wieder beide Drähte ganz gleich. Während also der Draht *b* sich unter übrigens gleichen Umständen in Luft um 102 Scalentheile verlängert hätte, war der beobachtete Effect, wenn dem Drahte seine Wärme durch das Wasser entzogen wurde, nur zwei Skalentheile, so dass die obere Grenze der galvanischen Ausdehnung nur 2% der Wärmeausdehnung beträgt.

Vor Mittheilung der weiteren Versuche will ich noch der Umstände erwähnen, welche diesen Werth der galvanischen Ausdehnung in dem einen oder anderen Sinne möglicherweise

zu alteriren im Stande wären. Dass der Werth zu klein beobachtet würde, das wäre nur in einem Falle möglich, wenn nämlich

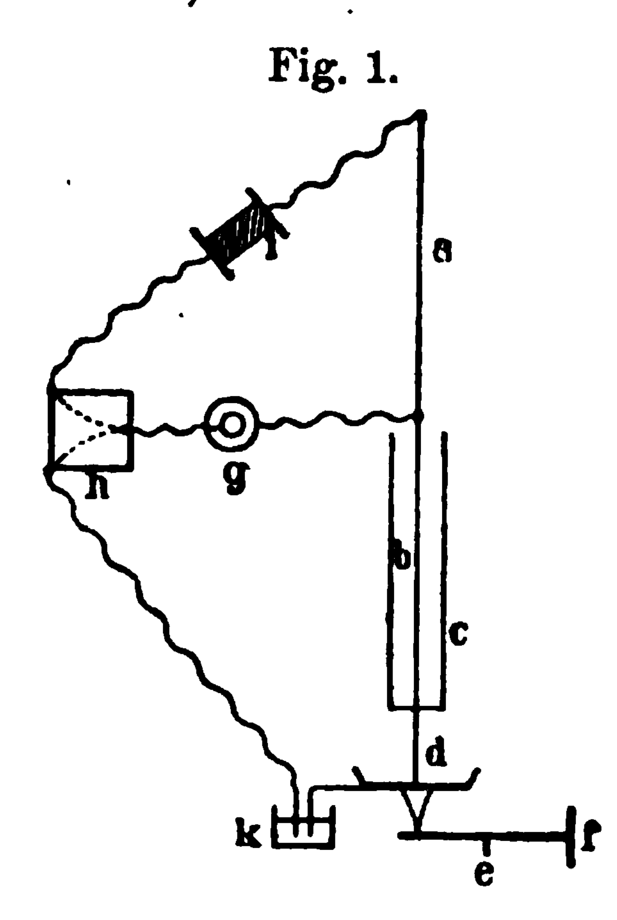


Fig. 1.

der im Zweige *gbkhg* (Fig. 1) circulirende Strom zwischen *b* und dem umgebenden Wasser sich theilte, so dass ein Theil durch letzteres seinen Weg nähme, und in Folge dessen die Intensität in *b* selbst nicht mehr so gross ist, als wenn *b* in Luft hängen würde. Allein eine Überlegung der Leitungsverhältnisse von reinem Wasser (Quellenwasserleitung) einerseits und dem Metalldrahte andererseits zeigt schon, dass hierin keinesfalls ein Fehler begründet sein kann. Ich habe übrigens, um ganz sicher zu gehen, mich auf eine sehr einfache Weise von dem Abhandensein einer solchen Stromverzweigung überzeugt. Wenn

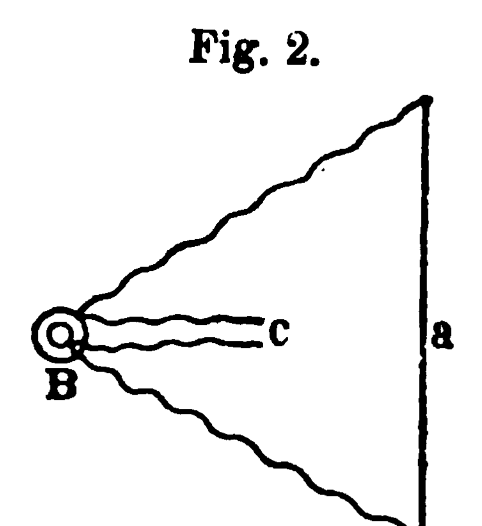


Fig. 2.

man die Batterie *B*, Fig. 2, mit den beiden Enden des Drahtes *a* verbindet, der übrigens, wie in Fig. 1, in seiner Verbindung mit dem Drahte *b*, den Gewichten, Spiegel etc. bleibt, und ausserdem von den Polen der Batterie weg eine Nebenschliessung so anbringt, dass dieselbe durch zwei Kupferbleche *c*, die in Wasser tauchen, hergestellt wird, so kann man sich leicht davon überzeugen, dass eine derartige Nebenschliessung an der Intensität des durch *a* circulirenden Stromes absolut nichts merkliches ändert. Denn hat man zuerst die Nebenschliessung bei *c* unterbrochen und beobachtet die Verlängerung, welche *a* durch den ganzen Strom erfährt, im Fernrohre wie früher, stellt hierauf die Nebenschliessung bei *c* her, so ändert sich die Verlängerung von *a* absolut nicht, was beweist, dass der Widerstand des Drahtes *a* verschwindet gegen den Widerstand in *c*, obgleich ich in *c* zwei Kupferbleche von 15 □Ctm. Oberfläche und in einem Abstande von nur 2—3 Mm. von einander verwendete, also jedenfalls noch einen gegen die fragliche Nebenschliessung im Versuchsapparate sehr kleinen Widerstand. Ich will gleich hier für

alle folgenden Versuche bemerken, dass ich der Vorsicht halber diesen Nebenschliessungsapparat mit dem Hauptapparate in Verbindung liess und bei jeder Versuchsreihe auch einen Controllversuch in der eben beschriebenen Weise mit der Nebenschliessung anstellte; es hat sich jedoch niemals irgend ein Einfluss dieser Nebenschliessung bemerkbar gemacht.

Nicht nur der Widerstand des Metalldrahtes hat sich als verschwindend im Vergleiche mit dem des reinen Wassers ergeben, sondern auch noch der Widerstand des angesäuerten Wassers, wie es in Voltametern verwendet wird. Ich habe an Stelle des Drahtes *a*, Fig. 2, in den Stromkreis der Batterie ein Voltameter mit angesäuertem Wasser und Platinelectroden und eine Tangentenboussole eingeschaltet; war die Nebenschliessung bei *c* unterbrochen, so zeigte die Tangentenboussole — während im Voltameter Wasserzersetzung eintrat — eine Ablenkung von $22\,{}^1/_2{}^\circ$. Wurde nun die Schliessung bei *c* geschlossen, so konnte an der Nadel der Boussole nicht die geringste Bewegung bemerkt werden, was wieder beweist, dass sogar gegen angesäuertes Wasser die Leitungsfähigkeit des reinen Wassers noch ganz unmerklich bleibt. Schliesslich habe ich auch den Durchmesser der Glasröhre, welche den Draht *b* umgab, variirt (7 Mm., 18 Mm. und 52 Mm.), ohne dass dadurch in den Versuchsresultaten die geringste Änderung eintrat, was doch zu erwarten wäre, wenn man es hier mit einer Nebenschliessung durch das Wasser zu thun hätte. Es wirken aber bei der angewendeten Versuchsmethode mehrere Umstände mit, welche die erhaltenen Werthe für die galvanische Ausdehnung jedenfalls zu gross erscheinen lassen. Zunächst ist es klar, dass die im Drahte *b* durch den Strom erzeugte Wärme nicht vollständig durch das Wasser abgeleitet werden kann, jedenfalls also noch eine Ausdehnung in Folge von Wärme an demselben bemerkbar bleiben muss, welche sich aber jeder Schätzung entzieht und daher bei den Versuchen auch als galvanische Ausdehnung erscheint. Auch ist klar, dass, da der Draht *b* durch das Wasser nahezu auf der Temperatur desselben — d. i. der Zimmertemperatur — gehalten wird, sein Widerstand ein kleinerer ist, als wenn er in Luft hinge, wo er durch den Strom merklich erwärmt wurde; die Intensität des bei den Versuchen durch ihn hindurchgehenden Stromes ist daher

eine grössere als unter gleichen Umständen in Luft und die gefundene galvanische Ausdehnung wird abermals zu gross sein.

Es ist ferner zu berücksichtigen, dass der Draht *a* jedenfalls einen Theil seiner Wärme an die mit ihm verbundenen Zuleitungsdrähte abgibt, die beobachtete Wärmeausdehnung desselben also zu klein und somit die beobachtete galvanische Ausdehnung im Verhältniss zu ihr wieder zu gross gefunden wird.

Alle diese Umstände wirken also dahin, dass die für die galvanische Ausdehnung nach dieser Methode gefundenen Werthe nur eine obere Grenze desselben sind; um wieviel unterhalb derselben der wahre Werth liegen mag, das muss dahingestellt bleiben, und insofern konnte diese Methode auch nur auf negative Resultate abzielen, deren Erreichung, wie mir scheint, durch die nun folgenden Beobachtungen dargethan wird.

I. Kupfer, hart.

Die Stücke *a* und *b* hatten eine Länge von 426·9 Mm. resp. 421·8 Mm., ihr Durchmesser betrug 0·139 Mm. Sowohl *a* als *b* waren mit den früher erwähnten Glasröhren (18 Mm. weit) umgeben; als Batterie dienten zwei Smee'sche Elemente, deren Intensität durch einen einfachen Mechanismus rasch geändert werden konnte. Die Belastung der Drähte war 200 Grm.

Beobachtung 1.

Es wurden zunächst beide Drähte in Luft beobachtet und ihre Verlängerungen durch den Rheostaten gleichgemacht, so dass sich ergab:

Np.	*a*	*b*
0	106	106
0	106	106
0	105½	106

Dann wurde *b* mit Wasser umgeben und beobachtet:

Np.	*a*	*b*
0	103	2
0	104	2
0	104	2
0	104	2
0	103½	2

a und *b* wieder in Luft ergab:

Np.	*a*	*b*
0	105½	106
0	105	106
0	106	106

Aus dieser Beobachtungsreihe würde sich demnach die galvanische Ausdehnung in Procenten der Wärmeausdehnung zu 2% ergeben, wenn man einfach das Mittel aus den Wiederholungen je zweier zusammengehöriger Werthe von *a* und *b* nimmt.

Beobachtung 2.

a und *b* in Luft.

Np.	*a*	*b*
0	105	105
0	104½	104½
(Die Intensität der Batterie geändert.)		
0	85	85
0	85	85

a in Luft, *b* in Wasser.

Np.	*a*	*b*
0	106	2½
0	106	2
0	105½	2½
0	105	2½
(Intensität geändert.)		
0	74	1½
0	75	2
0	75	2
0	75	1½
(Intensität geändert.)		
0	40	1
0	40	1
0	40	1
0	40	1

a und *b* wieder in Luft.

Np.	*a*	*b*
0	40	39 1/2
0	39 1/2	39 1/2

Aus diesem Versuche würden sich die Werthe 2·5, 2·2 und 2·5 ergeben.

Beobachtung 3.

Diese und die folgende Beobachtung wurden bei nur 100 Grm. Belastung gemacht, um zu zeigen, dass nicht etwa eine durch Erwärmung hervorgerufene Änderung der Elasticität des Drahtes *a* die Resultate beeinflusse.

a und *b* in Luft.

Np.	*a*	*b*
0	120	120
0	120	120
0	119	119

a in Luft, *b* in Wasser.

Np.	*a*	*b*
0	116	2 1/2
0	117	2 1/2
0	116	2 1/2
0	116	2 1/2
(Intensität geändert.)		
0	48	1
0	47 1/2	1
0	47	1
0	47	1

a und *b* wieder in Luft.

Np.	*a*	*b*
0	47	46
0	46	46

Diese Beobachtung liefert somit die Werthe 2·1, 2·1, also ebenso wie bei 200 Grm. Belastung.

Beobachtung 4. Belastung 100 Grm.

a und *b* in Luft.

Np.	*a*	*b*
0	107	107
0	107	107

a in Luft, *b* in Wasser.

Np.	*a*	*b*
0	104	2
0	104	2
0	104	2
0	103	2
0	103	2
0	102	2
0	102	2
(Intensität geändert.)		
0	64	1½
0	65	1½
0	65	1½
0	64	1½

a und *b* wieder in Luft.

Np.	*a*	*b*
0	106	106
0	106	106

Als Werthe der galvanischen Ausdehnung ergibt diese Beobachtung 2·0 und 2·3.

Beobachtung 5.

a und *b* in Luft.

Np.	*a*	*b*
0	101	101
0	100	100½
0	100	100

a in Luft, *b* in Wasser.

Np.	*a*	*b*
0	107	2
0	106	2
0	107	2
0	106	2
0	105	2
0	105	2
0	105	2

a und *b* in Luft.

Np.	*a*	*b*
0	105	105
0	105	105

Aus dieser Beobachtung ergibt sich die galvanische Ausdehnung zu 1·9 %.

Die erhaltenen Werthe derselben am Drahte I sind demnach:

2·0	2·5	2·0
2·5	2·1	2·3
2·2	2·1	1·9

Im Mittel = 2·2%.

II. Kupfer, weich.

Die Stücke *a* und *b* waren 419·2 Mm. und 414·6 Mm. lang und 0·305 Mm. dick. Die Belastung betrug 200 Grm. Die Batterie bestand aus drei Smee'schen Elementen.

Beobachtung 1.

a und *b* in Luft.

Np.	*a*	*b*
0	63	63
0	62½	63
0	62½	62½

Dann wurde *a* in Luft und *b* in Wasser beobachtet.

Np.	*a*	*b*
0	61	1 1/2
0	61	1 1/4
0	62	1 1/4
0	61	1 1/4
(Intensität geändert.)		
0	47	3/4
0	47	3/4
0	47	3/4

a und *b* wieder in Luft.

Np.	*a*	*b*
0	66	65
0	66 1/2	66 1/2
0	66	66
(Intensität geändert.)		
0	41	41
0	41	41
(Intensität geändert.)		
0	23 1/2	23
0	23	23

also *a* und *b* in Luft wieder vollkommen gleich.

Es ergibt diese Beobachtung für die galvanische Ausdehnung die Werthe 3·2 und 1·6.

Beobachtung 2.

a und *b* in Luft.

Np.	*a*	*b*
0	67 1/2	68
0	68	68

a in Luft, *b* in Wasser.

Np.	*a*	*b*
0	67 1/2	1 1/4
0	68	1 1/4
0	68	1 1/4
0	68	1 1/4
0	67 1/2	1 1/4

(Intensität geändert.)

0	42	1/2
0	41 1/2	1/2
0	42	3/4
0	42	1/2

a und *b* wieder in Luft.

Np.	*a*	*b*
0	69	68
0	68	68

Diese zweite Beobachtung gibt somit die Werthe 1·8 und 1·3, so dass im Ganzen beim Drahte II gefunden wurde

2·2%
1·6 „
1·8 „
1·3 „
Im Mittel = 1·7%.

III. Kupfer, weich.

Länge von *a* = 443·0 Mm., Länge von *b* = 433·8 Mm. Durchmesser derselben = 0·450 Mm. Die Versuche wurden bei einer Belastung von 900 Grm. und mit dem Strome von sechs Smee'schen Elementen vorgenommen.

Beobachtung 1.

a und *b* in Luft.

Np.	*a*	*b*
0	97	97 1/2
0	98	98
0	98	98

a in Luft, *b* in Wasser.

Np.	*a*	*b*
0	81	1
0	80	1
0	81	1
0	80	1

(Intensität geändert.)

0	41	1/2
0	40	1/2
0	41 1/2	1/2
0	41 1/2	1/2

a und *b* wieder in Luft.

Np.	*a*	*b*
0	73	72 1/2
0	73	73

Daraus ergibt sich für beide Versuche übereinstimmend die galvanische Ausdehnung zu 1·2 %.

IV. Platin, hart.

Länge von $a = 441{\cdot}3$ Mm., von $b = 428{\cdot}9$ Mm., ihr Durchmesser $= 0{\cdot}300$ Mm. Belastung $= 100$ Grm. Batterie $= 6$ Smee'sche Elemente.

Beobachtung 1.

a und *b* in Luft.

Np.	*a*	*b*
0	100	100
0	100	100 1/2
0	100	100

a in Luft, *b* in Wasser.

Np.	*a*	*b*
0	100	2
0	100	2
0	98	2
0	99	2
0	98	2

a und *b* wieder in Luft.

Np.	*a*	*b*
0	100	100
0	100 1/2	100

Der Werth der galvan. Ausdehnung wäre hiernach 2·0 %.

Beobachtung 2.

a und *b* in Luft.

Np.	*a*	*b*
0	100	100
0	99 1/2	100

a in Luft, *b* in Wasser.

Np.	*a*	*b*
0	99	2
0	100	2
0	99	2
(Intensität geändert.)		
0	70	1 1/2
0	70	1 1/2
0	70	1 1/2
(Intensität geändert.)		
0	54	1
0	54	1
0	54 1/2	1
0	54 1/2	1
(Intensität geändert.)		
0	38	1/2
0	38	3/4
0	38	3/4
0	37 1/2	3/4

a und *b* wieder in Luft.

Np.	*a*	*b*
0	38	39
0	38 1/2	38

Nach dieser zweiten Beobachtungsreihe ergeben sich die Werthe 2·0, 2·1, 1·9, 2·0; aus beiden Beobachtungen also:

2·0
2·0
2·1
1·9
2·0

Im Mittel = 2·0%.

V. Eisen, weich.

Länge von *a* = 433·0 Mm., von *b* = 422·1 Mm. Durchmesser derselben = 0·245 Mm. Belastung = 200 Grm. Batterie = 6 Elemente.

Beobachtung 1.

a und *b* in Luft.

Np.	*a*	*b*
0	122 1/2	123
0	120 1/2	120 1/2
0	121	121

a in Luft, *b* in Wasser.

Np.	*a*	*b*
0	120	2 1/2
0	120	2 1/2
0	120 1/2	2 1/2
0	120 1/2	2 1/2
(Intensität geändert.)		
0	90	2
0	90	1 3/4
0	91	1 3/4
(Intensität geändert.)		
0	51	1
0	51	1
0	51	1
(Intensität geändert.)		
0	121	2 1/2
0	121	2 1/2
0	121 1/2	2 1/2
0	121	2 1/2

a und *b* wieder in Luft.

Np.	*a*	*b*
0	120	120
0	120	120

Diese erste Beobachtung liefert somit die Resultate 2·1, 1·9, 2·0, 2·1.

Beobachtung 2.

Bei diesen Versuchen wurde die Belastung bei gleichbleibender Intensität der Batterie nur halb so gross genommen als bei dem vorhergehenden, nämlich 100 Grm., die Resultate blieben jedoch dieselben.

a und *b* in Luft.

Np.	*a*	*b*
0	131	131
0	130	130
0	130	130

a in Luft, *b* in Wasser.

Np.	*a*	*b*
0	129	3
0	129	3
(Intensität geändert.)		
0	97	2
0	95	2
(Intensität geändert.)		
0	56½	1
0	57	1

a und *b* wieder in Luft.

Np.	*a*	*b*
0	57	57
0	56	56½

Hieraus ergeben sich die Werthe: 2·3, 2·1, 1·8, also wie bei Beobachtung 1 mit doppelter Belastung. Im Ganzen wurde also für den Draht V gefunden:

2·1	2·1
1·9	2·3
2·0	2·1
	1·8

Im Mittel = 2·0%.

VI. Eisen, weich.

Länge von *a* = 421·6 Mm., von *b* = 416·6 Mm., Durchmesser derselben = 0·525 Mm. Belastung = 400 Grm., Batterie = 6 Elemente.

Beobachtung 1.

a und *b* in Luft.

Np.	*a*	*b*
0	133 1/2	134
0	133	133

a in Luft, *b* in Wasser.

Np.	*a*	*b*
0	130	1 3/4
0	129 1/2	1 1/2
0	130	1 1/2
0	130	1 1/2
(Intensität geändert.)		
0	76	3/4
0	75	3/4
0	76	3/4

a und *b* wieder in Luft.

Np.	*a*	*b*
0	77	77
0	76 1/2	77

Beobachtung 2.

Die Belastung war bei diesem Versuche wieder nur die Hälfte der vorigen, nämlich 200 Grm.

a und *b* in Luft.

Np.	*a*	*b*
0	146	146
0	145 1/2	145

a in Luft, *b* in Wasser.

Np.	*a*	*b*
0	140	2
0	140	2
0	140½	2
0	140	2

a und *b* wieder in Luft.

Np.	*a*	*b*
0	140	140
0	140½	141

Diese beiden Versuche ergeben somit für die galvanische Ausdehnung die Werthe

1·2
1·0
1·4

Im Mittel = 1·2%, ohne dass bei einer Anderung in der Belastung eine wesentliche Änderung im Resultate zu bemerken wäre, wie dies auch bei den früheren diesbezüglichen Versuchen der Fall war.

VII. Stahl, hart (Englische Zithersaite).

Länge von *a* = 406·2 Mm., von *b* = 408·2 Mm. Durchmesser derselben = 0·275 Mm. Belastung = 900 Grm. Batterie = 6 Elemente.

a und *b* in Luft.

Np.	*a*	*b*
0	107½	107½
0	108	108
0	108	108

a in Luft, *b* in Wasser.

Np.	*a*	*b*
0	108	2
0	107	2
0	108	2
0	108½	2
0	108½	2

(Intensität geändert.)

0	72½	1½
0	72	1½
0	72	1½

a und *b* wieder in Luft.

Np.	*a*	*b*
0	72½	73
0	73	73

Dieser Versuch ergibt also für harten Stahl die Werthe 1·9 und 2·1.

Im Mittel = 2·0%.

VIII. Stahl, hart (Müller'sche Claviersaite).

Länge von *a* = 430·8 Mm., von *b* = 431·5 Mm., ihr Durchmesser = 0·335 Mm. Belastung = 900 Grm. Batterie = 6 Elemente.

a und *b* in Luft.

Np.	*a*	*b*
0	121	122
0	121	121

a in Luft, *b* in Wasser.

Np.	*a*	*b*
0	122½	1½
0	122	1½
0	120	1½
0	121	1½

(Intensität geändert.)

0	69	1
0	68	1
0	69	1
0	69	1

(Intensität geändert.)

0	134	2
0	134	2
0	134	1 3/4
0	134 1/2	2

a und *b* wieder in Luft.

Np.	*a*	*b*
0	134	133
0	134	134

Es ergeben sich somit die Werthe 1·3, 1·4 und 1·5.

Im Mittel = 1·4%.

IX. Stahl, weich.

Es wurde der Draht VIII durch Ausglühen weich gemacht; die Dimensionen sind daher wie bei VIII. Belastung = 400 Grm. Batterie = 6 Elemente.

a und *b* in Luft.

Np.	*a*	*b*
0	114 1/2	114
0	114 1/2	114 1/2
0	114	114

a in Luft, *b* in Wasser.

Np.	*a*	*b*
0	112	2
0	111	2
0	111	2
0	111	2

(Intensität geändert.)

0	66	1
0	65	1
0	65	1
0	65 1/2	1

a und *b* wieder in Luft.

Np.	*a*	*b*
0	65½	66
0	65	66

Dieser Versuch gibt für die galvanische Ausdehnung des weichen Stahles die Werthe 1·8 und 1·5 im Mittel = 1·65‰, also nicht wesentlich verschieden vom harten Stahl.

X. Messing, hart (Zithersaite).

Länge von *a* = 414·5 Mm., von *b* = 422·5 Mm. Durchmesser derselben = 0·450 Mm. Belastung = 800 Grm. Batterie = 4 Elemente.

a und *b* in Luft.

Np.	*a*	*b*
0	136	137
0	136½	136

a in Luft, *b* in Wasser.

Np.	*a*	*b*
0	134	2
0	133	2
0	133	2
0	133	2
(Intensität geändert.)		
0	60	1
0	59½	1
0	60	1
0	59½	1

a und *b* wieder in Luft.

Np.	*a*	*b*
0	60	61
0	61	61½

Für hartes Messing findet sich demnach die galvanische Ausdehnung zu 1·5 und 1·7‰, im Mittel = 1·6‰.

In der folgenden Tabelle sollen nun die Resultate dieser 10 Versuchsreihen nochmals übersichtlich zusammengestellt werden; die erste Columne enthält die untersuchten Drähte, die zweite die fragliche galvanische Ausdehnung derselben ausgedrückt in Procenten der Wärmeausdehnung, und in der dritten Columne sind des besseren Vergleiches halber nochmals die Werthe beigesetzt, welche Streintz für die galvanische Ausdehnung derselben Metalle gefunden

I.	Kupfer, hart....	2·2	15·4, 19·2
II.	„ weich...	1·7	11·2 (II. und III.)
III.	„ „ ...	1·2	
IV.	Platin, hart.....	2·0	25·5
V.	Eisen, weich....	2·0	27·3, 17·8 (V. und VI.)
VI.	„ „	1·2	
VII.	Stahl, hart.....	2·0	— 0·8, 3·8, 2·9 (VII. und VIII.)
VIII.	„ „	1·4	
IX.	„ weich....	1·6	21·5
X.	Messing, hart...	1·6	14·5

Es halten sich demnach die Werthe der galvanischen Ausdehnung zwischen 1·2 und $2{\cdot}2\,^{0}/_{0}$, ohne dass ein Zusammenhang derselben mit der Art des untersuchten Metalles erkennbar wäre. Wenn man bedenkt, dass diese Werthe jedenfalls nur eine obere Grenze sein können, indem die Wärme des Drahtes durch das umgebende Wasser doch nur zum Theile abgeleitet wird, so scheint Angesichts der Kleinheit des erhaltenen Effectes die Ansicht von einer besonderen galvanischen Ausdehnung denn doch gewagt, umsomehr als sowohl Edlund wie Streintz bei ihren Versuchen bemerkten, dass die sogenannte galvanische Ausdehnung in ihrem Auftreten und Verschwinden ganz die Eigenthümlichkeiten der Wärmeausdehnung, nämlich allmäliges Auftreten und Verschwinden, zeigt. Ich glaube, es kann kaum ein Zweifel darüber sein, dass die geringe Ausdehnung, welche der im Wasser hängende Draht noch zeigt, einzig und allein auf Kosten der in demselben zurückbleibenden Wärme zu schreiben ist.

Wenn die bei den vorliegenden Versuchen angewendete Methode auch nicht im Stande ist, für die eine oder andere

Ansicht endgiltig zu entscheiden, so zeigt sie doch, dass für die Annahme eines besonderen Ausdehnungsvermögens des galvanischen Stromes keine genügenden Gründe vorhanden sind, diese Annahme daher vorläufig als ungerechtfertigt erscheint.

Was nun die Beobachtungen von Edlund und Streintz anlangt, so liegen deren Werthe für die galvanische Ausdehnung sämmtlich oberhalb der von mir gefundenen oberen Grenze, doch so, dass Edlund hiebei viel näher dieser Grenze kommt als Streintz. Während die Werthe Edlunds sich ungefähr in den Grenzen von 2·8%—6·5% halten, erreichen die von Streintz gefundenen eine Höhe von 27·3%, ein Unterschied, der sich nur durch die Wahl der bei den Versuchen angewendeten Methoden erklären lässt[1].

Wenn daher Streintz glaubt „seinen Resultaten mit Recht mehr Gewicht beilegen zu müssen als denen Edlunds", so scheint mir das insoferne nicht richtig, als die vorliegenden Versuche gerade das Gegentheil beweisen, indem sie zeigen, um wieviel weniger fehlerhaft die Resultate Edlunds sind.

Es erübrigt noch, auf die exceptionelle Stellung zurückzukommen, welche Streintz für die harten Stahldrähte unter den übrigen Metallen gefunden hat. Nach Streintz ist harter Stahl das einzige Metall, welches keine galvanische Ausdehnung zeigt, es soll jedoch ein solcher harter Stahldraht, wenn man ihn durch Ausglühen weich macht, sofort in die Reihe der übrigen Metalle treten und eine ganz bedeutende Ausdehnung durch den Strom zeigen. Ich habe dieses abnorme Verhalten nicht bestätigt gefunden, obwohl ich vorsichtshalber dieselbe Stahldrahtsorte (Müller'sche Claviersaite) verwendete wie Streintz; die vorhergehende Tabelle zeigt, dass weder der harte noch der ausgeglühte Draht eine merkliche galvanische Ausdehnung besitzt, dass überhaupt Stahl sich gegen den galvanischen Strom gerade

[1] Streintz hat zwar für seine Methode die möglichen Fehler berechnet und gibt an, dass seine Resultate weit oberhalb dieser liegen, was auch der Fall ist; dass seine Resultate dennoch unrichtig sind, ist darum nicht auffällig, weil bei einer Methode, bei welcher die unberechenbaren Fehlerquellen die weitaus überwiegenden sind, eine berechnete Fehlergrenze überhaupt keinen Sinn hat.

so verhält wie alle anderen Metalle. Was schliesslich die theoretischen Ansichten über die galvanische Ausdehnung anlangt, welche Streintz eben auf Grundlage dieses abnormen Verhaltens des Stahles entwickelt, und denen zufolge die galvanische Ausdehnung in Zusammenhang stehen soll mit einer Drehung der Molecüle, Polarisation der erzeugten Wärmeschwingungen u. dgl., so entbehren dieselben mit Hinblick auf das eben Gesagte jeder thatsächlichen Grundlage.

Bahnbestimmung des Planeten (118) Peitho.

Von Dr. **Johann Holetschek,**

Assistent der k. k. Universitäts-Sternwarte in Wien.

Am 15. März 1872 fand Dr. Robert Luther, Director der Sternwarte zu Düsseldorf, den 118. kleinen Planeten an einem Sterne eilfter Grösse. Derselbe erhielt den Namen Peitho, von Dr. Becker in Neuchâtel auf Antrag von Dr. Rümker in Hamburg. Die Beobachtungen des Planeten aus dieser Erscheinung reichen bis zum 27. Mai, umfassen also einen Zeitraum von 73 Tagen.

Die ersten Bahnelemente des Planeten wurden gerechnet von Prof. v. Oppolzer (März 15, 26 und April 4) und Dr. Löw (März 15, 22 und 29); beide in Astron. Nachr. Nr. 1885. Als die Sichtbarkeitsperiode des Himmelskörpers vorüber war, leitete Herr J. Smekal aus dem grössten Bogen ein Elementensystem ab, welches auf folgenden drei Beobachtungen beruht: Düsseldorf März 15, Hamburg April 18 und Mai 27.

Daraus ergab sich:

$$
\begin{aligned}
&\text{Epoche 1872 März } 31\cdot 0\\
M &= 84°20'37''50\\
\pi &= 77\ \ 19\ \ 34\cdot 86\\
\Omega &= 47\ \ 25\ \ 45\cdot 43\\
i &= 7\ \ 47\ \ 36\cdot 02\\
\varphi &= 9\ \ 28\ \ 19\cdot 54\\
\mu &= 932''26891\\
\log a &= 0\cdot 3869769
\end{aligned}
$$

Mit diesen Elementen rechnete Herr Smekal die weiter unten mitgetheilte Ephemeride und verglich damit die Beobachtungen; ausserdem leitete er daraus für die nächste Erscheinung (Juni 1873) eine Oppositions-Ephemeride der Peitho ab (Berliner Jahrbuch für 1875).

Leider konnte aber der Planet nicht aufgefunden werden, was wohl hauptsächlich in den ungünstigen Sichtbarkeitsverhältnissen begründet war. Er hatte eine südliche Declination von 32 Graden, stand also für die meisten europäischen Sternwarten selbst im Meridian noch immer sehr tief; ferner besass er nur eine geringe Helligkeit, da er soeben sein Aphel verlassen hatte, und bewegte sich überdies in der Milchstrasse. Von mehreren Astronomen an den mehr südlich gelegenen Sternwarten wurde eifrig nach Peitho gesucht; Sternwarte-Vorstand Palisa in Pola hat gegen 200 Sterne mappirt und mit der Ephemeride verglichen, ohne auf den Planeten zu stossen; ebenso blieben die Nachforschungen von Prof. C. H. F. Peters in Clinton (New-York) erfolglos.

Da also die zweite Erscheinung des Planeten unbemerkt und spurlos vorübergegangen war, so musste Sorge getragen werden, sich desselben in der dritten Erscheinung (October 1874) zu versichern. Weil Herr Smekal an der Fortführung der Arbeit krankheitshalber verhindert war, so übergab er mir die Resultate seiner bisherigen Rechnungen.

Ich fasste die Differenzen zwischen Beobachtung und Rechnung in mehrere Gruppen zusammen und suchte dieselben nach der Methode der kleinsten Quadrate durch Differentialquotienten zwischen den Elementen und den geocentrischen polaren Coordinaten wegzuschaffen; ich konnte aber auf diesem Wege nicht zum Ziele gelangen, denn die schliesslich erhaltenen Resultate erwiesen sich als ganz ungenügend, weshalb ich den Plan einer Bahnverbesserung vorläufig aufgab. Da die später angeführten Abweichungen (B.—R.) nicht allzu bedeutend sind, so haben obige Elemente schon einigen Anspruch auf Genauigkeit, besonders auch darum, weil die geocentrischen Breiten des Planeten in der ersten Erscheinung verhältnissmässig gross waren; überdies habe ich die Elemente durch directe Darstellung einiger Beobachtungen geprüft und als zuverlässig erkannt.

Glücklicherweise wirkten in der dritten Opposition des Planeten mehrere günstige Umstände zusammen, die eine leichte Auffindung desselben auch bei einer nur genäherten Angabe seiner successiven Positionen erwarten liessen.

Der Planet stand 9° nördlich vom Aequator in einer nicht übermässig sternreichen Gegend des Himmels; ferner näherte er sich seinem Perihel, war also bedeutend heller, als in den zwei ersten Erscheinungen; überdies fiel seine Opposition in eine günstige Jahreszeit (October), welche von vorneherein klare Nächte erwarten liess. Alle diese Erwägungen veranlassten mich, mit den obigen Elementen ganz einfach hypothetische Ephemeriden zu rechnen, da ich überzeugt war, dass der Planet besonders seiner Helligkeit wegen (10.—11. Grösse) aufgefunden werden würde. (Circular zum Berliner Astronomischen Jahrbuch Nr. 18 und Astron. Nachr. Nr. 2013.)

Diese Hoffnung ist in der That in Erfüllung gegangen. Director Luther in Düsseldorf, der sich bereits nach denselben Elementen einige Örter der Peitho gerechnet hatte, fand den vermissten Planeten am 8. October 1874. Dir. Palisa in Pola fand denselben am 13. und Stud. Fr. Luther in Königsberg am 14. October.

Die Correction meiner Ephemeride war:

		$d\alpha$	$d\delta$
October	9	$+4^m 44^s$	+36'7
	13	+4 49	+37·2
	14	+4 51	+37·4

Nach der Auffindung gab ich zur weiteren Verfolgung des Planeten in Astr. Nachr. Nr. 2016 eine genäherte Ephemeride, welche sich vom 12. November bis zum 30. December erstreckt; der Planet scheint aber in dieser ganzen Zeit nicht mehr beobachtet worden zu sein. Die ungünstigen Witterungsverhältnisse mögen wohl das Meiste dazu beigetragen haben.

Nachdem alle unten angeführten Beobachtungen bekannt geworden waren, verband ich beide Oppositionen (1872 und 1874) und leitete durch Variation der Distanzen neue Elemente ab, mit denen schliesslich eine genauere Ephemeride für 1874 zur Vergleichung der Beobachtungen und endlich Jahres- und Oppositions-Ephemeriden für 1876 gerechnet wurden.

Ich gehe nun daran, die Beobachtungen und die Resultate der Rechnungen speciell mitzutheilen.

Opposition 1872.

Aus den bereits in der Einleitung angeführten Elementen berechnete Herr Smekal nachstehende Ephemeride, in der die folgenden rechtwinkligen Äquator-Coordinaten angewendet sind:

$$\left.\begin{aligned} x' &= [0\cdot3791416]\sin(E+166°53'19''21)-0\ 0893742 \\ y' &= [0\cdot3303387]\sin(E+\ 80\ 19\ 40\cdot15)-0\cdot3471078 \\ z' &= [0\cdot0752155]\sin(E+\ 67\ \ 1\ 38\cdot36)-0\cdot1801659 \end{aligned}\right\} 1872\cdot0$$

Die in eckige Klammern eingeschlossenen Coëfficienten sind logarithmisch angesetzt, und E bedeutet die excentrische Anomalie.

Demnach ergab sich:

Ephemeride.

12ʰ m. Berl. Zeit	α	δ	log Δ	Aberrationszeit
1872 März 15	12ʰ 7ᵐ33ˢ33	+10°17' 3"0	0·161430	12ᵐ 2ˢ0
16	12 6 32·69	10 21 8·0	0·161787	12 2·5
17	12 5 31·93	10 25 5·6	0·162227	12 3·3
18	12 4 31·13	10 28 55·4	0·162747	12 4·1
19	12 3 30·37	10 32 37·0	0·163348	12 5·1
20	12 2 29·72	10 36 10·0	0·164029	12 6·3
21	12 1 29·25	10 39 34·2	0·164789	12 7·6
22	12 0 29·05	10 42 49·2	0·165629	12 9·0
23	11 59 29·18	10 45 54·8	0·166546	12 10·5
24	11 58 29·72	10 48 50·6	0·167540	12 12·2
25	11 57 30·73	10 51 36·5	0·168610	12 14·0
26	11 56 32·28	10 54 12·1	0·169754	12 15·9
27	11 55 34·44	10 56 37·4	0·170973	12 18·0
28	11 54 37·27	10 58 51·9	0·172265	12 20·2
29	11 53 40·84	11 0 55·8	0·173628	12 22·5
30	11 52 45·22	11 2 48·7	0·175062	12 25·0
31	11 51 50·45	11 4 30·4	0·176565	12 27·6
April 1	11 50 56·60	11 6 0·9	0·178135	12 30·3
2	11 50 3·74	11 7 20·0	0·179772	12 33·1
3	11 49 11·91	11 8 27·7	0·181473	12 36·1
4	11 48 21 19	11 9 23·8	0·183238	12 39·1
5	11 47 31·61	11 10 8·1	0·185065	12 42·3
6	11 46 43·24	11 10 40·8	0·186952	12 45·6
7	11 45 56·10	11 11 1·7	0·188897	12 49·1
8	11 45 10·27	11 11 10·9	0·190898	12 52·6
9	11 44 25·77	+ 11 11 8·2	0·192954	12 56·3

12h m. Berl. Zeit		α	δ	log Δ	Aberrationszeit
1872 April	10	11h 43m 42s65	+11°10'53"7	0·195063	13m 0s1
	11	11 43 0·94	11 10 27·4	0·197222	13 4·0
	12	11 42 20·68	11 9 49·5	0·199430	13 8·0
	13	11 41 41·90	11 8 59.9	0·201685	13 12·1
	14	11 41 4·61	11 7 58·8	0·203985	13 16·3
	15	11 40 28·35	11 6 46·2	0·206329	13 20·6
	16	11 39 54·63	11 5 22·2	0·208713	13 25·0
	17	11 39 21·98	11 3 47·0	0·211137	13 29·5
	18	11 38 50·90	11 2 0·7	0·213599	13 34·1
	19	11 38 21·41	11 0 3·3	0·216096	13 38·8
	20	11 37 53·52	10 57 55·2	0·218627	13 43·6
	21	11 37 27·24	10 55 36·4	0·221191	13 48·5
	22	11 37 2·58	10 53 7·0	0·223849	13 53·4
	23	11 36 39·53	10 50 27·3	0·226408	13 58·5
	24	11 36 18·10	10 47 37·3	0·229058	14 3·6
	25	11 35 58·30	10 44 37·3	0·231734	14 8·8
	26	11 35 40·11	10 41 27·4	0·234435	14 14·1
	27	11 35 23·55	10 38 7·8	0·237158	14 19·5
	28	11 35 8·60	10 34 38·6	0·239903	14 24·9
	29	11 34 55·26	10 30 59·9	0·242668	14 30·5
	30	11 34 43·54	10 27 11·9	0·245451	14 36·1
Mai	1	11 34 33·43	10 23 14·8	0·248252	14 41·7
	2	11 34 24·92	10 19 8·7	0·251069	14 47·5
	3	11 34 18·02	10 14 53·8	0·253901	14 53·3
	4	11 34 12·70	10 10 30·1	0·256746	14 59·1
	5	11 34 8·97	10 5 57·9	0·259602	15 5·1
	6	11 34 6·81	10 1 17·3	0·262470	15 11·1
	7	11 34 6·22	9 56 28·3	0·265347	15 17·1
	8	11 34 7·18	9 51 31·3	0·268232	15 23·2
	9	11 34 9·67	9 46 26·3	0·271124	15 29·4
	10	11 34 13·68	9 41 13·6	0·274022	15 35·6
	11	11 34 19·20	9 35 53·2	0·276924	15 41·9
	12	11 34 26·21	9 30 25·4	0·279830	15 48·2
	13	11 34 34·69	9 24 50·2	0·282739	15 54·6
	14	11 34 44·62	9 19 7·9	0·285649	16 1·0
	15	11 34 55·96	9 13 18·6	0·288559	16 7·5
	16	11 35 8·72	9 7 22·4	0·291470	16 14·0
	17	11 35 22·91	9 1 19·5	0·294378	16 20·5
	18	11 35 38·47	8 55 10·2	0·297285	16 27·1
	19	11 35 55·37	8 48 54·4	0·300189	16 33·7
	20	11 36 13·59	8 42 32·4	0·303089	16 40·4
	21	11 36 33·12	8 36 4·3	0·305986	16 47·1
	22	11 36 53·94	+ 8 29 30·3	0·308877	16 53·8

12^h m. Berl. Zeit		α	δ	log Δ	Aberrationszeit
1872 Mai	23	$11^h37^m16^s03$	+ 8°22'50"5	0·311763	17^m 0^s6
	24	11 37 39·36	8 16 5·0	0·314642	17 7·4
	25	11 38 8·92	8 9 14·0	0·317515	17 14·2
	26	11 38 29·70	8 2 17·5	0·320381	17 21·0
	27	11 38 56·67	7 55 15·7	0·323240	17 27·9
	28	11 39 24·82	7 48 8·6	0·326090	17 34·8
	29	11 39 54·13	7 40 56·4	0·328932	17 41·7
	30	11 40 24·59	+ 7 33 39·2	0·331765	17 48·7

Die Refractorbeobachtungen aus dieser Erscheinung beruhen auf folgenden Vergleichsternen, von denen ich mehrere corrigirt habe, weshalb sich dem entsprechend auch die betreffenden Beobachtungen und die Differenzen (B.—R.) geändert haben.

Vergleichsterne für 1872·0.

*	α	δ	
1	11^h29^m 0^s24	+10°17'16"6	Schjellerup 4187·8
2	11 30 30·71	+10 22 9·7	Angeschlossen an
	11 30 18·98	+10 18 48·3	Arg. + 10°2313
3	11 31 33·78	+ 9 35 31·6	Berliner Mer. Beob.
4	11 33 47·47	+10 48 22·6	„ „ „
5	11 33 53·74	+10 11 36·2	Weisse 11^h 572
	53·88	37·8	Cambridge Obs. 1849; 151
ang.	11 33 53·81	+10 11 37·0	
6	11 34 5·69	+ 9 22 55·6	Schjell. 4215
7	11 34 45·58	+ 9 49 0·4	Arg. +9° 2531
8	11 35 19·92	+10 32 18·1	Lamont 479
9	11 37 27·27	+11 2 52·6 (1)	Weisse 11^h 637
	27·19	52·3 (2)	Schjell. 4237
ang.	11 37 27·22	+11 2 52·4	
10	11 39 31·48	+ 7 53 15·2	Weisse 672 u. Lal. 22248
11	11 40 44·58	+11 10 9·3	Neuchâtel Mer. B.
	44·60	8·6	Neuchâtel Mer. B.
	44·57	8·4	Berlin „ „
ang.	11 40 44·58	+11 10 8·8	
12	11 42 17·01	+11 23 43·1	Schjell. 4259
13	11 43 17·51	+ 8 13 7·3	„ 4271
14	11 43 47·44	+10 46 41·7	Lalande 22337
	46·78	47·4	Weisse 11^h 740
ang.	11 43 47·11	+10 46 44·5	

*	α	δ	
15	11h 46m 33s 20	+11° 10' 8"3, 11ms	durch Anschluss an Schjell. 4253.
16	11 47 54·03	+11 11 43·8 2	Berliner M. B.
17	11 49 7·58	+11 4 4·9 (1)	Lamont 502.
	7·81	2·2 (2)	Yarnall 4989.
ang.	11 49 7·73	+11 4 3·1	
18	11 50 19·45	+11 14 25·5	Weisse 11h 846.
19	11 51 10·87	+10 50 14·2	Schjell. 4311.
20	11 51 37·15	+11 8 22·5, 10ms	durch Anschluss an Schjell. 4306 u. Schjell 4253.
21	11 54 58·80	+11 3 53·4 2	Berl. M. B.
22	11 55 46·83	+10 52 25·5	" " "
23	11 59 30·53	+10 51 24·4	Angeschlossen an
	12 6 23·31	+10 46 1·6	Weisse 12h 75
24	11 59 37·56	+10 57 12·4, 10ms	durch Anschluss an Schjell. 4411.
25	12 0 18·04	+10 36 16·2	Berl. M. B.
26	12 5 34·97	+10 16 12·6	Astr. Nachr. Nr. 1943 (Leipzig).
27	12 6 57·31	+10 46 0·9	Weisse 12h 80.

Beobachtungen.

1872	Ort	mittlere Ortszeit	α	δ	*
März 15	Düsseldorf ..	14h 19m 0s	12h 7m 26s 77	+10° 17' 25"4	26
21	Berlin	9 33 23	12 1 36·34	+10 39 2·9	25
22	Leipzig......	10 11 26	12 0 33·82	+10 42 42·4	23
22	Berlin	10 40 50	12 0 33·24	+10 42 29·1	25
22	Hamburg	14 20 57	12 0 22·83	+10 43 11·5	27
26	Josefstadt ...	7 57 58	11 56 43·39	+10 53 36.1	21
26	Berlin	8 3 41	11 56 42·91	+10 53 37·8	22
26	Lund.......	12 7 20	11 56 32·26	+10 54 0·7	21
26	Leipzig	12 55 37	11 56 30·35	+10 54 8·0	19
27	Josefstadt....	9 0 2	11 55 42·89	+10 56 10·1	24
27	Marseille	8 44 35	11 55 42·04	+10 56 16·3	21
27	Leipzig......	9 36 48	11 55 40·70	+10 56 17·5	21
29	Berlin	11 19 2	11 53 42·88	+11 0 46·3	21
29	Leipzig	12 0 21	11 53 41·38	+11 0 47·5	21
30	Berlin	8 38 52	11 52 53·83	+11 2 23·1	21
30	Leipzig......	11 31 34	11 52 47·02	+11 2 37·8	21
30	Hamburg ...	16 20 17	11 52 35·17	+11 3 4·1	21
31	Josefstadt ...	8 13 54	11 52 0·52	+11 4 8·2	21
31	Düsseldorf ...	9 48 17	11 51 55·49	+11 4 11·9	21
31	Hamburg	14 21 1	11 51 45·14	+11 4 32·8	21

1872		Ort	mittlere Ortszeit	α	δ	*
April	1	Josefstadt....	10h44m53s	11h51m 1s07	+11° 5'52"6	17
	1	Hamburg	15 39 55	11 50 48·45	+11 6 9·7	21
	2	Josefstadt ...	8 12 36	11 50 13·44	+11 6 58·6	20
	2	Wien........	10 44 34	11 50 7·32	+11 7 0·8	17
	2	„	11 18 45	11 50 7·29	+11 7 18·8	17
	2	Leipzig......	11 52 11	11 50 4·73	+11 7 11·8	18
	3	„	11 13 50	11 49 14·11	+11 8 20·3	18
	3	Paris........	10 38 40	11 49 14·35	+11 8 21·4	18
	4	Berlin	8 48 20	11 48 29·03	+11 9 9·2	16
	4	Josefstadt....	9 45 2	11 48 27·62	+11 9 14·5	15
	4	„	10 38 26	11 48 25·64	+11 9 16·3	15
	4	Paris........	10 39 45	11 48 23·54	+11 9 19·0	18
	6	Lund	11 45 16	11 46 44·58	+11 10 31·8	12
	7	Josefstadt ...	8 6 48	11 46 5·35	+11 10 57·6	15
	7	Wien........	11 6 25	11 45 59·51	+11 10 54·2	14
	10	Neuchâtel....	9 7 24	11 43 47·96	+11 10 50·9	11
	11	Leipzig......	9 14 19	11 43 4·51	+11 10 26·6	11
	11	Neuchâtel....	9 1 0	11 43 6·20	+11 10 26·8	11
	11	Josefstadt ...	9 44 0	11 43 6·15	+11 10 28·4	11
	11	Lund........	10 32 49	11 43 4·11	+11 10 22·0	12
	11	Hamburg	11 5 0	11 43 2·87	+11 10 23·7	11
	12	Josefstadt ...	8 22 38	11 42 28·13	+11 9 55·4	11
	12	Hamburg	9 44 47	11 42 24·78	+11 9 47·0	11
	12	Berlin	10 1 34	11 42 24·86	+11 9 46·8	11
	12	Leipzig	9 59 56	11 42 25·18	+11 9 48·0	11
	12	Neuchâtel....	9 55 0	11 42 24·25	+11 9 51·0	11
	12	Wien	10 54 36	11 42 23·61	+11 9 52·0	11
	12	Paris........	10 16 44	11 42 23·43	+11 9 49·0	Mer.
	13	Berlin	9 11 24	11 41 47·44	+11 9 1·4	11
	13	Marseille.....	10 0 34	11 41 44·94	+11 8 58·9	11
	13	Neuchâtel....	11 56 0	11 41 42·07	+11 8 58·9	11
	14	Marseille.....	10 44 20	11 41 6·57	+11 7 58·0	11
	14	Neuchâtel....	11 33 6	11 41 5·35	+11 7 57·8	11
	15	Marseille.....	9 23 50	11 40 32·72	+11 6 50·2	11
	15	Neuchâtel....	11 37 30	11 40 29·37	+11 6 43·6	11
	17	Marseille.....	9 50 30	11 39 24·78	+11 3 50·3	9
	18	Hamburg	10 25 4	11 38 52·90	+11 2 4·4	9
	23	Lund........	11 16 43	11 36 40·52	+10 50 30·3	9
	26	„	12 21 53	11 35 40·21	+10 41 21·1	4
	27	Josefstadt ...	9 16 45	11 35 25·87	+10 38 32·6	4
	27	„ ...	9 56 5	11 35 25·50	+10 38 24·5	4
	27	Lund........	10 48 6	11 35 24·45	+10 38 15·3	4
	29	Washington ..	8 18 23	11 34 54·44	+10 30 38·2	8

1872	Ort	mittlere Ortszeit	α	δ	*
April 30	Paris	8ʰ58ᵐ22ˢ	11ʰ34ᵐ45ˢ15	+10°27'28"7	Mer.
30	Leipzig......	12 2 45	11 34 43·93	+10 27 20·2	2
30	Lund........	12 16 17	11 34 43·69	+10 27 7·2	5
Mai 1	Paris........	8 54 16	11 34 34·73	+10 23 37·3	Mer.
1	Lund........	12 19 4	11 34 33·64	+10 23 10·0	5
2	Paris........	8 50 11	11 34 26·41	+10 19 32·6	Mer.
3	Josefstadt ...	9 25 24	11 34 18·34	+10 15 30·5	1
4	„ ...	9 18 14	11 34 13·64	+10 11 5·6	5
9	Hamburg	11 5 31	11 34 9·27	+ 9 46 34·5	7
11	Berlin	10 56 54	11 34 18·59	+ 9 36 5·7	3
11	Hamburg	10 54 1	11 34 18·47	+ 9 36 2·1	3
12	Berlin	12 19 34	11 34 25·92	+ 9 30 17·2	3
14	Leipzig......	10 8 17	11 34 43·35	+ 9 19 37·4	6
25	Hamburg	11 33 30	11 38 3·01	+ 8 9 19·5	13
27	„	11 58 1	11 38 56·40	+ 7 55 13·8	10

Vergleichung der Beobachtungen mit der Ephemeride.

	Ort	Corr. f. Parallaxe in		Beob. — Rechn.	
		A. R.	Decl.	$d\alpha$	$d\delta$
1872 März 15	Düsseldorf..	+0ˢ12	+4"0	+0ˢ02	— 0"8
21	Berlin......	—0·15	+4·2	+0·82	— 6·7
22	Leipzig.....	—0·12	+4·0	—0·24	+12·7
22	Berlin......	—0·09	+4·1	+0·38	— 3·9
22	Hamburg ...	+0·14	+4·2	—0·14	+ 7·7
26	Josefstadt ..	—0·22	+4·0	+0·13	— 4·0
26	Berlin	—0·20	+4·3	+0·38	— 3·8
26	Lund.......	+0·03	+4·2	—0·15	— 6·8
26	Leipzig.....	+0·09	+3·9	+0·07	— 5·2
27	Josefstadt ..	—0·17	+3·8	+0·12	— 3·6
27	Marseille ...	—0·19	+3·4	+0·39	— 0·6
27	Leipzig	—0·12	+4·0	+0·09	— 1·1
29	Berlin......	0·00	+4·0	—0·03	— 1·1
29	Leipzig.....	+0·04	+3·9	+0·27	— 3·7
30	Berlin	—0·16	+4·1	+0·26	— 5·5
30	Leipzig.....	+0·01	+3·8	+0·14	— 4·4
30	Hamburg...	+0·23	+4·5	+0·10	+ 0·6
31	Josefstadt ..	—0·19	+3·8	+0·42	— 1·5
31	Düsseldorf..	—0·09	+3·8	+0·51	— 6·8
31	Hamburg ...	+0·17	+4·2	+0·18	— 2·3

		Corr. f. Parallaxe in		Beob. — Rechn.	
	Ort	A. R.	Decl.	$d\alpha$	$d\delta$
1872 April 1	Josefstadt ..	—0ˢ04	+3"6	+0ˢ74	+ 1"2
1	Hamburg ...	+0·22	+4·3	+0·25	+ 0·2
2	Josefstadt ..	—0·18	+3·8	+0·35	— 4·6
2	Wien.......	—0·01	+3·6	+0·08	—10·7
2	„	+0·03	+3·5	+1·19	+ 5·7
2	Leipzig	+0·05	+3·8	+0·44	— 4·1
3	„	+0·02	+3·7	+0·26	— 1·3
3	Paris.......	—0·02	+3·6	+0·65	— 0·5
4	Berlin......	—0·13	+3·9	+0·58	— 3·5
4	Josefstadt ..	—0·08	+3·5	+0·79	— 0·2
4	„ ...	—0·02	+3·5	+0·73	— 0·3
4	Paris.......	—0·02	+3·6	+0·63	+ 0·5
6	Lund	+0·06	+4·1	+0·52	— 4·4
7	Josefstadt ..	—0·16	+3·6	+0·75	+ 2·4
7	Wien	+0·03	+3·4	+0·91	— 3·2
10	Neuchâtel...	—0·09	+3·4	+0·50	— 1·6
11	Leipzig.....	—0·07	+3·7	—0·48	— 0·9
11	Neuchâtel...	—0·09	+3·3	+0·43	+ 0·3
11	Josefstadt ..	—0·04	+3·4	+0·58	+ 0·9
11	Lund.......	+0·01	+4·0	+0·35	— 3·6
11	Hamburg ...	+0·04	+3·8	+0·42	— 3·7
12	Josefstadt ..	—0·12	+3·5	+0·66	+ 2·2
12	Hamburg ...	—0·03	+3·8	+0·37	— 2·7
12	Berlin	—0·02	+3·7	+0·55	— 2·9
12	Leipzig.....	—0·02	+3·6	+0·93	— 1·8
12	Neuchâtel...	—0·03	+3·3	+0·45	+ 1·4
12	Wien.......	+0·04	+3·4	+0·49	+ 3·2
12	Paris.......	0·00	+3·4	+0·77	+ 0·7
13	Berlin	—0·06	+3·7	+0·67	— 1·7
13	Marseille ...	—0·01	+3·0	+0·37	— 1·8
13	Neuchâtel ..	+0·11	+3·3	+0·51	+ 2·6
14	Marseille....	+0·04	+3·0	+0·56	— 0·4
14	Neuchâtel...	+0·09	+3·3	+0·46	+ 1·7
15	Marseille ...	—0·05	+3·0	+0·47	— 0·4
15	Neuchâtel ..	+0·13	+3·3	+0·39	+ 0·2
17	Marseille ...	—0·01	+2·9	+0·33	— 1·5
18	Hamburg ...	+0·03	+3·6	+0·03	0·0
23	Lund	+0·09	+3·8	+0·21	+ 0·3
26	„	+0·15	+3·8	+0·35	— 1·4
27	Josefstadt ..	+0·01	+3·1	+0·24	+ 1·1
27	„ ..	+0·05	+3·1	+0·35	— 1·4
27	Lund	+0·08	+3·7	+0·04	— 0·9
29	Washington.	—0·05	+2·4	+0·22	+ 0·2

	Ort	Corr. f. Parallaxe in A. R.	Corr. f. Parallaxe in Decl.	Beob. — Rechn. $d\alpha$	Beob. — Rechn. $d\delta$
1872 April 30	Paris.......	0ˢ00	+3ʺ2	+0ˢ45	— 4ʺ5
30	Leipzig.....	+0·16	+3·5	+0·49	+10·5
30	Lund.......	+0·15	+3·8	+0·32	— 0·5
Mai 1	Paris.......	0·00	+3·1	+0·28	— 0·5
1	Lund.......	+0·15	+3·8	+0·39	— 0·1
2	Paris.......	0·00	+3·1	+0·62	— 0·8
3	Josefstadt ..	+0·04	+3·2	+0·45	+ 7·3
4	„ ..	+0·03	+3·0	+0·36	+ 3·2
9	Hamburg ...	+0·13	+3.4	—0·15	— 0·2
11	Berlin	+0·13	+3·4	—0·15	— 1·8
11	Hamburg. ..	+0·12	+3·3	—0·03	— 3·1
12	Berlin	+0·17	+3·5	—0·10	— 3·8
14	Leipzig.....	+0·10	+3·2	—0·26	+ 3·0
25	Hamburg ...	+0·15	+3·2	—0·26	+ 0·1
27	„ ...	+0·16	+3·2	0·00	— 0·4

Als Ephemeriden-Correctionen habe ich darnach angenommen:

	$d\alpha$	$d\delta$
1872 März 24·5	+0ˢ01	+0ʺ1
April 17·5	+0·54	+0·9
Mai 11·5	+0·01	—0·2

und daher folgende auf das mittlere Äquinoctium 1872·0 bezogenen Normalorte:

	α	δ
1872 März 24·5	11ʰ58ᵐ30ˢ00	+10°48'48ʺ6
April 17·5	11 39 22·64	+11 3 46·6
Mai 11·5	11 34 19·15	+ 9 35 53·0.

Opposition 1874.

Um die Bahnelemente zu verbessern, verband ich die erste und letzte Beobachtung, die mir aus dieser Erscheinung des Planeten zur Verfügung standen (beide aus Düsseldorf), mit den drei aus der ersten Erscheinung gebildeten Normalorten, wodurch ich nachstehende Rechnungsgrundlagen erhielt, die sich auf das mittlere Äquinoctium 1872·0 beziehen und auf die Ekliptik übertragen sind:

mittl. Zeit Berlin	λ	β
1872 März 24·50000	175°18'37"1	+9°45'42"1
April 17·50000	170 51 31·4	+8 6 5·3
Mai 11·50000	170 17 54·2	+6 15 42·4
1874 Oct. 9·43725	37 51 31·6	—4 40 59·3
Nov. 12·45124	29 58 16·4	—2 0 6·5

Die Variation der Distanzen wurde in folgender Weise durchgeführt:

		I. Hypothese	II. Hypothese
1872 März 24·50000	$\log\Delta_1$ =	0·167538	0·168538
1874 Oct. 9·43725	$\log\Delta_2$ =	0·072860	0·072860
	☊ =	47°13' 3"2	47°11'34"4
	i =	7 49 7·9	7 49 42·4
	φ =	9 25 29·6	9 24 25·4
	$\log a$ =	0·386600	0·386768
	μ =	933"48	932"94
	π—☊ =	29°30'23"4	29°31'35"7
	M_1 =	83 1 45·4	83 24 23·6

		III. Hypothese	IV. Hypothese
1872 März 24·50000	$\log\Delta_1$ =	0·167538	0·167769
1874 Oct. 9·43725	$\log\Delta_2$ =	0·073860	0·076542
	☊ =	47°15'58·2	47°23'26"6
	i =	7 48 46·8	7 47 58·3
	μ =	9 22 45·3	9 15 14·4
	$\log a$ =	0·386718	0·387103
	μ =	933"10	931"862
	π—☊ =	29°55'34"0	30° 5'37"4
	M_1 =	82 58 57·9	82 56 2·0

		I. Hypothese	II. Hypothese
1872 April 17·50000	λ =	170°51' 9"0	170°51' 4"4
	β =	+ 8 5 41·0	+ 8 5 51·9
Mai 11·50000	λ =	170 17 26·9	170 16 56·6
	β =	+ 6 15 6·7	+ 6 15 25·6
1874 Nov. 12·45124	λ =	29 58 32·4	29 58 46·4
	β =	— 1 57 29·7	— 1 57 14·7

		III. Hypothese	IV. Hypothese
1872 April 17·50000	λ =	170°51'13"4	170°51'28"5
	β =	+ 8 5 46·8	+ 8 6 3·5
Mai 11·50000	λ =	170 17 33·9	170 17 53·4
	β =	+ 6 15 14·7	+ 6 15 39·7
1874 Nov. 12·45124	λ =	29 58 21·7	29 58 9·4
	β =	— 1 58 12·5	— 2 0 1·6

Die Darstellung der 5 Orte ist demnach:

	$d\lambda$	$d\beta$
1872 März 24·50000	0"0	0"0
April 17·50000	+2·9	+1·8
Mai 11·50000	+0·8	+2·7
1874 Oct. 9·43725	0·0	0·0
Nov. 12·45124	+7·0	—4·9

Um künftigen Rechnungen Vorschub zu leisten, rechnete ich mit den Elementen der IV. Hypothese folgende Ephemeride, mit der ich die unten sich anschliessenden Beobachtungen verglich:

$$\left.\begin{aligned} x' &= [0\cdot379515] \sin(E + 167^\circ\ 5'\ 3''7) - 0\cdot086127 \\ y' &= [0\cdot330458] \sin(E + 80\ 30\ 27\cdot8) - 0\cdot339459 \\ z' &= [0\cdot075475] \sin(E + 67\ 11\ 39\cdot6) - 0\cdot176376 \end{aligned}\right\} 1874\cdot0$$

Ephemeride.

12ʰ m. Zeit Berlin	α	δ	log Δ	Aberrationszeit
1874 Oct. 7	2ʰ29ᵐ44ˢ62	+9°43'31"3	0·080457	9ᵐ59ˢ1
8	2 28 59·44	+9 43 18·9	0·078403	9 56·3
9	2 28 12·61	+9 43 3·5	0·076420	9 53·6
10	2 27 24·18	+9 42 45·5	0·074511	9 51·0
11	2 26 34·23	+9 42 25·1	0·072679	9 48·5
12	2 25 42·81	+9 42 2·6	0·070925	9 46·1
13	2 24 49·98	+9 41 38·2	0·069252	9 43·9
14	2 23 55·82	+9 41 12·1	0·067662	9 41·8
15	2 23 0·41	+9 40 44·6	0·066156	9 39·7
16	2 22 3·81	+9 40 15·8	0·064736	9 37·8
17	2 21 6·10	+9 39 46·1	0·063404	9 36·1
18	2 20 7·36	+9 39 15·8	0·062161	9 34·4
19	2 19 7·69	+9 38 45·2	0·061008	9 32·9
20	2 18 7·16	+9 38 14·4	0·059947	9 31·5
21	2 17 5·86	+9 37 43·9	0·058979	9 30·2
22	2 16 3·87	+9 37 13·7	0·058105	9 29·1
23	2 15 1·29	+9 36 44·3	0·057326	9 28·1
24	2 13 58·20	+9 36 15·8	0·056643	9 27·2
25	2 12 54·69	+9 35 48·6	0·056055	9 26·4
26	2 11 50·86	+9 35 22·8	0·055565	9 25·8
27	2 10 46·79	+9 34 58·8	0·055172	9 25·3
28	2 9 42·57	+9 34 36·8	0·054877	9 24·9
29	2 8 38·31	+9 34 17·1	0·054681	9 24·9

12ʰ m. Zeit Berlin	α	δ	log Δ	Aberrationszeit
1874 Oct. 30	2ʰ 7ᵐ34ˢ10	+9°34′ 0″1	0·054583	9ᵐ24ˢ5
31	2 6 30·03	+9 33 46·1	0·054583	9 24·5
Nov. 1	2 5 26·20	+9 33 35·3	0·054680	9 24·6
2	2 4 22·72	+9 33 28·2	0·054876	9 24·9
3	2 3 19·68	+9 33 24·8	0·055170	9 25·3
4	2 2 17·18	+9 33 25·7	0·055562	9 25·8
5	2 1 15·32	+9 33 30·9	0·056051	9 26·4
6	2 0 14·19	+9 33 40·9	0·056637	9 27·2
7	1 59 13·88	+9 33 55·9	0·057318	9 28·1
8	1 58 14·48	+9 34 16·4	0·058092	9 29·1
9	1 57 16·09	+9 34 42·5	0·058958	9 30·2
10	1 56 18·80	+9 35 14·7	0·059914	9 31·5
11	1 55 22·70	+9 35 53·1	0·060958	9 32·8
12	1 54 27·89	+9 36 38·2	0·062090	9 34·3

Vergleichsterne für 1874·0.

*	α	δ	
1	1ʰ48ᵐ22ˢ06	+9°34′ 3″0	Rümker n. F. 974
2	1 58 18·68	+9 30 38·8	Astr. Nachr. Nr. 1498 (Leiden)
3	2 20 41·41	+9 38 16·5	„ „ „ 2035
4	2 25 11·58	+9 42 9·8	Arg. + 9° 330.

Beobachtungen.

	Ort	mittlere Ortszeit	α	δ	*
1874 Oct. 9	Düsseldorf ..	10ʰ12ᵐ56ˢ7	2ʰ26ᵐ15ˢ86	+9°42′58″4	4
12	„ ..	9 6 32·5	2 25 49·02	+9 42 2·7	4
13	Pola	11 55 3	2 24 50·76	+9 41 33·3	4
14	Wien	9 1 32·0	2 24 3·99	+9 41 12·4	4
15	„	9 58 57·8	2 23 6·30	+9 40 37·2	4
15	Düsseldorf ..	9 42 32·4	2 23 5·98	+9 40 43·5	3
16	Wien	9 43 38·5	2 22 10·90	+9 40 9·7	3
17	„	9 38 40·1	2 21 13·42	+9 39 43·6	3
20	„	10 6 37·2	2 18 13·68	+9 38 11·0	3
Nov. 4	Düsseldorf ..	9 49 40·7	2 2 23·22	+9 33 14·7	2
12	„ ..	10 32 45·7	1 54 31·13	+9 36 27·7	1

Vergleichung der Beobachtungen mit der Ephemeride.

		Ort	Corr. f. Parallaxe in A. R.	Corr. f. Parallaxe in Decl.	Beob. — Rechn. $d\alpha$	Beob. — Rechn. $d\delta$
1874 Oct.	9	Düsseldorf...	-0^s22	$+5''1$	$+0^s04$	$-1''1$
	12	„ ...	−0·27	+5·3	+0·27	+2·8
	13	Pola	−0·09	+4·4	+0·08	−0·8
	14	Wien........	−0·29	+5·1	+0·28	+1·7
	15	„	−0·23	+5·0	+0·12	−5·1
	15	Düsseldorf...	−0·23	+5·3	+0·65	+1·8
	16	Wien........	−0·24	+5·0	+0·59	−4·3
	17	„	−0·24	+5·0	+0·50	−0·9
	20	„	−0·19	+4·8	+0·63	−1·5
Nov.	4	Düsseldorf...	−0·11	+5·2	+1·04	−5·5
	12	„ ...	+0·01	+5·1	+0·60	−3·1

Es wird daher als Ephemeriden-Correction für die Folge anzuwenden sein:

1874 Oct. 19·5; $d\alpha = +0^s436$ $d\delta = -1''45$

und der auf 1874·0 bezogene Normalort:

1874 Oct. 19·5; $\alpha = 34°46'32''91$ $\delta = +9°38'28''51$

Die hier bereits benützten Elemente, welche in der IV. Hypothese gefunden wurden, wendete ich auch zur Berechnung der Jahres- und Oppositions-Ephemeride des Planeten für 1876 an; zu diesem Zwecke übertrug ich dieselben vom mittleren Äquinoctium 1872·0 auf das von 1880·0; man hat demnach:

(118) Peitho.

Epoche und Osculation 1872 März 24·5.

$L = 160°31'48''1$
$M = 82\ 56\ \ 2·0$
$\pi = 77\ 35\ 46·1$

$$\Omega = 47°29'45''8$$
$$i = 7\ 48\ 0\cdot 6$$
$$\varphi = 9\ 15\ 14\cdot 4$$
$$\mu = 931''862$$
$$\log a = 0\cdot 387103$$

Die Äquator-Coordinaten sind:

$$\left.\begin{aligned} x' &= [0\cdot 379506] \sin(E + 167°10'\ 9''0) - 0\cdot 085569 \\ y' &= [0\cdot 330496] \sin(E + 80\ 35\ 36\cdot 7) - 0\cdot 339574 \\ z' &= [0\cdot 075387] \sin(E + 67\ 15\ 38\cdot 3) - 0\cdot 176426 \end{aligned}\right\} 1880\cdot 0$$

Peitho 1876.

Jahresephemeride.

0h Berliner Zeit		A. R.	Decl.	log Δ	log r
Jän.	10	13h 30m5	— 2°38'	0·358	0·388
	30	13 45·5	3 50	0·312	0·394
Febr.	19	13 51·2	4 10	0·265	0·400
März	10	13 45·8	3 40	0·225	0·406
	30	13 30·2	2 36	0·203	0·412
April	19	13 10·5	1 35	0·210	0·417
Mai	9	12 55·1	1 15	0·244	0·421
	29	12 48·9	1 53	0·294	0·426
Juni	18	12 52·4	3 20	0·348	0·430
Juli	8	13 3·8	5 25	0·400	0·434
	28	13 21·2	7 54	0·447	0·437
Aug.	17	13 43·1	10 36	0·487	0·440
Sept.	6	14 8·5	13 24	0·519	0·443
	26	14 36·5	16 8	0·545	0·445
Oct.	16	15 6·9	18 44	0·564	0·447
Nov.	5	15 39·1	21 4	0·575	0·449
	25	16 12·8	23 4	0·580	0·450
Dec.	15	16 47·3	24 39	0·578	0·451
	35	17 22·0	—25 49	0·569	0·452

Peitho 1876.

Ephemeride für die Opposition.

12ʰ m. Zeit Berlin	A. R.	Decl.	log Δ	Aberrationszeit
März 21	13ʰ37ᵐ46ˢ17	—3° 5' 15"5	0·209187	13ᵐ26ˢ
22	13 36 56·29	3 1 53·6	0·208229	13 24
23	13 36 5·28	2 58 29·4	0·207337	13 22
24	13 35 13·22	2 55 3·3	0·206514	13 21
25	13 34 20·16	2 51 35·7	0·205760	13 20
26	13 33 26·18	2 48 7·1	0·205076	13 18
27	13 32 31·33	2 44 37·6	0·204464	13 17
28	13 31 35·68	2 41 7·8	0·203924	13 16
29	13 30 39·29	2 37 37·9	0·203457	13 15
30	13 29 42·23	2 34 8·4	0·203065	13 15
31	13 28 44·56	—2 30 39·5	0·202746	13 14
April 1	13 27 46·35	2 27 11·6	0·202503	13 14
2	13 26 47·68	2 23 45·0	0·202335	13 13
3	13 25 48·61	2 20 20·2	0·202243	13 13
4	13 24 49·20	2 16 57·3	0·202227	13 13
5	13 23 49·53	2 13 36·9	0·202286	13 13
6	13 22 49·66	2 10 19·0	0·202422	13 13
7	13 21 49·66	2 7 4·2	0·202634	13 14
☍ 8	13 20 49·59	2 3 52·6	0·202921	13 14
9	13 19 49·52	2 0 44·6	0·203285	13 15
10	13 18 49·52	—1 57 40·6	0·203724	13 16
11	13 17 49·65	1 54 40·7	0·204238	13 17
12	13 16 49·98	1 51 45·3	0·204827	13 18
13	13 15 50·58	1 48 54·6	0·205490	13 19
14	13 14 51·51	1 46 9·1	0·206227	13 20
15	13 13 52·84	1 43 28·8	0·207038	13 22
16	13 12 54·62	1 40 54·2	0·207921	13 24
17	13 11 56·92	1 38 25·5	0·208875	13 25
18	13 10 59·81	1 36 2·9	0·209901	13 27
19	13 10 3·34	1 33 46·7	0·210997	13 29

12ʰ m. Zeit Berlin	A. R.	Decl.	log Δ	Aberrationszeit
April 20	13ʰ 9ᵐ 7ˢ58	−1°31'37"2	0·212161	13ᵐ31ˢ
21	13 8 12·58	1 29 34·5	0·213394	13 34
22	13 7 18·41	1 27 38·9	0·214693	13 36
23	13 6 25·12	1 25 50·7	0·216058	13 39
24	13 5 32·76	1 24 10·0	0·217487	13 42
25	13 4 41·40	1 22 37·1	0·218978	13 44
26	13 3 51·10	1 21 12·2	0·220529	13 47

(118) ☍ ☉ April 8, 12ʰ

Lichtstärke = 0·72

Grösse = 11·4

Über die Quelle und den Betrag der durch Luftballons geleisteten Arbeit.

Von **Josef Popper.**

(Mit 1 Tafel.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 7. April 1875.)

I.

Unmittelbar nach Erfindung der Luftballons durch die Brüder Montgolfier beschäftigte man sich bereits mit der Aufgabe, die Steigkraft und die Steighöhe der Aërostaten in eine quantitative Beziehung zu ihrem Volum und ihrem Füllungsmaterial zu bringen.

Es schien dies bisher eine sehr einfache Aufgabe; allein bei genauerer Betrachtung ergibt sich, dass diese Berechnungen namentlich für Warmluftballons, keine richtigen sein konnten, insoferne nicht die erst in unseren Tagen zur Geltung gekommene Erfahrung mitberücksichtigt wurde, dass die Ausdehnungsarbeit der Gase, denen von aussen keine Wärme zugeführt wird, und die eben nur auf ihre eigene angewiesen sind, nur auf Kosten dieser letzteren geleistet wird; man sieht daher sofort, wie durch Aufnahme dieser Aequivalenz zwischen Wärme und Arbeit Volum, Steigkraft und Steighöhe der Aërostaten wesentlich anders als nach den bisherigen Rechnungen ausfallen müssen, und es ist mir nicht bekannt, dass eine derartige Correction bisher vorgenommen wurde.

Noch wichtiger erschien es aber auf diesem Standpunkte, den Luftballon überhaupt als eine arbeitleistende Maschine zu betrachten und in analoger Weise wie bei den in der Physik behandelten Kreisprocessen, nachzuforschen, woher die in ihn gelegte Arbeitsquantität stamme, wie gross dieselbe sei und in welcher Art sie als gelieferte Arbeit aus dieser merkwürdigen Maschine wieder hervortrete.

Offenbar soll sich ergeben, dem Gesetze der Erhaltung der Arbeit entsprechend, dass zwischen eingenommener Arbeit einerseits und ausgegebener nebst disponibler Arbeit andererseits Gleichheit resultire, und eben dieser Nachweis ist der eigentliche Zweck der nachfolgenden, meines Wissens neuen, Untersuchung.

II.

Das allen bisherigen Aërostaten gemeinsame Princip besteht darin, durch Verdrängung eines ihrem Volum gleichen Luftvolums eine verticale Steigkraft hervorzurufen, deren Grösse in jedem Augenblicke, d. h. in jeder Position in der Atmosphäre gleich ist der Differenz zwischen diesem verdrängten Luftgewicht und dem totalen Ballongewicht, welches durch die Construction selbst schon nothwendig wird, also der „todten“ Last; die Differenz zwischen diesen beiden Gewichten kann dann ganz oder theilweise zur Haltung oder Hebung von Nutzlast verwendet werden.

Die Art der Aufwärtsbewegung hängt dann ganz und gar von dieser aufgeladenen Nutzlast und mittelbar von dem nach unten drückenden Luftwiderstande ab; ist die Nutzlast kleiner als die Steigkraft, so ergibt sich ein Aufwärtsdruck, der sich dann in einer beschleunigten Aufwärtsbewegung manifestirt und zugleich mit dieser entsteht eben der Luftwiderstand, der sich ihr entgegensetzt; wir werden aber stets die Nutzlast nur um ein unendlich Geringes kleiner als die Steigkraft voraussetzen; daher tritt in unserer Untersuchung auch nur eine unendlich langsame, gleichförmige Bewegung und hiemit auch gar kein Luftwiderstand auf, d. h. es kommen in allen folgenden Rechnungen die mechanischen Arbeiten in Form von sogenannter lebendiger Kraft, also als Massengeschwindigkeiten, niemals zum Vorschein.

Ferner wollen wir stets voraussetzen, die Beschleunigung der Schwere und die Temperatur der Atmosphäre sei in allen Positionen des Aërostaten constant und gleich den am Erdboden geltenden Werthen dieser Grössen.

Alle diese Annahmen vereinfachen die Untersuchung und benehmen ihr nichts an theoretischer Allgemeinheit bezüglich

des angestrebten Zieles, und man wird dies nach Betrachtung der durchgeführten Untersuchung leicht entnehmen können.

III.

Zur Verwirklichung des erwähnten Constructionsprincips wäre ein luftleeres Gefäss — Pater Lana's Vorschlag — das vollkommenste Mittel; es sind aber bis jetzt keine genügend leichten Materialien oder Constructionen aus denselben bekannt, die dem Athmosphärendrucke zu widerstehen vermögen; man wählt daher in der Praxis sackartige Behälter, die mit ausdehnsamen Flüssigkeiten, leichter als Luft der herrschenden Temperatur, gefüllt werden; es beruht also die praktische Möglichkeit der Aërostaten auf der Erfahrung, dass ausdehnsame Flüssigkeiten bei verschiedenem specifischen Gewicht dennoch gleiche Drücke auf ihre Scheidewände ausüben können, und diese Eigenschaft der Gase ist ein ähnlicher Fund und a priori nicht vorherzusagen gewesen, wie die Eigenschaft der Körper, die den Achromatismus erst möglich machte, nämlich die: bei gleichem Lichtbrechungsvermögen ein verschiedenes Farbenzerstreuungsvermögen zu besitzen.

In unserer rein theoretischen Betrachtung können wir aber ganz gut zum Zwecke der übersichtlicheren Darlegung unserer ganzen Rechnungsmethode die luftleeren Behälter ebenso, wie die mit Gas oder heisser Luft gefüllten Ballons betrachten.

IV.

Untersuchung der luftleeren Aërostaten.

Bei diesen, so wie bei den Gas- und Warmluftballons nehmen wir immer an, dass die Hülle, resp. das nothwendige Ballongewicht oder die todte Last gleich Null sei, und dass die Nutzlast durch Ballast repräsentirt sei, der durch Auswerfen stets so regulirt wird, dass die Nutzlast der Steigkraft bis auf unendlich wenig nahe komme.

Der Vorgang im Falle luftleerer Aërostaten ist dann folgender:

Ein gewichtloses Gefäss wird z. B. durch Herausziehen eines Stämpels vom Boden desselben bis zu einer bestimmten Entfernung von demselben zu einem vollkommen luftleeren

gemacht und dieser Kolben werde dann in dieser Position, bei welcher das Gefässvolum V ein Vacuum bildet, fixirt, so dass er dem äusseren Luftdrucke zu widerstehen vermag. Durch diesen Process entsteht nun eine Steigkraft S, die von der Dichte der Atmosphäre abhängt; durch Ballastaufgeben wird diese Steigkraft beinahe gänzlich compensirt, das Gefäss steigt langsam in eine höhere und dünnere Luftschichte, hiedurch nimmt die Steigkraft ab; zur Compensation dieser Abnahme wird Ballast ausgeworfen, der Ärostat steigt wieder, und dies geht in dieser Art so fort, bis eine Höhe erreicht ist, bei welcher die Steigkraft gleich Null wird und sämmtlicher Ballast demnach bereits ausgeworfen sein muss, wonach blos die gewichtlosen Gefässwände allein hier noch übrig bleiben.

Berechnung.

Es heisse V das Volum des luftleeren Gefässes,

p_h der atmosphärische Druck in einer Höhe h über dem Erdboden,

d_h das Gewicht der Cubikeinheit der atmosphärischen Luft in der Höhe h,

S_h die Steigkraft des Aërostaten in derselben Position,

A_h die von der Erdoberfläche bis zur Höhe h vom Aërostaten geleistete Arbeit, die nach Obigem hier in Gewichtserhebung besteht.

Dann ist

$S_h = Vd_h$ und da bekanntlich $\frac{p_h}{p_0} = \frac{d_h}{d_0} = e^{-\frac{d_0}{p_0} \cdot h}$, wo $e = 2 \cdot 718..$ und p_0 und d_0 für die Erdoberfläche Luftdruck und Dichte bedeuten, so ist auch

$S_h = Vd_0 e^{-\frac{d_0}{p_0} \cdot h}$ und S wird $= 0$ für $h = \infty$, d. h. für die Grenze der Atmosphäre. Die vom Aërostaten geleistete Elementararbeit ist $dA_h = S_h . dh = Vd_0 e^{-\frac{d_0}{p_0} \cdot h} dh$, also die Totalarbeit $A_{h=\infty} =$

$$= \int_0^\infty Vd_0 e^{-\frac{d_0}{p_0} \cdot h} dh, = p_0 V.$$

Nun besteht die in den Aërostaten hineingelegte Arbeit offenbar in nichts anderem, als in der Überwindung des atmosphäri-

schen Druckes beim Entleeren desselben, also in der Zurückdrängung des Druckes p_0 von 0 bis V, also ist die Entleerungsarbeit $A_e = p_0 V$ genau gleich A_h.

Ein luftleeres Gefäss, durch die freie Atmosphäre mechanisch wirksam gemacht, repräsentirt demnach, ähnlich wie eine Schraubenspindel sammt ihrer Mutter oder ein Kolben in einem Dampfcylinder, eine äusserst einfache Maschine, und zwar genau und an und für sich betrachtet, repräsentirt das luftleere Gefäss den Receptor für Aufnahme eines Arbeitsquantums; diese Arbeit wird vollständig wiedergewonnen, indem das luftleere Gefäss ausser der Darstellung eines Receptors in Combination mit der Atmosphäre auch eine cinematische Combination abgibt, welche geeignet ist, wie andere unserer Zwischenmaschinen, aufgenommene Arbeit in anderer Form wiederzugeben, d. h. das Product aus Druck und Bewegung, das ihr eingeimpft wurde, in andere Factoren so zu zerlegen, dass dieses Product dasselbe bleibt.

V.

Untersuchung der Gasballons.

Vorgang: In einen gasdichten, anfangs ganz zusammengefalteten Sack wird leichtes Gas, z. B. Wasserstoff- oder Leuchtgas eingeleitet; hiedurch bläht sich derselbe auf und man erlaubt ihm wegen der grösseren Spannung im ganz aufgeblähten Zustande in grösserer Höhe, aus Gründen der Sicherheit blos eine partielle Gasausfüllung; dieses Theilvolumen des Ballons heisse V_0; es entsteht eine Steigkraft S, sie wird durch Ballast fast vollständig compensirt, es tritt ein langsames Heben ein, hiermit der Eintritt in dünnere Luft; eine Abnahme der Steigkraft wäre auch hier die unmittelbare Folge, allein das Gas drückt die nachgiebige Hülle zugleich nach auswärts, bis innerer und äusserer Druck gleich geworden sind; durch diese Volumsvergrösserung wird die Steigkraft also wieder vermehrt, und diese Vermehrung und jene Verminderung stehen quantitativ in einer Beziehung, die die Rechnung lehren muss.

Nun aber leistet das Gas durch Herausdrücken der Hülle gegen den Luftdruck eine Arbeit; diese kann es nur auf Kosten

von Wärme bestreiten; würde die Hülle keine Wärmeausgleichung mit der Atmosphäre zulassen, so müsste der Gasballon also durch Aufzehrung von Eigenwärme erkalten; wir wollen nun annehmen, der Gasballon nehme Wärme durch die Hülle hindurch von der äusseren Luft auf und den anderen, also allgemeinsten Fall, bei der Untersuchung der Wärmeluftballons durchführen.

Der somit stets gleich warme Gasballon steigt nun in der angedeuteten Weise immer höher, bis er im Abstande h_1 vom Erdboden endlich ganz aufgeblasen sein wird; hier aber kann er noch nicht stehen bleiben, denn er besitzt eben die dieser Position entsprechende Steigkraft. Der Aërostat erhebt sich daher weiter, sein Volum kann sich nun nicht mehr ändern, die Steigkraft in grösseren Höhen wird also gewiss immer abnehmen, der Verlust wird durch continuirliches Ballastauswerfen compensirt und endlich wird $S = 0$, wo alle Nutzlast bereits ausgeworfen sein muss und nur der gewichtlose, wie unten gleich warme Gassack, vollständig gespannt, in einer Höhe h_2 ruhig stehen bleibt.

Berechnung.

a) der Steigkräfte und der Steighöhen des Gasballons.

Es heisse V_h das Volum des Aërostaten in der Höhe h über der Erde,

D_h das Gewicht der Cubikeinheit Gas in dieser Höhe,

P_h der Druck desselben in derselben Position,

G das Gewicht des Gases,

T dessen absolute Temperatur, auch gleich jener der Atmosphäre,

S_h die Steigkraft des Ballons in der Höhe h,

p_h und d_h die entsprechenden Werthe der Atmosphäre,

h_1 sei die Höhe, in welcher soeben die volle Aufblähung des Ballons stattfindet,

h_2 die ganze Steighöhe.

In jeder Position ist

$$S_h = V_h(d_h - D_h) = V_h D_h \left(\frac{d_h}{D_h} - 1\right) = G\left(\frac{d_h}{D_h} - 1\right).$$

Vermöge der sogenannten Zustandsgleichung der Gase muss ferner sowohl für das Ballongas wie für die atmosphärische Luft respective gelten $PV = RT$ und $pv = rT$, wo R und r zwei constante Grössen und V und v die Volumina der Gewichtseinheit bedeuten; da nun $V = \frac{1}{D}$ und $v = \frac{1}{d}$, so ist immer $\frac{P_h}{D_h}$ wie auch $\frac{p_h}{d_h}$ constant; ausserdem ist wegen der Nachgiebigkeit der Hülle in jeder Position zwischen 0 und h_1 .... $P_h = p_h$, also folgt auch $\frac{D_h}{d_h}$ constant und $= \frac{D_0}{d_0}$, d. h. das Verhältniss der Dichten zwischen Gas und Luft bleibt dasselbe, so lange sich der Ballon überhaupt noch aufblähen kann, und endlich ergibt sich auch, dass die Steigkraft S zwischen 0 und h_1 constant $= G\left(\frac{d_0}{D_0} - 1\right)$ bleibt. (1)

Um diese Höhe h_1 selbst zu bestimmen, ist nur zu berücksichtigen, dass in dieser bestimmten Position nach dem Angeführten $P_1 : P_0 = p_1 : p_0 = d_1 : d_0 = D_1 : D_0 = V_0 : V_1$ ist, wobei die Grösse V_1 eben gegeben sein muss, indem ja bekannt ist, in welcher Beziehung die partielle Füllung zum Totalvolum steht.

Also haben wir $p_1 = p_0 \cdot \frac{V_0}{V_1}$ und da überhaupt $p_1 = p_0 \cdot e^{-\frac{d_0}{p_0} \cdot h_1}$ ist, so folgt

$$\frac{V_0}{V_1} = e^{-\frac{d_0}{p_0} \cdot h_1} \text{ oder } h_1 = \frac{p_0}{d_0} \log\text{nat} \frac{V_1}{V_0}. \qquad (2)$$

Während nun ein weiteres Steigen mit constantem Volum V_1 constantem Innendruck P_1 und constanter Gasdichte D_1 stattfindet, wird endlich eine Steighöhe h_2 erreicht, für welche $S = 0$, also $d_2 = D_2 = D_1$ ist, also $d_2 = D_1 = D_0 \cdot \frac{V_0}{V_1} = d_0 \cdot e^{-\frac{d_0}{p_0} \cdot h_2}$ und hieraus

$$h_2 = \frac{p_0}{d_0} \log\text{nat} \frac{d_0 V_1}{D_0 V_0} \qquad (3)$$

Die zwischen h_1 und h_2 vorhandene Steigkraft S_h ist immer gleich $G\left(\frac{d_h}{D_y}-1\right)$ oder

$$S_h = V_1 [d_h - D_h] = V_1 \left[d_0 e^{-\frac{d_0}{p_0}.h} - \frac{V_0}{V_1}.D_0\right] \qquad (4)$$

also immer mehr und bis auf Null abnehmend.

VI.

b) Berechnung der aufgenommenen und ausgegebenen Arbeiten.

Hiefür muss folgende Betrachtung eingeführt werden:

Das den Ballon aufblähende Gas wird stets auf einem nicht unmittelbar rein mechanischen Wege gewonnen, bei dem nämlich nichts Anderes als Drücke und Bewegungen in ihrer Wechselbeziehung als Arbeit auftreten, sondern es geschieht dies auf chemisch-physikalischem Wege, durch sogenannte Molecularkräfte.

So wird der Wasserstoff aus einer chemischen Verbindung durch eine Überwindung einer chemischen Arbeit, der Affinität, z. B. aus dem Wasser der Schwefelsäure frei; das Leuchtgas wird durch Glühen, respective trockene Destillation der Kohle, wobei ein fester Zustand in einen gasförmigen übergeht, also ebenfalls durch Überwindung innerer Arbeit frei.

Zu dieser Entwicklung der Füllgase ist also jedenfalls bereits ein bestimmter Arbeitsaufwand nöthig; es ist aber durchaus nicht gleichgültig, unter welchen äusseren Umständen diese Gasentbindung vor sich geht, z. B. welcher Druck sich dem entstehenden Gase entgegenstemmt.

Wir trennen also in den nachfolgenden Berechnungen diese beiden Arbeiten und nennen die erste die Gasentwicklungsarbeit und die andere, die sich dadurch geltend macht, dass die sich blähende Ballonhülle den athmosphärischen Druck vor sich her schiebt, die Füllungsarbeit.

Diese erwähnte Abhängigkeit der chemischen Processe von dem Drucke geht mitunter so weit, dass sie sogar theilweise oder ganz unterdrückt werden können. Seit älteren Versuchen (z. B. von Babinet, wie Berthelot anführt) stellte nament-

lich Cailletet (C. R. 1869) es durch Versuche fest, dass sich Wasserstoff im Vacuum bedeutend rascher entwickle, als unter atmosphärischem Drucke, dass sich z. B. Zink in Salzsäure unter einem Drucke von 120 Atmosphären nur im $\frac{1}{100}$ des Betrages wie unter atmosphärischem Druck auflöse; er war im Stande, die galvanische Wasserzersetzung durch hohen Druck fast gänzlich zu unterdrücken und ferner Zink im Überschusse durch volle 12 Tage unter hohem Drucke im Contact mit Schwefelsäure zu belassen, ohne dass letztere durch Auflösung des ersteren gesättigt worden wäre.

Hieraus kann man schliessen, dass beim Füllen eines Gasballons die anfänglich aufzuwendende Arbeit durch den auf denselben wirkenden Luftdruck vergrössert werde; dass ferner eine raschere Gasentbindung, also eine raschere Füllung erzielt werden könnte, wenn man dem Gase zu Hülfe käme, indem man, ähnlich wie mittelst der Exhaustoren in den Gasanstalten, durch ein Gebläse das Gas in den Ballon hineinpresst, und endlich ergibt sich noch das interessante Resultat, dass, im Falle bedeutende Pressungen der atmosphärischen Luft vorhanden wären, das Füllen der Aërostaten ohne künstliche Mittel sehr erschwert oder gar nicht durchzuführen wäre.

Denken wir nun den Aërostaten bis zum Volumen V_0 durch das Gas aufgebläht und dann den Process unterbrochen, so wurde hiernach in ihn ein gewisser Arbeitsbetrag hineingelegt; er diente also als Receptor für die Füllungsarbeit A_f, d. h. der mechanischen Leistung beim Überwinden des Luftwiderstandes; aber ausserdem enthält er mit dem Gase zugleich die demselben innewohnende innere Arbeit, also Wärme und chemische Arbeit, die uns eventuell ebenfalls zu Gebote stünde.

Die letztere ist die bei der Verbrennung des Wasserstoffs oder Leuchtgases zu erhaltende „Verbrennungswärme", die auch der Entbindungsarbeit äquivalent ist; da wir aber durch den Ballon in dieser Weise keine Arbeit entwickeln wollen, indem nur mechanische Kräfte zur Äusserung gelangen sollen, so kommt die innere Gasarbeit nicht weiter in Betracht, und muss im Ganzen stets als für unsere Zwecke überflüssige, unentwickelte Arbeit („Spannkraft") angesehen werden.

VII.

Die Füllungsarbeit A_f ist hier genau wie beim luftleeren Gefässe

$$A_f = p_0 V_0 \tag{5}$$

Die Hebungsarbeit A_H nennen wir die Arbeit zum Heben der Ballastgewichte, die den jeweiligen Steigkräften gleich sind und wir zerlegen A_H in A_1 und A_2, wobei A_1 die Hebungsarbeit von 0 bis h_1 reichend und A_2 jene von h_1 bis h_2 geltend vorstellen soll.

Es ist sodann mit Benützung von (1) und (2)

$$A_1 = \int_0^{h_1} S dh = V_0(d_0 - D_0) \cdot h_1 = V_0\left(1 - \frac{D_0}{d_0}\right) p_0 \log \operatorname{nat} \frac{V_1}{V_0} \tag{6}$$

und zufolge (4) ist ferner

$$A_2 = \int_{h_1}^{h_2} S dh = \int_{h_1}^{h_2} V_1 \left[d_0 e^{-\frac{d_0}{p_0} \cdot h} - \frac{V_0}{V_1} D_0\right] dh = -V_1 \left[p_0 e^{-\frac{d_0}{p_0} \cdot h} - \frac{V_0}{V_1} D_0 \cdot h\right]_{h_2}^{h_1}$$

oder

$$= -V_1 \left[p_0 \left(e^{-\log \operatorname{nat} \frac{d_0 V_1}{D_0 V_0}} - e^{-\log \operatorname{nat} \frac{V_1}{V_0}}\right) + \frac{V_0 D_0 p_0}{V_1 d_0} \log \operatorname{nat} \frac{\frac{d_0 V_1}{D_0 V_0}}{\frac{V_1}{V_0}}\right]$$

und nach gehöriger Reduction wird dann

$$A_2 = p_0 V_0 \left[1 - \frac{D_0}{d_0} + \frac{D_0}{d_0} \log \operatorname{nat} \frac{D_0}{d_0}\right]. \tag{7}$$

Wie schon hervorgehoben wurde, ist das Constanthalten der Steigkraft zwischen 0 und h_1 mit einem weiteren Aufblähen der Hülle, also mit einem ferneren Zurückdrängen des atmosphärischen Druckes verbunden, denn bei constantem Ballonvolumen hätte die Triebkraft zwischen 0 und h_1 ebenfalls abgenommen, wie dies zwischen h_1 und h_2 der Fall ist; diese Ausdehnungsarbeit A_a des Gases geschah auf Kosten von Wärme und nach unserer Annahme von der äusseren Luft durch die Hülle hindurch entzogenen Wärme; demnach ist der Process der Arbeitsaufnahme mit dem Füllen an der Erdoberfläche noch nicht vollendet.

sondern es fand ein ferneres Hineinlegen einer Arbeit statt, die bekanntlich beim Ausdehnen eines vollkommenen Gases von V_0 bis V_1 unter constanter Temperatur gleich ist:

$$A_a = P_0 V_0 \log \text{nat} \frac{V_1}{V_0} \tag{8}$$

und A_a ist also ebenfalls dem Receptor in Rechnung zu stellen.

Offenbar ist A_a schon in A_1 enthalten und wir sehen hier, wie es vermöge der eigenthümlichen Wirkungsweise der Ballonmaschine wieder dadurch zum Vorschein kommt, dass in Folge des Stemmens auf die atmosphärische Luft beim weiteren Aufblähen eine Kraft vertikal aufwärts entwickelt wird.

Wenn der Ballon in h_2 ankömmt und stehen bleibt, so hat er gar keinen Ballast mehr bei sich und ausser der gewichtlosen Hülle besitzt er nur noch das ganze mitgenommene Gasgewicht; dieses wurde auf eine Höhe h_2 gehoben und demnach dürfen wir nicht vergessen, auch diese Arbeit der Gashebung A_g in Rechnung zu ziehen; mit Benützung der Ausdrücke für G und h_2 in (3) ist dann

$$A_g = G . h_2 = V_0 D_0 . \frac{p_0}{d_0} \log \text{nat} \frac{d_0 V_1}{D_0 V_0} \tag{9}$$

VIII.

Nun wäre die Betrachtung aller aufgenommenen und abgegebenen Arbeiten erschöpft, die vom Beginn des Füllens bis zum Moment des Stillstehens überhaupt sich äussern konnten.

Nunmehr fassen wir den oberen Ruhezustand des Aërostaten in der Höhe h_2 näher ins Auge; das Füllgas besitzt zufolge der wärmedurchlassenden Ballonhülle genau dieselbe Temperatur T, wie bei der Füllung am Erdboden (und wie die Atmosphäre), ein grösseres Volum und also geringere Spannkraft und Dichte. Wir nehmen aber, zufolge Anwendung der obigen Zustandsgleichung vollkommener Gase, an, dass eine blosse Verdünnung, also ein grösserer Abstand der Gasmolecüle, gar keine Änderung der inneren Arbeit repräsentire, also befindet sich das Gas in dieser Beziehung genau im ursprünglichen Zustande. Es hat demnach blos die Rolle eines Zwischenkörpers gespielt, der eben

nur die Aufgabe hatte, Arbeit aufzunehmen und sie dann wieder abzugeben.

Wenn wir daher dieses Gas nach Erfüllung dieser Aufgabe in der Position h_2 wieder aus dem Ballon entfernen, bis derselbe so schlaff zusammenfällt wie vor der Füllung, also einen blossen Sack bildet, so ist der Process als abgeschlossen anzusehen.

Das Entfernen des Gases mag nun wie immer geschehen, sei es durch Aufsteigen in einen Gasometer, sei es durch Verbrennung, also durch chemische Attraction u. s. w., in jedem dieser Fälle wird der Ballon zu einem Vacuum umgebildet, dessen Hülle wir während des Entleerungsprocesses in ihrer Ausdehnung V_1 fixirt denken wollen. Ist die Entleerung vollendet und wir lassen dann die Hülle los, d. h. eventuellen Drücken nachgeben, so muss sich offenbar sofort der in h_2 herrschende Luftdruck p_2 geltend machen und den Ballon zu einem Sack zusammenstürzen machen, d. h. es tritt eine weitere mechanische Arbeit, eine Klapparbeit A_k auf. Diese Zusammenklappungsarbeit könnten wir beliebig verwerthen, z. B. auch dazu, die Entleerung zu beschleunigen, also das Gas in seiner chemischen Anziehung zu anderen Stoffen zu unterstützen u. dgl.

A_k repräsentirt demnach eine weitere, früher nicht entwickelte, aber disponible Arbeit, die wir nunmehr berechnen müssen:

Da bei A_k genau dieselbe Betrachtung gilt wie bei der Füllungsarbeit, so haben wir entsprechend

$$A_k = p_2 V_1,$$

wo

$$p_2 = p_0 . e^{-\frac{d_0}{p_0} . h_2},$$

zufolge (3) auch

$$= p_0 \frac{V_0 D_0}{V_1 d_0},$$

oder

$$A_k = V_0 D_0 . \frac{p_0}{d_0}. \tag{10}$$

IX.

Wir haben also folgende Zusammenstellung:
Aufgenommene Arbeit: $A_f + A_a$.
Ausgegebene Arbeit: $A_H + A_g = A_1 + A_2 + A_g$.
Disponible Arbeit: A_k.
Und zwar ist:

$$A_f = V_0 p_0,$$

$$A_a \doteq V_0 p_0 \log \text{nat} \frac{V_1}{V_0},$$

$$A_H = A_1 + A_2 = V_0 \left(1 - \frac{D_0}{d_0}\right) p_0 \log \text{nat} \frac{V_1}{V_0} +$$

$$+ V_0 p_0 \left[1 - \frac{D_0}{d_0} + \frac{D_0}{d_0} \log \text{nat} \frac{D_0}{d_0}\right],$$

$$A_g = V_0 p_0 \frac{D_0}{d_0} \log \text{nat} \left(\frac{d_0}{D_0} \cdot \frac{V_1}{V_0}\right),$$

$$A_k = V_0 \frac{D_0}{d_0} \cdot p_0 \,.$$

Nun soll gelten:

$$A_f + A_a = A_1 + A_2 + A_g + A_k$$

und in der That ist dies der Fall, also die Äquivalenz erfüllt.

Alles zusammengefasst, repräsentirt also auch der Gasballon einen Receptor für Aufnahme von Arbeit, ähnlich einem Dampfkessel, der durch eine gewisse Zeit hindurch geheizt wurde; und zugleich bildet dieser Receptor in Verbindung mit der atmosphärischen Luft eine Maschine, die die aufgenom mene Arbeit verwerthet, genau wie ein sich in einem mächtigen h_2 hohen Cylinder fortbewegender Kolben. Dieser Kolben schiebt sich in diesem Cylinder von 0 bis h_1, (d. i. während der Ballon expandirt) mit constantem Druck vor, und von h_1 bis h_2 (d. i. während das Ballonvolum constant bleibt) mit abnehmendem Druck, also unter Expansion.

X.

Betrachtung des Warmluftballons oder der eigentlichen Montgolfière.

Vorgang: Ein Ballon enthalte ein gewisses Luftquantum von der eben herrschenden Lufttemperatur T; diese Kernluft wird erwärmt, bis die absolute Temperatur von T auf T_0 und zugleich das Ballonvolum von V auf V_0 steigt, dabei bleibt wegen der Nachgiebigkeit der Hülle stets der innere Druck P und P_0 vor und nach der Erhitzung dem äusseren am Erdboden geltenden atmosphärischen Druck p_0 gleich. Durch die Luftverdünnung entsteht eine Steigkraft S_0, es wird Ballast beinahe gleich S_0 aufgeladen, der Ball hebt sich, gelangt in eine dünnere Luftschichte, und in Folge dessen sucht die Hülle sich auszudehnen, was wegen blos partieller Aufblähung des Aërostaten ebensogut wie beim Gasballon möglich wäre; durch die weitere Ausdehnung des Volums gewinnt der erstere an Steigkraft, durch die verminderte Dichte der Atmosphäre verliert er welche, und was die quantitative Beziehung betrifft, so ergab sich bei der Rechnung für den Gasballon ein vollständiges Äquilibriren dieser beiden Grössen, so dass die Steigkraft constant blieb; hiebei wurde oben angenommen, dass die für die Ausdehnung nöthige Wärme vom Gase aus der Atmosphäre durch die Hülle hindurch angesaugt werde.

Beim Warmluftballon wollen wir diese Voraussetzung fallen lassen; daher kühlt sich die heisse Kernluft ab, das Volum muss also auch kleiner als im anderen Falle sein, und es folgt, dass, während im Gasballon die Steigkraft constant erhalten werden konnte, beim Warmluftballon eine permanente Abnahme der Steigkraft schon vom ersten Momente des Steigens an stattfinde; er verhält sich genau so, als ob er in jeder höheren Luftschichte mit einem specifisch schweren Gase gefüllt worden wäre.

Die genaue Grösse dieser Steigkräfte, so wie der Volumina in verschiedenen Höhen muss wieder nur die Rechnung lehren.

Während die Steigkraft immer abnimmt und diese Abnahme durch Ballastauswerfen compensirt wird, erreicht endlich der

Aërostat eine Höhe h_1, bei welcher er ganz aufgebläht sein wird, wenn überhaupt die Rechnung eine permanente Aufblähung ergeben sollte; in dieser Position gelten die Werthe T_1, V_1, P_1, D_1 für absolute Temperatur, Volum, Innendruck und Dichte der Kernluft, und sie müssen genau wie beim Gasballon, beim eventuellen weiteren Steigen, also für $T_1 > T$ constant bleiben, da eine Abkühlung durch Abgabe von Wärme an die Atmosphäre im ganzen Verlaufe ausgeschlossen gedacht wird.

XI.

Berechnung der Steigkräfte und Steighöhen beim Warmluftballon.

Es sei G das Gewicht der Kernluft,
T seine und die allgemeine herrschende absolute Temperatur,
V_h ihr Volum
D_h ihre Dichte
P_h ihre Spannung
S_h die Steigkraft
} in der Höhe h

und dieselben kleinen Buchstaben mögen die Werthe derselben Grössen für die atmosphärische Luft bedeuten.

Das Gewicht $G = \frac{PV}{RT}$ bleibt natürlich stets dasselbe.

Ferner ist wegen

$$P_0 = P \dots V_0 = V . \frac{T_0}{T}$$

und

$$D_0 = D . \frac{T}{T_0}$$

und die Steigkraft am Erdboden:

$$S_0 = V_0(d_0 - D_0) = V \frac{T_0}{T} . d_0 \left(1 - \frac{D_0}{d_0}\right) = G \frac{T_0}{T} \left(1 - \frac{T}{T_0}\right) = \frac{G}{T}(T_0 - T). \qquad (11)$$

Zwischen h_0 und h_1 treten wegen innerer Abkühlung die Poisson'schen Ausdrücke in Kraft, nämlich für $k = \frac{c_p}{c_v}$, wo c_p die specifische Wärme für constanten Druck, c_v die specifische

Wärme für constantes Volumen bedeuten und der Index x hier eine Zwischenposition zwischen 0 und h_1 anzeigen soll:

$$\frac{T_x}{T_0} = \left(\frac{P_x}{P_0}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{V_0}{V_x}\right)^{k-1}$$

und

$$\left(\frac{P_0}{P_x}\right)^{\frac{1}{k}} = \frac{V_x}{V_0}.$$

Bei unserer speciellen Betrachtung ist nun, im Gegensatz zu beinahe allen sonstigen Anwendungen der obigen Gleichungen, nicht Druck oder Volum, sondern die Temperatur als die stets gegebene Grösse anzusehen und die beiden andern sind dann von dieser in Abhängigkeit zu zeigen; wir stellen daher die Poisson'schen Formeln für unseren Gebrauch so um:

$$\frac{P_x}{P_0} = \left(\frac{T_x}{T_0}\right)^{\frac{k}{k-1}} \tag{12}$$

und

$$\frac{V_x}{V_0} = \left(\frac{T_0}{T_x}\right)^{\frac{1}{k-1}} = \frac{D_0}{D_x}. \tag{13}$$

Wir wissen bereits, dass wegen der Nachgiebigkeit der Hülle $P_x = p_x$ bleibt, daher

$$p_x = p_0\left(\frac{T_x}{T_0}\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

und da allgemein

$$p_x = p_0 e^{-\frac{d_0}{p_0}\cdot h_x} = p_0 e^{-\frac{hx}{RT}},$$

auch

$$\left(\frac{T_x}{T_0}\right)^{\frac{k}{k-1}} = e^{-\frac{hx}{RT}}$$

und hieraus folgt

$$h_x = \frac{k}{k_{-1}} RT \log \text{nat} \frac{T_0}{T_x}. \tag{14}$$

Die in der Höhe h_x herrschende Luftdichte d_x ist

$$d_0 \cdot \frac{p_x}{p_0} = d_0\left(\frac{T_x}{T_0}\right)^{\frac{k}{k-1}} = D\left(\frac{T_x}{T_0}\right)^{\frac{k}{k-1}}. \tag{15}$$

Soll nun die volle Aufblähung bei einer Innentemperatur $T_1 > T$ eintreten, die eben gegeben werden muss, so ist die zugehörige Höhe

$$h_1 = \frac{k}{k_{-1}} RT \log \text{nat} \frac{T_0}{T_1}. \tag{16}$$

Die Steigkraft S_x zwischen 0 und h_1 ist

$$= V_x(d_x - D_x),$$

also mit Benützung der Gleichungen (11), (15), (13)

$$S_x = V_0 \left(\frac{T_0}{T_x}\right)^{\frac{1}{k-1}} \left[D \left(\frac{T_x}{T_0}\right)^{\frac{k}{k-1}} - D_0 \left(\frac{T_x}{T_0}\right)^{\frac{1}{k-1}} \right]$$

und nach gehöriger Reduction

$$S_x = \frac{G}{T}(T_x - T). \tag{17}$$

Nun kommt der Weg zwischen h_1 und h_2 bei stets gespanntem Ballon in Betracht. P_1, V_1, D_1, T_1 sind hier gültig von h_1 bis h_2 und bei der vollen Steighöhe h_2 muss eben die Bedingung erfüllt sein:

$$d_2 = D_2 = D_1,$$

also

$$d_2 = D_0 \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{1}{k-1}} = d_0 \frac{T}{T_0} \cdot \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{1}{k-1}}. \tag{18}$$

Andererseits muss aber

$$d_2 = d_0 \, e^{-\frac{h_2}{RT}}$$

sein, also

$$\frac{d_2}{d_0} = e^{-\frac{h_2}{RT}} = \frac{T}{T_0} \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{1}{k-1}}$$

und hieraus

$$h_2 = RT \log \text{nat} \left[\frac{T_0}{T} \left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{\frac{1}{k-1}} \right]. \tag{19}$$

In dieser Höhe herrscht der atmosphärische Druck

$$p_2 = p_0 \cdot e^{-\frac{h_2}{RT}} = p_0 \cdot \frac{T}{T_0} \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{1}{k-1}}. \tag{20}$$

Die Steigkraft S_y zwischen h_1 und h_2 ist:

$$S_y = V_y(d_y - D_y) = V_1(d_y - D_1) = V_0 \cdot \left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{\frac{1}{k-1}} \left[d_0 e^{-\frac{h_y}{RT}} - D_0 \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{1}{k-1}}\right] = V \frac{T_0}{T} \left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{\frac{1}{k-1}} D \left[e^{-\frac{h_y}{RT}} - \frac{T}{T_0} \cdot \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{1}{k-1}}\right]$$

und endlich

$$S_y = \frac{G}{T}\left[T_0 \left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{\frac{1}{k-1}} . e^{-\frac{h_y}{RT}} - T\right]. \qquad (21)$$

Die Figurentafel zeigt diese gefundenen Werthe übersichtlich verzeichnet.

XII.

Berechnung der Arbeiten.

Beim Warmluftballon haben wir, da statt chemischer Processe, Erwärmungen das arbeitliefernde Agens abgeben, zweierlei Transformationen von Arbeit zu betrachten; nämlich zuerst wollen wir hervorheben, wie sich die von der Ballonmaschine aufgenommene Arbeit in Form von Wärme ausdrückt und dann als äussere mechanische Arbeit erscheint; diese erste Verwandlung ist nur eine bekannte Sache der mechanischen Wärmetheorie und hat nichts mit dieser speciellen Ballonmaschine zu thun; die zweite, uns hier eigentlich interessirende Verwandlung ist dann jene, wo die aufgenommene mechanische Arbeit vermöge der cinematischen Wirksamkeit des Ballons in anderer, jedoch wieder mechanischer Form als ausgegebene Arbeit erscheint.

Heisse nun die zur Erhitzung der Ballonluft aufgewendete Wärmemenge Q; jene in der obersten Ruheposition h_2 restliche Wärmemenge der Kernluft von der Temperatur $T_2 = T_1$ nennen wir Q_r, so ist die während

des Steigens factisch consumirte Wärmemenge $\Delta_w = Q - Q_r$ und hiebei ist

$$Q = c_p G(T_0 - T)$$
$$Q_r = c_r G(T_1 - T),$$

also wegen $c_p = kc_v$

$$\Delta_w = c_v G[kT_0 - T_1 - (k-1)T].$$

Diese Wärmemenge wurde verbraucht, um beim Erhitzen den atmosphärischen Druck zurückzudrängen und sodann, um zwischen der Erdoberfläche und h_1 beim weiteren Aufblähen dasselbe Hinderniss zu überwältigen; die erstere Wärmearbeit heisse Q_f, die zweite Q_a, so ist die von der Maschine recipirte Arbeit in Wärmeeinheiten ausgedrückt:

$$\Delta_w = Q_f + Q_a$$

und in mechanischen Einheiten für $A = \frac{1}{424}$,

$$\Delta_m = (Q_f + Q_a)\frac{1}{A} = \frac{\Delta_w}{A}.$$

Andererseits ist die Arbeit zum Zurückdrängen der Luft genau wie beim Gasballon, wenn A_f die Füllungsarbeit und A_a die Ausdehnungsarbeit zwischen 0 und h_1 bedeutet

$$A_f = P_0(V_0 - V) = P_0 V\left(\frac{V_0}{V} - 1\right) = GR(T_0 - T). \tag{22}$$

Ferner bekanntlich für die Grenztemperaturen T_0 und T_1 die Arbeit

$$A_a = \frac{c_v}{A} G(T_0 - T_1), \tag{23}$$

daher

$$A_f + A_a = GR(T_0 - T) + c_v \frac{G}{A}(T_0 - T_1) =$$

$$= Gc_v\left(\frac{k-1}{A}\right)(T_0 - T) + \frac{Gc_v}{A}(T_0 - T_1) =$$

$$= Gc_v[kT_0 - T_1 - (k-1)T]\frac{1}{A},$$

also wie es sein muss

$$\Delta_m = \frac{\Delta_w}{A} = A_f + A_a.$$

Jetzt beginnen wir erst die rein mechanische Untersuchung, indem nachgewiesen werden muss, dass das Product aus Drücken und Bewegungsräumen, welche aufgenommen wurden, unter Constanz desselben in andere Factoren zerlegt wird; dass also bei dieser speciellen Maschine — wie bei allen anderen nicht chemisch-physikalischen, sondern rein mechanischen Maschinen — die charakterisirende Fähigkeit gefunden wird, im Falle bewirkter Veränderungen der aufgenommenen Drucke und Bewegungen, als eine Art von dynamischem Recheninstrument zu wirken und beim gegenseitigen Spiele ihrer Bestandtheile, Drücke und Bewegungen gegenseitig so zu verschlucken und ineinander umzusetzen, dass das sogenannte Arbeitsproduct dasselbe bleibt, während bei chemisch-physikalischen Maschinen nicht blos Drucke und Bewegungen, sondern die anderen Erscheinungsformen von Arbeit zu Tage treten und demselben Gesetze unterworfen sind.

XII.

Wir fanden die totale aufgenommene Arbeit gleich $A_f + A_a$ und werden hier, sowie weiterhin, weil stets Temperaturen als die gegebenen Grössen angesehen werden sollen, überall wo möglich diese in die Ausdrücke hineinbringen.

Es ist hiernach

$$A_f = GR(T_0 - T) \tag{22}$$

und da bekanntlich $AR = c_v(k-1)$ ist, aus

$$A_a = G\frac{R}{k-1}(T_0 - T_1). \tag{23}$$

Die Ausdrücke (22) und (23) repräsentiren die Füllungs-Arbeit und die Ausdehnungsarbeit. Nun berechnen wir die Hebungsarbeit und theilen sie, die wir A_H nennen wollen, ebenso wie beim Gasballon in zwei Theile A_1 und A_2, die sich auf die Hebung der Ballastgewichte von 0 bis h_1 und dann von h_1 bis h_2 beziehen.

Mit Benützung der Gleichungen (14), (17) findet sich

$$A_1 = \int_0^{h_1} S_x dh_x = \int_0^{h_1} \frac{G}{T}(T_x - T) dh_x,$$

und da

$$dh_x = -\frac{k}{k-1} RT \cdot \frac{dT_x}{T_x}, \quad A_1 = -\frac{k}{k-1} RT \frac{G}{T} \int_{T_0}^{T_1} (T_x - T) \frac{dT_x}{T_x} = -\frac{kRG}{k-1} \left[T_x - T \log \operatorname{nat} T_x\right]_{T_0}^{T_1}$$

oder

$$A_1 = \frac{kRG}{k-1} \left[T_0 - T_1 - T \log \operatorname{nat} \frac{T_0}{T_1}\right], \tag{24}$$

sodann ist

$$A_2 = \int_{h_1}^{h_2} S_y dh_y = \int_{h_1}^{h_2} \frac{G}{T}\left[T_0 \left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{\frac{1}{k-1}} . e^{-\frac{h_y}{RT}} - T\right] dh_y = \frac{G}{T} T_0 \left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{\frac{1}{k-1}} (-RT) \left. e^{-\frac{h_y}{RT}} \right]_{h_1}^{h_2} - G(h_2 - h_1)$$

und wegen (19)

$$A_2 = -GRT_0 \left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{\frac{1}{k-1}} \left[\frac{T}{T_0}\left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{1}{k-1}} - \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{k}{k-1}}\right] + GRT\left[\log \operatorname{nat} \frac{T}{T_0}\left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{1}{k-1}} + \frac{k}{k-1} \log \operatorname{nat} \frac{T_0}{T_1}\right]$$

und nach gehöriger Reduction wird

$$A_2 = GR\left[T_1 - T + T \log \operatorname{nat} \frac{T}{T_1}\right]. \tag{25}$$

Nach Analogie des Gasballons werden wir sofort daran denken, unter die ausgegebenen, respective gelieferten Arbeiten, die Hebung der Kernluft auf die Höhe h_2 in Rechnung zu stellen.

Nun war das beim Gasballon keinem Zweifel unterworfen; man sieht dort ein, dass ein neuer Körper: das Gas entstanden war, und zwar auf der Erdoberfläche, und dass dieses Gewicht sodann von der Erde entfernt, nämlich auf h_2 gehoben wurde; beim Warmluftballon aber könnten Zweifel entstehen, ob diese bereits in der Atmosphäre früher vorhandene Kernluft eine Arbeit aufzehre, wenn sie gehoben werde, da ja stets eine andere Portion atmosphärischer Luft von oben herabsinkt und an ihre Stelle tritt; es scheint daher eine eingehendere Discussion nöthig:

Wir sagten oben, dass die beste Methode, um Steigkraft zu erzielen, gewiss die Anwendung des luftleeren Gefässes wäre; wegen practischer Unausführbarkeit muss man aber die Gas- und Warmluftballons anwenden; genau genommen ist auch ein Luftballon ein Vacuum, nur kein totales, sondern ein partielles, d. h. man erreicht ein luftleeres Volum, welches nicht wie beim luftleeren Gefässe, dessen vollem Inhalt gleich ist, sondern nur einen Theil des Ballonvollums repräsentirt; man könnte sagen, in Beziehung auf Raumersparniss hat das luftleere Gefäss den Nutzeffect 1, der Ballon jedoch einen kleineren Nutzeffect als die Einheit. In der That fanden wir beim Ballon die Steigkraft $S = V(d-D)$, beim luftleeren Gefäss $S = Vd$, demnach stellt der Ballon ein Vacuum L vor, das sich in seiner Grösse aus der Gleichung $Ld = V(d-D)$ ergibt, also ist $L = V\left(1 - \frac{D}{d}\right) < V$, also ist auch der Raum $V.\frac{D}{d}$ eigentlich nur ein „todter" Raum in Beziehung auf Erzielung der Steigkraft und das Gas oder die Luft des Ballons ein relativ ungeschicktes Mittel zur Erreichung unseres Zweckes; würden sie nun keine Schwere, kein Gewicht haben, also etwa wie ein sogenanntes Imponderabil wirken, respective den Ballon ausspannen, so hätte die Raumverschwendung gar keinen Einfluss; da aber Luft wie Gas schwer sind, so belasten sie zugleich den Ballon und man kann sich ganz gut

denken, dass, nachdem sie einmal ihre Function des Aufblähens vollbracht haben, ihr Volum beliebig verkleinert oder vergrössert worden sei; man könnte also den Ballon ersetzt denken durch ein luftleeres Gefäss vom Volumen $V\left(1-\frac{D}{d}\right)$ und daran hängend die Kernluft oder das Gas, z. B. zusammengepresst bis zur Dichte eines Metalls; dann sieht man sofort ein, dass alle obigen Rechnungen so durchgeführt werden könnten, als ob man nur ein Vacuum und keinen Ballon zu behandeln hätte und dass die Kernluft als ein zu hebender Ballast zu betrachten sei, so gut wie jede andere Last, die mit Schaffung eines Auftriebes nichts mehr zu schaffen hat. Aus allen diesem folgt, dass wir die Hebungsarbeit der Kernluft A_l ebenfalls in die Rechnung aufnehmen müssen und es ist

$$A_l = Gh_2 = GRT \log \text{nat} \frac{T_0}{T}\left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{\frac{1}{k-1}}. \tag{26}$$

Eine weitere Analogie mit dem Gasballon ist die Berücksichtigung der in der Position h_2 etwa disponiblen Zusammenklappungsarbeit A_k, d. h. jener Arbeit, die entsteht, wenn oben eine Entleerung der Ballonhülle stattfindet.

Hier besteht die Entleerung, da die Kernluft oben ebenso wie unten im Aërostaten bleiben soll, in der Entziehung der Restwärme Q_2, wonach genau dieselben Betrachtungen wie beim Gasballon platzgreifen. Berechnen wir A_k:

Denken wir Q_r auf irgend eine Art, z. B. Ausstrahlung an die Atmosphäre, entzogen, so hat das Luftgewicht G die anfängliche Temperatur T, und da die geringere Dichte bei einem — für unsere Betrachtung vorausgesetzten — vollkommenen Gase an innerer Arbeit nichts ändert, so ist der ursprüngliche Zustand der Luft wieder hergestellt. Während der Wärmeentleerung sei die Hülle in ihrem Volum V_1 festgehalten gedacht; am Ende des Processes werde sie wieder freigelassen, und was nun mit ihr geschieht, hängt von der Beziehung zwischen äusserem und innerem Druck, also zwischen p_2 und P_3 ab; dieser Druck P_3 muss nun berechnet werden:

Es war

$$P_2 = P_1 = P_0 \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{k}{k-1}};$$

bei festgehaltener Hülle, also constantem Volumen, muss dann

$$P_3 : P_2 = T : T_1$$

sein, also ist

$$P_3 = P_2 \cdot \frac{T}{T_1} = P_0 \cdot \frac{T}{T_1} \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{k}{k-1}}.$$

Andererseits war oben in Gleichung (20)

$$p_2 = P_0 \cdot \frac{T}{T_0} \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{1}{k-1}},$$

daher

$$p_2 : P_3 = \frac{T}{T_0}\left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{1}{k-1}} : \frac{T}{T_1}\left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{k}{k-1}} = \frac{T_1}{T_0}\left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{1}{k-1}} : \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{k}{k-1}} =$$

$$= \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{k}{k-1}} : \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{k}{k-1}},$$

d. h.

$$p_2 = P_3.$$

Also folgt, dass nach Erreichung der ursprünglichen Temperatur der innere Druck dem oberen Atmosphärendruck gleich wird, daher bleibt die Hülle, obwohl freigelassen, in ihrer ursprünglichen Position, das Volumen V_1 bildend; ein Zusammenklappen findet **nicht** statt, und es ist, im Gegensatz zum Gasballon, $A_k = 0$.

XIII.

Wir haben jetzt folgende Zusammenstellung:

Aufgenommene Arbeiten:

$$A_f = GR(T_0 - T) \tag{22}$$

$$A_a = G\frac{R}{K-1}(T_0 - T_1. \tag{23}$$

Gelieferte Arbeiten:

$$A_H = A_1 + A_2 = \frac{kR}{k-1} \cdot G\left[T_0 - T_1 - T \log \text{nat} \frac{T_0}{T_1}\right] + \tag{24, 25}$$

$$+ GR\left[T_1 - T + T \log \text{nat} \frac{T}{T_1}\right].$$

$$A_l = GRT \log \text{nat} \frac{T_0}{T}\left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{\frac{1}{k-1}}. \tag{26}$$

und es soll gelten:

$$A_f + A_a = A_1 + A_2 + A_l$$

was in der That der Fall ist.

Hiernach arbeitet der Warmluftballon in der Art als Maschine, dass er zuerst als Receptor für Aufnahme von Wärmearbeit dient und dann, in Verbindung mit der freien Atmosphäre, wie ein Kolben in einem Cylinder aufsteigend, die aufgenommene Arbeit wieder abgibt; dabei findet aber **während des ganzen Kolbenweges Expansion**, d. h. abnehmender Druck statt.

XIV.

Wir sahen bei Berechnung der von Ballonmaschinen geleisteten Arbeit, dass im Allgemeinen stets ein gewisser Betrag der hineingelegten Arbeit in der obersten Endposition ungenützt verharrt, also nur für andere Arten von Vorgängen, als das Emporsteigen des Aërostaten verwerthbar wird, ähnlich wie bei Dampfmaschinen ohne Condensation die latente Dampfwärme nicht mehr für eine und dieselbe Maschine benützbar ist.

Offenbar wird dann die grösste Öconomie herrschen, der grösste Nutzeffect der Ballonmaschine vorhanden sein, wenn diese Restarbeit den möglichst geringsten Theil der nothwendigen Totalarbeit, die in den Aërostaten gelegt wurde, ausmacht; da nun diese Restarbeit in Wärmeeinheiten beträgt:

Bei Ballons mit Wasserstoff . .	$Q_r = 34400$ W. E.	pr. 1 kg.
„ „ „ Leuchtgas	10400 W. E.	Füllungs-
„ Warmluftballons	$c_v(T_1 - T)$ W. E.	material

und, wenn Q_r nicht nach dem Gewichte des Füllungsmaterials,

sondern nach der unten erzielten Steigkraft berechnet wird, sich ergibt:

Für Wasserstoff gegen . . . 2580 } W, E.
„ Leuchtgas gegen . . . 7500 } pr. 1 Kg. Steigkraft,
„ warme Luft . . $c_v \frac{T(T_1 - T)}{(T_0 - T)}$ }

so ist der Warmluftballon ersichtlich der am meisten öconomische, insoferne Q_r von unserer Wahl der Temperatur T_1 abhängig ist, bei den Gasballons aber unabänderlich vorgeschrieben erscheint.

Welche Quantitäten überhaupt hier auftreten, zeigen einige Beispiele:

Gegeben ein Wasserstoffgasballon in ungefährer Grösse von jenem, den Dupuy de Lôme im Jahre 1870 beschrieb, nämlich ein Volum von 3500 Cm. enthaltend; es ist dies keiner von den grössten, denn der Londoner Captivballon Henry Giffard's soll 10000 Cm. enthalten haben.

Nehmen wir an, das Gas werde beinahe chemisch rein angewendet, so hat es bei gewöhnlicher Temperatur und normalem Druck ein Gewicht von 90 Gramm, pr. 1 Cm. Gas (während es in der Praxis gegen 170 Gr. schwer ist).

Hieraus folgt:

Unten aufgeblähtes Volum V_0 sei gleich 3500 Cm.,
Steigkraft S_0 ist dann 4200 Kg.

Chemische innere Arbeit des Gases (Verbrennungswärme) berechnet sich zu

$$Q_r = 34400 \,.\, 3500 \,.\, \frac{90}{1000} = \text{nahe 11 Millionen Wärmeeinheiten}$$

und in Meterkilogrammen ausgedrückt:

$$\frac{Q_r}{A} = Q_r \,.\, 424 = 4664 \text{ Millionen Meter-Kilogramm.}$$

Ferner ist die Füllungsarbeit

$$A_f = P_0 V_0 = 10330 \,.\, 3500 = 36 \text{ Millionen M. K.}$$

Demnach ist die unbenützte Arbeit

$$= \frac{4664}{4664 + 36} = 0 \cdot 99234$$

der totalen, also der Nutzeffect

$$\eta = 0 \cdot 00766.$$

Es sei noch zur Gewinnung anschaulicher Grössen hinzugefügt, dass, wenn die Füllungszeit, je nach der Anzahl der Gasentbindungstonnen, z. B. wie es im Mittel der Fall ist, 3 Stunden dauert, diese chemische Maschine eine Anzahl von

$$\frac{4700 \text{ Millionen}}{3.60.60.75} = 5800 \text{ Pferdekräften repräsentirt.}$$

und die zur blos mechanischen Arbeit A_f nöthige Zahl von Pferdekräften $44^1/_2$ beträgt.

Zur Vergleichung mit Gasballons betrachten wir jetzt einen Warmluftballon, und zwar jenen, welchen Montgolfier im Jahre 1873 in Versailles steigen liess. Dieser Aërostat wurde binnen 10 Minuten durch Verbrennung von 40 Kg. Stroh aufgeblasen; sein ungefähres Volum soll 1200 Cm. betragen haben.

Zur Berechnung der hineingelegten totalen Wärmearbeit bemerken wir, dass 1 Kg. Stroh, unter demselben Dampfkessel wie Steinkohle verbrennend, nach den neuesten Heizungsversuchen bei Locomobilen (siehe Ausstellungsbericht über Dampfkessel von J. Radinger vom Jahre 1874) nur $\frac{1}{3 \cdot 5}$ so viel Wasser verdampft, als diese; nun entwickelt mittlere Steinkohle unter diesen Umständen gegen 4200 Wärmeeinheiten, die in den Kessel eindringen, während der Rest der totalen Verbrennungswärme ungenützt bleibt (obwohl Montgolfier das Stroh frei unter der Mündung des Ballons verbrennen liess, so kann doch der Nutzeffect dieser Heizungsmethode ganz gut jenem der Kohle auf dem Rost gleichgesetzt werden, denn die Entflammbarkeit des Strohes ist ohne jeden künstlichen Luftzug eine sehr gute; die heissen Verbrennungsgase steigen alle vertical nach oben in den Ballon und die Verluste durch strahlende Wärme sind wegen der fast blossen Flammenbildung und Nichtvorhandensein dichter und fester glühender Massen ganz unbedeutend).

Demnach entwickelte Montgolfier durch Verbrennung des Strohes

$$40 . \frac{4200}{3^1/_2} = 48000 \text{ W. E., d. i. 20 Millionen M.K.}$$

und da die Erhitzung in 10 Minuten vollendet war, so repräsentirt dieser Aërostat eine Maschine von ungefähr 400 Pferdekräften.

(Wir sehen von dem Eindringen der schweren Kohlensäure, also der Verringerung der Arbeitsfähigkeit aus dieser Ursache ab).

Wenn nun dieser Warmluftballon in der Art aufstiege, dass er nichts an die Luft an Wärme verliert, so brauchten wir blos die Hülle gross genug, also hinreichend aufblähungsfähig zu machen, um durch fortwährendes Steigen endlich die Endtemperatur T_1 nach Belieben sogar bis T herabzubringen, dann wird $Q_r = 0$ und die ganze hineingelegte Arbeit wird ausgenützt.

Wir erkennen hiernach in einem Warmluftballon eine vollkommene thermodynamische Maschine, und da ihre Construction die denkbar einfachste ist, das Gewicht und die Kosten gering sind, so ist eine allgemeine Untersuchung über die Möglichkeit practischer Verwendung derselben als Motoren von grosser Wichtigkeit; diese kurze theoretische Untersuchung wollen wir nun vornehmen, ohne in technische Details einzugehen.

XV.

Schon Montgolfier selbst war der Meinung, man werde Ballons zum Heben von Gewichten verwenden können, und Guyton-Morveau übergab sogar bereits im Jahre 1873 der Akademie von Dijon ein ausgearbeitetes Project, nach welchem ein Warmluftballon zur Hebung von Grubenwässern dienen sollte.

Suchen wir zuerst die allgemeinen Formeln für die Leistungen der Warmluftballons als Maschine und beurtheilen dann hiernach Guyton-Morveau's Project.

Wir fanden oben in den Gleichungen (11) und den folgenden die Ausdrücke:

$$V_0 = V \cdot \frac{T_0}{T}; \quad V_1 = V \cdot \frac{T_0}{T}\left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{\frac{1}{k-1}}; \quad h_1 = \frac{k}{k-1} RT \log \text{nat} \frac{T_0}{T_1};$$

$$h_2 = RT \log \text{nat} \frac{T_0}{T}\left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{\frac{1}{k-1}}; \; A_1 = \frac{k}{k-1} RG\left(T_0 - T_1 - T \log \text{nat} \frac{T_0}{T_1}\right);$$

$$A_2 = GR\left[T_1 - T + T \log \text{nat} \left[\frac{T}{T_1}\right]\right]; \quad A_l = GRT \log \text{nat} \frac{T_0}{T}\left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{\frac{1}{k-1}};$$

$$Q = c_p G(T_0 - T); \quad Q_r = c_v G(T_1 - T),$$

welche zur Beantwortung aller Fragen über Nutzeffect und Constructionsverhältnisse genügen.

Die Restarbeit, respective die in M. K. ausgedrückte Restwärme heisse A_r; sie ist:

$$A_r = \frac{c_v G}{A} T_1 - T);$$

die Totalarbeit

$$A_t = \frac{Q}{A} = c_p \frac{G}{A}(T_0 - T),$$

daher ist der Nutzeffect

$$\eta = 1 - \eta_1 = 1 - \frac{A_r}{A_t} = 1 - \frac{1}{k}\left(\frac{T_1 - T}{T_0 - T}\right). \tag{27}$$

Specielle Fälle:

I. $\quad T_1 = T,$

dann ist der Nutzeffect $\eta = 1$; also nutzt der Ballon die ganze in ihn gelegte Arbeit aus; hiebei bläht er sich immerwährend bis zur Ruheposition h_2 aus, die den Werth hat:

$$h_2 = RT \log \text{nat} \frac{T_0}{T}\left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{1}{k-1}} = \frac{k}{k-1} RT \log \text{nat} \frac{T_0}{T},$$

welcher Werth genau gleich h_1 ist.

In der That wäre die vollständige Abkühlung nicht möglich, wenn keine permanente Aufblähung stattfände; also wird niemals ein vollkommen gespanntes Volum mit einer Temperatur $T_1 > T$, also keine Steigperiode $h_1 - h_2$ statthaben, sondern h_1 fällt mit h_2 zusammen.

Das Volumen des Ballons in der Ruheposition ist

$$V_1 = V\left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

und aus diesem Ausdruck lässt sich berechnen, bis zu welchem Grade die Aufblähung am Erdboden gestattet ist, wenn T_0 gegeben und volle Ausnützung der Wärme verlangt wird.

$$\text{II.} \qquad T_1 = T_0;$$

hier wird

$$\eta = 1 - \frac{1}{k} = \frac{k-1}{k},$$

in ganzen Zahlen $= \frac{2}{7}$.

Zugleich ist $h_1 = 0$ und

$$h_2 = RT \log \text{nat} \frac{T_0}{T}.$$

Auch dies ist natürlich; denn wenn gar keine Abkühlung durch arbeitleistende Ausdehnung stattfindet, so steigt der Aërostat schon vom Erdboden aus mit vollkommener Aufblähung, also constantem Volum bis h_2, also fällt das erste Stadium h_1 weg.

Da A_a hier $= 0$ ist, so wird

$$A_f = GR(T_0 - T)$$

allein mechanisch umgewandelt; die Wärme selbst bleibt unbenützt, und man sieht nun, dass dieser Fall nichts anderes repräsentirt, als die Benützung des Antheiles der specifischen Wärme, der zur Aufblähung des Ballons verwendet wurde, d. h. $c_p - c_v$ wird benützt, während c_v unbenützt bleibt; dann muss natürlicherweise der Nutzeffect

$$\eta = \frac{c_p - c_v}{c_p} = \frac{k-1}{k}$$

sein, wie eben früher gefunden wurde.

III. Im allgemeinsten Fall, wenn eine nur theilweise Ausnützung der Wärme stattfindet, bleibt unser Ausdruck stehen

$$\eta = 1 - \eta' = 1 - \frac{1}{k}\left(\frac{T_1 - T}{T_0 - T}\right),$$

während zugleich

$$h_2 = RT \log \text{nat} \frac{T_0}{T}\left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{\frac{1}{k-1}}$$

ist.

Nun kommt es bei praktischer Betrachtung namentlich auf die eben erlaubte Steighöhe an; drücken wir also T_1 und η durch h_2 aus, so erhalten wir:

$$T_1 = T_0 \left(\frac{T_0}{T}\right)^{k-1} : e^{-\frac{k-1}{RT} \cdot h_2}, \tag{28}$$

also

$$\eta = 1 - \frac{1}{k} \left[\frac{\left(\frac{T_0}{T}\right)^k \cdot e^{-\frac{k-1}{RT} \cdot h_2} - 1}{\left(\frac{T_0}{T}\right) - 1} \right]. \tag{29}$$

Wir fragen nun: Wenn die Erhitzung des Warmluftballons z. B. — wie im Mittel üblich — gegen 100° beträgt, wie hoch muss derselbe steigen, um eine vollkommene thermodynamische Maschine zu repräsentiren?

Wir finden unter Annahme von T = 290°

$$h_2 = \frac{1 \cdot 4}{0 \cdot 4} \cdot 29{\cdot}2 \,.\, 290 \,.\, \log \operatorname{nat} \frac{290 + 100}{290}$$

ungefähr = 8780 Meter, d. h. der Ballon müsste über eine geographische Meile hoch steigen.

Die Zahl würde in der Wirklichkeit gewiss durch äussere Abkühlung bedeutend herabgemindert werden, dies geschieht jedoch dann nur mit Arbeitsverlust, und diese berechnete Höhe gibt uns im Allgemeinen jedenfalls an, mit was für Dimensionen wir in diesem Falle der vollkommenen Ausnützung zu thun bekommen.

Nunmehr betrachten wir das Project von Guyton-Morveau näher:

Ein Ballon wird durch Verbrennung von Stroh, dürren Blättern u. dgl. rasch erhitzt; bei ungefähr 60 Fuss Durchmesser soll hiedurch eine Steigkraft von gegen 3700 Pfund entstehen; diese wird durch einen ungleicharmigen Balancier verdoppelt und auf einen beinahe ebenso schweren Kolben einer Druckpumpe übertragen, respective dazu benützt, um ihn auf ungefähre Höhe von 12′ zu heben; „man hört nun auf das Feuer zu unterhalten, die Ballonluft kühlt sich wieder ab (was durch einen Ven-

tilator noch beschleunigt werden kann), der Aërostat kann den Kolben nicht mehr äquilibriren, er fällt herab und drückt das Wasser in die Steigröhre". (Siehe den Bericht über dieses Project in Dupuis-Delcourt's „Manuel complet d'Aérostation, 1850".)

Diese Maschine soll nun, wie Guyton-Morveau meint, öconomischer arbeiten, als die damals üblichen, in den Bergwerken angewendeten „Feuerpumpen".

Suchen wir die Beantwortung dieser Ansicht:

Die Temperatur der Lufterhitzung ist bei der angegebenen Grösse und Steigkraft ungefähr:

$$T_0 = \frac{3}{2} \cdot T$$

und für $T = 290°$ ist

$$T_0 = \frac{3}{2} . 290;$$

die Steighöhe ist h_x, gegen 4^m anzunehmen; hiernach aus der Formel

$$T_x = T_0 . e^{-\frac{k-1}{k} . \frac{h_x}{RT}} \ldots . T_x = T_0 . e^{-\frac{h}{29630}},$$

demnach findet durch arbeitleistende Ausdehnung des Volums fast gar keine merkbare Abkühlung statt.

Guyton-Morveau, der von einer derartigen Abkühlung überhaupt nichts wusste, nahm auch in der That nur an, der Ballon werde künstlich abgekühlt, durch Ventilöffnung, Ventilation u. s. w.

Wenn aber die Temperatur für constant angenommen werden kann auf dieser kurzen Steighöhe, so ist auch die Steigkraft genau genug für constant anzusehen, und es ist dann:
die geleistete Arbeit

$$= S_x . h_x = \frac{G}{T}(T_0 - T) h_x,$$

die hineingelegte Arbeit

$$= \frac{c_p . G}{A}(T_0 - T),$$

daher der Nutzeffect

$$\eta = \frac{Ah_x}{c_p T}$$

als allgemeine Näherungsformel für grosse Erhitzungen und kleine Steighöhen zu finden.

Setzen wir obige Werthe ein, so wird

$$\eta = \frac{h_x}{29600}$$

und wegen $h_x = 4^m$

$$\eta = \frac{1}{7400},$$

d. h. $\frac{1}{74}$ %.

Andererseits waren die damals gebräuchlichen Feuerpumpen jene von Neweomen construirten Dampfmaschinen, die früheren noch weniger öconomischen waren jene von Savery.

Der Nutzeffect bezüglich der theoretischen Wärmemenge der Steinkohle war bei Savery $^1/_4$%, bei Neweomen gegen 1%; daher bezüglich der factisch in den Kessel gelangenden Wärme ein Nutzeffect von respective mindestens $^3/_4$% und $1^1/_2$%.

Hiernach war Neweomens Feuerpumpe der Warmluftpumpe von Guyton-Morveau über 100mal an Nutzeffect überlegen.

XVI.

Nun wäre es wohl denkbar, dass man die Restwärme eines nur niedrig steigenden Aërostaten in seiner oberen Position in andere noch schlaffe Ballons ableite und diesen hiedurch Arbeit mittheile; allein dieser Process müsste so oft wiederholt werden und wäre so complicirt, dass man wohl von diesem Gedanken abstehen muss.

Überhaupt wissen wir im Vorhinein, wenn wir auf Anwendung der Warmluftballons als Motoren bestehen wollen, dass im Maximum eine Steighöhe von 20—25 Meter erlaubt werden kann, weil der Ballon vor Wind und Wetter unter Dach gebracht werden muss, und anderseits die Anwendung tiefer Schächte kaum practisch wäre.

Es bliebe also zur Erzielung eines dennoch günstigen Nutzeffects nichts anderes übrig, als eine möglichst niedrige Erhitzungstemperatur anzuwenden, denn hiedurch würde die totale Steighöhe für eine vollkommene Wärmeausnützung bedeutend reducirt.

In dem jetzigen Falle ist also nach der Temperatur T_0 für ein gegebenes h_2 und für $\eta = 1$ die Frage.

Es ist aber

$$h_2 = \frac{k}{k-1} RT \log \text{nat} \frac{T_0}{T}$$

und setzen wir

$$\frac{T_0 - T}{T} = \frac{\Delta^0}{T},$$

wo Δ in gewöhnlichen Thermometergraden gezählt wird, so findet sich die Näherungsformel für kleine Δ:

$$h_2 = 100^{m}\left(1 - \frac{\Delta}{2T}\right)$$

oder auch eventuell

$$h_2 = 100^{m} . \Delta^0.$$

Suchen wir hieraus

$$\Delta = T_0 - T,$$

d. h. die Erhitzungstemperatur für $h_2 = 25^{m}$, so ergibt sich

$$\Delta = \frac{1^0}{4},$$

und das ist abermals eine ganz und gar unausführbare Operation; denn von allem Anderen abgesehen, würden ganz colossale Volumina nöthig sein, um eine erkleckliche Steigkraft zu erzielen, da man doch nicht auf die Vermehrung durch Übersetzung allein bauen kann; ausserdem würde es geschehen, dass vermöge der Steifigkeit der Hülle gar kein Aufblähen bei so niedriger Erwärmung, also geringer Spannkraft der Kernluft, eintreten würde, also das Erwärmen unnütz bliebe.

In letzterer Beziehung kennen wir bereits einigermassen practisch erprobte Daten; man weiss nämlich, dass mitunter mit Luft von gewöhnlicher Temperatur gefüllte Ballons durch blosses

Liegen im Freien, und selbst, wenn die Sonne bis eine halbe Stunde hinter Wolken gestanden war, sich etwas aufblähen und mit einer Belastung von 40 bis 80 Kilogramm sich erhoben hatten und durchgingen.

Man mass die Temperatur der Kernluft und fand sie gegen 3—4° C. und darüber; da aber die Messung an der ausströmenden Luft vorgenommen wurde, so müssen wir die Innentemperatur noch höher voraussetzen, und daher folgt, dass wir selbst bei Annahme einer sehr nachgiebigen Hülle nicht wohl unter 5 bis 10° herabgehen mögen, wenn wir noch Aufblähung gewiss erwarten wollen. Für $T_0 - T = 5°$ würde aber noch immer $h_2 = 500^m$ gefunden werden; also müssen wir, wenn obige Voraussetzungen richtig sind, auf eine vollkommene Wärmeausnützung bei der Anwendung der Aërostaten zu Maschinen verzichten.

Wenn uns nunmehr blos eine theilweise Ausnützung möglich ist und dennoch die Warmluftballons unseren jetzigen Maschinen gegenüber einen Vortheil in öconomischer Beziehung bieten sollen, so müsste entweder der höchsterreichbare Nutzeffect bei Ballons jenen unserer Maschinen um ein Merkliches übertreffen, oder, wenn auch dies nicht der Fall wäre, so müsste es speciell für jene ermöglicht sein, eine relativ sehr öconomische Heizmethode anzuwenden, die sich mit anderen Maschinen nicht so vortheilhaft combiniren liesse.

Setzen wir $T_0 - T = 10°$ und die zulässige Steighöhe $h_x = 25^m$; lassen wir den Ballon vollkommen aufgebläht steigen, so ist nach Specialfall I

$$h_2 = RT \log \text{nat} \frac{T_0}{T} = 292 . \Delta = 292^m,$$

wobei der Nutzeffect $\eta = \frac{2}{7}$ wäre; da h_x aber nur 25^m statt 292^m ist, so ist annähernd der jetzige Nutzeffect blos

$$\eta = \frac{2}{7} \cdot \frac{25}{300} = \frac{1}{42},$$

d. h. $2^1/_3{}^0/_0$; also abermals sehr gering, im Vergleich zu unseren Maschinen, die das drei- bis fünffache hievon erreichen.

Es bliebe also nur die billigere Heizmethode als letzte Zuflucht übrig, und es existirt in der That eine solche, nämlich die Erwärmung durch die strahlende Sonnenwärme.

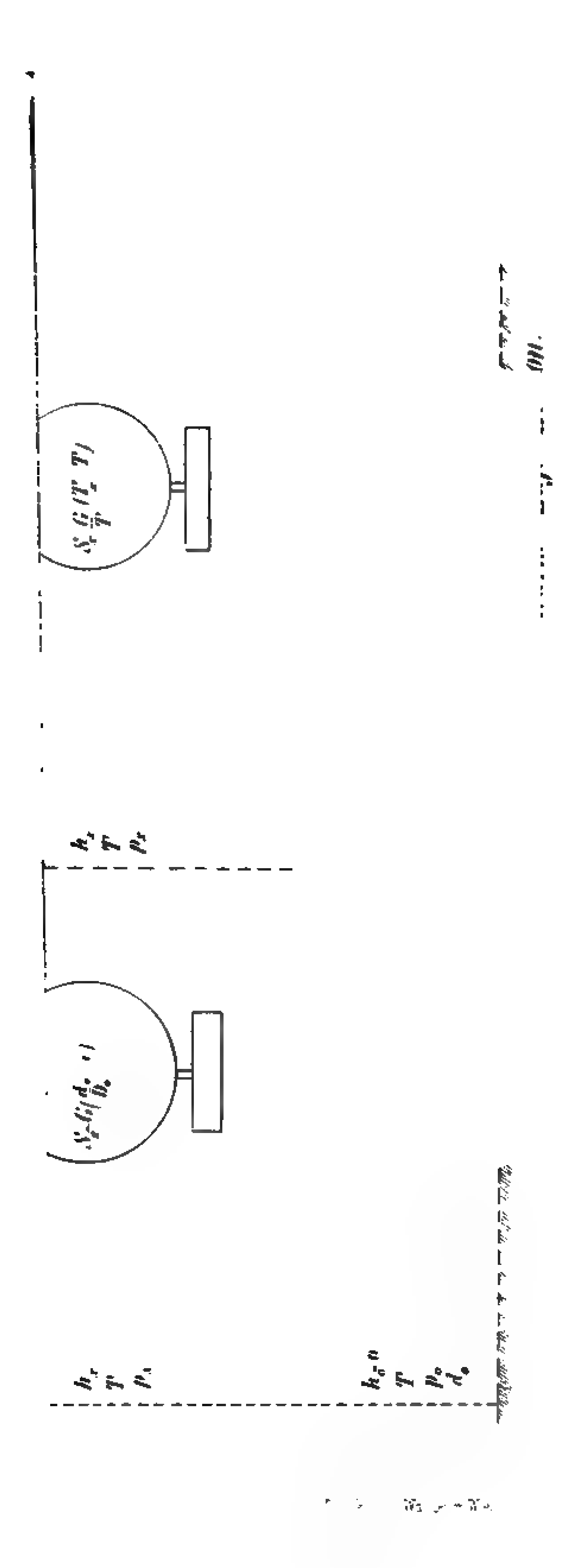
XVII.

Ballons besitzen in dieser Beziehung besondere Vorzüge anderen Maschinen gegenüber; denn 1. man kann die strahlende Wärme direct benützen, ohne Sammelapparate zu benöthigen, die ja immer nicht nur eine Complication der Maschine, sondern auch einen Verlust an Wärme verursachen. 2. Ist es durchaus nicht nöthig, die ganze Vorrichtung wie einen Heliostaten nach der Sonne zu drehen, da die Kugelform des Aërostaten nach allen Seiten den Sonnenstrahlen gleiches Aussehen, respective Fläche und Neigung bietet.

Es kommt also jetzt nur noch auf die quantitativen Ergebnisse an. Nach Pouillet erhält ein Quadratmeter Erdoberfläche durchschnittlich per Minute 4·4 Wärmeeinheiten durch die Sonnenstrahlen; wegen der Absorption in der Atmosphäre könnte blos die Hälfte ungefähr nutzbar gemacht werden; also repräsentirt die strahlende Sonnenwärme per □ M. normal entgegengestellter Fläche eine Wärmearbeit von $\frac{2 \cdot 2 \,.\, 424}{60 \,.\, 75} = 0 \cdot 2$ Pferdekräften.

Wir denken uns nun die Oberfläche des Ballons zur vollen Absorption geeignet hergestellt, sowie auch für die Permanenz der Darbietung von Heizflächen (z. B. durch eine Art Paternosterwerk von kleineren Aërostaten) gesorgt; so müsste eine solche Sonnenmühle, die gleich einer mittleren Windmühle, z. B. 5 Pferdekräfte soll entwickeln können, 25□ M. Oberfläche den Sonnenstrahlen normal entgegenzustellen haben; und da der Nutzeffect nach Obigem gegen 2% beträgt, so stiege diese Bestrahlungsfläche bis auf 1250□ M.

Da wir also auch hier auf unpractische Ergebnisse gelangen so dürfte es in Folge aller früheren Untersuchungen richtig sein, zu behaupten, dass eine Anwendung der Warmluftballons als Motoren an Stelle unserer heutigen Maschinen, die die Wärme als Arbeitsquelle be-

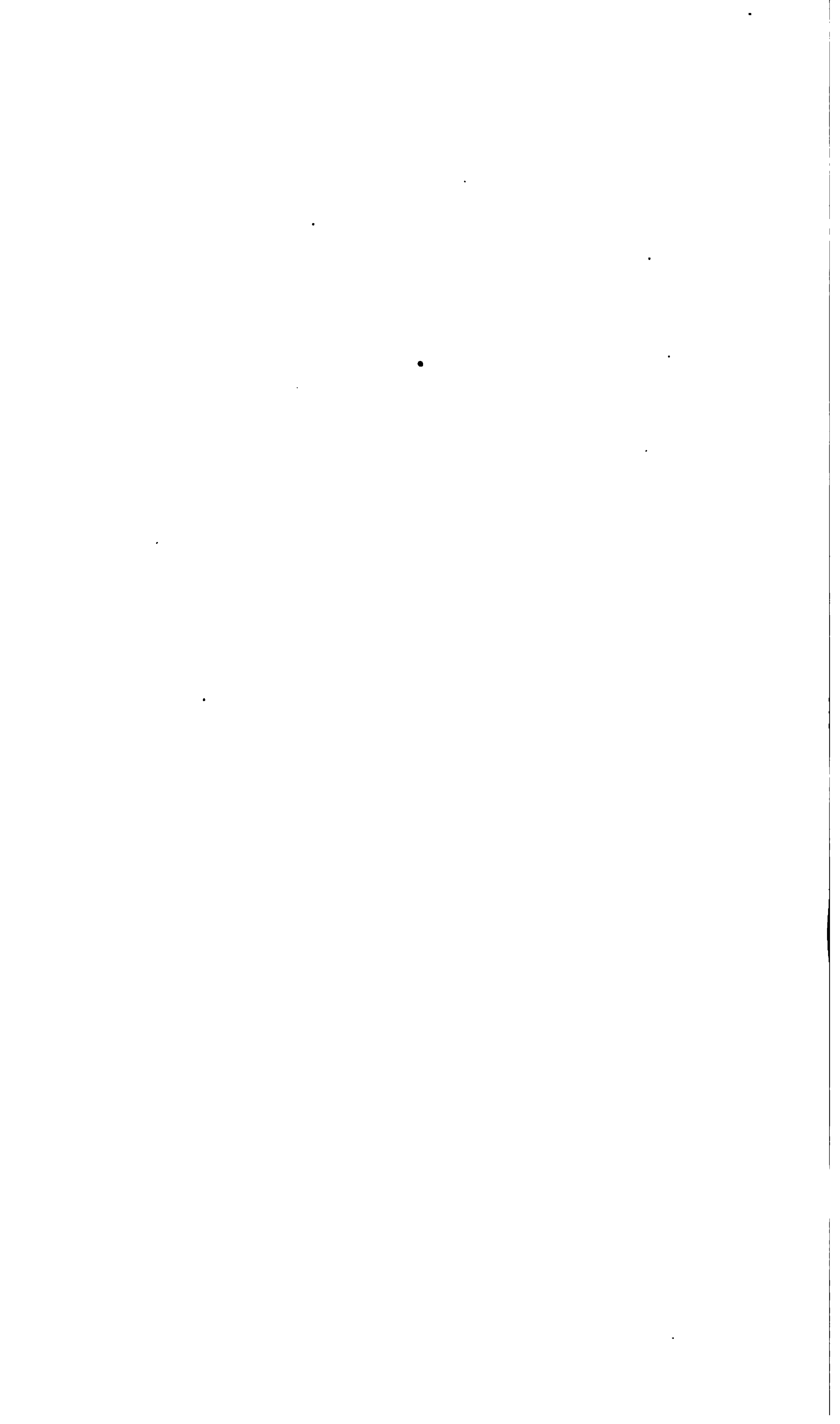


nützen, nicht geeignet sei, Ökonomie mit mässigen Raumansprüchen zu vereinigen; es müssten denn bessere Vorschläge als die obigen übersehen worden sein.

Daraus folgt aber keineswegs, dass eine motorische Anwendung des Warmluftballons und Aërostaten, und speciell der ersteren, nicht in anderer Art und zu besonderen Zwecken sehr geeignet und nützlich sein könne, z. B. zum Zwecke des Erhebens und Haltens von Gewichten in freier Luft.

Nachträgliche Verbesserung.

Auf Seite 836 der Abhandlung „Über die Quelle und den Betrag der durch Luftballons geleisteten Arbeit" von Josef Popper, und zwar Zeile 2 und 3 von oben ist statt: „so repräsentirt dieser Aërostat eine Maschine von ungefähr 400 Pferdekräften" genauer: „so repräsentirt dieser Aërostat einen Receptor von ungefähr 400 Pferdekräften" zu setzen.



Um den raschen Fortschritten der medicinischen Wissenschaften und dem grossen ärztlichen Lese-Publicum Rechnung zu tragen, hat die mathem.-naturwissenschaftliche Classe der kais. Akademie der Wissenschaften beschlossen, vom Jahrgange 1872 an die in ihren Sitzungsberichten veröffentlichten Abhandlungen aus dem Gebiete der Physiologie, Anatomie und theoretischen Medicin in eine besondere Abtheilung zu vereinigen und von dieser eine erhöhte Auflage in den Buchhandel zu bringen.

Die Sitzungsberichte der math.-naturw. Classe werden daher vom Jahre 1862 (Band LXV) an in folgenden **drei** gesonderten **Abtheilungen** erscheinen, welche auch einzeln bezogen werden können:

I. Abtheilung: Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mineralogie, Botanik, Zoologie, Geologie und Paläontologie.

II. Abtheilung: Die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Mechanik, Meteorologie und Astronomie.

III. Abtheilung: Die Abhandlungen aus dem Gebiete der Physiologie, Anatomie und theoretischen Medicin.

Von der I. und II. Abtheilung werden jährlich 5—7 und von der III. 3—4 Hefte erscheinen.

Dem Berichte über jede Sitzung geht eine Übersicht aller in derselben vorgelegten Abhandlungen und das Verzeichniss der eingelangten Druckschriften voran.

Der Preis des ganzen Jahrganges sämmtlicher drei Abtheilungen beträgt 24 fl.

Von allen in den Sitzungsberichten erscheinenden Abhandlungen kommen Separatabdrücke in den Buchhandel und können durch die akademische Buchhandlung Karl Gerold's Sohn (Wien, Postgasse 6) bezogen werden.

Der akademische Anzeiger, welcher nur Original-Auszüge oder, wo diese fehlen, die Titel der vorgelegten Abhandlung enthält, wird wie bisher, 8 Tage nach jeder Sitzung ausgegeben. Der Preis des Jahrganges ist 1 fl. 50 kr.

